CENGAGE

RAYMOND A. **SERWAY** | CHRIS **VUILLE**

FUNDAMENTOS DE FÍSICA

DÉCIMA EDICIÓN

TABLA PEDAGÓGICA DE COLOR

Mecánica y termodinámica

Desplazamiento y vectores de posición

Desplazamiento y vectores componentes de la posición

Vectores velocidad lineal ($\vec{\mathbf{v}}$) y angular ($\vec{\boldsymbol{\omega}}$)

Vectores componentes de la velocidad

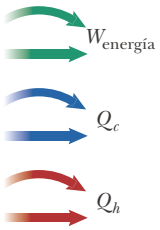
Vectores fuerza ($\vec{\mathbf{F}}$)

Vectores componentes de la fuerza

Vectores aceleración ($\vec{\mathbf{a}}$)

Vectores componentes de la aceleración

Flechas de transferencia de energía



Flecha de proceso

Vectores de cantidad de movimiento lineal ($\vec{\mathbf{p}}$) y angular ($\vec{\mathbf{L}}$)

Vectores cantidad de movimiento lineal y angular

Vectores momento de torsión ($\vec{\boldsymbol{\tau}}$)

Vectores componentes del momento de torsión

Direcciones lineal esquemática o de movimiento rotacional

Flecha dimensional rotacional

Flecha de agrandamiento

Resortes

Poleas

Electricidad y magnetismo

Campos eléctricos

Vectores de campo eléctrico

Vectores componentes del campo eléctrico

Campos magnéticos

Vectores de campo magnético

Vectores componentes del campo magnético

Cargas positivas

Cargas negativas

Resistencias

Baterías y otras fuentes de energía CD

Interruptores

Capacitores

Inductores (bobinas)

Voltímetros

Amperímetros

Fuentes de CA

Focos

Símbolo de tierra

Corriente

Luz y óptica

Rayo de luz

Rayo de luz focal

Rayo de luz central

Lente convergente

Lente divergente

Espejo

Espejo curvo

Objetos

Imágenes

FACTORES DE CONVERSIÓN

Longitud
1 m = 39.37 pulg = 3.281 pies
1 pulg = 2.54 cm (exacto)
1 km = 0.621 mi
1 mi = 5280 pies = 1.609 km
1 año luz = 9.461×10^{15} m
1 angstrom (Å) = 10^{-10} m

Masa
1 kg = 10^3 g = 6.85×10^{-2} slugs
1 slug = 14.59 kg
1 u = 1.66×10^{-27} kg = 931.5 MeV/c^2

Tiempo
1 min = 60 s
1 h = 3600 s
1 día = 24 h = 1.44×10^3 min = 8.64×10^4 s
1 año = 365.242 días = 3.156×10^7 s

Volumen
1 L = 1 000 cm^3 = 0.035 3 $pies^3$
1 pie^3 = 2.832×10^{-2} m^3
1 gal = 3.786 L = 231 $pulg^3$

Ángulo
180° = π rad
1 rad = 57.30°
1° = 60 min = 1.745×10^{-2} rad

Rapidez
1 km/h = 0.278 m/s = 0.621 mi/h
1 m/s = 2.237 mi/h = 3.281 pies/s
1 mi/h = 1.61 km/h = 0.447 m/s = 1.47 pies/s

Fuerza
1 N = 0.2248 lb = 10^5 dinas
1 lb = 4.448 N
1 dina = 10^{-5} N = 2.248×10^{-6} lb

Trabajo y energía
1 J = 10^7 erg = 0.738 pies · lb = 0.239 cal
1 cal = 4.186 J
1 lb · pie = 1.356 J
1 Btu = 1.054×10^3 J = 252 cal
1 J = 6.24×10^{18} eV
1 eV = 1.602×10^{-19} J
1 kWh = 3.60×10^6 J

Presión
1 atm = 1.013×10^5 N/m^2 (o Pa) = 14.70 $lb/pulg^2$
1 Pa = 1 N/m^2 = 1.45×10^{-4} $lb/pulg^2$
1 $lb/pulg^2$ = 6.895×10^3 N/m^2

Potencia
1 hp = 550 lb · pie/s = 0.746 kW
1 W = 1 J/s = 0.738 pie · lb/s
1 Btu/h = 0.293 W

Fundamentos de física

Décima edición

Raymond A. Serway | *Emérito, James Madison University*

Chris Vuille | *Embry-Riddle Aeronautical University*

Con contribuciones de John Hughes | *Embry-Riddle Aeronautical University*

Traducción
Javier León Cárdenas

Revisión Técnica
Ana Elizabeth García Hernández
Instituto Politécnico Nacional

CENGAGE

Australia • Brasil • Estados Unidos • México • Singapur • Reino Unido

Fundamentos de Física
Décima edición
Raymond A. Serway
Chris Vuille

Director Higher Education Latinoamérica:
Renzo Casapía Valencia

Gerente editorial Latinoamérica:
Jesús Mares Chacón

Editor Senior Hardside:
Pablo Miguel Guerrero Rosas

Coordinador de Manufactura:
Rafael Pérez González

Diseño de portada:
Anneli Daniela Torres Arroyo

Imagen de portada:
FooTToo

Composición tipográfica:
Tsuki Marketing, S.A. de C.V.
Gerardo Larios García

© D.R. 2018 por Cengage Learning Editores, S.A. de C.V.,
una Compañía de Cengage Learning, Inc.
Carretera México-Toluca núm. 5420,
oficina 2301, Col. El Yaqui, C.P. 05320,
Ciudad de México
Cengage Learning ® es una marca registrada
usada bajo permiso.

DERECHOS RESERVADOS. Ninguna parte de
este trabajo amparado por la Ley Federal del
Derecho de Autor, podrá ser reproducida,
transmitida, almacenada o utilizada en
cualquier forma o por cualquier medio, ya sea
gráfico, electrónico o mecánico, incluyendo,
pero sin limitarse a lo siguiente: fotocopiado,
reproducción, escaneo, digitalización,
grabación en audio, distribución en Internet,
distribución en redes de información o
almacenamiento y recopilación en sistemas
de información a excepción de lo permitido
en el Capítulo III, Artículo 27 de la Ley Federal
del Derecho de Autor, sin el consentimiento
por escrito de la Editorial. Reg 603

Traducido del libro *College Physics, Tenth Edition*
Raymond A. Serway y Chris Vuille
Publicado en inglés por Raymond A. Serway
© 2015, 2012, 2008
ISBN: 978-1-285-73702-7

Datos para catalogación bibliográfica:
Serway, Raymond A. y Vuille, Chris
Fundamentos de física, 10a. ed.
ISBN: 978-607-526-563-6

Visite nuestro sitio en:
http://latinoamerica.cengage.com

Impreso en México
1 2 3 4 5 6 7 21 20 19 18

Dedicamos este libro a nuestras esposas, hijos, nietos, familiares y amigos que nos han dado tanto amor, apoyo y comprensión a través de los años y a los estudiantes para quienes fue escrito este libro.

Contenido general

PARTE 1 | Mecánica

Capítulo 1 Introducción 1
Capítulo 2 Movimiento en una dimensión 26
Capítulo 3 Vectores y movimiento en dos dimensiones 57
Capítulo 4 Las leyes del movimiento 88
Capítulo 5 Energía 127
Capítulo 6 Cantidad de movimiento y choques 170
Capítulo 7 Movimiento rotacional y la ley de la gravedad 202
Capítulo 8 Equilibrio rotacional y dinámica rotacional 240
Capítulo 9 Solidos y fluidos 282

PARTE 2 | Termodinámica

Capítulo 10 Física térmica 336
Capítulo 11 Energía en los procesos térmicos 367
Capítulo 12 Leyes de la termodinámica 402

PARTE 3 | Electricidad y magnetismo

Capítulo 13 Fuerzas eléctricas y campos eléctricos 445
Capítulo 14 Energía eléctrica y capacitancia 480
Capítulo 15 Corriente y resistencia 522
Capítulo 16 Circuitos de corriente directa 548
Capítulo 17 Magnetismo 581
Capítulo 18 Voltajes inducidos e inductancia 621

PARTE 4 | Física moderna

Capítulo 19 Energía nuclear y partículas elementales 655

APÉNDICE A: Repaso de matemáticas A.1

APÉNDICE B: Tabla abreviada de isotopos A.14

APÉNDICE C: Algunas tablas útiles A.19

APÉNDICE D: Unidades del SI A.21

Respuestas a cuestionarios rápidos, preguntas de ejemplo, ejercicios de preparación de número impar, preguntas conceptuales y problemas A.23

Índice I.1

Contenido

ACERCA DE LOS AUTORES ix
PREFACIO x
APLICACIONES ESTIMULANTES xxvi
AL ESTUDIANTE xxviii

PARTE 1 | Mecánica

CAPÍTULO 1 Introducción 1

1.1 Estándares de longitud, masa y tiempo 1
1.2 Los bloques fundamentales de la materia 4
1.3 Análisis dimensional 5
1.4 Incertidumbre en la medición y cifras significativas 7
1.5 Conversión de unidades 11
1.6 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud 12
1.7 Sistemas de coordenadas 15
1.8 Trigonometría 15
1.9 Estrategia para resolver problemas 18
Resumen 19

CAPÍTULO 2 Movimiento en una dimensión 26

2.1 Desplazamiento 27
2.2 Velocidad 28
2.3 Aceleración 34
2.4 Diagramas de movimiento 37
2.5 Movimiento en una dimensión con aceleración constante 38
2.6 Objetos en caída libre 44
Resumen 49

CAPÍTULO 3 Vectores y movimiento en dos dimensiones 57

3.1 Vectores y sus propiedades 57
3.2 Componentes de un vector 60
3.3 Desplazamiento, velocidad y aceleración en dos dimensiones 63
3.4 Movimiento en dos dimensiones 65
3.5 Velocidad relativa 73
Resumen 77

CAPÍTULO 4 Las leyes del movimiento 88

4.1 Fuerzas 89
4.2 Primera ley de Newton 90
4.3 Segunda ley de Newton 91
4.4 Tercera ley de Newton 97
4.5 Aplicaciones de las leyes de Newton 100
4.6 Fuerzas de fricción 108
Resumen 115

CAPÍTULO 5 Energía 127

5.1 Trabajo 128
5.2 Energía cinética y el teorema del trabajo y la energía 132
5.3 Energía potencial gravitacional 135
5.4 Energía potencial de resortes 143
5.5 Sistemas y conservación de energía 148
5.6 Potencia 150
5.7 Trabajo realizado por una fuerza variable 155
Resumen 157

CAPÍTULO 6 Cantidad de movimiento y choques 170

6.1 Cantidad de movimiento e impulso 170
6.2 Conservación de la cantidad de movimiento 176
6.3 Choques 179
6.4 Choques oblicuos 186
6.5 Propulsión de cohetes 188
Resumen 191

CAPÍTULO 7 Movimiento rotacional y la ley de la gravedad 202

7.1 Rapidez angular y aceleración angular 203
7.2 Movimiento rotacional bajo aceleración angular constante 206
7.3 Relaciones entre cantidades angulares y lineales 208
7.4 Aceleración centrípeta 211
7.5 Gravitación newtoniana 219
7.6 Leyes de Kepler 226
Resumen 229

CAPÍTULO 8 Equilibrio rotacional y dinámica rotacional 240

8.1 Par de torsión 241
8.2 Par de torsión y las dos condiciones para el equilibrio 245
8.3 El centro de gravedad 246
8.4 Ejemplos de objetos en equilibrio 249
8.5 Relación entre el par de torsión y la aceleración angular 252
8.6 Energía cinética rotacional 259
8.7 Cantidad de movimiento angular 262
Resumen 267

CAPÍTULO 9 Sólidos y fluidos 282

9.1 Estados de la materia 282
9.2 Densidad y presión 284
9.3 Deformación de los sólidos 287
9.4 Variación de la presión con la profundidad 293
9.5 Mediciones de la presión 297
9.6 Fuerzas de flotación y el principio de Arquímedes 299
9.7 Fluidos en movimiento 304
9.8 Otras aplicaciones de la dinámica de fluidos 311
9.9 Tensión superficial, acción capilar y flujo de fluidos viscosos 313
9.10 Fenómenos de transporte 321
Resumen 325

PARTE 2 | Termodinámica

CAPÍTULO 10 Física térmica 336

10.1 Temperatura y la ley cero de la termodinámica 337
10.2 Termómetros y escalas de temperatura 338
10.3 Dilatación térmica de sólidos y líquidos 343
10.4 Descripción macroscópica de un gas ideal 349
10.5 Teoría cinética de los gases 354
Resumen 359

CAPÍTULO 11 Energía en los procesos térmicos 367

11.1 Calor y energía interna 367
11.2 Calor específico 370
11.3 Calorimetría 372
11.4 Calor latente y cambio de fase 374
11.5 Transferencia de energía 380
11.6 Calentamiento global y gases de efecto invernadero 391
Resumen 393

CAPÍTULO 12 Leyes de la termodinámica 402

12.1 Trabajo en los procesos termodinámicos 402
12.2 Primera ley de la termodinámica 406
12.3 Procesos térmicos 408
12.4 Máquinas térmicas y la segunda ley de la termodinámica 417
12.5 Entropía 426
12.6 Metabolismo humano 432
Resumen 435

PARTE 3 | Electricidad y magnetismo

CAPÍTULO 13 Fuerzas eléctricas y campos eléctricos 445

13.1 Propiedades de las cargas eléctricas 446
13.2 Aislantes y conductores 447
13.3 Ley de Coulomb 449
13.4 El campo eléctrico 454
13.5 Líneas del campo eléctrico 458
13.6 Conductores en equilibrio electrostático 461
13.7 El experimento de la gota de aceite de Millikan 463
13.8 El generador de van de Graaff 464
13.8 Flujo eléctrico y la ley de Gauss 465
Resumen 471

CAPÍTULO 14 Energía eléctrica y capacitancia 480

14.1 Energía potencial eléctrica y potencial eléctrico 480
14.2 Potencial eléctrico y energía potencial debida a cargas puntuales 487
14.3 Potenciales y conductores cargados 491
14.4 Superficies equipotenciales 492
14.5 Aplicaciones 493
14.6 Capacitancia 495
14.7 El capacitor de placas paralelas 495
14.8 Combinaciones de capacitores 498
14.9 Energía almacenada en un capacitor cargado 504
14.10 Capacitores con dieléctricos 506
Resumen 512

CAPÍTULO 15 Corriente y resistencia 522

15.1 Corriente eléctrica 523
15.2 Una perspectiva microscópica: corriente y velocidad de arrastre 525
15.3 Mediciones de corriente y voltaje en circuitos 527
15.4 Resistencia, resistividad y ley de Ohm 528
15.5 Variación de la resistencia con la temperatura 532
15.6 Energía eléctrica y potencia 533
15.7 Superconductores 537
15.8 Actividad eléctrica en el corazón 538
Resumen 541

CAPÍTULO 16 Circuitos de corriente directa 548

16.1 Fuentes de fem 548
16.2 Resistencias en serie 550
16.3 Resistencias en paralelo 553
16.4 Reglas de Kirchhoff y circuitos complejos de CD 558
16.5 Circuitos *RC* 562
16.6 Circuitos domésticos 566
16.7 Seguridad eléctrica 567
16.8 Conducción de las señales eléctricas por las neuronas 569
Resumen 571

CAPÍTULO 17 Magnetismo 581

17.1 Imanes 581
17.2 Campo magnético de la Tierra 583
17.3 Campos magnéticos 585
17.4 Fuerza magnética en un conductor que transporta corriente 589
17.5 Momento de torsión en una espira con corriente y motores eléctricos 592
17.6 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético 595
17.7 Campo magnético de un alambre largo y recto y ley de Ampère 598
17.8 Fuerza magnética entre dos conductores paralelos 601
17.9 Campos magnéticos de espiras y solenoides con corriente 603
17.10 Dominios magnéticos 607
Resumen 609

CAPÍTULO 18 Voltajes inducidos e inductancia 621

18.1 Fem inducida y flujo magnético 621
18.2 Ley de inducción de Faraday y ley de Lenz 624
18.3 Fem de movimiento 630
18.4 Generadores 634
18.5 Autoinductancia 638
18.6 Circuitos *RL* 640
18.7 Energía almacenada en un campo magnético 644
Resumen 645

PARTE 4 | Física moderna

CAPÍTULO 19 Energía nuclear y partículas elementales 655

19.1 Fisión nuclear 655
19.2 Fusión nuclear 659
Resumen 662

APÉNDICE A: Repaso de matemáticas A.1

APÉNDICE B: Tabla abreviada de isótopos A.14

APÉNDICE C: Algunas tablas útiles A.19

APÉNDICE D: Unidades SI A.21

Respuestas a cuestionarios rápidos, preguntas de ejemplo, ejercicios de preparación de número impar, preguntas conceptuales, y problemas A.23

Índice I.1

Acerca de los autores

Raymond A. Serway obtuvo su doctorado en el Illinois Institute of Technology y es profesor emérito en la James Madison University. En 2011 le otorgaron un doctorado honorario de la Utica College, su alma mater. Recibió el premio Madison Scholar en 1990 en la James Madison University, donde enseñó durante 17 años. El doctor Serway comenzó su carrera docente en la Clarkson University, donde condujo investigaciones y enseñó de 1967 a 1980. En 1977 recibió el Distinguished Teaching Award de la Clarkson University y en 1985 el Alumni Achievement Award de la Utica College. Como científico invitado en el IBM Research Laboratory en Zurich, Suiza, trabajó con K. Alex Müller, Premio Nobel de 1987. El doctor Serway fue también un científico visitante en el Argonne National Laboratory, donde colaboró con su mentor y amigo, Sam Marshall. Al inicio de su carrera, trabajó como investigador en el Rome Air Development Center de 1961 a 1963 y en el IIT Research Institute desde 1963 a 1967. También es coautor de *Physics for Scientists and Engineers*, novena edición; *Principles of Physics: A Calculus-Based Text*, quinta edition; *Essentials of College Physics*, *Modern Physics*, tercera edición; y el libro de texto para bachillerato *Physics*, publicado por Holt, Rinehart y Winston. Además, ha publicado más de 40 artículos de investigación en el campo de la física de materia condensada y ha dado más de 60 conferencias en reuniones profesionales. El doctor Serway y su esposa Elizabeth disfrutan viajar, jugar al golf, pescar, hacer la jardinería, cantar en el coro de la iglesia y sobre todo pasar tiempo de calidad con sus cuatro hijos, nueve nietos y su reciente bisnieto.

Chris Vuille es profesor asociado de física en la Embry-Riddle Aeronautical University (ERAU), en Daytona Beach, Florida, la institución líder en el mundo para educación superior en aviación. Recibió su doctorado en física de la Universidad de Florida en 1989 y se mudó a Daytona después de un año en el campus de la ERAU en Prescott, Arizona. Aunque ha impartido cursos en todos los niveles, incluido posgrado, su principal interés es la física introductoria. Ha recibido varios premios por excelencia académica, incluido el Senior Class Appreciation Award (tres veces). Conduce investigación acerca de relatividad general y teoría cuántica, y participó en el programa JOVE, un proyecto de beca especial de tres años de la NASA durante el cual estudió estrellas de neutrones. Sus trabajos aparecen en varias revistas científicas y ha sido escritor científico en la revista *Analog Science Fiction/Science Fact*. Además de este libro, es coautor de *Essentials of College Physics*. El doctor Vuille disfruta jugar tenis, nadar y tocar piano clásico, y es un ex campeón de ajedrez de San Petersburgo y Atlanta. En su tiempo libre escribe ficción y va a la playa. Su esposa, Dianne Kowing, es jefe de Optometría en la Clínica de la administración de veteranos local. Tienen una hija, Kira y dos hijos, Christopher y James.

Prefacio

Fundamentos de física se ha escrito de manera que pueda usarse en los cursos, que por lo general lo toman los estudiantes que se especializan en biología, en las profesiones de la salud o en otras disciplinas, incluyendo las ciencias medioambientales, de la Tierra y sociales, y en campos técnicos como la arquitectura. Las técnicas matemáticas empleadas en este libro son álgebra, geometría y trigonometría, pero no cálculo. Con base en una retroalimentación positiva de los usuarios de la novena edición, de análisis reunidos de profesores y estudiantes que utilizan Enhanced WebAssign, así como de sugerencias de revisores, hemos refinado el libro para satisfacer mejor las necesidades de estudiantes y maestros.

Este libro, que cubre los temas estándar en física clásica y de la física del siglo xx, está divido en cuatro partes. La parte 1 (capítulos 1-9) trata de la mecánica newtoniana y de la física de fluidos; la parte 2 (capítulos 10-12) comprende calor y termodinámica; la parte 3 (capítulos 13-18) desarrolla los conceptos de electricidad y magnetismo; la parte 4 (capítulo 19) es una introducción a la relatividad especial, física cuántica, física atómica y física nuclear.

Objetivos

Los objetivos principales de este libro introductorio son dos: proporcionar al estudiante una presentación clara y lógica de los conceptos y principios básicos de la física y reforzar la comprensión de estos conceptos y principios mediante una gran variedad de aplicaciones interesantes del mundo real. Para cumplir con esto enfatizamos los argumentos físicos lógicos y la metodología para resolver problemas. Al mismo tiempo, intentamos motivar al estudiante por medio de ejemplos prácticos que demuestran la función de la física en otras disciplinas.

Cambios en la décima edición

Al preparar esta décima edición del libro hemos hecho varios cambios y mejoras. Algunos de los nuevos aspectos se basan en nuestras experiencias y en tendencias actuales en la educación en la ciencia. Otros cambios se han incorporado en respuesta a comentarios y sugerencias hechas por usuarios de la novena edición. Las características siguientes representan los cambios principales hechos en la décima edición.

En cada sección se agregaron nuevos objetivos de aprendizaje

En respuesta a una tendencia en aumento en toda la disciplina (y por petición de muchos usuarios), agregamos objetivos de aprendizaje en cada sección de la décima edición. Los objetivos de aprendizaje identifican los conceptos principales en una sección dada y también identifican las habilidades y los resultados que los estudiantes deben demostrar una vez que tengan una comprensión sólida de estos conceptos. Se espera que estos objetivos de aprendizaje ayuden a los profesores que están en proceso de transición de su curso de enseñanza a un método basado en resultados.

Nuevos tutoriales en línea (en inglés, se vende por separado)

Los nuevos tutoriales en línea (disponibles en Enhanced WebAssign) representan para los estudiantes otra herramienta de capacitación para ayudarles a comprender cómo aplicar ciertos conceptos clave presentados en un capítulo dado. Los tutoriales primero presentan un repaso breve de los conceptos necesarios del libro, junto con sugerencias sobre cómo resolver problemas que los comprenden. Luego el estudiante puede intentar resolver uno o dos de esos problemas, guiados por preguntas presentadas en el tutorial. El tutorial califica de manera automática las respuestas y presenta soluciones correctas junto con sus análisis. Los estudiantes luego pue-

den practicar con varios problemas adicionales de nivel similar y, en algunos casos, pasar a un nivel más alto o a problemas relacionados, dependiendo de los conceptos cubiertos en el tutorial.

Nuevos ejercicios de preparación en cada capítulo

Los ejercicios de preparación se presentan al inicio de cada conjunto de problemas de cada capítulo y fueron inspirados por una de las experiencias en clase del autor (Vuille). La idea detrás de estos ejercicios es repasar conceptos matemáticos y físicos que son prerrequisitos para un conjunto de problemas de un capítulo dado, y también para proporcionar a los estudiantes con una vista previa general de los nuevos conceptos físicos cubiertos en un capítulo dado. Al resolver primero los ejercicios de preparación, a los estudiantes se les facilitará sentirse cómodos con los nuevos conceptos de un capítulo antes de abordar problemas más difíciles.

Nuevas soluciones algorítmicas en Enhanced WebAssign (en inglés y se vende por separado)

Todos los problemas cuantitativos de final de capítulo en Enhanced WebAssign ahora presentan *soluciones algorítmicas*. Para los estudiantes se presentan soluciones completamente desarrolladas con parámetros cuantitativos que relacionan exactamente la versión del problema asignado a estudiantes individuales. Como siempre para todas las "Sugerencias", Enhanced WebAssign ofrece una gran flexibilidad para los docentes respecto a cuándo habilitar las soluciones algorítmicas.

Cambios capítulo por capítulo

El texto se editó cuidadosamente para mejorar la claridad de la presentación y la precisión del lenguaje. Esperamos que el resultado sea un libro agradable y disfrutable de leer. Si bien el contenido y la organización globales del libro son similares a los de la novena edición, se implementaron algunos cambios. La lista siguiente destaca algunos de los cambios principales en la décima edición.

Capítulo 1 Introducción

- Se agregaron nueve ejercicios de preparación nuevos.
- Se incorporó un nuevo tutorial (*Conversión de unidades)* en Enhanced WebAssign.

Capítulo 2 Movimiento en una dimensión

- Se agregaron siete ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregó un nuevo tutorial (*Movimiento en una dimensión a aceleración constante*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 3 Vectores y movimiento en dos dimensiones

- Se agregaron nueve ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron dos nuevos tutoriales (*Aplicación de las ecuaciones cinemáticas de movimiento en dos dimensiones* y *Aplicación del concepto de velocidad relativa*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 4 Las leyes del movimiento

- Se agregaron trece ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron cinco nuevos tutoriales (*Fuerzas normales, Aplicación de la segunda ley a objetos en equilibrio, Aplicación de la segunda ley a objetos en aceleración, Aplicación de fuerzas de fricción estática y cinética en la segunda ley* y *Aplicación del enfoque del sistema*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 5 Energía

- Se agregaron 10 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron cinco tutoriales nuevos (*Cálculo del trabajo, Aplicación del teorema del trabajo y la energía, Aplicación de teorema del trabajo y la energía con las energías potenciales de la gravedad y resortes* y *Aplicación de la potencia promedio e instantánea*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 6 Cantidad de movimiento y choques

- Se agregaron once ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron dos tutoriales nuevos (*Choques en una dimensión* y *Choques inelásticos en dos dimensiones*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 7 Movimiento rotacional y la ley de la gravedad

- Se revisó el ejemplo 7.1.
- Se agregaron 15 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron dos tutoriales nuevos (*Aplicación de la segunda ley a objetos en movimiento circular uniforme* y *Aplicación de la energía potencial gravitacional*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 8 Equilibrio rotacional y dinámica rotacional

- Se agregaron 14 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron cuatro tutoriales nuevos (*Aplicación de las condiciones para el equilibrio mecánico a cuerpos rígidos, Aplicación de la segunda ley rotacional, Aplicación del teorema del trabajo y de la energía incluyendo energía cinética rotacional* y *Aplicación de la conservación de la cantidad de movimiento angular*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 9 Sólidos y fluidos

- Se agregaron 11 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron dos tutoriales nuevos (*Aplicación del principio de Arquímedes* y *Aplicación de la ecuación de Bernoulli*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 10 Física térmica

- Se agregaron 10 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregó un tutorial nuevo (*Aplicación de la ley de los gases ideales*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 11 Energía en los procesos térmicos

- El ejemplo 11.11 (Planeta de Alfa Centauri B) es completamente nuevo en esta edición.
- Se agregaron nueve ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregó un tutorial nuevo (*Calorimetría*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 12 Leyes de la termodinámica

- Se agregaron 14 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron dos tutoriales nuevos (*Procesos térmicos* y *Cálculo de los cambios en la entropía*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 13 Fuerzas eléctricas y campos eléctricos

- Se agregaron 14 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron dos tutoriales nuevos (*Ley de Coulomb y el campo eléctrico* y *Aplicación de la ley de Gauss a distribuciones de carga*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 14 Energía eléctrica y capacitancia

- Se agregaron 12 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron dos tutoriales nuevos (*Aplicación del teorema del trabajo y la energía a sistemas de cargas y Evaluación de la capacitancia equivalente de sistemas de capacitores*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 15 Corriente y resistencia

- Se agregaron 10 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregó un tutorial nuevo (*Explorando la corriente eléctrica, la energía y la potencia*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 16 Circuitos de corriente directa

- Se agregaron 13 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron dos tutoriales nuevos (*Simplificación de circuitos con resistencias en serie y en paralelo* y *Aplicación de la ley de las reglas de Kirchhoff a circuitos complejos de CD*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 17 Magnetismo

- Se agregaron nueve ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron dos tutoriales nuevos (*Movimiento de partículas cargadas en un campo magnético uniforme* y *Aplicación de la ley de Ampere a alambres y cilindros transportadores de corriente*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 18 Voltajes inducidos e inductancia

- Se agregaron 10 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregaron tres tutoriales nuevos (*Uso del flujo magnético y la ley de Faraday, Cálculo de la FEM y movimiento* y *Circuitos RL*) en Enhanced WebAssign.

Capítulo 19 Energía nuclear y partículas elementales

- Se agregaron 10 ejercicios de preparación nuevos.
- Se agregó un tutorial nuevo (*Cálculo de la energía liberada en reacciones nucleares*) en Enhanced WebAssign.

Características del libro

La mayoría de los docentes coinciden en que el libro de texto asignado en un curso debe ser la guía principal para comprender y aprender la materia. Además, el libro de texto debe ser de fácil comprensión y estar escrito en un estilo que facilite su enseñanza y aprendizaje. Con ese objetivo en mente, hemos incluido muchas características pedagógicas con el fin de realzar la utilidad del libro tanto para los estudiantes como para los docentes. El libro incluye los rasgos sobresalientes siguientes.

Ejemplos Para esta décima edición hemos revisado todos los ejemplos resueltos y hecho numerosas mejoras. Se ha hecho un esfuerzo para asegurar que el conjunto de ejemplos, como un todo, sea exhaustivo al cubrir todos los conceptos físicos, los tipos de problemas físicos y las técnicas matemáticas requeridas. Las preguntas por lo general requieren de una respuesta conceptual o de una determinación, pero también incluyen estimaciones que necesitan conocer las relaciones entre conceptos. Las respuestas para las preguntas se pueden encontrar en la parte final del libro. Los ejemplos se encuentran en un formato de dos columnas con un fin pedagógico: los estudiantes pueden estudiar el ejemplo, luego cubrir la columna derecha e intentar resolver el problema utilizando las claves en la columna izquierda. Una

El **Objetivo** describe los conceptos físicos que se exploran dentro del ejemplo resuelto.

El enunciado del **Problema** presenta el problema en sí.

La sección de **Estrategia** ayuda a los estudiantes a analizar el problema y a crear un marco de trabajo para desarrollar la solución.

La sección de **solución** utiliza un formato de dos columnas donde se da la explicación para cada paso de la solución en la columna izquierda, al tiempo que se indica cada paso matemático respectivo en la columna derecha. Esta disposición facilita relacionar la idea con su ejecución y ayuda a los estudiantes a organizar su trabajo. Otro de los beneficios es que los estudiantes pueden utilizar con facilidad este formato como herramienta de entrenamiento, cubriendo la solución a la derecha y resolviendo el problema utilizando los comentarios a la izquierda como guía.

EJEMPLO 12.1 Trabajo hecho por un gas en expansión

OBJETIVO Aplicar la definición de trabajo a presión constante.

PROBLEMA En un sistema similar al que se muestra en la figura 12.1, el gas en el cilindro se encuentra a una presión igual a 1.01×10^5 Pa y el pistón tiene un área de 0.100 m^2. Conforme se agrega lentamente energía al gas por calor, el pistón es empujado hacia arriba una distancia de 4.00 cm. Calcule el trabajo realizado por el gas en expansión sobre el entorno, W_{ent}, suponiendo que la presión permanece constante.

ESTRATEGIA El trabajo hecho sobre el entorno es el negativo del trabajo realizado sobre el gas en la ecuación 12.1. Calcule el cambio en el volumen y multiplique por la presión.

SOLUCIÓN

Encuentre el cambio en el volumen del gas, ΔV, que es el área transversal por el desplazamiento:

$$\Delta V = A\,\Delta y = (0.100\ \text{m}^2)(4.00 \times 10^{-2}\ \text{m}) = 4.00 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$$

Multiplique este resultado por la presión, obteniendo el trabajo que el gas realiza sobre el entorno, W_{ent}:

$$W_{env} = P\,\Delta V = (1.01 \times 10^5\ \text{Pa})(4.00 \times 10^{-3}\ \text{m}^3) = 404\ \text{J}$$

COMENTARIOS El volumen del gas aumenta, por lo que el trabajo realizado sobre el entorno es positivo. El trabajo realizado sobre el sistema durante este proceso es $W = -404$ J. La energía requerida para ejecutar un trabajo positivo sobre el entorno debe provenir de la energía del gas.

PREGUNTA 12.1 Si no se agregara energía al gas durante su expansión, ¿la presión podría permanecer constante?

EJERCICIO 12.1 Un gas en un cilindro similar al de la figura 12.1 mueve un pistón con un área de 0.200 m^2 conforme se agrega energía lentamente al sistema. Si sobre el entorno se realiza un trabajo de 2.00×10^3 J y la presión del gas en el cilindro permanece constante en 1.01×10^5 Pa, encuentre el desplazamiento del pistón.

RESPUESTA 9.90×10^{-2} m

Los **Comentarios** después de cada solución resaltan algunos de los conceptos subyacentes y la metodología empleada para llegar a una solución correcta. Además, con frecuencia se hacen comentarios para poner el problema en un contexto mayor del mundo real.

Pregunta cada ejemplo resuelto presenta una pregunta conceptual que fomenta la comprensión del estudiante de los conceptos subyacentes contenidos en el ejemplo.

Ejercicio/respuesta a cada pregunta le sigue inmediatamente un ejercicio con una respuesta. Estos ejercicios permiten que los estudiantes refuercen su comprensión al solucionar un problema similar o relacionado, y las respuestas les proporcionan una retroalimentación instantánea. Como opción para el docente, los ejercicios también se pueden asignar como tarea. Los estudiantes que solucionan de manera regular estos ejercicios encuentran que los problemas de final de capítulo son menos intimidantes.

ENHANCED WebAssign

Muchos ejemplos resueltos también están disponibles para que se asignen en el sistema de administración de tareas Enhanced WebAssign (visite **www.cengage.com/physics/serway** para más detalles).

vez que tenga éxito en ese ejercicio, el estudiante puede cubrir las dos columnas de la solución e intentar resolver el problema empleando solo el enunciado de la estrategia y por último solo el enunciado del problema. En la página siguiente se ilustra un ejemplo resuelto con una explicación de cada una de las partes principales del ejemplo.

Integración con Enhanced WebAssign La estrecha integración del libro con el contenido en Enhanced WebAssign facilita un entorno de aprendizaje en línea que ayuda a los estudiantes a mejorar sus habilidades para solucionar problemas y les proporciona una variedad de herramientas para adaptarse a sus estilos individuales de aprendizaje. Se utilizó una gran cantidad de datos de usuarios reunidos por WebAssign para asegurar que los problemas asignados con más frecuencia se retuvieran para esta nueva edición. En cada conjunto de problemas de cada capítulo, la cuartilla superior de problemas que se asignan en WebAssign tiene números sombreados en color azul claro (cian) para su fácil identificación, lo que permite a los maestros encontrar de manera fácil y rápida los problemas más populares que se asignaron en Enhanced WebAssign. Los tutoriales Master It ayudan a los estudiantes a resolver problemas al promover que trabajen siguiendo una solución por pasos. Los problemas con tutoriales Master It se indican en cada conjunto de problemas de cada capítulo con un ícono M. Además, los vídeos de solución Watch It (indicados por un ícono W) explican estrategias fundamentales de solución de problemas para ayudar a los estudiantes a seguir la secuencia de problemas seleccionados. Los problemas que se asignan con más frecuencia en Enhanced WebAssign (sombreados con color azul) tienen retroalimentación para abordar las confusiones de los estudiantes, ayudándolos a evitar cometer errores comunes.

Ilustraciones Cada ilustración en la décima edición está en un estilo moderno que ayuda a expresar los principios físicos en acción de una manera más clara y más precisa. Cada ilustración también está dibujada para asegurar que las situaciones físicas presentadas correspondan exactamente al análisis del libro en cuestión.

Se incluyen *designaciones guía* en muchas figuras en el libro; estas destacan rasgos importantes de la figura y guían al estudiante a través de las figuras sin tener que pasar de la leyenda a la figura en sí. Este formato también ayuda a los estudiantes que aprenden visualmente. Un ejemplo de este tipo de figura siguiente.

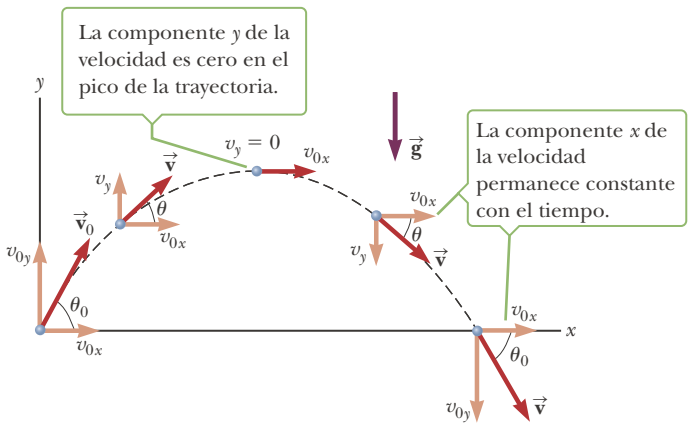


Figura 3.14
Trayectoria parabólica de una partícula que sale del origen con una velocidad de $\vec{\mathbf{v}}_0$. Observe que $\vec{\mathbf{v}}$ cambia con el tiempo. Sin embargo, la componente x de la velocidad, v_x, permanece constante con el tiempo, igual a su velocidad inicial, v_{0x}. Además, $v_y = 0$ en el pico de la trayectoria, pero la aceleración siempre es igual a la aceleración en caída libre y actúa verticalmente hacia abajo.

Ejercicios de preparación Como se explicó antes, estos nuevos ejercicios (se incluyen más de 320 en todo el libro) se inspiraron en una de las experiencias en clase del autor (Vuille). Repasan conceptos matemáticos y físicos que son prerrequisitos para un conjunto de problemas de un capítulo dado. Al resolver los ejercicios de preparación primero, a los estudiantes se les facilitará acostumbrarse a los nuevos conceptos de un capítulo antes de abordar problemas más difíciles. Las respuestas para los ejercicios de preparación con número impar se incluyen en la sección de respuestas al final del libro.

Preguntas conceptuales Al final de cada capítulo se encuentra aproximadamente una docena de preguntas conceptuales. Los ejemplos de Aplicación de la física presentados en el libro sirven como modelos para los estudiantes cuando se asignan preguntas conceptuales y muestran cómo se pueden aplicar los conceptos para comprender el mundo físico. Proporcionan al estudiante un medio para autoevaluar los conceptos presentados en el capítulo. Algunas son apropiadas para iniciar debates en clase. Las respuestas para las preguntas conceptuales con número impar se incluyen en la sección de respuestas al final del libro.

Problemas Todas las preguntas y los problemas de esta edición se revisaron cuidadosamente para mejorar su variedad, interés y valor pedagógico, manteniendo su claridad y calidad. Al final de cada capítulo se incluye un conjunto amplio de problemas (en total, más de 2 000 en la décima edición). Las respuestas para los problemas con número impar se proporcionan al final del libro. Por conveniencia tanto del estudiante como del maestro, casi dos tercios de los problemas están enfocados en secciones específicas del capítulo. Los problemas restantes, llamados "Problemas adicionales" no están enfocados en secciones específicas. Los tres niveles de problemas están graduados de acuerdo con su dificultad. Los problemas sencillos están numerados en color **negro**, los problemas intermedios están numerados en color **azul** y los problemas más desafiantes están numerados en color **rojo**. El icono BIO identifica problemas que abordan aplicaciones de ciencias de la vida y la medicina.

Hay otros tres tipos de problemas que consideramos que los docentes y los estudiantes encontrarán interesantes conforme avancen a través del libro.

- S Los **problemas simbólicos** requieren que el estudiante obtenga una respuesta en términos de símbolos. En general, en el enunciado del problema se incorpora alguna guía. El objetivo es capacitar mejor al estudiante para abordar las matemáticas a un nivel apropiado para este curso. La mayoría de los estudiantes en este nivel no se sienten cómodos con las ecuaciones simbólicas, lo que es desafortunado dado que estas son el medio más eficiente para presentar las relaciones entre los conceptos físicos. Una vez que los estudiantes comprenden los conceptos físicos su habilidad para resolver problemas mejora en gran medida. Sin embargo, tan pronto como los números se sustituyen en una ecuación, todos los conceptos y sus relaciones mutuas se pierden al conjuntarse en la calculadora del estudiante. Los problemas simbólicos entrenan al alumno para posponer la sustitución de valores, lo que facilita su habilidad para pensar de manera conceptual utilizando las ecuaciones. Un ejemplo de un problema simbólico es el siguiente.

> 14. S Un objeto de masa m se deja caer desde el techo de un edificio de altura h. Mientras el objeto cae, un viento que sopla paralelo a la fachada del edificio ejerce una fuerza horizontal constante F sobre el objeto. a) ¿Cuánto tiempo le toma al objeto chocar con el suelo? Exprese el tiempo t en términos de g y h. b) Encuentre una expresión en términos de m y F para la aceleración a_x del objeto en la dirección horizontal (tomada como la dirección x positiva). c) ¿Qué tan lejos se desplaza el objeto de forma horizontal antes de chocar con el suelo? Responda en términos de m, g, F y h. d) Encuentre la magnitud de la aceleración del objeto mientras cae, usando las variables F, m y g.

- Q|C Los **problemas cuantitativos/conceptuales** alientan al estudiante a pensar de manera conceptual acerca de un problema físico en vez de basarse solo en habilidades computacionales. La investigación en la educación en física sugiere que los problemas estándar de física que requieren cálculos quizá no sean completamente adecuados para capacitar a los estudiantes a pensar de forma conceptual. Los estudiantes aprenden a sustituir números por símbolos en las ecuaciones, sin comprender por completo lo que están haciendo o qué significan los símbolos. Los problemas cuantitativos/conceptuales combaten esta tendencia

al pedir respuestas que requieren algo más que un cálculo. Un ejemplo de un problema cuantitativo/conceptual es el siguiente:

5. Q|C Partiendo del reposo, un bloque de 5.00 kg se desliza 2.50 m por un plano inclinado rugoso a 30°. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano es $\mu_k = 0.436$. Determine a) el trabajo realizado por la fuerza de gravedad, b) el trabajo realizado por la fuerza de fricción entre el bloque y el plano y c) el trabajo realizado por la fuerza normal. d) Cuantitativamente, ¿cómo cambiarían las respuestas si se utilizara una rampa más corta a un ángulo más agudo para salvar la misma altura vertical?

- GP Los **problemas guiados** ayudan a los estudiantes a dividir los problemas en etapas. Un problema de física por lo general pide una cantidad física en un contexto dado. Sin embargo, con frecuencia se deben utilizar varios conceptos y para obtener esa respuesta final se requiere realizar una variedad de cálculos. Muchos estudiantes no están acostumbrados a este nivel de complejidad y a menudo no saben dónde empezar. Un problema guiado divide un problema en etapas menores, lo que permite que los estudiantes comprendan todos los conceptos y estrategias requeridas para llegar a una solución correcta. A diferencia de los problemas estándar en física, la guía a menudo está incorporada en el enunciado del problema. Por ejemplo, el problema podría decir "encuentre la rapidez utilizando conservación de la energía" en vez de solo pedir la rapidez. En cualquier capítulo dado es común que haya dos o tres tipos de problema que están situados en particular para esta forma de problema. El problema debe tener un cierto nivel de complejidad, con una estrategia similar para resolver problemas comprendida cada vez que aparezca. Los problemas guiados son reminiscentes de cómo podría interactuar un estudiante con un maestro en una visita para asesoría. Estos problemas ayudan a capacitar a los estudiantes a dividir problemas complejos en una serie de problemas más simples, lo que es una habilidad esencial para resolver problemas. Un ejemplo de un problema guiado es el siguiente:

32. GP Dos bloques de masas m_1 y m_2 ($m_1 > m_2$) se encuentran sobre una mesa sin fricción, haciendo contacto. Una fuerza horizontal de magnitud F se aplica al bloque de masa m_1 en la figura P4.32. a) Si P es la magnitud de la fuerza de contacto entre los bloques, dibuje los diagramas de cuerpo libre para cada bloque. b) ¿Cuál es la fuerza neta sobre el sistema que consiste en los dos bloques?

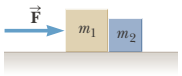


Figura P4.32

c) ¿Cuál es la fuerza neta que actúa sobre m_1? d) ¿Cuál es la fuerza neta que actúa sobre m_2? e) Escriba las componentes x de la segunda ley de Newton para cada bloque. f) Resuelva el sistema resultante de dos ecuaciones con dos incógnitas, expresando la aceleración a y la fuerza de contacto P en términos de las masas y la fuerza. g) ¿Cómo cambiarían las respuestas si la fuerza se hubiera aplicado a m_2? (*Sugerencia:* utilice simetría; ¡no calcule!) ¿La fuerza de contacto es mayor, menor o la misma en este caso? ¿Por qué?

Cuestionarios rápidos Todos los Cuestionarios rápidos (consulte el ejemplo siguiente) se presentan en un formato objetivo, que incluye preguntas de opción múltiple, cierto o falso, relacionar y ordenar. Los cuestionarios rápidos proporcionan oportunidades a los estudiantes para poner a prueba su comprensión de los conceptos físicos presentados. Las preguntas requieren que los estudiantes tomen decisiones con base en un razonamiento lógico y algunos se han escrito para ayudarlos a superar interpretaciones erradas comunes. Las respuestas para todas las preguntas de los cuestionarios rápidos se encuentran al final del libro y las respuestas con explicaciones detalladas se proporcionan en el *Instructor's Solutions Manual* **(Disponible solo para la versión en inglés y se vende por separado)**. Muchos maestros eligen utilizar las preguntas de los cuestionarios rápidos en un estilo de enseñanza interactiva de "instrucción entre pares".

Cuestionario rápido

4.4 Un automóvil deportivo pequeño choca de frente con un camión masivo. La fuerza de impacto mayor (en magnitud) actúa sobre a) el automóvil, b) el camión, c) ninguno, la fuerza es la misma sobre los dos. ¿Cuál vehículo experimenta la aceleración con mayor magnitud? d) el automóvil, e) el camión, f) las aceleraciones son iguales.

Estrategias para resolver problemas Al final del capítulo 1 se presenta una estrategia general para resolver problemas que debe seguir el estudiante. Esta estrategia proporciona a los estudiantes un proceso estructurado para resolver problemas. En la mayoría de los capítulos, se incluyen estrategias más específicas y sugerencias (consulte el ejemplo siguiente) para resolver los tipos de problemas presentados tanto en los ejemplos resueltos como en los problemas de final de capítulo. Esto ayuda a que los estudiantes identifiquen los pasos esenciales al resolver problemas e incrementa sus habilidades como solucionadores de problemas.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Segunda ley de Newton

Los problemas que comprenden la segunda ley de Newton pueden ser complejos. El protocolo siguiente divide el proceso de resolución en objetivos intermedios más pequeños.

1. **Lea** el problema cuidadosamente al menos una vez.
2. **Dibuje** un esquema del sistema, identifique el objeto de interés primario e indique las fuerzas con flechas.
3. **Designe** cada fuerza en el esquema de una forma que le recuerde qué cantidad física representa la designación (por ejemplo, T para tensión).
4. **Dibuje** un diagrama de cuerpo libre del objeto de interés, con base en el esquema con designaciones. Si se incluyen objetos adicionales, dibuje diagramas de cuerpo libre separados para ellos. Elija las coordenadas convenientes para cada objeto.
5. **Aplique la segunda ley de Newton.** Las componentes x y y de la segunda ley de Newton se deben tomar de la ecuación vectorial y escribir de manera individual. Esto por lo general resulta en dos ecuaciones y dos incógnitas.
6. **Despeje** la cantidad desconocida que se quiere calcular y sustituya los números.

Aplicaciones biomédicas Para estudiantes de biología y para quienes quieran ingresar a una facultad de medicina, los íconos BIO indican varias aplicaciones prácticas e interesantes de los principios físicos para biología y medicina.

Aplicación de la física Las características de esta sección proporcionan a los estudiantes un medio adicional para repasar conceptos presentados en los capítulos. Algunos ejemplos demuestran la conexión entre los conceptos presentados con otras disciplinas científicas. Estos ejemplos también sirven como modelos para los estudiantes cuando se les asigna la tarea de responder a las preguntas conceptuales presentadas al final de cada capítulo. Algunos ejemplos de los recuadros de esta sección son Aplicación de la física 9.5 (Plomería doméstica) en la página 313 y Aplicación de la física 13.1 (Medidas atmósfericas de los campos eléctricos) en la página 460.

Sugerencias Colocadas en los márgenes del texto, las sugerencias abordan interpretaciones equivocadas y errores conceptuales comunes del estudiante debido a los cuales con frecuencia siguen rutas no productivas (consulte el ejemplo a la derecha). En esta edición se presentan más de 95 sugerencias para ayudar a los estudiantes a evitar cometer errores comunes y hacer malas interpretaciones.

Sugerencia 4.3 La segunda ley de Newton es una ecuación *vectorial*

Al aplicar la segunda ley de Newton, sume todas las fuerzas sobre el objeto como vectores y luego encuentre la aceleración vectorial resultante dividiendo entre m. No determine las magnitudes individuales de las fuerzas ni las sume como escalares.

Notas al margen Los comentarios y las notas que aparecen al margen (consulte el ejemplo a la derecha) se pueden utilizar para ubicar enunciados, ecuaciones y conceptos importantes en el texto.

◀ Tercera ley de Newton

Aplicaciones Aunque la física es relevante en gran parte de nuestras vidas modernas, quizá no sea obvio para los estudiantes en un curso introductorio. Las notas al margen sobre alguna aplicación (consulte el ejemplo a la derecha) hacen que

BIO **APLICACIÓN**

Dieta contra ejercicio en programas de pérdida de peso

la relevancia de la física en la vida cotidiana sea más obvia al destacar nuestras aplicaciones específicas en el texto. Algunas de estas aplicaciones conciernen a las ciencias de la vida y están marcadas con un icono BIO. Una lista de las aplicaciones aparece después de este prefacio..

Estilo Para facilitar su rápida comprensión hemos intentado escribir el libro en un estilo claro, lógico, relajado y estimulador. El estilo de escritura un tanto informal está diseñado para hacer una mejor conexión con los estudiantes y realzar su placer de la lectura. Los términos nuevos se definen con cuidado y hemos tratado de evitar el uso de lenguaje especializado.

Introducciones Todos los capítulos comienzan con una vista previa breve que incluye una explicación de los objetivos y del contenido del capítulo.

Unidades En todo el libro se utiliza el sistema internacional de unidades (SI). El sistema inglés se utiliza poco en los capítulos sobre mecánica y termodinámica.

Uso pedagógico del color Los lectores deben consultar la asignación pedagógica del color (en la primera de forros) para conocer una lista de los símbolos codificados con color utilizados en los diagramas del texto. Este sistema se sigue de manera consistente en todo el libro.

Enunciados y ecuaciones importantes La mayoría de los enunciados y de las definiciones importantes están impresas en **negritas** o se destacan con una pantalla de fondo para dar mayor énfasis y facilitar su repaso. De manera similar, las ecuaciones importantes se resaltan con un fondo color gris para facilitar su ubicación.

Ilustraciones y tablas La legibilidad y efectividad del material del texto, de los ejemplos resueltos y de las preguntas conceptuales así como de los problemas de final de capítulo se realzan por la gran cantidad de figuras, diagramas, fotografías y tablas. El color agrega claridad a trabajo artístico y hace que las ilustraciones sean tan realistas como es posible. Los efectos tridimensionales se representan empleando áreas sombreadas e iluminadas donde es apropiado. Los vectores están codificados con color y las curvas en las gráficas están trazadas a color. Las fotografías a color se seleccionaron cuidadosamente y sus leyendas respectivas se escribieron para que fueran una herramienta instructiva adicional. En la primera de forros se encuentra una descripción completa del uso pedagógico del color.

Resumen El resumen de final de capítulo está organizado por un encabezado de sección individual para una fácil referencia. En la mayoría de los resúmenes también se presentan figuras clave del capítulo.

Cifras significativas Las cifras significativas tanto en los ejemplos resueltos como en los problemas de final de capítulo se han manejado con cuidado. La mayoría de los ejemplos y problemas numéricos están resueltos con dos o tres cifras significativas, dependiendo de la precisión de los datos proporcionados. Los resultados intermedios presentados en los ejemplos están redondeados con el número de cifras significativas apropiado y solo esos dígitos se mantienen posteriormente.

Apéndices y páginas de forros Al final del libro se proporcionan los apéndices. La mayor parte del material de los apéndices (Apéndice A) representa un repaso de conceptos y técnicas matemáticas empleadas en el libro como notación científica, álgebra, geometría y trigonometría. La referencia a estos apéndices se hace según se requiere en todo el libro. La mayoría de las secciones de repaso de matemáticas incluye ejemplos resueltos y ejercicios con respuestas. Además del repaso de matemáticas, algunos apéndices contienen tablas útiles que complementan la información textual. Para tener una fácil referencia, las primeras de forros contie-

nen una gráfica que explica cómo utilizar el color en todo el libro y una lista de los factores de conversión de uso frecuente.

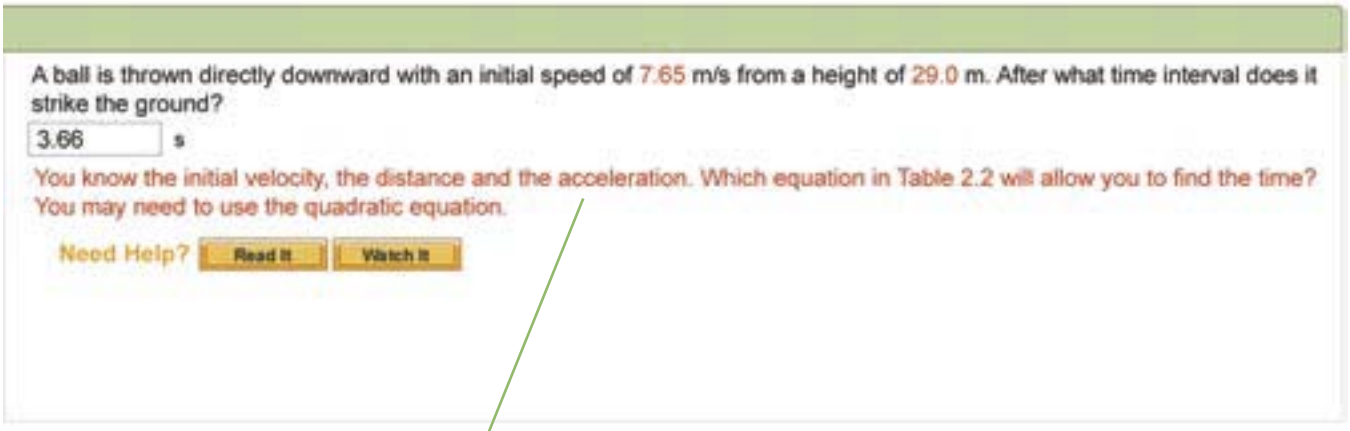
Soluciones del curso que se ajustan a sus objetivos de enseñanza y a las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes

Avances recientes en la tecnología de la educación han hecho que los sistemas de administración de tareas y que los sistemas de respuesta de la audiencia sean herramientas muy poderosas y asequibles para mejorar la forma en que imparte el curso. Ya sea que presente un curso basado en el texto de forma tradicional o que esté interesado en utilizar o que actualmente utilice un sistema de administración de tareas en línea como Enhanced WebAssign o que esté dispuesto a convertir su clase en un entorno de aprendizaje interactivo con JoinIn™, puede confiar que el contenido probado del texto proporciona la base para todos y cada uno de los componentes de nuestra tecnología y del paquete adicional.

Sistemas de administración de tareas (disponible en inglés y se vende por separado)

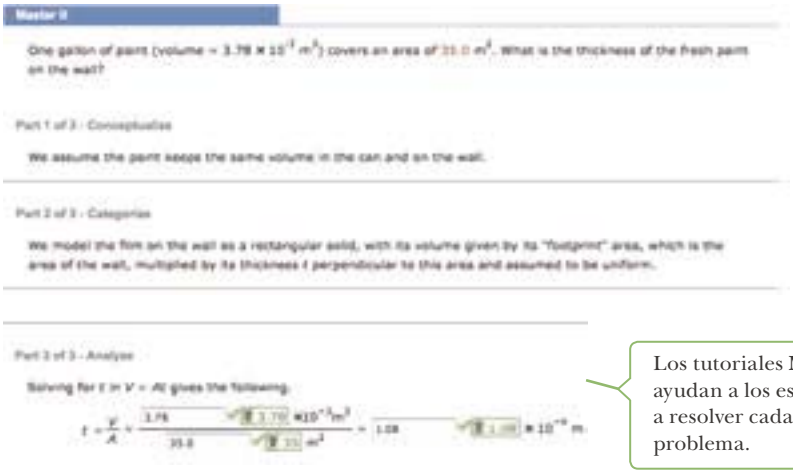
Enhanced WebAssign para *Fundamentos de física*, décima edición. Exclusiva de Cengage Learning, Enhanced WebAssign ofrece un programa amplio en línea de física para fomentar la práctica que es tan importante para dominar los conceptos. La pedagogía y los ejercicios creados meticulosamente en nuestros textos acreditados se vuelven aún más efectivos en Enhanced WebAssign. Enhanced WebAssign incluye el Cengage YouBook, un eBook interactivo muy personalizable. WebAssign incluye:

- **Todos los problemas cuantitativos de final del capítulo, ahora incluyen soluciones paso a paso, que corresponden a las versiones de las preguntas asignadas a cada estudiante.**
- **Problemas seleccionados realzados con retroalimentación enfocada.** Un ejemplo de retroalimentación enfocada es el siguiente:



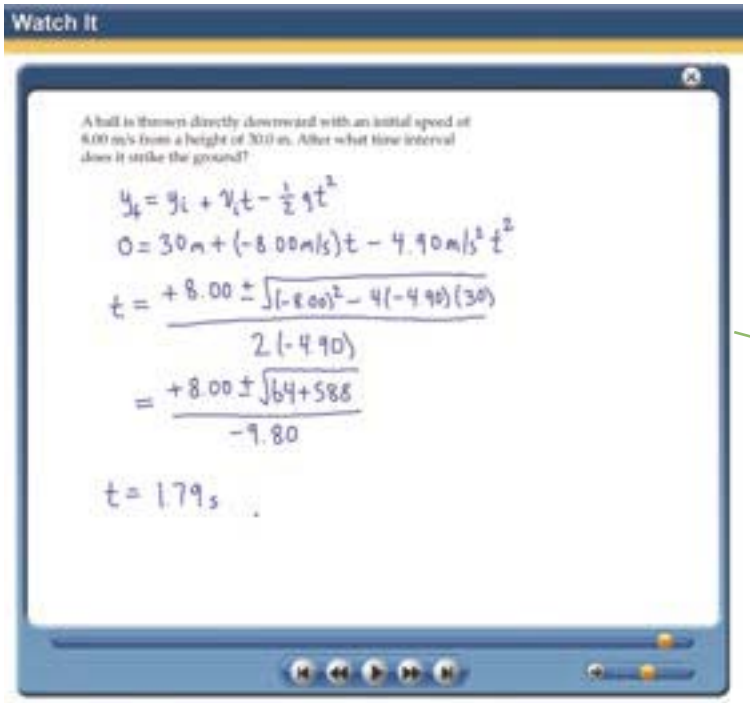
Los problemas seleccionados incluyen retroalimentación para considerar los errores comunes que cometen los estudiantes. Esta retroalimentación la desarrollaron profesores con años de experiencia en las aulas.

- **Tutoriales Master It** (indicados en el texto con un icono M), ayudan a los estudiantes a solucionar el problema un paso a la vez. Un ejemplo del tutorial Master It es el siguiente:



Los tutoriales **Master It** ayudan a los estudiantes a resolver cada paso del problema.

- **Videos de solución Watch It** (indicados en el texto por un icono W) que explican estrategias fundamentales para resolver problemas, para ayudar a los estudiantes a seguir la secuencia del problema. Además, los profesores pueden elegir incluir sugerencias en video de estrategias para resolver problemas. Una captura de imagen en pantalla de un video de solución Watch It es el siguiente:



Los videos de solución **Watch It** ayudan a los estudiantes a visualizar los pasos necesarios para resolver un problema.

- **Verificaciones de conceptos**
- **Simulaciones PhET**
- **La mayoría de los ejemplos resueltos,** realzados con sugerencias y retroalimentación, para ayudar a reforzar las habilidades para resolver problemas de los estudiantes.

- **Cada cuestionario rápido,** proporciona a los estudiantes una gran oportunidad para probar su comprensión conceptual.
- **Plan de estudio personalizado.** El plan de estudio personalizado en Enhanced WebAssign proporciona evaluaciones de capítulo y sección que muestran a los estudiantes qué material clave conocen y qué áreas requieren más trabajo. Para los puntos que responden de manera incorrecta, los estudiantes pueden hacer clic en enlaces a recursos de estudio relacionados como videos, tutoriales o materiales de lectura. Indicadores del progreso codificados con color les permite ver qué tan bien les está yendo en temas diferentes. Usted decide qué capítulos y secciones incluir y si debe incorporar el plan como una parte de la calificación final o como una guía de estudio sin considerar su evaluación.
- **El Cengage YouBook**. WebAssign tiene un libro electrónico personalizable e interactivo, el Cengage YouBook, que le permite adaptar el texto para que se ajuste a su clase y que se conecte con sus estudiantes. Usted puede eliminar y reacomodar capítulos en la tabla de contenido y ajustar lecturas asignadas que igualen exactamente su programa de estudios. Herramientas poderosas de edición le permiten cambiar tanto como quiera, o dejarlo justo como está. Puede resaltar pasajes clave o agregar notas adhesivas y marcadores con sus estudiantes, o mantenerlos personales. También puede editar el contenido narrativo en el libro agregando un recuadro con texto o tachando texto. Con una herramienta de enlace a la mano, puede colocar un icono en cualquier punto en el libro electrónico que le permite enlazar sus propias notas de clase, resúmenes de audio, clases en video u otros archivos en un sitio en la red personal o en cualquier parte de la red. Un artilugio simple para YouTube le permite encontrar e insertar con facilidad videos de YouTube directamente en las páginas del libro electrónico. El Cengage YouBook ayuda a los estudiantes a ir más allá de solo leer el libro. Los estudiantes también pueden realzar párrafos y agregar sus propias notas o marcadores. Las animaciones funcionan en la misma página en el punto de aprendizaje tal que no son obstáculos para la lectura sino mejoras verdaderas. Visite www.webassign.net/brookscole para ver una demostración interactiva de Enhanced WebAssign.
- Ofrecida exclusivamente en WebAssign, **Quick Prep** para física es un remedio matemático en álgebra y trigonometría dentro del contexto de aplicaciones y principios de física. Quick Prep ayuda a los estudiantes a progresar utilizando narrativas ilustradas de principio a fin con ejemplos en video. Los problemas del tutorial Master It permiten que los estudiantes evalúen y afinen su comprensión del tema. Los problemas de práctica que se incluyen con cada tutorial permiten que tanto el estudiante como el maestro prueben la comprensión del tema del estudiante.

Quick Prep incluye los puntos sobresalientes siguientes:

- 67 tutoriales interactivos
- 67 problemas de práctica adicionales
- Un repaso minucioso de cada tema, incluyendo ejemplos en video
- También se puede tomar antes de que comience el semestre o durante las primeras semanas del curso
- También se puede asignar junto con cada capítulo como remedio "justo a tiempo"

Los temas incluyen unidades, notación científica y cifras significativas; el movimiento de objetos a lo largo de una recta; funciones, aproximación y trazo de gráficas, probabilidad y error; vectores, desplazamiento, y velocidad; esferas; y fuerza y proyecciones vectoriales.

MindTap™: La experiencia de aprendizaje personal (Disponible en inglés y se vende por separado)

MindTap para *Fundamentos de física* es una plataforma de aprendizaje digital completamente en línea de contenido bien documentado del libro, tareas de WebAssign, y servicios que conecta a sus estudiantes con interactividad al tiempo que ofrece opciones en la configuración del trabajo de clase y realce del plan de estudios por medio de aplicaciones en la Web conocidas como MindApps. MindApps varían de WebAssign, ReadSpeaker (que lee el texto para los estudiantes), a Kaltura (que le permite insertar videos y audio en línea en su plan de estudios), a ConnectYard (que le permite crear "yardas" digitales a través de redes sociales, todo eso sin "hacer amistad" con sus estudiantes), MindTap está más allá de un libro electrónico, de una solución de tareas o de un complemento digital, de un sitio en la Web del centro de recursos, de una plataforma de entrega del curso o de un sistema de administración del aprendizaje. Es el primero en una nueva categoría, la Experiencia de Aprendizaje Personal.

CengageBrain.com

En **CengageBrain.com** los estudiantes podrán ahorrar hasta 60% en sus materiales del curso (en inglés) a través de nuestra gama completa de opciones. Los estudiantes tendrán la opción de rentar sus libros o comprar libros impresos, libros electrónicos o capítulos electrónicos individuales y libros de audio todo con ahorros sustanciales sobre los precios promedio de venta. **CengageBrain.com** también incluye acceso a la amplia de tareas y herramientas de estudio de Cengage Learning y cuenta con una selección de contenido gratuito.

Recursos de presentación de la clase (disponible solo para la versión en inglés y se vende por separado)

Sitio complemento del instructor para *Fundamentos de física*, décima edición. ¡Dar vida a los principios y conceptos en sus clases nunca ha sido más fácil! El Sitio Complemento del Instructor proporciona todo lo que necesita para *Fundamentos de física*, décima edición. El contenido clave incluye el *Instructor's Solutions Manual*, material gráfico e imágenes del texto, conferencias anticipadas específicas por capítulo en PowerPoint, Cengage Learning Testing Powered por Cognero con preguntas de examen precargadas, "compaginadores" de respuesta del sistema en JoinIn, animaciones en Active Figures, una biblioteca de películas sobre física, y más.

Cengage Learning Testing Powered by Cognero es un sistema en línea flexible que le permite escribir, editar y administrar el contenido del banco de exámenes, crear múltiples versiones de exámenes en un instante y suministrar exámenes de su LMS, su aula o desde donde usted quiera. No se requieren instalaciones o descargas especiales, usted puede crear exámenes desde cualquier parte con acceso a internet. Cognero simplifica cada paso, con una interfaz inspirada en un escritorio, un generador de exámenes con todas las características y una compatibilidad con otras plataformas.

JoinIn. Preguntas de *Evaluación para aprender en el aula* desarrolladas en la University of Massachusetts Amherst. Este conjunto de 250 preguntas conceptuales avanzadas se ha probado en el aula durante más de diez años y lleva el aprendizaje de pares a un nuevo nivel. JoinIn le ayuda a convertir sus conferencias en un entorno de aprendizaje interactivo que promueve la comprensión conceptual. Disponible exclusivamente para la educación superior de nuestra asociación con Turning Technologies, ¡JoinIn es la manera más fácil de convertir su salón de conferencias en una experiencia completamente interactiva para sus estudiantes!

Recursos de evaluación y preparación del curso

Una variedad de recursos presentados a continuación le ayudarán con los procesos de evaluación y preparación.

Instructor's Solutions Manual **(Disponible solo para la versión en inglés y se vende por separado).** Este manual contiene soluciones completas para todos los ejercicios de calentamiento de final de capítulo, preguntas conceptuales y problemas en el texto, y respuestas completas con explicaciones para los cuestionarios rápidos. Los archivos electrónicos del *Instructor's Solutions Manual* están disponibles en el sitio del Instructor's Companion.

Test Bank **(Disponible solo para la versión en inglés y se vende por separado).** Por Ed Oberhofer (University of North Carolina en Charlotte y Lake-Sumter Community College). El banco de exámenes está disponible en el sitio del Instructor Companion. El banco de exámenes es de dos volúmenes y contiene aproximadamente 1 750 preguntas de elección múltiple. Los maestros pueden imprimir y duplicar páginas para distribuirlas con los estudiantes. El banco de exámenes está disponible en el generador de exámenes de Cognero o en versiones en PDF, Word, WebCT o Blackboard en el sitio complemento del instructor en www.CengageBrain.com.

Materiales de apoyo para el instructor

Los materiales de apoyo para el instructor están disponibles para practicantes calificados. Consulte su representante local de Cengage Learning para más detalles.

Recursos del estudiante (disponible para la versión en inglés y se venden por separado)

Visite el sitio de *College Physics* en www.CengageBrain.com para consultar muestras de complementos seleccionados para el estudiante. También visite **CengageBrain.com** para comprar y acceder a este producto en la tienda en línea de Cengage Learning de su preferencia.

CENGAGE brain .com
buy. rent. access.

Students Solutions Manual and Study Guide Ahora presentado en dos volúmenes, el *Student Solutions Manual and Study Guide* contiene soluciones detalladas de aproximadamente 12 problemas por capítulo. Los números en recuadro identifican estos problemas en el libro para los cuales se encuentran soluciones completas en el manual. El manual también contiene una sección de habilidades, notas importantes de secciones clave del texto y una lista de ecuaciones y conceptos importantes.

Physics Laboratory Manual**, décima edición** por David Loyd (Angelo State University) complementa el aprendizaje de los principios físicos básicos al tiempo que introduce procedimientos y equipamiento de laboratorio. Cada capítulo incluye una tarea previa a la correspondiente a la de laboratorio, objetivos y una lista de equipamiento, la teoría detrás del experimento, procedimientos experimentales, ejercicios de gráficas, y preguntas. Una forma de reporte de laboratorio se incluye en cada experimento tal que el estudiante puede registrar datos, cálculos y resultados experimentales. Se alienta que los estudiantes apliquen un análisis estadístico a sus datos. Un *Instructor's Manual* completo también está disponible para facilitar el uso de este manual de laboratorio.

Physics Laboratory EXperiments**, séptima edición** por Jerry D. Wilson (Lander College) y Cecilia A. Hernández (American River College). Este manual líder en ventas para el curso de primer año de física ofrece una gran variedad de experimentos probados en clase diseñados específicamente para utilizarlos en programas de laboratorio de tamaño pequeño a medio. Una serie de experimentos integrados enfatiza el uso de instrumentación computarizada e incluye un conjunto de "experimentos asistidos por computadora" para permitir que los estudiantes y maestros adquieran experiencia con equipo moderno. Esta opción también permite que los maestros determinen el equilibrio apropiado entre experimentos tradicionales y basados en computadora para sus clases. Al analizar datos mediante dos métodos diferentes, los estudiantes adquieren una mayor comprensión de los conceptos detrás de los

experimentos. La décima edición está actualizada con la última información y técnicas que comprenden equipo de avanzada y una nueva característica de Guided Learning aborda el creciente interés en pedagogía de averiguación guiada. También están disponibles catorce experimentos adicionales por medio de una impresión personalizada.

Reconocimientos

Al preparar la décima edición de este libro, nos hemos guiado por la experiencia de muchas personas quienes revisaron el manuscrito o proporcionaron sugerencias. Antes de nuestro trabajo en esta revisión, realizamos una encuesta con más de 250 maestros quienes enseñan la clase; su retroalimentación colectiva ayudó a conformar esta revisión por lo que les estamos agradecidos. También deseamos reconocer a los revisores siguientes de ediciones recientes y expresar nuestro sincero aprecio por sus sugerencias útiles, crítica y ánimo.

Gary B. Adams, *Arizona State University*; Ricardo Alarcon, *Arizona State University*; Natalie Batalha, *San Jose State University*; Gary Blanpied, *University of South Carolina*; Thomas K. Bolland, *The Ohio State University*; Kevin R. Carter, *School of Science and Engineering Magnet*; Kapila Calara Castoldi, *Oakland University*; David Cinabro, *Wayne State University*; Andrew Cornelius, *University of Nevada-Las Vegas*; Yesim Darici, *Florida International University*; N. John DiNardo, *Drexel University*; Steve Ellis, *University of Kentucky*; Hasan Fakhruddin, *Ball State University/The Indiana Academy*; Emily Flynn; Lewis Ford, *Texas A & M University*; Gardner Friedlander, *University School of Milwaukee*; Dolores Gende, *Parish Episcopal School*; Mark Giroux, *East Tennessee State University*; James R. Goff, *Pima Community College*; Yadin Y. Goldschmidt, *University of Pittsburgh*; Torgny Gustafsson, *Rutgers University*; Steve Hagen, *University of Florida*; Raymond Hall, *California State University-Fresno*; Patrick Hamill, *San Jose State University*; Joel Handley; Grant W. Hart, *Brigham Young University*; James E. Heath, *Austin Community College*; Grady Hendricks, *Blinn College*; Rhett Herman, *Radford University*; Aleksey Holloway, *University of Nebraska at Omaha*; Joey Huston, *Michigan State University*; Mark James, *Northern Arizona University*; Randall Jones, *Loyola College Maryland*; Teruki Kamon, *Texas A & M University*; Joseph Keane, *St. Thomas Aquinas College*; Dorina Kosztin, *University of Missouri-Columbia*; Martha Lietz, *Niles West High School*; Edwin Lo; Rafael Lopez-Mobilia, *University of Texas at San Antonio*; Mark Lucas, *Ohio University*; Mark E. Mattson, *James Madison University*; Sylvio May, *North Dakota State University*; John A. Milsom, *University of Arizona*; Monty Mola, *Humboldt State University*; Charles W. Myles, *Texas Tech University*; Ed Oberhofer, *Lake Sumter Community College*; Chris Pearson, *University of Michigan-Flint*; Alexey A. Petrov, *Wayne State University*; J. Patrick Polley, *Beloit College*; Scott Pratt, *Michigan State University*; M. Anthony Reynolds, *Embry-Riddle Aeronautical University*; Dubravka Rupnik, *Louisiana State University*; Scott Saltman, *Phillips Exeter Academy*; Surajit Sen, *State University of New York at Buffalo*; Bartlett M. Sheinberg, *Houston Community College*; Marillin L. Simon, *Auburn University*; Matthew Sirocky; Gay Stewart, *University of Arkansas*; George Strobel, *University of Georgia*; Eugene Surdutovich, *Oakland University*; Marshall Thomsen, *Eastern Michigan University*; James Wanliss, *Presbyterian College*; Michael Willis, *Glen Burnie High School*; David P. Young, *Louisiana State University*.

La precisión de la décima edición de *Fundamentos de física* fue revisada cuidadosamente por Mark L. Giroux, *East Tennessee University*; Grant W. Hart, *Brigham Young University*; Mark James, *Northern Arizona University*; Randall Jones, *Loyola University Maryland*; Ed Oberhofer, *Lake Sumter Community College*; M. Anthony Reynolds, *Embry-Riddle Aeronautical University*; Phillip Sprunger, *Louisiana State University*; y Eugene Surdutovich, *Oakland University*. Aunque la responsabilidad de cualquier error es de nosotros, les agradecemos por su dedicación y atención.

Gerd Kortemeyer y Randall Jones contribuyeron con varios problemas de final de capítulo, en especial, los relacionados con ciencias de la vida. Edward F. Redish de la University of Maryland amablemente nos permitió listar algunos de sus problemas del Activity Based Physics Proyect.

Un agradecimiento y reconocimiento especial es para el personal profesional de Cengage Learnig, en particular, para Mary Finch, Charlie Hartford, Ed Dodd, Andrew Coppola, Alison Eigel Zade, Janet del Mundo, Nicole Molica, Cate Barr, Chris Robinson y Karolina Kiwak, por su excelente trabajo durante el desarrollo, la producción y la promoción de este libro. Reconocemos el servicio de producción especializado proporcionado por el personal en Graphic World Inc., y los esfuerzos de búsqueda de fotografías de Vignesh Sadhasivam y Abbey Stebing en PreMediaGlobal.

Por último, tenemos una gran deuda con nuestras esposas e hijos por su amor, apoyo y sacrificios continuos.

Raymond A. Serway
St. Petersburg, Florida

Chris Vuille
Daytona Beach, Florida

Aplicaciones estimulantes

Si bien la física es muy importante en nuestras vidas, puede que esto no sea obvio para los estudiantes en un curso introductorio. En esta décima edición de *Fundamentos de física*, continuamos con la presentación del diseño que iniciamos en la séptima edición. Esta presentación hace que la importancia de la física en nuestra vida cotidiana sea más obvia al destacar aplicaciones específicas en forma de notas al margen. Algunas de estas aplicaciones corresponden a las ciencias de la vida y están marcadas con el icono BIO. La lista siguiente no incluye todas las aplicaciones de los principios de la física que se encuentran en este libro. Muchas otras aplicaciones se encuentran dentro del texto y en especial en los ejemplos resueltos, en las preguntas conceptuales y en los problemas de final de capítulo.

Capítulo 3
El salto de longitud, p. 69

Capítulo 4
Cinturones de seguridad, p. 91
Vuelo de un helicóptero, p. 98
Vehículos que chocan, p. 99
Resistencia al avance del aire, p. 114

Capítulo 5
BIO Movimiento flagelar; bioluminiscencia, p. 149
Impacto de un asteroide, p. 150
BIO Carrera rápida de Shamu (potencia generada por una ballena asesina), p. 152
BIO Energía y potencia en un salto vertical, pp. 153-155
BIO Dieta *versus* ejercicio en los programas de pérdida de peso, p. 154
BIO Salida de potencia máxima de humanos durante varios periodos (tabla), p. 155

Capítulo 6
BIO Boxeo y lesiones cerebrales, pp. 172-173
BIO Lesiones a los pasajeros en choques de automóviles, p.174
BIO Conservación de la cantidad de movimiento y propulsión de un calamar, p. 177
BIO Prueba del glaucoma, p. 179
El profesor Goddard tenía razón: ¡los cohetes sí funcionan en el espacio! p. 188
Cohetes de etapas múltiples, p. 190

Capítulo 7
Sitio de lanzamiento de la ESA, p. 209
Discos fonográficos y discos compactos, p. 210
Gravedad artificial, p. 215
Carreteras peraltadas, pp. 218
¿Por qué el Sol está caliente? p. 224
Órbita geosíncrona y satélites de telecomunicaciones, p.229

Capítulo 8
BIO Ubicación del centro de gravedad de su compañero de laboratorio, pp. 248-249
BIO Un peso sobre el antebrazo, pp. 249-250
Piñones de una bicicleta, p. 254
BIO Calentando el brazo, pp. 257-258
Patinaje artístico, p. 263
Saltos mortales aéreos, p. 264
Estrellas de neutrones que rotan, p. 264

Capítulo 9
Raquetas para nieve, p. 285
El truco de la cama de clavos, p. 286
BIO Lesiones en fútbol americano, p. 291
Estructuras de arcos en edificios, p. 292
BIO Un dolor en el oído, p. 295
Elevadores hidráulicos, p. 295
Construcción de las pirámides, p. 297
BIO Descompresión y daño a los pulmones, p. 298
BIO Medición de la presión sanguínea, p. 298
Bolígrafos, p. 298
BIO Vejigas natatorias en peces, p. 301
BIO Control de la flotabilidad de un pez, p. 301
BIO Fluido cerebroespinal, p. 301
Prueba del anticongelante de su automóvil, p. 301
Verificación de la carga de una batería, p. 301
Vuelo de una pelota de golf, p. 311
"Atomizadores" en las botellas de perfume y los rociadores de pintura, p. 311
BIO Arritmia vascular y aneurismas, p. 311
Sustentación sobre las alas de las aeronaves, p. 312
Navegando contra el viento, p. 312
Plomería doméstica, p. 313
Motores de cohete, p. 313
BIO Tensión superficial en los alveólos pulmonares, p. 315
BIO Caminando sobre el agua, pp. 315-316
Detergentes y agentes impermeabilizantes, p. 317
BIO Muestras sanguíneas con tubos capilares, p. 318
BIO Acción capilar en plantas, p. 318
BIO Ley de Poiseuille y flujo sanguíneo, p. 320
BIO Una transfusión de sangre, p. 320
BIO Flujo sanguíneo turbulento, p. 321
BIO Efecto de la ósmosis en las células vivas, p. 322
BIO Función y diálisis del riñón, p. 323
BIO Separación de moléculas biológicas por medio de la centrifugación, p. 325

Capítulo 10
BIO Temperatura de la piel, pp. 341-342
Juntas de dilatación térmica, p. 343
Vidrio Pyrex©, p. 344
Tiras bimetálicas y termostatos, p. 345
Aumento en el nivel del mar, p. 347
BIO Calentamiento global e inundación de las costas, p. 347
BIO La expansión del agua al congelarse y la vida en la Tierra, p. 348
Rompimiento de tuberías de agua en invierno, p. 348
Expansión y temperatura, p. 359

Capítulo 11
BIO Quemando las calorías del desayuno, p. 369
BIO Fisiología del ejercicio, p. 369
Brisas marinas y corrientes térmicas, p. 370
BIO Pérdidas por conducción del cuerpo humano, p. 382
BIO Temperatura de una ballena gris pequeña, p. 382
Aislamiento de casas, p. 383
Construcción y aislamiento térmico, pp. 384-385
Enfriamiento de motores de automóviles, p. 386
BIO Proliferación de algas en estanques y lagos, p. 386
BIO Temperatura corporal, p. 387
Ropa de colores claros para el verano, p. 388
BIO Termografía, p. 388
BIO Termómetros de radiación para medir la temperatura corporal, p. 388
Radiación térmica y visión nocturna, p. 389
BIO Club de los Osos Polares, pp. 389-390
Estimación de temperaturas planetarias, p. 390
Termos, p. 391
BIO Calentamiento global y gases de efecto invernadero, pp. 391-393

Capítulo 12
Refrigeradores y bombas de calor, pp. 421-422
Máquinas de "movimiento perpetuo," p. 427
La dirección del tiempo, p. 430
BIO Metabolismo humano, 432-435
BIO Lucha contra la obesidad, pp. 433-434

Capítulo 13
Medidas atmosféricas de los campos eléctricos, p. 460
Pararrayos, p. 463
Seguridad vial durante las tormentas eléctricas, p. 463

Capítulo 14
Baterías de automóvil, p. 486

El precipitador electrostático, p. 493
El limpiador de aire electrostático, p. 494
Copiadoras xerográficas, p. 494
Impresoras láser, p. 494
Accesorios de flash de cámara, p. 496
Teclados de computadoras, p. 496
Confinamiento electrostático, p. 497
BIO Desfibriladores, p. 505
Localizadores de travesaños, p. 508

Capítulo 15
Oscurecimiento de los focos viejos, p. 530
Fallas de los focos, p. 535
BIO Actividad eléctrica en el corazón, pp. 538
BIO Electrocardiogramas, p. 538
BIO Marcapasos cardiaco, p. 539
BIO Cardioversores/desfibriladores implantados, p. 540

Capítulo 16
Luces en Navidad en serie, p. 551
Interruptores de circuitos, p. 556
Focos de tres vías, p. 556
Limpiaparabrisas con temporizador, p. 563
BIO Crecimiento bacterial, p. 563
Flashes de la carretera, p. 564
Fusibles e interruptores automáticos, p. 567
Tercer alambre en aparatos domésticos, p. 568
BIO Conducción de las señales eléctricas por las neuronas, p. 569

Capítulo 17
Rociar polvo sobre las huellas digitales, p. 583
BIO Bacterias magnéticas, p. 585
Etiquetado de pistas del aeropuerto, p. 585
Brújulas hacia abajo, p. 585
Operación de altavoces, p. 590
BIO Bombas electromagnéticas para corazones y riñones artificiales, p. 591
La caída de rayos, p. 591
Motores eléctricos, p. 595
Espectrómetros de masa, p. 597

Capítulo 18
Interruptores de falla a tierra, p. 629
Pastillas guitarra eléctrica, p. 629
BIO Monitores de apnea, p. 630
Catapulta espacial, p. 631
Generadores de corriente alterna, p. 634
Generadores de corriente directa, p. 635
Motores, p. 637

Capítulo 19
Productos inestables, p. 657
Diseño de un reactor nuclear, p. 659
Reactores de fusión, p. 660

Al estudiante

Como estudiante, es importante que usted comprenda cómo utilizar este libro de manera más efectiva y cómo iniciarse mejor en el aprendizaje de la física. Explorar el prefacio lo familiarizará con las diversas características disponibles, tanto en el libro como en línea. Estar al tanto de sus recursos didácticos y cómo utilizarlos es esencial. Si bien la física es desafiante, se puede dominar con un método adecuado.

Cómo estudiar

Los estudiantes con frecuencia preguntan cómo es mejor estudiar física y cómo prepararse para los exámenes. No hay una respuesta simple para esta pregunta, pero nos gustaría ofrecerle algunas sugerencias basadas en nuestras propias experiencias al aprenderla y enseñarla a través de los años.

Antes que nada, mantenga una actitud positiva hacia el tema. Igual que aprender un idioma, la física toma tiempo. Quienes le dedican al estudio *diariamente* pueden esperar comprender y tener éxito en el curso. Tenga en cuenta que la física es la base de todas las ciencias naturales. Los cursos de ciencia que siguen utilizarán los mismos principios físicos, por lo que es importante que comprenda y pueda aplicar los diversos conceptos y teorías analizadas en el libro. ¡Son relevantes!

Conceptos y principios

A menudo los estudiantes intentan hacer su tarea sin estudiar primero los conceptos básicos. Es esencial que comprendan los conceptos y principios básicos *antes* de intentar resolver los problemas asignados. Este objetivo lo puede lograr leyendo con cuidado el libro *antes* de asistir a su clase sobre el tema en cuestión. Al leer el texto, debe anotar los puntos que no estén claros para usted. Además asegúrese de tratar de responder diligentemente las preguntas en los cuestionarios rápidos conforme los encuentre en su lectura. Hemos hecho un gran esfuerzo para preparar preguntas que le ayuden a juzgar por sí mismo qué tan bien comprende el material. Ponga mucha atención a las distintas sugerencias a lo largo del texto. Le ayudarán a evitar hacer malas interpretaciones, cometer errores y confundirse, así como a maximizar la eficiencia de su tiempo al minimizar sus aventuras a lo largo de rutas infructuosas. En clase, tome notas minuciosas y haga preguntas acerca de las ideas que no le sean claras. Tenga en cuenta que pocas personas pueden absorber todo el significado del material científico después de una sola lectura. Sus clases y el trabajo de laboratorio complementan su libro de texto y deben aclarar el material difícil. Debe minimizar la memorización rutinaria de material. La memorización exitosa de párrafos del libro, ecuaciones y deducciones no necesariamente indica que comprende los principios fundamentales.

Su comprensión mejorará a través de una combinación de hábitos de estudio eficiente, discusiones con otros estudiantes y con maestros, y su habilidad para resolver los problemas presentados en el libro. Plantee preguntas cuando considere necesario aclarar algún concepto.

Programa de estudio

Es importante que establezca un programa de estudio regular, de preferencia diario. Asegúrese de leer el programa del curso y apéguese al programa establecido por su es la base . Como regla general, debe dedicar unas dos horas de tiempo de estudio por cada hora de clase. Si se le dificulta el curso, busque el consejo del es la base o de otros estudiantes que hayan tomado el curso. Puede que encuentre necesario asesorarse con estudiantes experimentados. Con mucha frecuencia, los instructores ofrecen sesiones de repaso además de los periodos de clase regulares. Es importante que evite retrasar el estudio o hacerlo uno o dos días antes de un examen. Una hora de estudio al día durante 14 días es más efectivo que 14 horas el día antes del examen. Es común que la “saturación” produzca resultados desastrosos, en especial en la ciencia. En vez de intentar una sesión de

estudio de toda la noche antes de un examen, repase brevemente los conceptos y ecuaciones básicas y tenga una buena noche de descanso. Si considera que necesita ayuda adicional para comprender los conceptos, al prepararse para los exámenes, o en la solución de problemas, le sugerimos que adquiera *Student Solutions Manual* y *Study Guide*.

Visite el sitio de este libro de Física en la Web www.CengageBrain.com para consultar muestras de complementos seleccionados para los estudiantes. Ingrese a **CengageBrain.com** para comprar y acceder a este producto en la tienda en línea de Cengage Learning de su preferencia.

Uso de las características

Usted debe aprovechar las características del texto que se explicaron en el prefacio. Por ejemplo, las notas al margen son útiles para ubicar y describir ecuaciones y conceptos importantes, y en **negritas** se indican enunciados y definiciones importantes. Muchas tablas útiles se dan en los apéndices, pero la mayoría de ellas están incorporadas en el texto donde se mencionan con más frecuencia. El apéndice A es un repaso conveniente de las técnicas matemáticas.

Las respuestas para todos los cuestionarios rápidos y para todas las preguntas de ejemplo, así como para las preguntas de opción múltiple, para las preguntas conceptuales y para los problemas de número impar, se proporcionan al final del libro. Las respuestas para los problemas seleccionados de final de capítulo se encuentran en el *Student Solutions Manual and Study Guide* **(disponible para la versión en inglés y se vende por separado)**. Las estrategias para resolver problemas incluidas en capítulos seleccionados en todo el texto le proporcionan información adicional acerca de cómo debe resolver los problemas. El contenido facilita un repaso de todo el texto y el índice le permite ubicar con facilidad material específico. Los pies de página en ocasiones se utilizan para complementar el texto o para citar otras referencias sobre el tema analizado.

Después de leer un capítulo, usted podrá definir nuevos conceptos presentados en ese capítulo y explicar los principios y las suposiciones empleadas para llegar a ciertas relaciones clave. En algunos casos, puede ser necesario que se refiera al índice del texto para ubicar ciertos temas. Usted deberá poder asociar de manera correcta cada cantidad física con el símbolo que se usa para representar esa cantidad y la unidad con que específica. Además, deberá poder expresar cada relación importante en un enunciado conciso y preciso.

Solución de problemas

R. P. Feynman, galardonado con el Premio Nobel en física, una vez dijo, "No sabes algo hasta que lo practicas". De acuerdo con esta afirmación, le recomendamos que desarrolle las habilidades necesarias para resolver una gran variedad de problemas. Esta habilidad será una de las principales pruebas de su conocimiento de física, por lo que deberá tratar de resolver tantos problemas como le sea posible. Es esencial que comprenda los conceptos y principios básicos antes de intentar resolver problemas. Es un buen hábito tratar de encontrar soluciones alternas para el mismo problema. Por ejemplo, puede resolver problemas en mecánica usando las leyes Newton, pero con mucha frecuencia un método alterno que se base en consideraciones de energía es más directo. No debe engañarse a sí mismo pensando que comprende un problema solamente debido a que vio su solución en clase. Usted debe poder resolver el problema, y otros similares, por cuenta propia. Hemos presentado los ejemplos en este libro en un formato especial a dos columnas para ayudarlo. Después de estudiar un ejemplo, vea si puede cubrir el lado derecho y resolverlo usted mismo, utilizando solo la descripción escrita a la izquierda como guía. Una vez que tenga éxito en eso, intente resolver el ejemplo usando solo el enunciado de la estrategia como guía. Por último, trate de resolver el problema completamente solo. En este punto usted estará listo para responder la pregunta asociada y resolver el ejercicio. Una vez que haya completado estos pasos, tendrá un buen dominio del problema, de sus conceptos y de su técnica matemática. Después de estudiar de esta forma todos los problemas de ejemplo, estará listo para abordar los problemas al final del capítulo. De estos, los problemas guiados proporcionan otra ayuda para aprender cómo resolver algunos de los más complejos.

El método para resolver problemas se debe planear de manera cuidadosa. Un plan sistemático es especialmente importante cuando un problema comprende varios conceptos. Primero, léalo varias veces hasta que esté seguro de que comprende lo que se pide. Busque palabras clave que le ayuden a interpretar el problema y tal vez le permitan hacer ciertas suposiciones. Su habilidad para interpretar una pregunta de manera apropiada es una parte integral de la solución. Segundo, debe adquirir el hábito de escribir la información dada en un problema y las cantidades que se necesitan encontrar; por ejemplo, podría elaborar una tabla indicando las cantidades dadas y las cantidades que se tienen que determinar. En ocasiones este procedimiento se utiliza en los ejemplos resueltos del texto. Después que haya decidido sobre el método que considere que es apropiado para un problema dado, proceda con su solución. Por último, verifique sus resultados para ver si son razonables y consistentes con su comprensión inicial. Las estrategias generales de este tipo para la solución de problemas se incluyen en el texto y se destacan con un recuadro. Si sigue los pasos de este procedimiento, encontrará que es más fácil llegar a una solución y también obtendrá más por sus esfuerzos.

Con frecuencia, los estudiantes no son capaces de reconocer las limitaciones de ciertas ecuaciones o de las leyes físicas en una situación en particular. Es muy importante que comprenda y recuerde las suposiciones subyacentes en una teoría o en un formalismo particular. Por ejemplo, ciertas ecuaciones en cinemática se aplican solo a una partícula que se mueve con aceleración constante. Estas ecuaciones no son válidas para describir el movimiento cuya aceleración no es constante, como el movimiento de un objeto conectado a un resorte o el movimiento de un objeto a través de un fluido.

Experimentos

Dado que la física es una ciencia basada en observaciones experimentales, recomendamos que complemente el texto realizando varios tipos de experimentos "de participación activa", ya sea en casa o en el laboratorio. Por ejemplo, el juguete popular Slinky™ es excelente para estudiar ondas progresivas, una bola que oscila en el extremo de una cuerda larga se puede utilizar para investigar el movimiento de un péndulo, varias masas conectadas en el extremo de una cuerda vertical o de una banda de caucho se pueden utilizar para determinar su naturaleza elástica, y un viejo par de anteojos polarizados, algunos lentes de desecho y una lupa son los componentes de varios experimentos en óptica, y la medida aproximada de la aceleración en caída libre se puede determinar simplemente midiendo con un cronómetro el tiempo que le toma a una bola caer desde una altura conocida. La lista de esos experimentos es interminable. Cuando no se disponga de modelos físicos, sea creativo e intente desarrollar modelos propios.

Nuevos medios

Le recomendamos que utilice el producto **Enhanced WebAssign** que está disponible con este libro. Es mucho más fácil comprender la física si la ve en acción, y los materiales disponibles en Enhanced WebAssign le permitirán ser parte de la acción. Enhanced WebAssign se describe en el prefacio.

Una invitación a la física

Esperamos que usted también considere la física como una experiencia emocionante y disfrutable, y que se beneficie de ella, sin importar la profesión que elija. ¡Bienvenidos al emocionante mundo de la física!

Para ver el mundo en un grano de arena
Y el cielo en una flor silvestre,
Sostén el infinito en la palma de tu mano
Y la eternidad en una hora.

William Blake, "Augurios de inocencia"

John Van Hasselt/Sygma/Corbis

En el siglo XVIII los navegantes de barcos transatlánticos podían obtener su latitud mediante sus observaciones de la Estrella del Norte, pero no tenían una forma confiable para determinar su longitud. En 1736, John Harrison inventó el reloj H1 con el fin de satisfacer esta necesidad. Su reloj tenía que permanecer preciso durante meses en el mar mientras soportaba movimientos, humedad y cambios de temperatura constantes. Para determinar la longitud los navegantes solo tenían que comparar el medio día local, cuando el Sol estaba en su punto más alto en el cielo, con la hora indicada en el reloj, que era la hora de Greenwich. Entonces la diferencia en el número de horas determinaba su longitud.

1 Introducción

El objetivo de la física es proporcionar una comprensión del mundo físico desarrollando teorías basadas en experimentos. Una teoría física, que por lo general se expresa de forma matemática, describe cómo funciona un sistema físico dado. La teoría hace ciertas predicciones acerca del sistema las cuales luego se pueden verificar con observaciones y experimentos. Si resulta que las observaciones corresponden de manera cercana a lo que en realidad se observa, entonces la teoría perdura, aunque permanece provisional. Ninguna teoría a la fecha ha proporcionado una descripción completa de todos los fenómenos físicos, incluso con una subdisciplina de la física. Cada una de las teorías es un trabajo en progreso.

Las leyes básicas de la física comprenden cantidades físicas como fuerza, volumen y aceleración, y todas ellas se pueden describir en términos de cantidades fundamentales. En la física es conveniente utilizar las cantidades de **longitud** (l), **masa** (m) y **tiempo** (t); todas las otras cantidades físicas se pueden deducir a partir de estas tres.

1.1 Estándares de longitud, masa y tiempo
1.2 Los bloques fundamentales de la materia
1.3 Análisis dimensional
1.4 Incertidumbre en la medición y cifras significativas
1.5 Conversión de unidades
1.6 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud
1.7 Sistemas de coordenadas
1.8 Trigonometría
1.9 Estrategia para resolver problemas

1.1 Estándares de longitud, masa y tiempo

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar y utilizar las unidades SI de longitud, masa y tiempo.
2. Proporcionar ejemplos de las magnitudes aproximadas de mediciones comunes.

Para comunicar el resultado de una medición de cierta cantidad física, se debe definir una *unidad* para la cantidad. Por ejemplo, si se define que nuestra unidad fundamental de longitud es 1.0 metro y alguien familiarizado con nuestro sistema de medición reporta que una pared tiene 2.0 metros de altura, sabemos que la altura de la pared es dos veces la unidad fundamental de longitud. De igual forma, si nuestra unidad fundamental de masa se define como 1.0 kilogramo y nos dicen que una

persona tiene una masa de 75 kilogramos, entonces esa persona tiene una masa 75 veces mayor que la unidad fundamental de masa.

En 1960 un comité internacional acordó el uso de un sistema estándar de unidades denominado **SI** (Système International) para las cantidades fundamentales de la ciencia. Sus unidades de longitud, masa y tiempo son el metro, el kilogramo y el segundo, respectivamente.

Longitud

En 1799 el estándar legal de longitud en Francia se convirtió en el metro, definido como un diezmillonésimo de la distancia del Ecuador al Polo Norte. Hasta 1960 la longitud oficial del metro era la distancia entre dos líneas en una barra específica de aleación de platino-iridio, almacenada en condiciones controladas. Este estándar se abandonó por varias razones, la principal de ellas fue que las mediciones de la separación entre las líneas no era suficientemente precisa. En 1960 el metro se definió como 1 650 763.73 longitudes de onda de luz naranja-roja emitida por una lámpara de kriptón-86. En octubre de 1983 esta definición también se abandonó y **el metro se redefinió como la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un intervalo de 1/299 792 458 segundos**. Esta última definición establece la velocidad de la luz en 299 792 458 metros por segundo.

Definición del metro ▶

Masa

Definición del kilogramo ▶

La unidad SI de la masa, el kilogramo, se define como la masa de un cilindro específico de aleación de platino-iridio que se resguarda en el International Bureau of Weights and Measures en Sèvres, Francia (similar al que se muestra en la figura 1.1a). Como se verá en el capítulo 4, la masa es una unidad que se usa para medir la resistencia a un cambio en el movimiento de un objeto. Es más difícil ocasionar dicho cambio con un objeto que tenga una masa grande que con uno que tenga una masa pequeña.

Sugerencia 1.1 Sin comas en números con muchos dígitos

En la ciencia los números con más de tres dígitos se escriben en grupos de tres dígitos separados por espacios en lugar de comas; de manera que 10 000 es lo mismo que la notación estadounidense común 10,000. De igual forma, $\pi = 3.14159265$ se escribe como $\pi = 3.141\,592\,65$.

Tiempo

Antes de 1960 el estándar del tiempo se definía en términos de la longitud promedio de un día solar en el año 1900. (Un día solar es el tiempo entre las apariciones sucesivas del Sol en el punto más alto que alcanza en el cielo cada día.) La unidad básica

Reproducido con permiso de BIPM, que conserva todos los derechos de autor internacionales protegidos.

a

AP Photo/Focke Strangman

b

Figura 1.1 a) Prototipo internacional del kilogramo, una copia exacta del kilogramo estándar internacional resguardado en Sèvres, Francia, está alojado en una vasija doble en forma de campana en una caja fuerte en el National Institute of Standards and Technology. b) Reloj atómico de fuente de cesio. El reloj no ganará ni perderá un segundo en 20 millones de años.

Tabla 1.1 Valores aproximados de algunas longitudes medidas

	Longitud (m)
Distancia de la Tierra al quásar más remoto conocido	1×10^{26}
Distancia de la Tierra a las galaxias normales más remotas conocidas	4×10^{25}
Distancia de la Tierra a la galaxia grande más cercana (M31, la galaxia Andrómeda)	2×10^{22}
Distancia de la Tierra a la estrella más cercana (Próxima Centauri)	4×10^{16}
Un año luz	9×10^{15}
Radio medio de la órbita de la Tierra alrededor del Sol	2×10^{11}
Distancia media de la Tierra a la Luna	4×10^{8}
Radio medio de la Tierra	6×10^{6}
Altitud común de un satélite orbitando la Tierra	2×10^{5}
Longitud de un campo de fútbol americano	9×10^{1}
Longitud de una mosca doméstica	5×10^{-3}
Tamaño de las partículas de polvo más pequeñas	1×10^{-4}
Tamaño de las células en la mayoría de los organismos vivos	1×10^{-5}
Diámetro del átomo de hidrógeno	1×10^{-10}
Diámetro del núcleo atómico	1×10^{-14}
Diámetro del protón	1×10^{-15}

del tiempo, el segundo, se definió como $(1/60)(1/60)(1/24) = 1/86\,400$ del día solar promedio. En 1967 el segundo se redefinió para aprovechar la alta precisión obtenible con un reloj atómico, el cual utiliza la frecuencia característica de la luz emitida del átomo de cesio-133 como su "reloj de referencia". **En la actualidad el segundo se define como 9 192 631 700 veces el periodo de oscilación de la radiación del átomo de cesio.** En la figura 1.1b se muestra el reloj atómico de cesio más reciente.

◀ Definición de segundo

Valores aproximados de longitud, masa e intervalos de tiempo

Los valores aproximados de algunas longitudes, masas e intervalos de tiempo se muestran en las tablas 1.1, 1.2 y 1.3, respectivamente. Observe los intervalos amplios de valores. Estudie estas tablas para tener una idea de un kilogramo de masa (este libro tiene una masa de alrededor de dos kilogramos, un intervalo de tiempo de 10^{10} segundos (un siglo tiene aproximadamente 3×10^{9} segundos) o dos metros de longitud (la estatura de un jugador delantero en un equipo de basquétbol). En el apéndice A se repasa la notación para las potencias de 10, como la expresión del número 50 000 en la forma de 5×10^{4}.

Los sistemas de unidades de uso común en la física son el Sistema Internacional, en el cual las unidades de longitud, masa y tiempo son el metro (m), el kilogramo (kg) y el segundo (s); el sistema cgs, o gaussiano, en el cual las unidades de longitud,

Tabla 1.2 Valores aproximados de algunas masas

	Masa (kg)
Universo observable	1×10^{52}
Galaxia Vía Láctea	7×10^{41}
Sol	2×10^{30}
Tierra	6×10^{24}
Luna	7×10^{22}
Tiburón	1×10^{2}
Humano	7×10^{1}
Rana	1×10^{-1}
Mosquito	1×10^{-5}
Bacteria	1×10^{-15}
Átomo de hidrógeno	2×10^{-27}
Electrón	9×10^{-31}

Tabla 1.3 Valores aproximados de algunos intervalos de tiempo

	Intervalo de tiempo (s)
Edad del Universo	5×10^{17}
Edad de la Tierra	1×10^{17}
Edad promedio de un estudiante universitario	6×10^{8}
Un año	3×10^{7}
Un día	9×10^{4}
Tiempo entre latidos normales	8×10^{-1}
Periodo[a] de ondas sonoras audibles	1×10^{-3}
Periodo[a] de ondas de radio comunes	1×10^{-6}
Periodo[a] de la vibración de un átomo en un sólido	1×10^{-13}
Periodo[a] de ondas de luz visibles	2×10^{-15}
Duración de una colisión nuclear	1×10^{-22}
Tiempo requerido para que la luz viaje a través de un protón	3×10^{-24}

[a]Un *periodo* se define como el tiempo requerido para una vibración completa.

Tabla 1.4 Algunos prefijos para potencias de diez empleados en unidades "métricas" (SI y cgs)

Potencia	Prefijo	Abreviatura
10^{-18}	ato-	a
10^{-15}	femto-	f
10^{-12}	pico-	p
10^{-9}	nano-	n
10^{-6}	micro-	μ
10^{-3}	milí-	m
10^{-2}	centí-	c
10^{-1}	deci-	d
10^{1}	deca-	da
10^{3}	kilo-	k
10^{6}	mega-	M
10^{9}	giga-	G
10^{12}	tera-	T
10^{15}	peta-	P
10^{18}	exa-	E

masa y tiempo son el centímetro (cm), gramo (g) y segundo (s); y el sistema acostumbrado en Estados Unidos, donde las unidades de longitud, masa y tiempo son el pie (ft), el slug y el segundo. Las unidades SI se aceptan casi de manera universal en la ciencia y la industria, y se usarán en todo este libro. Las unidades gaussianas y las acostumbradas en Estados Unidos se usarán poco.

En la tabla 1.4 se listan algunos prefijos que más se usan en unidades "métricas" (SI y cgs) que representan potencias de 10 y sus abreviaturas. Por ejemplo, 10^{-3} m es equivalente a un milímetro (mm) y 10^{3} m es un kilómetro (km). De igual forma, 1 kg es igual a 10^{3} gramos y 1 megavolt (MV) es 10^{6} volts (V). Es buena idea memorizar desde ahora los prefijos más comunes: la mayoría de los físicos usan femto- a centí- y kilo- a giga- de manera rutinaria.

1.2 Los bloques fundamentales de la materia

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar los componentes fundamentales de la materia.
2. Describir de forma cualitativa los niveles de la estructura de la materia.

1 cubo de 1 kg (≈ 2 lb) de oro sólido tiene una longitud de aproximadamente 3.73 cm (≈ 1.5 pulg) por lado. Si el cubo se corta a la mitad, las dos partes resultantes conservan su identidad química. Pero ¿qué pasa si las dos piezas se cortan una y otra vez indefinidamente? Los filósofos griegos Leucipo y Demócrito no pudieron aceptar la idea de que la serie de cortes podría continuar para siempre. Especularon que el proceso terminaría cuando se produjera una partícula que ya no fuera posible cortar. En griego, *atomos* significa "que no se puede cortar". De este término proviene la palabra *átomo*, que se creía era la partícula más pequeña de la materia, pero desde entonces se ha determinado que es un compuesto de más partículas elementales.

El átomo se puede visualizar de manera sencilla como un sistema solar en miniatura con un núcleo denso y cargado positivamente ocupando la posición del Sol y electrones cargados negativamente orbitando como los planetas. Este modelo del átomo, que el gran físico Danés Niels Bohr desarrolló primero hace casi un siglo, condujo a la comprensión de ciertas propiedades de los átomos más simples como el hidrógeno, pero no pudo explicar muchos detalles finos de la estructura atómica.

Observe el tamaño del átomo de hidrógeno, listado en la tabla 1.1, y el tamaño de un protón (el núcleo de un átomo de hidrógeno) cien mil veces menor. Si el protón tuviera el tamaño de una pelota de ping-pong, ¡el electrón sería una mota diminuta de aproximadamente el tamaño de una bacteria, orbitando el protón a un kilometro de distancia! Otros átomos están construidos de forma similar. Por lo tanto, existe una cantidad sorprendente de espacio vacío en la materia ordinaria.

Después del descubrimiento del núcleo a principios de 1900, surgieron preguntas respecto a su estructura. Aunque la estructura del núcleo permanece como un área de investigación activa en la actualidad, a principios de la década de 1930 los científicos determinaron que dos entidades básicas (protones y neutrones) ocupan el núcleo. El *protón* es el portador de carga positiva más común de la naturaleza, igual en magnitud pero opuesta en signo a la carga del electrón. El número de protones en un núcleo determina qué elemento es. Por ejemplo, un núcleo que contiene solo un protón es el de un átomo de hidrógeno, sin importar cuántos neutrones haya. Los neutrones adicionales corresponden a isótopos diferentes de hidrógeno (deuterio y tritio), los cuales reaccionan químicamente de la misma manera que el hidrógeno, pero son más masivos. De manera similar, un átomo que tiene dos protones en su núcleo siempre es helio, aunque de nuevo, son posibles diferentes números de neutrones.

La existencia de los *neutrones* se verificó de manera conclusiva en 1932. Un neutrón no tiene carga y tiene una masa aproximadamente igual a la de un protón. Excepto por el hidrógeno, todos los núcleos atómicos contienen neutrones, los cuales, junto con los protones, interactúan a través de la fuerza magnética. Esa fuerza se opone a la fuerza eléctrica que repele intensamente a los protones, lo cual de otra manera ocasionaría que el núcleo se desintegrara.

La división no se detiene aquí; la sólida evidencia reunida durante muchos años indica que los protones, los neutrones y una gran variedad de otras partículas exóticas se componen de seis partículas denominadas **quarks.** A estas partículas se les ha dado el nombre de *arriba*, *abajo*, *extraño*, *encanto*, *fondo* y *cima*. En lo que se refiere a los quarks arriba, encanto y cima, cada uno porta una corriente igual a $+\frac{2}{3}$ de la del protón, en tanto que los quarks abajo, extraño y fondo, portan cada uno una carga igual a $-\frac{1}{3}$ de la carga del protón. El protón consiste en dos quarks arriba y un quark abajo (consulte la figura 1.2), lo que da la carga correcta para el protón, +1. El neutrón se compone de dos quarks abajo y un quark arriba, y tiene una carga neta de cero.

Los quarks arriba y fondo son suficientes para describir toda la materia normal, por lo que la existencia de los otros cuatro quarks, que se han observado de forma indirecta en los experimentos de alta energía, es un misterio. A pesar de la fuerte evidencia indirecta, nunca se ha observado un quark aislado. En consecuencia la existencia de todavía más partículas elementales permanece puramente especulativa.

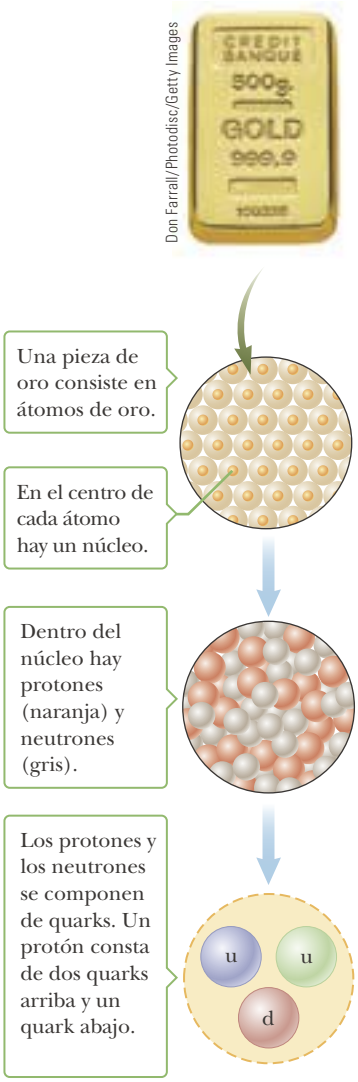


Figura 1.2 Niveles de organización en la materia.

1.3 Análisis dimensional

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar la definición de una dimensión y proporcionar ejemplos de algunas cantidades físicas básicas.
2. Utilizar dimensiones para verificar la consistencia de las ecuaciones.
3. Utilizar dimensiones para deducir las relaciones entre las cantidades físicas.

En física la palabra *dimensión* denota la naturaleza de una cantidad. La distancia entre dos puntos, por ejemplo, se puede medir en pies, metros o estadios, los cuales son formas diferentes para expresar la dimensión de *longitud*.

Los símbolos que se usan en esta sección para especificar las dimensiones de longitud, masa y tiempo son L, M y T, respectivamente. Los paréntesis rectangulares [ ] con frecuencia se usarán para denotar las dimensiones de una cantidad física. En esta notación, por ejemplo, las dimensiones de velocidad v se escriben $[v] = \mathrm{L/T}$ y las dimensiones de área A son $[A] = \mathrm{L}^2$. Las dimensiones de área, volumen, velocidad y aceleración se listan en la tabla 1.5, junto con sus unidades en tres sistemas comunes. Las dimensiones de otras cantidades como fuerza y energía, se describirán más adelante conforme se presenten.

En física a menudo es necesario usar expresiones matemáticas que relacionan cantidades físicas diferentes. Una forma de analizar esas expresiones, llamada **análisis dimensional**, parte del hecho de que las **dimensiones se pueden tratar como cantidades algebraicas**. Sumar masas a longitudes, por ejemplo, no tiene sentido; de ello se deduce que las cantidades se pueden sumar o restar solo si tienen las mismas dimensiones. Si los términos en los lados opuestos de una ecuación tienen las mismas dimensiones, entonces esa ecuación puede ser correcta, aunque no es posible garantizar la integridad solo con base en las dimensiones. No obstante, el análisis dimensional tiene valor como una verificación parcial de una ecuación y también se puede utilizar para desarrollar una visión en las relaciones entre cantidades físicas.

El procedimiento se puede ilustrar desarrollando algunas relaciones entre la aceleración, la velocidad, el tiempo y la distancia. La distancia x tiene las dimensiones de longitud: $[x] = \mathrm{L}$. El tiempo t tiene la dimensión $[t] = \mathrm{T}$. La velocidad v tiene las dimensiones de longitud entre tiempo: $[v] = \mathrm{L/T}$, y aceleración las dimensiones de

Tabla 1.5 Dimensiones y algunas unidades de área, volumen, velocidad y aceleración

Sistema	Área (L^2)	Volumen (L^3)	Velocidad (L/T)	Aceleración ($\mathrm{L/T}^2$)
SI	m^2	m^3	m/s	$\mathrm{m/s}^2$
cgs	cm^2	cm^3	cm/s	$\mathrm{cm/s}^2$
Sistema inglés	pies^2	pies^3	pies/s	$\mathrm{pies/s}^2$

longitud dividida entre el tiempo al cuadrado; $[a] = L/T^2$. Observe que la velocidad y la aceleración tienen dimensiones similares, excepto por una dimensión adicional de tiempo en el denominador de la aceleración. Se deduce que

$$[v] = \frac{L}{T} = \frac{L}{T^2}T = [a][t]$$

A partir de esta ecuación es posible suponer que la velocidad es igual a la aceleración multiplicada por el tiempo, $v = at$, y eso es cierto para el caso especial de movimiento con aceleración constante partiendo del reposo. Al observar que la velocidad tiene dimensiones de longitud divida entre tiempo y que la distancia tiene dimensiones de longitud, es razonable suponer que

$$[x] = L = L\frac{T}{T} = \frac{L}{T}T = [v][t] = [a][t]^2$$

Aquí parece que $x = at^2$ podría correlacionar de forma correcta la distancia recorrida con la aceleración y el tiempo; sin embargo esa ecuación ni siquiera es correcta en el caso de la aceleración constante partiendo del reposo. La expresión adecuada en ese caso es $x = \frac{1}{2}at^2$. Estos ejemplos sirven para demostrar las limitaciones inherentes al utilizar el análisis dimensional para descubrir las relaciones entre las cantidades físicas. Sin embargo, esos procedimientos tan simples aún pueden tener valor al desarrollar un modelo matemático preliminar para un sistema físico dado. Además, ya que es fácil cometer errores al resolver problemas, el análisis dimensional se puede usar para verificar la consistencia de los resultados. Cuando las dimensiones en una ecuación no son consistentes, esto indica que se ha cometido un error en un paso anterior.

EJEMPLO 1.1 Análisis de una ecuación

OBJETIVO Verificar una ecuación mediante análisis dimensional.

PROBLEMA Demuestre que la expresión $v = v_0 + at$ es dimensionalmente correcta, donde v y v_0 representan las velocidades, a es la aceleración, y t es un intervalo de tiempo.

ESTRATEGIA Analice cada término, determinando sus dimensiones, y luego verifique si todos los términos concuerdan entre sí.

SOLUCIÓN

Encuentre las dimensiones para v y v_0. $[v] = [v_0] = \frac{L}{T}$

Encuentre las dimensiones de at. $[at] = [a][t] = \frac{L}{T^2}(T) = \frac{L}{T}$

COMENTARIOS Todos los términos concuerdan, por lo tanto la ecuación es dimensionalmente correcta.

PREGUNTA 1.1 Cierto o falso: una ecuación es dimensionalmente correcta siempre que sea físicamente correcta, hasta una constante de proporcionalidad.

EJERCICIO 1.1 Determine si la ecuación $x = vt^2$ es dimensionalmente correcta. Si no, proporcione una expresión correcta, hasta una constante de proporcionalidad general.

RESPUESTA Incorrecta. La expresión $x = vt$ es dimensionalmente correcta.

EJEMPLO 1.2 Encuentre una ecuación

OBJETIVO Deduzca una ecuación empleando el análisis dimensional.

PROBLEMA Encuentre una relación entre una aceleración de magnitud constante a, velocidad v y distancia r a partir del origen para una partícula viajando en un círculo.

ESTRATEGIA Inicie con el término que tiene la mayor dimensionalidad, a. Encuentre sus dimensiones, y luego reescriba esas dimensiones en términos de las dimensiones de v y r. Las dimensiones de tiempo tendrán que eliminarse con v, debido a que esa es la única cantidad (además de la propia a) en la que aparece la dimensión de tiempo.

SOLUCIÓN

Escriba las dimensiones de a: $[a] = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2}$

Despeje las dimensiones de la velocidad para T: $[v] = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}} \rightarrow \mathrm{T} = \frac{L}{[v]}$

Sustituya la expresión para T en la ecuación para $[a]$: $[a] = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2} = \frac{\mathrm{L}}{(\mathrm{L}/[v])^2} = \frac{[v]^2}{\mathrm{L}}$

Sustituya L = $[r]$, y suponga en la ecuación: $[a] = \frac{[v]^2}{[r]} \rightarrow a = \frac{v^2}{r}$

COMENTARIOS Esta es la ecuación correcta para la magnitud de la aceleración centrípeta (aceleración hacia el centro del movimiento) que se analizará en el capítulo 7. En este caso no es necesario introducir un factor numérico. Un factor con frecuencia se presenta de manera explícita como una constante k al inicio del lado derecho, por ejemplo, $a = kv^2/r$. Resulta que $k = 1$ proporciona la expresión correcta. Una buena técnica que algunas veces se presenta en los libros de cálculo comprende el uso de potencias desconocidas de las dimensiones. Entonces este problema se establecería como $[a] = [v]^b[r]^c$. Escribiendo las dimensiones e igualando las potencias de cada dimensión en los dos lados de la ecuación resultaría en $b = 2$ y $c = -1$.

PREGUNTA 1.2 Cierto o falso. Al reemplazar v por r/t en la respuesta final también da una ecuación dimensionalmente correcta.

EJERCICIO 1.2 En física, la energía E tiene dimensiones de masa por longitud elevada al cuadrado dividida entre tiempo al cuadrado. Utilice el análisis dimensional para deducir una relación para la energía en términos de la masa m y la velocidad v, hasta una constante de proporcionalidad. Establezca la velocidad igual a c, la velocidad de la luz y la constante de proporcionalidad igual que 1 para obtener la ecuación más famosa en la física. (Observe, sin embargo, que la primera relación está asociada con la energía de movimiento y la segunda con la energía de masa.

RESPUESTA $E = kmv^2 \rightarrow E = mc^2$ cuando $k = 1$ y $v = c$.

1.4 Incertidumbre en la medición y cifras significativas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Identificar el número de cifras significativas en una medición física dada.
2. Aplicar las cifras significativas para estimar la precisión apropiada de una combinación de mediciones físicas.

La física en una ciencia en la que las leyes matemáticas se prueban con experimentos. Ninguna cantidad física se puede determinar con una precisión absoluta debido a que nuestros sentidos son limitados, aun cuando se apoyen en microscopios, ciclotrones y otros instrumentos. En consecuencia, es importante desarrollar métodos para determinar la precisión de las mediciones.

Todas las mediciones tienen incertidumbres asociadas con ellas, ya sea que se declaren de manera implícita o no. La precisión de una medición depende de la sensibilidad del aparato, de la habilidad de la persona que la realiza y del número de veces que la medición se repite. Una vez que se conocen las mediciones, junto con sus incertidumbres, a menudo se presenta el caso de que los cálculos deban realizarse empleando estas mediciones. Suponga que se multiplican dos mediciones. Cuando se usa una calculadora para obtener este producto, puede haber ocho dígitos en la pantalla de la calculadora, pero con frecuencia solo dos o tres de ellos tienen alguna importancia. El resto no tiene valor ya que implican mayor precisión de la que en realidad se logra en las mediciones originales. En el trabajo experimental, la determinación de cuántos números se deben retener requiere la aplicación de la estadística y la propagación matemática de las incertidumbres. En un libro de texto no es práctico aplicar esas herramientas sofisticadas en los numerosos cálcu-

los, por lo tanto en su lugar un método simple, denominado **cifras significativas**, se usa para indicar el número aproximado de dígitos que es preciso retener al final de un cálculo. Aunque ese método no es riguroso desde el punto de vista matemático, es fácil de aplicar y funciona muy bien.

Suponga que en un experimento de laboratorio medimos el área de una placa rectangular con una regla. Piense que la precisión con la que podemos medir una dimensión particular de la placa es ±0.1 cm. Si se mide que la longitud de la placa es de 16.3 cm, solo podemos afirmar que se encuentra en algún punto entre 16.2 cm y 16.4 cm. En este caso, se dice que el valor medido tiene tres cifras significativas. De igual forma, si se mide que el ancho de la placa es 4.5 cm, el valor actual se encuentra entre 4.4 cm y 4.6 cm. Este valor medido solo tiene dos cifras significativas. Podríamos escribir los valores medidos como 16.3 ± 0.1 cm y 4.5 ± 0.1 cm. En general, **una cifra significativa es un dígito confiablemente conocido** (diferente del cero que se usa para ubicar un punto decimal). Observe que en cada caso el número final tiene cierta incertidumbre asociada con él, y no es por lo tanto 100% confiable. A pesar de la incertidumbre, ese número se retiene y considera significativo ya que contiene cierta información.

Suponga que queremos encontrar el área de la placa multiplicando los dos valores medidos. El valor final puede variar entre $(16.3 - 0.1 \text{ cm})(4.5 - 0.1 \text{ cm}) = (16.2 \text{ cm})(4.4 \text{ cm}) = 71.28 \text{ cm}^2$ y $(16.3 + 0.1 \text{ cm})(4.5 + 0.1 \text{ cm}) = (16.4 \text{ cm})(4.6 \text{ cm}) = 75.44 \text{ cm}^2$. Afirmar que se sabe algo acerca de los lugares de los centésimos o incluso de los décimos no tiene sentido, ya que es claro que no podemos estar seguros del lugar de las unidades, ya sea el 1 en 71, el 5 en 75, o en algún punto intermedio. Es claro que los lugares de los décimos y de los centésimos no son significativos. Tenemos cierta información acerca del lugar de las unidades, por lo que ese número es significativo. Multiplicando los números a la mitad del intervalo de la incertidumbre da $(16.3 \text{ cm})(4.5 \text{ cm}) = 73.35 \text{ cm}^2$, lo cual está también en el intervalo de incertidumbre del área. Como los centésimos y los décimos no son significativos, los omitimos y decimos que la respuesta es 73 cm^2, con una incertidumbre de $\pm 2 \text{ cm}^2$. Observe que la respuesta tiene dos cifras significativas, el mismo número de cifras que la cantidad conocida con precisión que se multiplica, el ancho de 4.5 cm.

Los cálculos realizados como en el párrafo anterior pueden indicar el número adecuado de cifras significativas, pero esos cálculos son tardados. En su lugar se pueden aplicar dos reglas prácticas. La primera, que tiene que ver con la multiplicación y la división, es la siguiente: **al multiplicar (dividir) dos o más cantidades, el número de cifras significativas en el producto (cociente) final es el mismo que el número de cifras significativas en el *menos exacto* de los factores que se están combinando, donde *menos exacto* significa que *tiene el menor número de cifras significativas*.**

Para obtener el número final de cifras significativas, por lo regular es necesario hacer cierto redondeo. Si el último dígito omitido es menor que 5, simplemente se omite. Si el último número omitido es mayor que o igual que 5, se aumenta el último número retenido en uno.[1]

Sugerencia 1.2 El uso de calculadoras

Las calculadoras fueron diseñadas por los ingenieros para arrojar tantos dígitos como permita la memoria de los chips, por lo que usted debe asegurarse de redondear la respuesta final al número correcto de cifras significativas.

Los ceros pueden o no ser cifras significativas. Los ceros que se utilizan para posicionar el punto decimal en números como 0.03 y 0.0075 no se consideran cifras significativas. De aquí que 0.03 tiene una cifra significativa y 0.0075 tiene dos.

Cuando los ceros se colocan después de otros dígitos en un número entero, existe la posibilidad de interpretación errónea. Por ejemplo, suponga que la masa de un objeto está dada como 1 500 g. Este valor es ambiguo, ya que no sabemos si los últimos dos ceros se usan para ubicar el punto decimal o si representan cifras significativas en la medición.

El uso de la notación científica para indicar el número de cifras significativas suprime esta ambigüedad. En este caso, expresamos la masa como 1.5×10^3 g si hay dos cifras significativas en el valor medido, 1.50×10^3 g si hay tres cifras significativas, y 1.500×10^3 g si hay cuatro cifras significativas. De igual forma, 0.000 15 se expresa en notación científica como 1.5×10^{-4} si tiene dos cifras significativas o como 1.50×10^{-4} si tiene tres cifras significativas. Los tres ceros entre el punto

[1]Algunas personas prefieren redondear al dígito par más cercano cuando el último dígito omitido es 5, lo cual tiene la ventaja de redondear 5 hacia arriba la mitad de las veces y hacia abajo la mitad de las veces. Por ejemplo, 1.55 se redondearía a 1.6, pero 1.45 se redondearía a 1.4, dado que la cifra significativa final es solo una representativa de un intervalo de valores dados por la incertidumbre, esta pequeña refinación no se utilizará en este libro.

decimal y el dígito 1 en el número 0.000 15 no se cuentan como cifras significativas dado que solo ubican el punto decimal. De manera similar, los ceros finales no se consideran significativos. Sin embargo, cualesquiera ceros escritos después de un punto decimal se consideran significativos. Por ejemplo, 3.00, 30.0 y 300. tienen tres cifras significativas, en tanto que 300 solo tiene una. En este libro, **la mayoría de los ejemplos numéricos y los problemas de fin del capítulo producirán respuestas que tendrán dos o tres cifras significativas.**

Para la adición o la sustracción es mejor enfocarse en el número de lugares decimales en las cantidades implicadas en vez de hacerlo en el número de cifras significativas. **Cuando los números se suman (restan), el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al número menor de lugares decimales de cualquier término en la suma (diferencia).** Por ejemplo, si se desea calcular 123 (cero lugares decimales) + 5.35 (dos lugares decimales), la respuesta es 128 (cero lugares decimales) y no 128.35. Si calculamos la suma 1.000 1 (cuatro lugares decimales) + 0.000 3 (cuatro lugares decimales) = 1.000 4, el resultado tiene el número correcto de lugares decimales, que son 4. Observe que las reglas para multiplicar cifras significativas no funciona aquí ya que la respuesta tiene cinco cifras significativas aunque uno de los términos en la suma, 0.000 3, solo tiene una cifra significativa. De igual forma, si realizamos la resta 1.002 − 0.998 = 0.004, el resultado tiene tres lugares decimales dado que cada término en la sustracción tiene tres lugares decimales.

Para demostrar porqué esta regla es válida, regresamos al primer ejemplo en el cual sumamos 123 y 5.35, y reescribimos estos números como 123.*xxx* y 5.35*x*. Los dígitos escritos con una *x* son completamente desconocidos y pueden ser cualquier dígito de 0 a 9. Ahora alineamos 123.*xxx* y 5.35*x* relativos al punto decimal y realizamos la suma, utilizando la regla de que un dígito desconocido sumado a un dígito conocido o desconocido produce una incógnita:

$$\begin{array}{r} 123.xxx \\ +\quad 5.35x \\ \hline 128.xxx \end{array}$$

La respuesta de 128.*xxx* significa que estamos justificados solo al mantener el número 128 dado que cualquier cosa después del punto decimal en la suma en realidad es una incógnita. El ejemplo muestra que la incertidumbre de control se introduce en una suma o sustracción por el término con el número menor de lugares decimales.

EJEMPLO 1.3 Cálculo del área de una alfombra

OBJETIVO Aplicar las reglas para las cifras significativas.

PROBLEMA Varios instaladores de alfombras toman medidas para la instalación de una en los distintos espacios de un restaurante, reportando sus mediciones con una precisión inconsistente, como se registra en la tabla 1.6. Calcule las áreas para **a)** el salón de banquetes, **b)** la sala de reuniones y **c)** el comedor, tomando en cuenta las cifras significativas. **d)** ¿Qué área total de alfombra se requiere para estos espacios?

Tabla 1.6 Dimensiones de los espacios en el ejemplo 1.3

	Longitud (m)	Ancho (m)
Salón de banquetes	14.71	7.46
Sala de reuniones	4.822	5.1
Comedor	13.8	9

ESTRATEGIA Para los problemas de multiplicación en los incisos a)–c), cuente las cifras significativas en cada número. El resultado menor es el número de cifras significativas en la respuesta. El inciso d) requiere una suma, donde el área con el lugar decimal menos preciso conocido determina el número global de cifras significativas en la respuesta.

SOLUCIÓN

a) Calcule el área del salón de banquetes.

Cuente las cifras significativas:

$$14.71\ \text{m} \rightarrow \text{4 cifras significativas}$$
$$7.46\ \text{m} \rightarrow \text{3 cifras significativas}$$

Para encontrar el área multiplique los números manteniendo solo tres dígitos.

$$14.71\ \text{m} \times 7.46\ \text{m} = 109.74\ \text{m}^2 \rightarrow 1.10 \times 10^2\ \text{m}^2$$

(*Continúa*)

b) Calcule el área de la sala de reuniones.

Cuente el número de cifras significativas: $4.822\ \text{m} \rightarrow$ 4 cifras significativas; $5.1\ \text{m} \rightarrow$ 2 cifras significativas

Para encontrar el área, multiplique los números manteniendo solo dos dígitos: $4.822\ \text{m} \times 5.1\ \text{m} = 24.59\ \text{m}^2 \rightarrow \boxed{25\ \text{m}^2}$

c) Calcule el área del comedor.

Cuente las cifras significativas: $13.8\ \text{m} \rightarrow$ 3 cifras significativas; $9\ \text{m} \rightarrow$ 1 cifra significativa

Para encontrar el área, multiplique los números manteniendo solo un dígito: $13.8\ \text{m} \times 9\ \text{m} = 124.2\ \text{m}^2 \rightarrow \boxed{100\ \text{m}^2}$

d) Calcule el área total de la alfombra requerida, con el número adecuado de cifras significativas.

Sume las tres respuestas sin considerar las cifras significativas: $1.10 \times 10^2\ \text{m}^2 + 25\ \text{m}^2 + 100\ \text{m}^2 = 235\ \text{m}^2$

El número menos preciso es $100\ \text{m}^2$, con una cifra significativa en el lugar decimal de las centenas: $235\ \text{m}^2 \rightarrow \boxed{2 \times 10^2\ \text{m}^2}$

COMENTARIOS Observe que la respuesta final en el inciso d) solo tiene una cifra significativa, en el lugar de las centenas, lo que resulta en una respuesta que tuvo que ser redondeada hacia abajo en una fracción considerable de su valor total. Esa es la consecuencia de tener información insuficiente. El valor de 9 m, sin otra información, representa un valor verdadero que podría estar en cualquier parte del intervalo [8.5 m, 9.5 m], el cual se redondea a 9 cuando solo se retiene un dígito.

PREGUNTA 1.3 ¿Cómo cambiaría la respuesta final si el ancho del comedor fuera 9.0 m?

EJERCICIO 1.3 Un rancho tiene dos áreas rectangulares cercadas. El área A tiene una longitud de 750 m y un ancho de 125 m; el área B tiene una longitud de 400 m y un ancho de 150 m. Encuentre a) el área A, b) el área B y c) el área total, atendiendo a las reglas de las cifras significativas. Suponga que los ceros finales no son significativos.

RESPUESTAS a) $9.4 \times 10^4\ \text{m}^2$; b) $6 \times 10^4\ \text{m}^2$; c) $1.5 \times 10^5\ \text{m}^2$

Al efectuar cualquier cálculo, en especial uno que implique un número de pasos, siempre habrá ligeras discrepancias causadas tanto por el proceso de redondeo como por el orden algebraico en el cual se realizan los pasos. Por ejemplo, considere $2.35 \times 5.89/1.57$. Este cálculo se puede efectuar en tres órdenes diferentes. Primero, tenemos $2.35 \times 5.89 = 13.842$, lo cual se redondea a 13.8, seguido de $13.8/1.57 = 8.789\,8$, redondeando a 8.79. Segundo, $5.89/1.57 = 3.751\,6$ lo cual se redondea a 3.75, lo que resulta en $2.35 \times 3.75 = 8.812\,5$, redondeando a 8.81. Por último, $2.35/1.57 = 1.496\,8$ se redondea a 1.50 y $1.50 \times 5.89 = 8.835$ se redondea a 8.84. De este modo tres órdenes algebraicos diferentes, siguiendo las reglas del redondeo, conducen a las respuestas de 8.79, 8.81 y 8.84, respectivamente. Es previsible que se presenten esas discrepancias menores, ya que el último dígito significativo solo es representativo de un intervalo de valores posibles, dependiendo de la incertidumbre experimental. Para evitar esas discrepancias, algunas personas llevan uno o más dígitos adicionales durante los cálculos, aunque hacer eso no es consistente desde el punto de vista conceptual debido a que esos dígitos adicionales no son significativos. Como una forma práctica, en los ejemplos resueltos en este libro, los resultados intermedios reportados se redondearán al número apropiado de cifras significativas y solo esos dígitos se llevarán hacia adelante. En los conjuntos de problemas, sin embargo, los datos dados por lo general se supondrán precisos hasta dos o tres dígitos, incluso cuando haya ceros finales. **Al resolver los problemas, el estudiante debe estar consciente de que las ligeras diferencias en las prácticas del redondeo pueden resultar en respuestas que difieren del texto en el último dígito significativo, lo cual es normal y no es causa de preocupación.** El método de las cifras significativas tiene sus limitaciones

al determinar la precisión, pero es fácil de aplicar. Sin embargo, en el trabajo experimental se deben emplear la estadística y la propagación matemática para determinar la precisión de un resultado experimental.

1.5 Conversión de unidades

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Convertir las cantidades físicas de un sistema de unidades a otro.

JessieEldora/istockphoto.com

En esta señal de un camino el límite de velocidad se muestra en kilómetros por hora y millas por hora. ¿Qué tan precisa es la conversión?

En ocasiones es necesario convertir las unidades de un sistema a otro. Los factores de conversión entre los sistemas SI y el acostumbrado en Estados Unidos para las unidades de longitud son los siguientes:

$$1\text{ mi} = 1\,609\text{ m} = 1.609\text{ km} \qquad 1\text{ pie} = 0.304\,8\text{ m} = 30.48\text{ cm}$$

$$1\text{ m} = 39.37\text{ pulg} = 3.281\text{ pies} \qquad 1\text{ pulg} = 0.025\,4\text{ m} = 2.54\text{ cm}$$

Una lista más extensa de factores de conversión se encuentra en las primeras de forros de este libro. En todas las ecuaciones de conversión dadas, se supone que el "1" a la izquierda de la ecuación tiene el mismo número de cifras significativas que la cantidad dada a la derecha.

Es posible tratar las unidades como cantidades algebraicas que se pueden "cancelar" entre sí. Podemos hacer una fracción con la conversión que cancelará las unidades que no queremos, y multiplicar esa fracción por la cantidad en cuestión. Por ejemplo, suponga que queremos convertir 15.0 pulg a centímetros. Como 1 pulg = 2.54 cm, determinamos que

$$15.0\text{ pulg} = 15.0\ \cancel{\text{pulg}} \times \left(\frac{2.54\text{ cm}}{1.00\ \cancel{\text{pulg}}}\right) = 38.1\text{ cm}$$

Los dos ejemplos siguientes muestran cómo abordar los problemas que comprenden más de una conversión y con potencias.

EJEMPLO 1.4 ¡Deténgase!

OBJETIVO Convertir unidades usando factores de conversión.

PROBLEMA Si un automóvil viaja a una velocidad de 28.0 m/s, ¿excede el conductor el límite de velocidad de 55.0 mi/h?

ESTRATEGIA Los metros deben convertirse a millas y los segundos a horas usando los factores de conversión listados en las primeras de forros del libro. En este caso, se usarán tres factores.

SOLUCIÓN

Convierta metros a millas:

$$28.0\text{ m/s} = \left(28.0\ \frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}\right)\left(\frac{1.00\text{ mi}}{1\,609\ \cancel{\text{m}}}\right) = 1.74 \times 10^{-2}\text{ mi/s}$$

Convierta segundos a horas:

$$1.74 \times 10^{-2}\text{ mi/s} = \left(1.74 \times 10^{-2}\ \frac{\text{mi}}{\cancel{\text{s}}}\right)\left(60.0\ \frac{\cancel{\text{s}}}{\cancel{\text{min}}}\right)\left(60.0\ \frac{\cancel{\text{min}}}{\text{h}}\right)$$

$$= 62.6\text{ mi/h}$$

COMENTARIOS El conductor debe aminorar la velocidad ya que está excediendo el límite de velocidad.

PREGUNTA 1.4 Repita la conversión, usando la relación 1.00 m/s = 2.24 mi/h. ¿Por qué la respuesta es ligeramente diferente?

EJERCICIO 1.4 Convierta 152 mi/h a m/s.

RESPUESTA 67.9 m/s

EJEMPLO 1.5 Acelere a fondo

OBJETIVO Convertir una cantidad con potencias de una unidad.

PROBLEMA La luz de un semáforo cambia a verde, y el conductor de un automóvil de alto rendimiento pisa el acelerador hasta el fondo. El velocímetro registra 22.0 m/s^2. Convierta esta lectura a km/min^2.

ESTRATEGIA Aquí necesitamos un factor para convertir metros a kilómetros y otros dos factores para convertir segundos al cuadrado a minutos al cuadrado.

SOLUCIÓN

Multiplique por los tres factores:

$$\frac{22.0\ \cancel{m}}{1.00\ \cancel{s}^2}\left(\frac{1.00\ km}{1.00\times10^3\ \cancel{m}}\right)\left(\frac{60.0\ \cancel{s}}{1.00\ min}\right)^2 = 79.2\ \frac{km}{min^2}$$

COMENTARIOS Observe que en cada factor de conversión el numerador es igual al denominador cuando se toman en cuenta las unidades. Un error común al tratar con cuadrados es ¡elevar al cuadrado las unidades dentro de paréntesis al tiempo que se olvida elevar al cuadrado los números!

PREGUNTA 1.5 ¿Qué factor o factores de conversión del tiempo se usarían para además convertir la respuesta a km/h^2?

EJERCICIO 1.5 Convierta $4.50\times10^3\ kg/m^3$ a g/cm^3.

RESPUESTA $4.50\ g/cm^3$

1.6 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Generar estimaciones para las cantidades físicas usando aproximaciones y suposiciones educadas.

Obtener una respuesta exacta para un cálculo que a menudo puede ser difícil o imposible, ya sea por razones matemáticas o bien porque se dispone de información limitada. En estos casos las estimaciones pueden producir respuestas aproximadas útiles que determinan si se requiere un cálculo más preciso. Las estimaciones también sirven como verificación parcial si en verdad se realizan cálculos exactos. Si se espera una respuesta con un valor grande pero se obtiene una con valor pequeño, hay un error en alguna parte.

Para muchos problemas, conocer el valor aproximado de una cantidad (dentro de un factor de 10 o algo similar) es suficiente. Este valor aproximado se denomina estimación de **orden de magnitud** y requiere encontrar la potencia de 10 que está más cerca del valor real de la cantidad. Por ejemplo, 75 kg $\sim 10^2$ kg, donde el símbolo $\sim$ significa "está en el orden de" o "es aproximadamente". El incremento de una cantidad en tres órdenes de magnitud significa que su valor aumenta en un factor de $10^3 = 1\,000$.

En ocasiones el proceso de hacer estimaciones resulta en respuestas muy burdas, pero las respuestas que son grandes o pequeñas diez veces o más aún son útiles. Por ejemplo, suponga que le interesa saber cuántas personas han contraído cierta enfermedad. Cualesquiera estimaciones menores que 10 000 son pequeñas comparadas con la población total de la Tierra, pero un millón o más sería alarmante. Así que la información relativamente imprecisa puede proporcionar una guía valiosa.

Al desarrollar estas estimaciones se pueden tomar libertades considerables con los números. Por ejemplo, $\pi \sim 1$, $27 \sim 10$, y $65 \sim 100$. Para obtener una estimación menos burda, se permite utilizar números ligeramente más precisos (por ejemplo, $\pi \sim 3$, $27 \sim 30$, $65 \sim 70$. Una mayor precisión también se puede obtener subestimando de manera sistemática tantos números como los sobrestimados. Algunas cantidades pueden ser completamente desconocidas, pero es un criterio para hacer suposiciones razonables, como se muestra en los ejemplos.

EJEMPLO 1.6 Estimación de las células del cerebro

OBJETIVO Desarrollar una estimación simple.

PROBLEMA Estime el número de células en el cerebro humano.

ESTRATEGIA Estime el volumen de un cerebro humano y divida entre el volumen estimado de una célula. El cerebro está ubicado en la parte superior de la cabeza, con un volumen que se podría aproximar con un cubo $\ell = 20$ cm por lado. Las células del cerebro, que consisten aproximadamente en 10% de neuronas y 90% de glía, varían mucho en tamaño, con dimensiones que van desde algunos micrones hasta un metro más o menos. Como suposición, tome $d = 10$ micrones como dimensión representativa y considere una célula como un cubo con cada lado de esa longitud.

SOLUCIÓN

Estime el volumen de un cerebro humano: $V_{\text{cerebro}} = \ell^3 \approx (0.2\ \text{m})^3 = 8 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 \approx 1 \times 10^{-2}\ \text{m}^3$

Estime el volumen de una célula: $V_{\text{cel}} = d^3 \approx (10 \times 10^{-6}\ \text{m})^3 = 1 \times 10^{-15}\ \text{m}^3$

Divida el volumen de un cerebro entre el volumen de una célula: $\text{número de célula} = \dfrac{V_{\text{cerebro}}}{V_{\text{cel}}} = \dfrac{0.01\ \text{m}^3}{1 \times 10^{-15}\ \text{m}^3} = 1 \times 10^{13}$ células

COMENTARIOS Observe que se puso poca atención para obtener valores precisos. Si la estimación debe estar dentro de un orden de magnitud del valor actual se requiere cierta información general acerca de un problema. En este caso, el conocimiento de las dimensiones aproximadas de las células del cerebro y del cerebro humano fue esencial para efectuar la estimación.

PREGUNTA 1.6 ¿Sería 10^{12} células también una estimación razonable? ¿Y qué tal 10^9 células? Explique.

EJERCICIO 1.6 Estime el número total de células en el cuerpo humano.

RESPUESTA 10^{14} (Las respuestas pueden variar).

EJEMPLO 1.7 Apile billetes de un dólar hasta la Luna

OBJETIVO Estimar el número de objetos que se requiere apilar para alcanzar una altura dada.

PROBLEMA ¿Cuántos billetes de un dólar, apilados uno sobre otro, alcanzarían la Luna?

ESTRATEGIA La distancia hasta la Luna es de aproximadamente 400 000 km. Suponga el número de billetes de un dólar en un milímetro y multiplique la distancia por este número, después de convertir a unidades consistentes.

SOLUCIÓN

Estimamos que diez billetes apilados forman una capa de 1 mm. Convierta mm a km:

$$\frac{10\ \text{billetes}}{1\ \cancel{\text{mm}}}\left(\frac{10^3\ \cancel{\text{mm}}}{1\ \cancel{\text{m}}}\right)\left(\frac{10^3\ \cancel{\text{m}}}{1\ \text{km}}\right) = \frac{10^7\ \text{billetes}}{1\ \text{km}}$$

Multiplique este valor por la distancia lunar apropiada:

$$\text{Número de billetes de un dólar} \sim (4 \times 10^5\ \text{km})\left(\frac{10^7\ \text{billetes}}{1\ \text{km}}\right) = 4 \times 10^{12}\ \text{billetes}$$

COMENTARIOS ¡Eso está dentro de un orden de magnitud de la deuda nacional de Estados Unidos!

PREGUNTA 1.7 Con base en la respuesta, ¿aproximadamente cuántos centavos apilados llegarían a la Luna?

EJERCICIO 1.7 ¿Cuántas piezas de cartón, de las que por lo general se encuentran en la parte posterior de un block de hojas de papel, se tendrían que apilar para alcanzar la altura del monumento a Washington, de aproximadamente 170 m?

RESPUESTA $\sim 10^5$ (Las respuestas pueden variar).

EJEMPLO 1.8 Número de galaxias en el Universo

OBJETIVO Estime un volumen y un número de densidad, y combine.

PROBLEMA Dado que los astrónomos pueden ver aproximadamente 10 000 millones de años luz en el espacio y que hay 14 galaxias en nuestro grupo local, que se encuentra a dos millones de años luz del siguiente grupo, estime el número de galaxias en el universo observable. (Nota: un año luz es la distancia recorrida por la luz en un año, aproximadamente 9.5×10^{15} m). (Consulte la figura 1.3.)

ESTRATEGIA A partir de la información conocida podemos estimar el número de galaxias por volumen unitario. El grupo local de 14 galaxias está contenido en una esfera con un radio de un millón de años luz, y el grupo Andrómeda se encuentra en una esfera similar; por lo tanto, hay aproximadamente 10 galaxias dentro de un volumen con un radio de un millón de años luz. Multiplique ese número de densidad por el volumen del universo observable.

NASA, ESA, S. Beckwith (STScI) y el equipo HUDF

Figura 1.3 En esta fotografía del espacio profundo, hay pocas estrellas, solo galaxias sin fin.

SOLUCIÓN

Calcule el volumen aproximado V_{lg} del grupo local de galaxias:

$$V_{lg} = \tfrac{4}{3}\pi r^3 \sim (10^6 \text{ ly})^3 = 10^{18} \text{ ly}^3$$

Estime la densidad de las galaxias:

$$\text{densidad de galaxias} = \frac{\text{número de galaxias}}{V_{lg}}$$

$$\sim \frac{10 \text{ galaxias}}{10^{18} \text{ ly}^3} = 10^{-17} \frac{\text{galaxias}}{\text{ly}^3}$$

Calcule el volumen aproximado del universo observable:

$$V_u = \tfrac{4}{3}\pi r^3 \sim (10^{10} \text{ ly})^3 = 10^{30} \text{ ly}^3$$

Multiplique la densidad de las galaxias por V_u:

$$\text{número de galaxias} \sim (\text{densidad de galaxias})\, V_u$$

$$= \left(10^{-17} \frac{\text{galaxias}}{\text{ly}^3}\right)(10^{30} \text{ ly}^3)$$

$$= 10^{13} \text{ galaxias}$$

COMENTARIOS Observe la naturaleza aproximada del cálculo, donde se utiliza $4\pi/3 \sim 1$ en dos ocasiones y $14 \sim 10$ para el número de galaxias en el grupo local. Esto está completamente justificado. Usar los números reales no tendría sentido, ya que las otras dos suposiciones en el problema (el tamaño del universo observable y la idea de que la densidad de las galaxias local es representativa de la densidad en todas partes) también son aproximaciones burdas. Además, no hubo algo en el problema que requiriera el uso de volúmenes de esferas en lugar de volúmenes de cubos. A pesar de estas elecciones arbitrarias, la respuesta aún proporciona información útil, porque descarta muchas respuestas razonablemente posibles. Antes de realizar el cálculo, una suposición de mil millones de galaxias parecería plausible.

PREGUNTA 1.8 Aproximadamente 1 de 10 galaxias en el grupo local no es galaxia enana. Estime el número de galaxias en el Universo que no son enanas.

EJERCICIO 1.8 a) Dado que la estrella más cercana está a más o menos cuatro años luz, desarrolle una estimación de la densidad de estrellas por año luz cúbico en nuestra galaxia. b) Estime el número de estrellas en la galaxia Vía Láctea, dado que se considera en términos sencillos como un disco con un diámetro de 100 000 años luz y con un espesor de mil años luz.

RESPUESTA a) 0.02 estrellas/año luz^3; b) 2×10^{11} estrellas (las estimaciones pueden variar). La respuesta real es probablemente más o menos dos veces ese número).

1.7 Sistemas de coordenadas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir y ubicar puntos en un plano usando un sistema de coordenadas cartesiano.
2. Describir y ubicar puntos en un plano usando un sistema de coordenadas polar.

Muchos aspectos de la física tratan de la ubicación en el espacio, lo que requiere la definición de un sistema de coordenadas. Un punto en una recta se puede ubicar con una coordenada, un punto en un plano con dos coordenadas y un punto en el espacio con tres.

Un sistema de coordenadas que se usa para especificar la ubicación en el espacio consiste en lo siguiente:

- Un punto de referencia fijo O, denominado *origen*
- Un conjunto de ejes especificados, o direcciones, con una escala apropiada y designaciones en los ejes
- Instrucciones para señalar un punto en el espacio relativo al origen y a los ejes

Un sistema de coordenadas conveniente y de uso común es el **sistema de coordenadas cartesiano**, el ocasiones denominado **sistema de coordenadas rectangular**. Este sistema en dos dimensiones se ilustra en la figura 1.4. Un punto arbitrario en este sistema está etiquetado con las coordenadas (x, y). Por ejemplo, el punto P en la figura tiene coordenadas (5, 3). Si iniciamos en el origen O, podemos alcanzar P moviéndonos 5 metros de forma horizontal hacia la derecha y luego 3 metros de forma vertical hacia arriba. De la misma manera, el punto Q tiene coordenadas $(-3, 4)$, lo que corresponde a ir 3 metros de forma horizontal hacia la izquierda del origen y 4 metros de forma vertical hacia arriba desde allí.

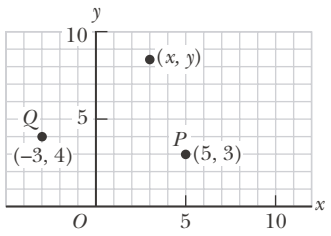


Figura 1.4 Designación de los puntos en un sistema de coordenadas cartesiano en dos dimensiones. Cada punto está etiquetado con las coordenadas (x, y).

La x positiva por lo general se selecciona hacia la derecha a partir del origen y la y positiva hacia arriba a partir del origen, pero en dos dimensiones esta elección es en gran parte un asunto de preferencia. (Sin embargo, en tres dimensiones hay coordenadas "de mano derecha" y "de mano izquierda", lo que genera diferencias del signo menos en ciertas operaciones. Estas se abordarán según sea necesario).

En ocasiones es más conveniente ubicar un punto en el espacio mediante sus **coordenadas polares planas** (r, θ), como se muestra en la figura 1.5. En este sistema de coordenadas, se seleccionan un origen O y una línea de referencia, como se muestra. Entonces un punto se específica por la distancia r desde el origen hasta el punto y por el ángulo θ entre la línea de referencia y una recta trazada desde el origen hasta el punto. La línea de referencia estándar por lo general se selecciona para que sea el eje x positivo de un sistema de coordenadas cartesiano. El ángulo θ se considera positivo cuando se mide en sentido contrario a las manecillas del reloj desde la línea de referencia y negativo cuando se mide en sentido de las manecillas del reloj. Por ejemplo, si un punto se específica por las coordenadas polares 3 m y 60°, ubicamos este punto moviéndonos tres metros desde el origen con un ángulo de 60° por encima (en sentido contrario a las manecillas del reloj) de la línea de referencia. Un punto especificado por las coordenadas polares 3 m y −60° se ubica a tres metros desde el origen y 60° por debajo (en sentido de las manecillas del reloj) de la línea de referencia.

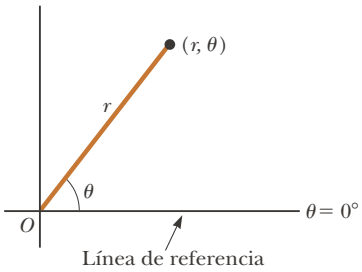


Figura 1.5 Las coordenadas polares planas de un punto están representadas por la distancia r y el ángulo θ, donde θ se mide en sentido contrario a las manecillas del reloj desde el eje x positivo.

1.8 Trigonometría

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Convertir entre coordenadas cartesianas y polares utilizando las funciones trigonométricas básicas y el teorema pitagórico.
2. Aplicar las funciones trigonométricas básicas y el teorema pitagórico en contextos físicos simples.

Considere el triángulo rectángulo que se muestra en la figura 1.6, donde el lado y es opuesto al ángulo θ, el lado x es adyacente al ángulo θ y el lado r es la hipotenusa

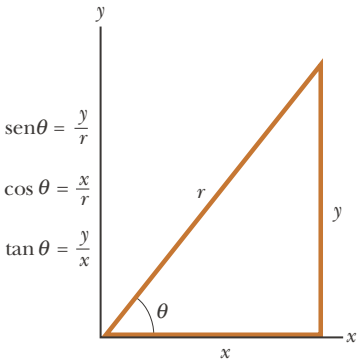


Figura 1.6
Algunas funciones trigonométricas de un triángulo rectángulo.

del triángulo. Las funciones trigonométricas básicas definidas por ese triángulo son las razones de las longitudes de los lados del triángulo. Estas relaciones se denominan funciones seno (sen), coseno (cos) y tangente (tan). En términos de θ, las funciones trigonométricas básicas son como se muestra:[2]

$$\text{sen}\,\theta = \frac{\text{lado opuesto a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{lado adyacente a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{r} \qquad [1.1]$$

$$\tan\theta = \frac{\text{lado opuesto a } \theta}{\text{lado adyacente a } \theta} = \frac{y}{x}$$

Por ejemplo, si el ángulo θ es igual a 30°, entonces la razón de y a r siempre es 0.50; es decir, sen 30° = 0.50. Observe que las funciones seno, coseno y tangente son cantidades sin unidades ya que cada una representa la razón de dos longitudes.

Otra relación importante que existe entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo se denomina **teorema pitagórico**:

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad [1.2]$$

Por último, con frecuencia será necesario encontrar los valores de las relaciones inversas. Por ejemplo, suponga que sabe que el seno de un ángulo es 0.866, pero necesita conocer el valor del ángulo. La función de seno inverso puede expresarse como sen^{-1} (0.866), que es una forma abreviada de hacer la pregunta: ¿"Cuál ángulo tiene un seno de 0.866?". Al presionar un par de teclas en su calculadora se revela que este ángulo es de 60.0°. Inténtelo y demuestre que $\tan^{-1}$ (0.400) = 21.8°. Asegúrese de que su calculadora esté ajustada para grados y no radianes. Además, la función tangente inversa solo puede proporcionar valores entre −90° y +90°, por lo que cuando un ángulo se encuentra en el segundo o tercer cuadrante es necesario sumar 180° a la respuesta en la pantalla de la calculadora.

Las definiciones de las funciones trigonométricas y las funciones trigonométricas inversas, así como el teorema pitagórico, se pueden aplicar a *cualquier* triángulo rectángulo, sin importar si sus lados corresponden a coordenadas x y y.

Estos resultados de la trigonometría son útiles al convertir de coordenadas rectangulares a polares, o viceversa, como se muestra en el ejemplo siguiente.

Sugerencia 1.3 Grados o radianes

Cuando calcule funciones trigonométricas asegúrese de que el ajuste de su calculadora (grados o radianes) sea consistente con la medida angular que esté utilizando en un problema dado

EJEMPLO 1.9 Coordenadas cartesianas y polares

OBJETIVO Comprender cómo convertir de coordenadas rectangulares planas a coordenadas polares planas y viceversa.

PROBLEMA **a)** Las coordenadas cartesianas de un punto en el plano xy son $(x, y) = (-3.50\text{ m}, -2.50\text{ m})$, como se muestra en la figura 1.7. Encuentre las coordenadas polares de este punto. **b)** Convierta $(r, \theta) = (5.00\text{ m}, 37.0°)$ a coordenadas rectangulares.

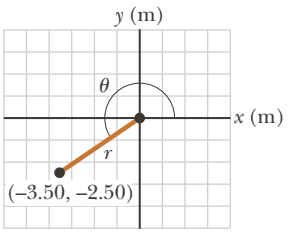


Figura 1.7 (Ejemplo 1.9) Conversión de coordenadas cartesianas a coordenadas polares.

ESTRATEGIA Aplique las funciones trigonométricas y sus inversos, junto con el teorema pitagórico.

SOLUCIÓN

a) Conversión cartesiana a polar

Obtenga la raíz cuadrada de los dos lados de la ecuación 1.2 para encontrar la coordenada radial:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3.50\text{ m})^2 + (-2.50\text{ m})^2} = 4.30\text{ m}$$

Utilice la ecuación 1.1 en la función tangente para encontrar el ángulo con la tangente inversa, sumando 180° ya que el ángulo se encuentra en el tercer cuadrante:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2.50\text{ m}}{-3.50\text{ m}} = 0.714$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.714) = 35.5° + 180° = 216°$$

[2]Muchas personas utilizan el nemotécnico *SOHCAHTOA* para recordar las fórmulas trigonométricas básicas: *s*eno = *o*puesto/*h*ipotenusa, *c*oseno = *a*dyacente/*h*ipotenusa y *t*angente = *o*puesto/*a*dyacente (gracias al profesor Don Chodrow por señalar esto).

b) Conversión de polares a cartesianas

Utilice las definiciones trigonométricas, ecuación 1.1.

$$x = r\cos\theta = (5.00\text{ m})\cos 37.0^\circ = \boxed{3.99\text{ m}}$$

$$y = r\,\text{sen}\,\theta = (5.00\text{ m})\,\text{sen}\,37.0^\circ = \boxed{3.01\text{ m}}$$

COMENTARIOS Cuando abordemos los vectores en dos dimensiones en el capítulo 3, de manera rutinaria usaremos un proceso similar para encontrar la dirección y la magnitud de un vector dado a partir de sus componentes o, a la inversa, para encontrar las componentes a partir de la magnitud y la dirección del vector.

PREGUNTA 1.9 Iniciando con las respuestas del inciso b), trabaje a la inversa para determinar el radio y el ángulo dados. ¿Por qué hay diferencias ligeras de las cantidades originales?

EJERCICIO 1.9 **a)** Encuentre las coordenadas polares correspondientes a $(x, y) = (-3.25\text{ m}, 1.50\text{ m})$. **b)** Determine las coordenadas cartesianas correspondientes a $(r, \theta) = (4.00\text{ m}, 53.0^\circ)$

RESPUESTAS a) $(r, \theta) = (3.58\text{ m}, 155^\circ)$ b) $(x, y) = (2.41\text{ m}, 3.19\text{ m})$

EJEMPLO 1.10 ¿Cuál es la altura del edificio?

OBJETIVO Aplicar los resultados básicos de la trigonometría.

PROBLEMA Una persona mide la altura de un edificio caminando una distancia de 46 m desde su base y apuntando el haz de luz de una linterna hacia su parte superior. Cuando el haz está elevado a un ángulo de 39.0° respecto a la horizontal, como se muestra en la figura 1.8, el haz incide justo sobre la parte superior del edificio. **a)** Si la linterna se sostiene a una altura de 2.00 m, encuentre la altura del edificio, **b)** Calcule la longitud del haz de luz.

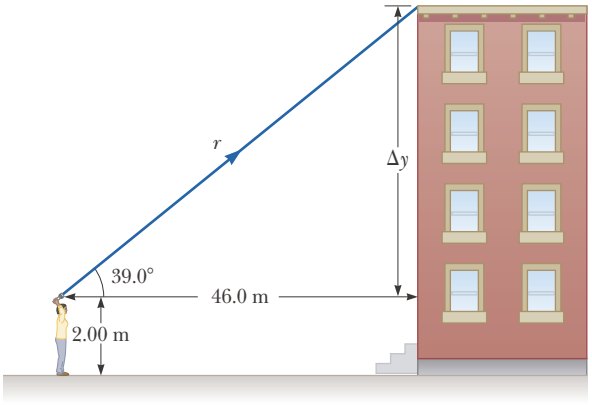


Figura 1.8 (Ejemplo 1.10)

ESTRATEGIA Consulte el triángulo rectángulo que se muestra en la figura. Conocemos el ángulo, 39.0°, y la longitud del lado adyacente a él. Dado que la altura del edificio es el lado opuesto del ángulo, podemos utilizar la función tangente. Conocidos los lados adyacente y opuesto, luego podemos encontrar la hipotenusa con el teorema pitagórico.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la altura del edificio.

Utilice la tangente del ángulo dado:

$$\tan 39.0^\circ = \frac{\Delta y}{46.0\text{ m}}$$

Despeje la altura:

$$\Delta y = (\tan 39.0^\circ)(46.0\text{ m}) = (0.810)(46.0\text{ m}) = 37.3\text{ m}$$

Sume 2.00 m a Δy para obtener la altura:

$$\text{altura} = \boxed{39.3\text{ m}}$$

b) Calcule la longitud del haz de luz.

Utilice el teorema pitagórico:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(37.3\text{ m})^2 + (46.0\text{ m})^2} = \boxed{59.2\text{ m}}$$

COMENTARIOS En un capítulo posterior, con frecuencia se utiliza la trigonometría del triángulo rectángulo al trabajar con vectores.

PREGUNTA 1.10 ¿Podría determinarse la distancia recorrida por el haz de luz sin emplear el teorema pitagórico? ¿Cómo?

EJERCICIO 1.10 Al estar de pie sobre un edificio de 50.0 m de altura, usted ve a un amigo en una esquina de una calle. Con un transportador y suspendiendo una plomada, determina que el ángulo entre la horizontal y la dirección hacia el punto en la acera donde está parado su amigo es de 25.0°. Sus ojos se ubican a 1.75 m por encima del techo del edificio. ¿Qué tan alejado de la base del edificio está su amigo?

RESPUESTA 111 m

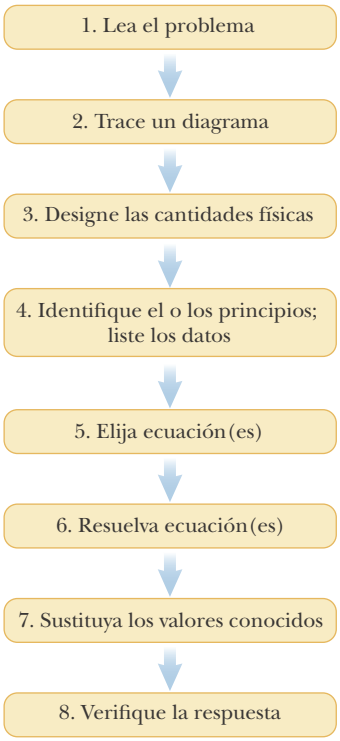


Figura 1.9 Guía para resolver problemas.

1.9 Estrategia para resolver problemas

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Organizar y resolver de forma sistemática un problema físico general.

La mayoría de los cursos en física general requieren que el estudiante aprenda las habilidades empleadas para resolver problemas y los exámenes por lo general incluyen aquellos que ponen a prueba esas habilidades. Esta breve sección presenta algunas sugerencias útiles para incrementar su éxito en la resolución de problemas. Un enfoque organizado para la solución de problemas también mejorará su comprensión de los conceptos físicos y reducirá el estrés de los exámenes. A lo largo del libro habrá una variedad de secciones llamadas "Estrategia para resolver problemas", muchas de ellas solo son una especialización de la lista dada a continuación (e ilustrada en la figura 1.9).

Estrategia para resolver problemas

Problema

1. **Lea** el problema con cuidado al menos dos veces. Asegúrese de comprender la naturaleza del problema antes de continuar.
2. **Trace** un diagrama mientras vuelve a leer el problema.
3. **Identifique** todas las cantidades físicas en el diagrama, utilizando letras que le recuerden qué representa la cantidad (por ejemplo, m para masa). Elija un sistema de coordenadas e identifíquelo.

Estrategia

4. **Identifique** los principios físicos, los datos y las incógnitas, y haga una lista de ellos. Encierre en un círculo las incógnitas. Debe haber tantas ecuaciones como incógnitas.
5. **Ecuaciones,** luego es preciso escribir las relaciones entre las cantidades físicas identificadas. Naturalmente, las ecuaciones seleccionadas deben ser consistentes con los principios físicos identificados en el paso anterior.

Solución

6. **Despeje** el conjunto de ecuaciones para las cantidades desconocidas en términos de las cantidades conocidas. Haga esto de forma algebraica, sin sustituir valores hasta el paso siguiente, excepto cuando los términos sean cero.
7. **Sustituya** los valores conocidos, junto con sus unidades. Obtenga un valor numérico con unidades para cada incógnita.

Verifique la respuesta

8. **Verifique** su respuesta. ¿Concuerdan las unidades? ¿Es razonable la respuesta? ¿Tienen sentido los signos de más o de menos? ¿Es consistente su respuesta con una estimación de un orden de magnitud?

Este mismo procedimiento, con pequeñas variaciones, debe seguirse en todo el curso. Los primeros tres pasos son muy importantes, ya que orientan su mente. Identificar los conceptos y los principios físicos apropiados le ayudan al elegir las ecuaciones correctas. Las propias ecuaciones son esenciales dado que cuando las comprenda también comprenderá las relaciones entre las cantidades físicas. Esta comprensión proviene de mucha práctica diaria.

Las ecuaciones son las herramientas de la física. Para resolver problemas, debe tenerlas a la mano, como un plomero tiene diponibles sus llaves. Conozca las ecuaciones y comprenda qué significan y cómo utilizarlas. Al igual que usted no puede tener una conversación sin conocer el lenguaje local, no puede reslover problemas físicos sin conocer y comprender las ecuaciones. Esta comprensión crecerá conforme estudie y aplique los conceptos y las ecuaciones que los relacionan.

Practicar el álgebra tanto como sea posible (sustituyendo los números solo al final) también es importante, ya que le ayuda a pensar en términos de las cantidades

físicas implicadas, no solo en los números que representan. Muchos estudiantes de física están ansiosos por hacer sustituciones, pero una vez que los números se sustituyen es más difícil comprender las relaciones y más fácil cometer errores.

La presentación y organización física de su trabajo hará el producto final más entendible y más fácil de seguir. Aunque la física es una disciplina estimulante, sus probabilidades de éxito son excelentes si mantiene una actitud positiva y sigue intentando.

Sugerencia 1.4
Acostúmbrese al álgebra simbólica

Cuando sea posible resuelva los problemas de manera simbólica y luego sustituya los valores conocidos. Este proceso ayuda a evitar los errores y clarifica las relaciones entre las cantidades físicas.

EJEMPLO 1.11 Un viaje redondo en avión

OBJETIVO Ilustrar la estrategia para resolver problemas.

PROBLEMA Un aeroplano viaja $x = 4.50 \times 10^2$ km al este y luego viaja una distancia desconocida y al norte. Por último, regresa a su punto de partida viajando una distancia de $r = 525$ km. ¿Qué distancia viajó el aeroplano en la dirección hacia el norte?

ESTRATEGIA Hemos terminado de leer el problema (paso 1) y trazado un diagrama (paso 2) en la figura 1.10 e identificado cantidades (paso 3). A partir del diagrama, reconocemos un triángulo rectángulo e identificamos (paso 4) el principio implicado: el teorema pitagórico. El lado y es la cantidad desconocida y los otros lados son conocidos.

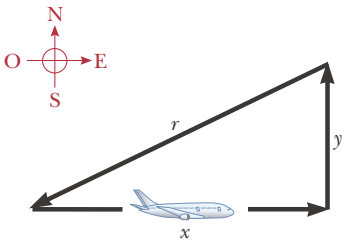


Figura 1.10 (Ejemplo 1.11)

SOLUCIÓN

Escriba el teorema pitagórico (paso 5): $r^2 = x^2 + y^2$

Despeje y simbólicamente (paso 6): $y^2 = r^2 - x^2 \quad \rightarrow \quad y = +\sqrt{r^2 - x^2}$

Sustituya los números, con unidades (paso 7): $y = \sqrt{(525\text{ km})^2 - (4.50 \times 10^2\text{ km})^2} = 2.70 \times 10^2\text{ km}$

COMENTARIOS Observe que la solución negativa se ha descartado, dado que no tiene un significado físico. Al verificar (paso 8), observe que las unidades son correctas y que una respuesta aproximada se puede obtener usando las cantidades más fáciles, 500 km y 400 km. Al hacer esto resulta una respuesta de 300 km, lo cual es aproximadamente igual a nuestra respuesta calculada de 270 km.

PREGUNTA 1.11 ¿Cuál es la respuesta si tanto la distancia recorrida al este como la distancia de retorno se incrementan al doble?

EJERCICIO 1.11 Un avión vuela 345 km al sur, luego gira y vuela 615 a un rumbo noreste, hasta que está al este de su punto de partida. Si el avión ahora gira y se dirige a casa, ¿cuánto tendrá que viajar?

RESPUESTA 509 km

RESUMEN

1.1 Estándares de longitud, masa y tiempo

Las cantidades físicas en el estudio de la mecánica se pueden expresar en términos de tres cantidades fundamentales: longitud, masa y tiempo, las cuales tienen unidades SI de metros (m), kilogramos (kg) y segundos (s), respectivamente.

1.2 Los bloques fundamentales de la materia

La materia se compone de átomos, los cuales a su vez tienen un núcleo relativamente pequeño de protones y neutrones dentro de una nube de electrones. Y los protones y neutrones están integrados por partículas más pequeñas, denominadas quarks.

1.3 Análisis dimensional

El análisis dimensional se puede usar para verificar ecuaciones y para asistir en su deducción. Cuando las dimensiones en los dos lados de la ecuación concuerdan, la ecuación con frecuencia es correcta hasta un factor numérico. Cuando las dimensiones no concuerdan la ecuación debe estar equivocada.

1.4 Incertidumbre en la medición y cifras significativas

Ninguna cantidad física se puede determinar con una precisión absoluta. El concepto de cifras significativas ofrece un método básico para manejar estas incertidumbres. Una

cifra significativa es un dígito confiablemente conocido, además de un cero que se usa para ubicar el punto decimal. Las dos reglas de las cifras significativas son las siguientes:

1. Cuando se multiplica o divide usando dos o más cantidades, el resultado debe tener el mismo número de cifras significativas que la cantidad que tiene menos cifras significativas.
2. Cuando las cantidades se suman o restan, el número de lugares decimales en el resultado debe ser el mismo que en la cantidad con los menos lugares decimales.

El uso de la notación científica puede evitar ambigüedad en las cifras significativas. En el redondeo, si el último dígito omitido es menor que 5 simplemente omita el dígito; de lo contrario aumente 1 al último dígito retenido.

1.5 Conversión de unidades

Las unidades en las ecuaciones físicas siempre deben ser consistentes. Al resolver un problema físico, es mejor iniciar con unidades consistentes usando la tabla de factores de conversión de las primeras de forros según sea necesario.

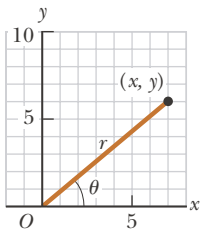
La conversión de unidades se trata de multiplicar la cantidad dada por una fracción, con un número en el numerador y su equivalente en las otras unidades en el denominador, dispuestas de modo tal que las unidades no deseadas en la cantidad dada se cancelan a favor de las unidades deseadas.

1.6 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud

En ocasiones es útil encontrar una respuesta aproximada para una pregunta, ya sea debido a que las matemáticas son difíciles o bien dado que la información está incompleta. Una estimación rápida también se puede utilizar para verificar un cálculo más detallado. En un cálculo de un orden de magnitud, cada valor se reemplaza por la potencia de 10 más cercana, la cual a veces debe suponerse o estimarse cuando el valor se desconoce. Luego se realiza el cálculo. Para estimaciones rápidas que comprenden valores conocidos, cada valor primero se puede redondear a una cifra significativa.

1.7 Sistemas de coordenadas

El sistema de coordenadas cartesiano consiste en dos ejes perpendiculares, por lo general denominados x y y; cada eje se identifica con todos los números de infinito negativo a infinito positivo. Los puntos se ubican especificando los valores x y y. Las coordenadas polares consisten en una coordenada radial r, la cual es la distancia desde el origen y una coordenada angular θ, la cual es el desplazamiento angular desde el eje x positivo.



Un punto en el plano se puede describir con las coordenadas cartesianas (x, y) o con las coordenadas polares (r, θ).

1.8 Trigonometría

Las tres funciones trigonométricas básicas de un triángulo rectángulo son seno, coseno y tangente, que se definen como se muestra:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\text{lado opuesto a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{r}$$

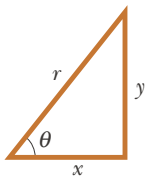
$$\cos\theta = \frac{\text{lado adyacente a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{r} \qquad [1.1]$$

$$\tan\theta = \frac{\text{lado opuesto a } \theta}{\text{lado adyacente a } \theta} = \frac{y}{x}$$

El **teorema pitagórico** es una relación importante entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo:

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad [1.2]$$

donde r es la hipotenusa del triángulo y x y son los otros dos lados.



EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de matemáticas** Convierta los números siguientes a notación científica: a) 568 017 b) 0.000 309
2. **Repaso de matemáticas** Simplifique la expresión siguiente en términos de las dimensiones de masa, longitud y tiempo dadas por [M[, [L] y [T] (consulte la sección 1.3).

$$\frac{[\mathrm{M}][\mathrm{L}]^2}{[\mathrm{T}]^3} \cdot \frac{[\mathrm{T}]}{[\mathrm{L}]} \cdot [\mathrm{T}] = ?$$

3. Simplifique la expresión siguiente, combinando términos según sea apropiado y combinando y cancelando unidades (consulte la sección 1.5).

$$\left(7.00\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\left(\frac{1.00\ \mathrm{km}}{1.00 \times 10^3\ \mathrm{m}}\right)\left(\frac{60.0\ \mathrm{s}}{1.00\ \mathrm{min}}\right)^2 = ?$$

4. El codo romano es una unidad de medición antigua equivalente a aproximadamente 0.445 m. Convierta la estatura de 2.00 m de un delantero de básquetbol a codos (consulte la sección 1.5).
5. Se anuncia que una casa tiene 1 420 pies cuadrados cubiertos. ¿Cuál es el área de la casa en metros cuadrados? (consulte la sección 1.5).
6. Una pista aérea rectangular mide 32.30 m por 210 m, con el ancho medido con más precisión que la longitud. Determine el área, tomando en cuenta las cifras significativas (consulte la sección 1.4).

7. Use las reglas de las cifras significativas para encontrar la respuesta al problema de adición 21.4 + 15 + 17.17 + 4.003 (consulte la sección 1.4).
8. Encuentre las coordenadas polares que corresponden a un punto ubicado en (−5.00, 12.00) en coordenadas cartesianas (consulte la sección 1.7).
9. A una distancia horizontal de 45 m desde la base de un árbol, el ángulo de elevación hasta la copa del árbol es 26°. ¿Cuál es la altura del árbol? (consulte la sección 1.8).

PREGUNTAS CONCEPTUALES

WebAssign Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Estime el orden de magnitud de la longitud, en metros, de lo siguiente: a) un ratón, b) un taco de billar, c) una cancha de básquetbol, d) un elefante, e) una cuadra de una ciudad.
2. ¿Qué tipos de fenómenos naturales podrían servir como estándares de tiempo?
3. Encuentre el orden de magnitud de su edad en segundos.
4. Un objeto con una masa de 1 kg pesa aproximadamente 2 lb. Utilice esta información para estimar la masa de los objetos siguientes: a) una pelota de béisbol; b) su libro de física; c) una camioneta.
5. BIO a) Estime el número de veces que su corazón late en un mes. b) Estime el número de latidos del corazón en una vida promedio.
6. Estime el número de átomos en 1 cm^3 de un sólido (observe que el diámetro de un átomo es aproximadamente 10^{-10} m).
7. La altura de un caballo en ocasiones se da en unidades de "palmos". ¿Por qué es deficiente este estándar de longitud?
8. ¿Cuántas de las longitudes o intervalos de tiempo dados en las tablas 1.2 y 1.3 podría verificar, utilizando solo el equipo encontrado en un dormitorio estudiantil común?
9. a) Si una ecuación es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que debe ser válida? b) si una ecuación no es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que la ecuación no puede ser correcta? Explique sus respuestas.
10. ¿Por qué el sistema métrico se considera mejor que la mayoría de los otros sistemas?
11. ¿Cómo puede tener valor una estimación incluso cuando es errónea por un orden de magnitud? Explique y proporcione un ejemplo.
12. Suponga que dos cantidades, A y B, tienen diferentes dimensiones. Determine cuál de las operaciones aritméticas siguientes *podría* ser físicamente significativa. a) $A + B$ b) $B - A$ c) $A - B$ d) A/B e) AB
13. Responda sí o no a cada pregunta. ¿Deben tener dos cantidades las mismas dimensiones a) si las suma? b) Si las multiplica? c) Si las resta? d) Si las divide? e) Si las iguala?

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante
1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos
GP denota problemas guiados
M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign
Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual
S denota un problema de razonamiento simbólico
W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

1.3 Análisis dimensional

1. El periodo de un péndulo simple, definido como el tiempo necesario para completar una oscilación completa, se mide en unidades de tiempo y está dado por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

donde ℓ es la longitud del péndulo y g es la aceleración debida a la gravedad, en unidades de longitud dividida entre el tiempo elevado al cuadrado. Demuestre que esta ecuación esta dimensionalmente consistente (quizá quiera verificar la fórmula empleando sus llaves atadas en el extremo de una cuerda).

2. a) Suponga que el desplazamiento de un objeto está relacionado con el tiempo de acuerdo con la expresión $x = Bt^2$. ¿Cuáles son las dimensiones de B? b) Un desplazamiento está relacionado con el tiempo como $x = A$ sen $(2\pi ft)$, donde A y f son constantes. Encuentre las dimensiones de A. (*Sugerencia*: Una función trigonométrica que aparece en una ecuación debe ser adimensional).
3. S Una forma que cubre un área A y tiene una altura uniforme h tiene un volumen $V = Ah$. a) Demuestre que el volumen de un cilindro y de una caja rectangular se puede escribir en la forma $V = Ah$, identificando A en cada caso. (Observe que A, en ocasiones denominada "huella" del objeto, puede tener cualquier forma

y que la altura puede, en general, reemplazarse por el espesor promedio del objeto).

4. Cada una de las ecuaciones siguientes fue proporcionada por un estudiante durante un examen: a) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0{}^2 + \sqrt{mgh}$ b) $v = v_0 + at^2$ c) $ma = v^2$. Haga un análisis dimensional de cada ecuación y explique por qué la ecuación no puede ser correcta.

5. La ley de Newton de la gravitación universal está representada por

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

donde F es la fuerza gravitacional, M y m son masas, y r es una longitud. La fuerza tiene las unidades kg · m/s^2. ¿Cuáles son las unidades SI de la constante de proporcionalidad G?

6. Q|C La energía cinética EC (capítulo 5) tiene dimensiones de kg · m^2/s^2. Se puede escribir en términos de la cantidad de movimiento p (capítulo 6) y de la masa como

$$EC = \frac{p^2}{2m}$$

a) Determine las unidades apropiadas para la cantidad de movimiento utilizando el análisis dimensional. b) Consulte el problema 5. Dadas las unidades de fuerza, escriba una ecuación simple que relacione una fuerza constante F ejercida sobre un objeto, un intervalo de tiempo t durante el cual la fuerza se aplica y la cantidad de movimiento resultante del objeto, p.

1.4 Incertidumbre en la medición y cifras significativas

7. W Se instalará una alfombra en un espacio de longitud 9.72 m y ancho 5.3 m. Encuentre el área del espacio reteniendo el número de cifras significativas apropiado.

8. Q|C Utilice su calculadora para determinar $(\sqrt{8})^3$ con tres cifras significativas de dos maneras: a) Encuentre $\sqrt{8}$ con cuatro cifras significativas; luego eleve al cubo este número y redondee a tres cifras significativas. b) Encuentre $\sqrt{8}$ con tres cifras significativas; luego eleve al cubo este número y redondee a tres cifras significativas. c) ¿Cuál respuesta es más precisa? Explique.

9. Cuántas cifras significativas hay en a) 78.9 ± 0.2, b) 3.788×10^9, c) 2.46×10^{-6}, d) 0.003 2

10. La velocidad de la luz en la actualidad se define que es 2.997 924 58 × 10^8 m/s. Exprese la velocidad de la luz con a) tres cifras significativas, b) cinco cifras significativas y c) siete cifras significativas.

11. Q|C Un bloque de oro tiene una longitud de 5.62 cm, un ancho de 6.35 cm y una altura de 2.78 cm. a) Calcule la longitud por el ancho y redondee la respuesta hasta el número de cifras significativas. b) Ahora multiplique el resultado redondeado del inciso a) por la altura y de nuevo redondee, obteniendo el volumen. c) Repita el proceso, primero encontrando el ancho por la altura, redondeándolo y luego obteniendo el volumen multiplicando por la longitud. d) Explique por qué las respuestas no concuerdan en la tercera cifra significativa.

12. El radio de un círculo se mide igual a (10.5 ± 0.2) m. Calcule a) el área y b) la circunferencia del círculo y proporcione la incertidumbre en cada valor.

13. Los bordes de una caja de zapatos se miden igual a 11.4 cm, 17.8 cm y 29 cm. Determine el volumen de la caja reteniendo el número de cifras significativas apropiado en su respuesta.

14. Realice las operaciones aritméticas siguientes: a) la suma de los valores medidos 756, 37.2, 0.83, y 2.5; b) el producto 0.003 2 × 356.3; c) el producto 5.620 × π.

1.5 Conversión de unidades

15. Una braza es una unidad de longitud, que en general se reserva para medir la profundidad del agua. Una braza es aproximadamente igual a una longitud de 6 pies. Tome la distancia desde la Tierra hasta la Luna igual a 250 000 millas, y utilice la aproximación dada para determinar la distancia en brazas.

16. Una tortuga pequeña se mueve a una velocidad de 186 furlongs cada catorcena. Encuentre la velocidad de la tortuga en centímetros por segundo. Observe que 1 furlong = 220 yardas y una catorcena = 14 días.

17. Un firkin es una vieja unidad británica de volumen igual a 9 galones. ¿Cuántos metros cúbicos hay en 6.00 firkins.

18. Encuentre la altura o la longitud de estas maravillas naturales en kilómetros, metros y centímetros: a) El sistema de cuevas más largo en el mundo es el sistema Mammoth Cave en Central Kentucky, con una longitud mapeada de 348 millas. b) En Estados Unidos la catarata con la caída individual más grande es Ribbon Falls en California, la cual tiene una caída de 1 612 pies. c) Con 20 320 pies, el Monte McKinley en Alaska es la montaña más alta de Estados Unidos. d) El cañón más profundo en Estados Unidos es Kings's Canyon en California, con una profundidad de 8 200 pies.

19. Un automóvil viaja a una velocidad de 38.0 m/s en una carretera interestatal donde el límite de velocidad es 75.0 mi/h. ¿Excede el conductor el límite de velocidad? Justifique su respuesta.

20. Un cierto automóvil tiene una eficiencia de combustible de 25.0 millas por galón (mi/gal). Exprese esta eficiencia en kilómetros por litro (km/L).

21. El diámetro de una esfera se mide y corresponde a 5.36 pulg. Encuentre a) el radio de la esfera en centímetros, b) el área superficial de la esfera en centímetros cuadrados y c) el volumen de la esfera en centímetros cúbicos.

22. W BIO Suponga que su cabello crece a una velocidad de 1/32 pulg por día. Determine la velocidad a la cual crece en nanómetros por segundo. Dado que la distancia entre átomos en una molécula es del orden de 0.1 nm, su respuesta sugiere qué tan rápido se ensamblan los átomos en esta síntesis de proteínas.

23. La velocidad de la luz es de aproximadamente 3.00 × 10^8 m/s. Convierta esta cifra a millas por hora.

24. M Una casa tiene 50 pies de longitud y 26 pies de ancho y tiene una altura de entrepiso de 8 pies. ¿Cuál es

el volumen del interior de la casa en metros cúbicos y en centímetros cúbicos?

25. La cantidad de agua en reservorios a menudo se mide en acres-pie. Un acre-pie es un volumen que cubre un área de un acre con una profundidad de un pie. Un acre es 43 560 pies^2. Encuentre el volumen en unidades Si de un reservorio que contiene 25.0 acres-pie de agua.

26. La base de una pirámide cubre un área de 13.0 acres (1 acre = 43 560 pies^2) y tiene una altura de 481 pies (figura P1.26). Si el volumen de una pirámide está dado por la expresión $V = bh/3$, donde b es el área de la base y h es la altura, encuentre el volumen de esta pirámide en metros cúbicos.

Figura P1.26

27. Un recipiente de un cuarto de galón de helado se fabricará con forma de cubo. ¿Cuál debe ser la longitud de un lado, en centímetros? (utilice la conversión 1 galón = 3.786 litros).

1.6 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud

Nota: al desarrollar respuestas para los problemas en esta sección, debe indicar sus suposiciones importantes, incluyendo los valores numéricos asignados a parámetros empleados en la solución.

28. Estime el número de pasos que tendría que realizar para caminar una distancia igual a la circunferencia de la Tierra.

29. BIO Estime el número de respiraciones hechas por un ser humano durante una vida promedio.

30. BIO Estime el número de personas en el mundo que padecen resfriado común en un día dado (las respuestas pueden variar. Recuerde que una persona tiene resfriado durante aproximadamente una semana).

31. BIO Q|C a) ¿Aproximadamente cuántos microorganismos se encuentran en el tracto intestinal del cuerpo humano? (Una escala de longitud bacterial común es un micrón = 10^{-6} m Estime el volumen intestinal y suponga que las bacterias ocupan un centésimo de él). b) Explique su respuesta para el inciso a). ¿Son benéficas, peligrosas, o neutras estas bacterias? ¿Qué funciones podrían tener?

32. BIO Considere una célula en un humano como una esfera de radio 1.0 μm. a) Determine el volumen de una célula. b) Estime el volumen de su cuerpo. c) Estime el número de células en su cuerpo.

33. Se especifica que un neumático de un automóvil dura 50 000 millas. Estime el número de revoluciones que hará el neumático en su vida útil.

34. BIO Q|C Las bacterias y otros organismos se encuentran en lo profundo del suelo, el agua y el aire. Un micrón (10^{-6} m) es una escala de longitud común asociada con estos microbios. a) Estime el número total de bacterias y otros organismos en la biosfera de la Tierra. b) Estime la masa total de todos esos microbios. c) Explique la importancia relativa de los humanos y microbios para la ecología del planeta Tierra. ¿Puede el *homo sapiens* sobrevivir sin ellos?

1.7 Sistemas de coordenadas

35. M Un punto se ubica en un sistema de coordenadas polar por las coordenadas $r = 2.5$ m y $\theta = 35°$. Encuentre las coordenadas x y y de este punto, suponiendo que los dos sistemas de coordenadas tienen el mismo origen.

36. Una esquina de una habitación se selecciona como el origen de un sistema de coordenadas rectangular. Si una mosca camina sobre una pared adyacente en un punto que tiene coordenadas (2.0, 1.0), donde las unidades son metros, ¿cuál es la distancia de la mosca desde el centro de la esquina de la habitación?

37. Exprese la ubicación de la mosca del problema 36 en coordenadas polares.

38. W Dos puntos en un sistema coordenado rectangular tienen las coordenadas (5.0, 3.0) y (−3.0, 4.0), donde las unidades son centímetros. Determine la distancia entre estos puntos.

39. Dos puntos se dan en coordenadas polares por (r, θ) = (2.00 m, 50.0°) y (r, θ) = (5.00 m, −50.0°), respectivamente. ¿Cuál es la distancia entre ellos?

40. S Dados los puntos (r_1, θ_1) y (r_2, θ_2) en coordenadas polares, obtenga una fórmula general para determinar la distancia entre ellos. Simplifíquela tanto como sea posible utilizando la identidad $\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta = 1$. *Sugerencia*: Escriba la expresión para los dos puntos en coordenadas cartesianas y sustituya en la fórmula usual de la distancia.

1.8 Trigonometría

41. M Para el triángulo que se muestra en la figura P1.41, ¿cuáles son a) la longitud del lado desconocido, b) la tangente de θ y c) el seno de ϕ?

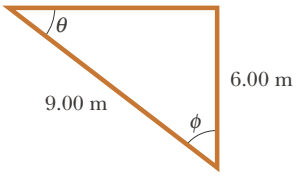


Figura P1.41

42. Una escalera de 9.00 m de longitud está colocada sobre un lado de un edificio. Si la escalera está inclinada en un ángulo de 75.0° respecto a la horizontal, ¿cuál es la distancia horizontal desde la parte inferior de la escalera hasta el edificio?

43. Una fuente de agua alta está ubicada en el centro de un pila circular, como se muestra en la figura P1.43. No deseando mojarse los pies, un estudiante camina alrededor de la pila y mide que su cir-

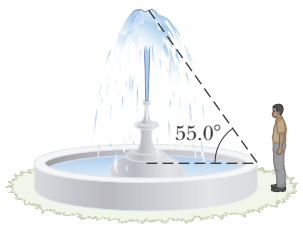


Figura P1.43

cunferencia es 15.0 m. Luego, el estudiante se para en el borde de la pila y utiliza un transportador para medir el ángulo de elevación en el fondo de la fuente que es 55.0°. ¿Cuál es la altura de la fuente?

44. W Un triángulo rectángulo tiene una hipotenusa con una longitud de 3.00 m y uno de sus ángulos es 30.0°. ¿Cuáles son las longitudes a) del lado opuesto al ángulo de 30.0° y b) del lado adyacente al ángulo de 30.0°?

45. En la figura P1.45, encuentre a) el lado opuesto a θ, b) el lado adyacente a ϕ, c) cos θ, d) sen ϕ y e) tan ϕ.

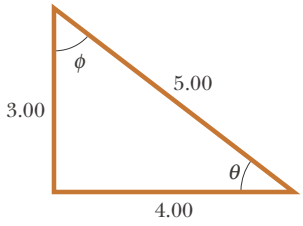


Figura P1.45

46. En un cierto triángulo rectángulo, los dos lados que son perpendiculares entre sí, tienen una longitud de 5.00 m y 7.00 m. ¿Cuál es la longitud del tercer lado del triángulo?

47. En el problema 46, ¿cuál es la tangente del ángulo para el cual 5.00 m es el lado opuesto?

48. GP S Una mujer mide que el ángulo de elevación del pico de una montaña es 12.0°. Después de caminar 1 km hacia la montaña sobre un terreno a nivel, encuentra que el ángulo es de 14.0°. a) Trace un bosquejo del problema, ignorando la altura de los ojos de la mujer de pie sobre el terreno. *Sugerencia:* Utilice dos triángulos. b) Seleccione nombres de las variables para la altura de la montaña (sugerencia: y) y la distancia original de la mujer desde la montaña (sugerencia: x) y desígnelos el bosquejo. c) Utilizando el bosquejo etiquetado y la función tangente, escriba dos ecuaciones trigonométricas que relacionen las dos variables seleccionadas. d) Encuentre la altura y de la montaña primero resolviendo una ecuación para x y sustituyendo el resultado en la otra ecuación.

49. Un topógrafo mide la distancia a través de un río recto mediante el método especial siguiente: iniciando directamente enfrente de un árbol en la orilla opuesta, camina $x = 100$ m a lo largo de la orilla del río para establecer una línea base. Luego hace una visual hasta el árbol. El ángulo desde esta línea base hasta el árbol es $\theta = 35.0°$ (figura P1.49). ¿Cuál es el ancho del río?

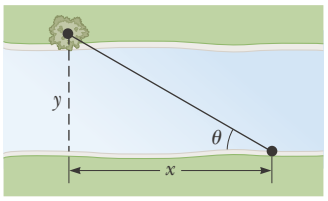


Figura P1.49

50. S Consulte el problema 48. Suponga que la altura de la montaña es y, que la distancia original de la mujer desde la montaña es x, y que el ángulo de elevación que mide desde la horizontal hasta la cima de la montaña es θ. Si ella se acerca una distancia d a la montaña y mide un ángulo de elevación ϕ, encuentre una ecuación general para la altura de la montaña y en términos de d, ϕ, y θ, ignorando la altura de sus ojos arriba del suelo.

Problemas adicionales

51. a) Una de las leyes fundamentales del movimiento establece que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza resultante sobre él e inversamente proporcional a su masa. Si la constante de proporcionalidad se define sin dimensiones, determine las dimensiones de la fuerza. b) El newton es la unidad SI de fuerza. De acuerdo con los resultados para a), ¿cómo puede expresar una fuerza con unidades de newtons empleando las unidades fundamentales de masa, longitud y tiempo?

52. a) Encuentre un factor de conversión para convertir de millas por hora a kilómetros por hora. b) Durante un tiempo la ley federal regulaba que la velocidad máxima en las carreteras fuera de 55 mi/h. Utilice el factor de corrección del inciso a) para encontrar la velocidad en kilómetros por hora. c) La velocidad máxima en carreteras ha aumentado a 65 mi/h en algunos lugares. En kilómetros por hora, ¿de cuánto es el incremento sobre el límite de 55 mi/h?

53. BIO Un centímetro cúbico (1.0 cm^3) de agua tiene una masa de 1.0×10^{-3} kg a) Determine la masa de 1.0 m^3 de agua. Suponiendo que las sustancias biológicas son 98% agua, estime las masas de b) una célula con un diámetro de 1.0 μm, c) un riñón humano y d) una mosca. Considere un riñón como aproximadamente esférico con un radio de 4.0 cm y una mosca como aproximadamente un cilindro de 4.0 mm de longitud y 2.0 mm de diámetro.

54. Los refrescos por lo común se venden en latas de aluminio. a) Hasta un orden de magnitud, ¿cuántas latas se tiran o reciclan cada año por consumidores de Estados Unidos? b) ¿Cuántas toneladas de aluminio representa esto? En su solución indique las cantidades que mida o estime y los valores que toma para ellas.

55. El desplazamiento de un objeto moviéndose con aceleración constante es alguna función del tiempo y de la aceleración. Suponga que escribimos este desplazamiento como $s = ka^m t^n$, donde k es una constante adimensional. Demuestre mediante un análisis dimensional que esta expresión se satisface si $m = 1$ y $n = 2$. ¿Puede el análisis dar el valor de k?

56. Suponga que se requieren 7.00 minutos para llenar un tanque de gasolina de 30.0 gal. a) Calcule el gasto al cual se llena el tanque en galones por segundo. b) Calcule el gasto al cual se llena el tanque en metros cúbicos por segundo. c) Determine el intervalo de tiempo, en horas, requerido para llenar un volumen de 1.00 m^3 al mismo gasto (1 gal de USA = 231 $pulg^3$).

57. M Un galón de pintura = 3.79×10^{-3} m^3) cubre un área de 25.0 m^2. ¿Cuál es el espesor de la pintura fresca sobre la pared?

58. S La esfera 1 tiene un área superficial A_1 y volumen V_1 y la esfera 2 tiene un área superficial A_2 y volumen V_2. Si el radio de la esfera 2 es el doble del radio de la esfera 1, ¿cuál es la razón de a) las áreas, A_2/A_1 y b) del volumen V_2/V_1?

59. M Suponga que hay 100 millones de automóviles de pasajeros en Estados Unidos y que el rendimiento promedio de combustible es 20 mi/gal de gasolina. Si la distancia promedio recorrida por cada automóvil es 10 000 mi/año, ¿cuánta gasolina se ahorraría por año si se pudiera incrementar el rendimiento promedio de gasolina a 25 mi/gal?

60. En 2013, la deuda nacional de Estados Unidos era de aproximadamente 17 billones de dólares. a) Si se hicieran pagos a una velocidad de 1 000 dólares por segundo, ¿cuántos años tomaría pagar la deuda, suponiendo que no generara interés? b) Un billete de un dólar tiene una longitud aproximada de 15.5 cm, si se colocaran 17 billones de dólares en billetes de un dólar, uno después de otro alrededor del ecuador de la Tierra, ¿cuántas veces le darían vuelta? Tome el radio de la Tierra en el ecuador igual a 6 378 km. (*Nota:* Antes de hacer algún cálculo, intente suponer las respuestas. ¡Podría sorprenderse mucho!

61. a) ¿Cuántos segundos hay en un año? b) Si un micrometeorito (una esfera con un diámetro en el orden de 10^{-6} m) impactara cada metro cuadrado de la Luna cada segundo, estime el número de años que tomaría cubrir la Luna con micrometeoritos hasta una profundidad de un metro. (*Sugerencia:* considere una caja cúbica, de 1 m por lado, en la Luna, y determine cuánto tiempo tomaría llenarla).

62. Imagine que usted es el gerente de un equipo de béisbol profesional. Una de sus responsabilidades es tener disponibles pelotas de béisbol para los juegos. Las pelotas en ocasiones se pierden cuando los jugadores las batean hacia las tribunas, ya sea como cuadrangulares o como faults. Estime cuántas pelotas tiene que comprar por temporada a fin de compensar por esas pérdidas. Suponga que su equipo juega 81 juegos en casa en una temporada.

63. La estrella de neutrones más cercana (una estrella colapsada compuesta principalmente de neutrones) está a aproximadamente 3.00×10^{18} m de la Tierra. Dado que la galaxia Vía Láctea (figura P1.63) es aproximadamente un disco de diámetro $\sim 10^{21}$ m y espesor $\sim 10^{19}$ m, estime el número de estrellas de neutrones en la Vía Láctea con el orden magnitud más cercano.

Richard Payne/NASA

Figura P1.63

El vehículo poseedor del récord actual absoluto de velocidad en tierra es el TrustSSC, de diseño británico; un vehículo con motor turborreactor doble que logró una velocidad de 763 millas por hora (1 228 km/h) durante una milla (1.6 km), rompiendo la barrera de la velocidad del sonido. Lo condujo Andy Green (Reino Unido) el 15 de octubre de 1997 en el desierto Black Rock en Gerlach, Nevada.

AP Photo/Ben Margot

2 Movimiento en una dimensión

2.1 Desplazamiento

2.2 Velocidad

2.3 Aceleración

2.4 Diagramas de movimiento

2.5 Movimiento en una dimensión con aceleración constante

2.6 Objetos en caída libre

La vida es movimiento. Nuestros músculos coordinan el movimiento de manera microscópica para permitirnos caminar y trotar. Nuestros corazones bombean incansablemente durante décadas, llevando sangre por nuestros cuerpos. Los mecanismos de pared celular mueven de manera selectiva átomos y moléculas dentro y fuera de las células. Desde la persecución prehistórica de antílopes por la sabana hasta la colocación de satélites en el espacio, el dominio del movimiento ha sido decisivo para nuestra supervivencia y un éxito para nuestra especie.

El estudio del movimiento y de los conceptos físicos como fuerza y masa se denomina **dinámica**. La parte de la dinámica que describe el movimiento sin considerar sus causas se llama **cinemática.** En este capítulo el enfoque se centra en la cinemática en una dimensión: movimiento a lo largo de una recta. Esta clase de movimiento y, por supuesto, **cualquier** movimiento, comprende los conceptos de desplazamiento, velocidad y aceleración. Aquí utilizamos estos conceptos para estudiar el movimiento de los objetos que experimentan una aceleración constante. En el capítulo 3 repetiremos este análisis para los objetos que se mueven en dos dimensiones.

La primera evidencia registrada del estudio de la mecánica se puede rastrear hasta los pueblos de la antigua Sumeria y Egipto, que se interesaban principalmente en la comprensión de los movimientos de los cuerpos celestes. Los griegos realizaron los primeros estudios sistemáticos y detallados del cielo desde aproximadamente 300 a.C., hasta 300 d.C. Los científicos y las personas comunes consideraban a la Tierra el centro del Universo. Este **modelo geocéntrico** fue aceptado por personajes notables como Aristóteles (384-322 a.C.) y Claudio Tolomeo (aproximadamente 140 d.C.). Debido en gran parte a la autoridad de Aristóteles, el modelo geocéntrico se convirtió en la teoría del Universo aceptada hasta el siglo XVII.

Hacia el año 250 a.C., el filósofo griego Aristarco desarrolló los detalles de un modelo del Sistema Solar con base en una Tierra esférica que giraba sobre su propio eje y orbitada alrededor del Sol. Propuso que el cielo giraba hacia el oeste, ya que la Tierra giraba hacia el este. A este modelo no se le dio mucha consideración dado que se creía que una Tierra que girara pro-

vocaría vientos poderosos conforme se movía. En la actualidad sabemos que la Tierra transporta el aire y todo lo demás con ella a medida que gira.

Al astrónomo polaco Nicolás Copérnico (1473-1543) se le acredita el inicio de la revolución que finalmente reemplazó al modelo geocéntrico. En este sistema denominado **modelo heliocéntrico**, la Tierra y los otros planetas giran en órbitas circulares alrededor del Sol.

Este primer conocimiento formó la base del trabajo de Galileo Galilei (1564-1642), quien destaca como el principal moderador de la entrada de la física en la era moderna. En 1609 se convirtió en uno de los primeros en hacer observaciones astronómicas con un telescopio. Observó montañas en la Luna, los satélites más grandes de Júpiter, manchas en el Sol y las fases de Venus. Las observaciones de Galileo lo convencieron de la exactitud de la teoría de Copérnico. Su estudio cuantitativo del movimiento constituyó la base del trabajo revolucionario de Newton en el siglo siguiente

2.1 Desplazamiento

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Calcular desplazamientos en una dimensión.
2. Explicar las diferencias entre escalares y vectores.

El movimiento comprende el desplazamiento de un objeto desde un lugar en el espacio y el tiempo hasta otro. La descripción del movimiento requiere un sistema de coordenadas conveniente y un origen específico. Un **marco de referencia** es una elección de ejes de coordenadas que definen el punto de inicio para medir cualquier cantidad, lo que es un primer paso esencial en la solución de cualesquiera problemas en mecánica (figura 2.1). En la figura 2.2a, por ejemplo, un automóvil se mueve a lo largo del eje x. Las coordenadas del automóvil en cualquier tiempo describen su posición en el espacio y, aún más importante, su *desplazamiento* en un algún tiempo de interés dado.

◀ Definición de desplazamiento

El **desplazamiento** Δx de un objeto se define como su *cambio de posición* y está dado por

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \qquad [2.1]$$

donde x_i es la coordenada de la posición inicial del automóvil y x_f es la coordenada de su posición final. (Los índices i y f representan inicial y final, respectivamente).

Unidad SI: metro (m)

NASA/USGS

a

NASA/USGS

b

Figura 2.1 a) ¿Qué tan grande es el cañón? Sin un marco de referencia es difícil responder. b) El cañón es Valles Marineris, en Marte, y con un marco de referencia proporcionado por un contorno superpuesto de Estados Unidos, es posible comprender su tamaño.

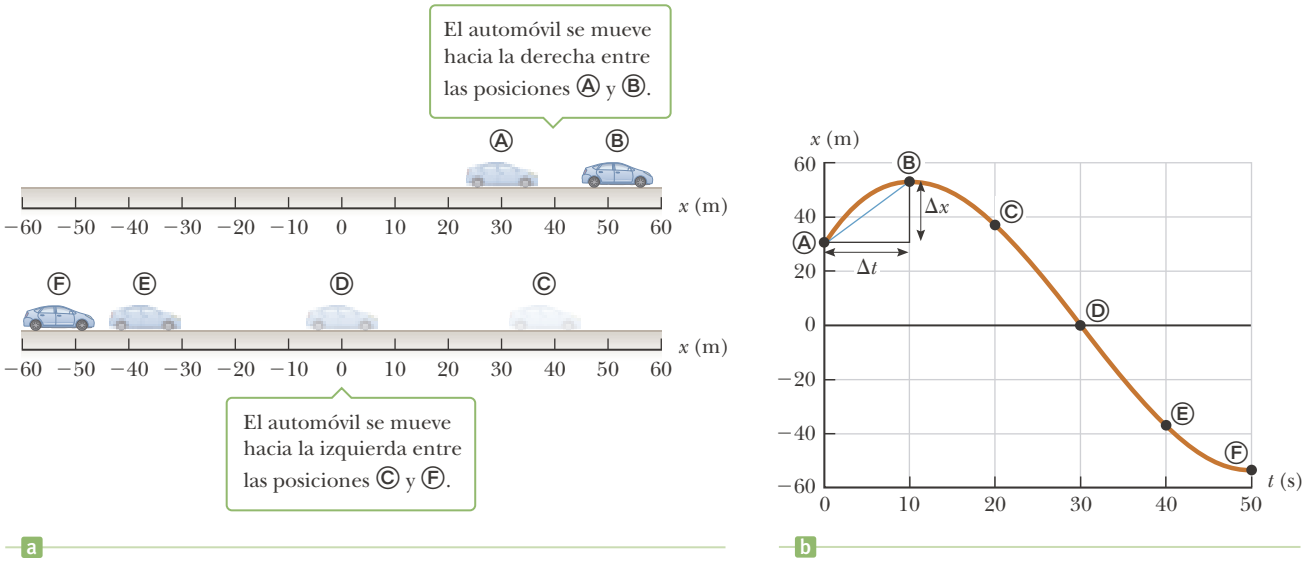


Figura 2.2
a) Un automóvil se mueve hacia adelante y hacia atrás a lo largo de una recta tomada como el eje x. Dado que solo nos interesa el movimiento de traslación del automóvil, lo podemos modelar como una partícula. b) Gráfica de posición en función del tiempo para el movimiento de la "partícula".

Sugerencia 2.1
¡Un desplazamiento no es una distancia!

El desplazamiento de un objeto *no* es lo mismo que la distancia que recorre. Lance hacia arriba una pelota de tenis y atrápela. La pelota recorre una *distancia* igual al doble de la altura máxima alcanzada, pero su *desplazamiento* es cero.

Sugerencia 2.2
Los vectores tienen tanto magnitud como dirección

Los escalares tienen tamaño. Los vectores también tienen tamaño, pero además indican una dirección.

Utilizaremos la letra griega delta, Δ, para denotar un cambio en cualquier cantidad física. De la definición de desplazamiento, se observa que Δx (se lee "delta x") es positiva si x_f es mayor que x_i y negativa si x_f es menor que x_i. Por ejemplo, si el automóvil se mueve desde el punto Ⓐ hasta el punto Ⓑ de manera que la posición inicial es $x_i = 30$ m y la posición final es $x_f = 52$ m el desplazamiento es $\Delta x = x_f - x_i = 52\text{ m} - 30\text{ m} = +22\text{ m}$. Sin embargo, si el automóvil se mueve desde el punto Ⓒ hasta el punto Ⓕ, entonces la posición inicial es $x_i = 38$ m y la posición final es $x_f = -53$ m y el desplazamiento es $\Delta x = x_f - x_i = -53\text{ m} - 38\text{ m} = -91$ m. Una respuesta positiva indica un desplazamiento en la dirección x positiva, en tanto que una respuesta negativa indica un desplazamiento en la dirección x negativa. En la figura 2.2b se presenta la gráfica de la posición del automóvil como una función del tiempo.

Dado que el desplazamiento tiene magnitud (tamaño) y dirección, es una cantidad vectorial, como la velocidad y la aceleración. En general, **una cantidad vectorial se caracteriza por tener magnitud y dirección**. En contraste, **una cantidad escalar tiene magnitud pero no dirección**. Las cantidades escalares como masa y temperatura se especifican por completo mediante un valor numérico con unidades apropiadas; no se incluye una dirección.

Las cantidades vectoriales por lo general se denotarán en negritas con una flecha encima de la letra. Por ejemplo, $\vec{\mathbf{v}}$ representa velocidad y $\vec{\mathbf{a}}$ denota aceleración; las dos son cantidades vectoriales. Sin embargo, en este capítulo no será necesario utilizar esa notación ya que en el movimiento de un objeto en una dirección solo puede darse en una de dos direcciones y estas direcciones se especifican fácilmente con los signos más (+) o menos (−).

2.2 Velocidad

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Calcular la rapidez promedio de un objeto.
2. Calcular la velocidad promedio de un objeto.
3. Demostrar con ejemplos que la rapidez promedio de un objeto puede diferir de la magnitud de su velocidad promedio.
4. Analizar una gráfica de posición en función del tiempo para obtener velocidades promedio e instantáneas.

En la vida cotidiana los términos *rapidez* y *velocidad* se pueden usar de manera intercambiable. Sin embargo, en la física existe una distinción clara entre ellos: la rapidez

es una cantidad escalar que solo tiene magnitud, en tanto que la velocidad es un vector, que tiene tanto magnitud como dirección.

¿Por qué la velocidad debe ser un vector? Si usted quiere ir a un pueblo que está a 70 km en un tiempo de una hora, no es suficiente conducir con una rapidez de 70 km/h; debe viajar en la dirección correcta también. Eso es obvio, pero muestra que la velocidad proporciona considerablemente más información que la rapidez, como se precisará en la definición formal.

◀ Definición de rapidez promedio

La **rapidez promedio** de un objeto en un intervalo de tiempo dado es la longitud del trayecto que recorre dividida entre el tiempo total transcurrido:

$$\text{Rapidez promedio} \equiv \frac{\text{longitud de la trayectoria}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Unidad SI: metros por segundo (m/s)

Esta ecuación se podría escribir con símbolos como $v = d/t$, donde v representa la rapidez promedio (no la velocidad promedio), d la longitud del trayecto y t el tiempo transcurrido durante el movimiento. La longitud de la trayectoria con frecuencia se denomina "distancia total", pero esto puede ser confuso ya que la distancia tiene un significado matemático exacto basado en las diferencias en las coordenadas entre los puntos inicial y final. La distancia (ignorando cualquier curvatura de la superficie) está dada por el teorema pitagórico, $\Delta s = \sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2}$, que solo depende de los puntos finales, (x_i, y_i) y (x_f, y_f) y no de lo que pasa entre los puntos. La misma ecuación proporciona la magnitud de un desplazamiento. La distancia en línea recta de Atlanta, Georgia, a San Petersburg, Florida, por ejemplo, es de aproximadamente 500 millas. Si una persona conduce un automóvil esa distancia en 10 h, la rapidez promedio del automóvil es de 500 mi/10 h = 50 mi/h, incluso si varía en gran medida durante el viaje. Sin embargo, si el conductor hace desviaciones fuera de la ruta directa o retrocede durante cierto tiempo, la longitud de la trayectoria aumenta mientras que la distancia entre las dos ciudades permanece igual. Una desviación en el viaje a Jacksonville, Florida, por ejemplo, podría agregar 100 millas a la longitud del trayecto, por lo que la rapidez promedio del automóvil entonces sería de 600 mi/10 h = 60 mi/h. Sin embargo, la magnitud de la velocidad promedio permanecería en 50 mi/h.

■ EJEMPLO 2.1 La tortuga y la liebre

OBJETIVO Aplicar el concepto de rapidez promedio.

PROBLEMA Una tortuga y un conejo participan en una carrera a pie de 4.00 km. El conejo corre 0.500 km y luego se detiene para tomar una siesta de 90.0 min. Cuando despierta recuerda la carrera y corre el doble de rápido. Al terminar la carrera en un tiempo total de 1.75 h, el conejo gana la carrera. **a)** Calcule la rapidez promedio del conejo. **b)** ¿Cuál fue su rapidez promedio antes de detenerse a tomar una siesta? Suponga que no hubo desviaciones ni retrocesos.

ESTRATEGIA Determinar la rapidez promedio global en el inciso a) se trata solo de dividir la longitud de la trayectoria entre el tiempo transcurrido. El inciso b) requiere dos ecuaciones y dos incógnitas, estas últimas resultan ser las dos rapideces promedio diferentes: v_1 antes de la siesta y v_2 después de la siesta. Una ecuación se da en el enunciado del problema ($v_2 = 2v_1$), en tanto que la otra proviene del hecho que el conejo corrió durante 15 minutos ya que tomó una siesta durante 90 minutos.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez promedio global del conejo.

Aplique la ecuación para la rapidez promedio:

$$\text{Rapidez promedio} \equiv \frac{\text{longitud de la trayectoria}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{4.00 \text{ km}}{1.75 \text{ h}}$$

$$= 2.29 \text{ km/h}$$

b) Encuentre la rapidez promedio del conejo antes de su siesta.

Sume los tiempos que corrió y establezca la suma igual a 0.25 h:

$$t_1 + t_2 = 0.25 \text{ h}$$

(*Continúa*)

Sustituya $t_1 = d_1/v_1$ y $t_2 = d_2/v_2$: 1) $\dfrac{d_1}{v_1} + \dfrac{d_2}{v_2} = 0.25\ \text{h}$

Sustituya $v_2 = 2v_1$ y los valores de d_1 y d_2 en la ecuación 1): 2) $\dfrac{0.500\ \text{km}}{v_1} + \dfrac{3.50\ \text{km}}{2v_1} = 0.25\ \text{h}$

Despeje v_1 de la ecuación 2): $v_1 = 9.0\ \text{km/h}$

COMENTARIOS Como se observa en este ejemplo, la rapidez promedio se puede calcular sin importar cualquier variación en la rapidez sobre el intervalo de tiempo dado.

PREGUNTA 2.1 ¿El incremento al doble de la rapidez promedio de un objeto siempre duplica la magnitud de su desplazamiento en una cantidad de tiempo dada? Explique.

EJERCICIO 2.1 Estime la rapidez promedio de la nave espacial *Apolo* en metros por segundo, dado que a la aeronave le tomó cinco días llegar a la Luna desde la Tierra. (La Luna se encuentra a 3.8×10^8 m de la Tierra.)

RESPUESTA ~ 900 m/s

A diferencia de la rapidez promedio, la **velocidad promedio** es una cantidad vectorial, que tiene una magnitud y una dirección. Considere de nuevo el automóvil de la figura 2.2, que se mueve a lo largo del camino (el eje x). Sea la posición del automóvil x_i en un tiempo t_i y x_f en un tiempo posterior t_f. En el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$, el desplazamiento del automóvil es $\Delta x = x_f - x_i$.

Definición de velocidad promedio ▶

La velocidad promedio $\overline{v}$ durante un intervalo de tiempo Δt es el desplazamiento Δx dividido entre Δt.

$$\overline{v} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \qquad [2.2]$$

Unidad SI: metros por segundo (m/s)

Tabla 2.1 Posición del automóvil en varios tiempos

Posición	t (s)	x (m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	−37
Ⓕ	50	−53

A diferencia de la rapidez promedio, que siempre es positiva, la velocidad promedio de un objeto en una dimensión puede ser positiva o bien negativa, dependiendo del signo del desplazamiento (el intervalo de tiempo Δt siempre es positivo). En la figura 2.2a, por ejemplo, la velocidad promedio del automóvil es positiva en la ilustración superior, un signo positivo indica el movimiento hacia la derecha a lo largo del eje x. De forma similar, una velocidad promedio negativa para el automóvil en la ilustración inferior de la figura indica que se mueve hacia izquierda a lo largo del eje x.

Como ejemplo, podemos utilizar la tabla 2.1 para encontrar la velocidad promedio en el intervalo de tiempo del punto Ⓐ al punto Ⓑ (suponga que dos dígitos son significativos):

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{52\ \text{m} - 30\ \text{m}}{10\ \text{s} - 0\ \text{s}} = 2.2\ \text{m/s}$$

Además de metros por segundo, otras unidades comunes para la velocidad promedio son pies por segundo (pies/s) en el sistema acostumbrado en Estados Unidos y centímetros por segundo (cm/s) en el sistema cgs.

Para ilustrar un poco más la distinción entre rapidez y velocidad, suponga que vemos una carrera rápida desde un dirigible estacionario. En una carrera observamos un vehículo seguir la trayectoria en línea recta de Ⓟ a Ⓠ como se muestra en la figura 2.3 durante el intervalo de tiempo Δt y en una segunda carrera un vehículo sigue la trayectoria curva durante el mismo intervalo. De las definiciones en la ecuación 2.2, los dos vehículos tuvieron la misma velocidad promedio ya que tuvieron el mismo desplazamiento $\Delta x = x_f - x_i$ durante el mismo intervalo de tiempo Δt. Sin embargo, el vehículo que tomó la ruta con curvas viajó una trayectoria con una longitud mayor y tuvo una rapidez promedio mayor.

Figura 2.3 Una carrera rápida vista desde un dirigible estacionario. Un vehículo sigue la trayectoria en línea recta en color café de Ⓟ a Ⓠ y un segundo vehículo sigue la trayectoria en color azul.

Cuestionario rápido

2.1 En la figura 2.4 se muestra la trayectoria poco común de un jugador de fútbol americano confundido. Después de recibir el balón de una patada de salida en su propia meta, corre por el campo hasta algunas pulgadas antes de la zona de anotación, luego invierte su dirección y corre hacia atrás hasta la misma ubicación en la que atrapó el balón. Durante su carrera, que duró 25 s, ¿cuál es a) la longitud de la trayectoria que recorre, b) su desplazamiento y c) su velocidad promedio en la dirección x? d) ¿Cuál es su rapidez promedio?

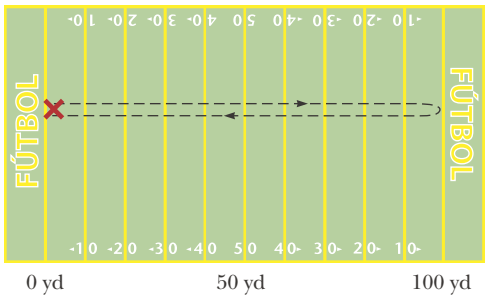


Figura 2.4 (Cuestionario rápido 2.1) La trayectoria seguida por un jugador de fútbol americano confundido.

Interpretación gráfica de la velocidad

Si un automóvil se mueve a lo largo del eje x de Ⓐ a Ⓑ a Ⓒ y así sucesivamente, podemos trazar las posiciones de estos puntos como una función del tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento. El resultado es una **gráfica de posición en función del tiempo** como la de la figura 2.5. En la figura 2.5a, la gráfica es una recta ya que el automóvil se mueve a velocidad constante. El mismo desplazamiento Δx ocurre en cada intervalo de tiempo Δt. En este caso la velocidad promedio siempre es la misma e igual a $\Delta x/\Delta t$. La figura 2.5b es una gráfica de los datos en la tabla 2.1. Aquí, la gráfica de la posición en función del tiempo no es una recta dado que la velocidad del automóvil cambia. Sin embargo, entre cualesquiera dos puntos podemos trazar una recta al igual que en la figura 2.5a y la pendiente de esa recta es la velocidad promedio $\Delta x/\Delta t$ en ese intervalo de tiempo. En general, **la velocidad promedio de un objeto durante el intervalo de tiempo Δt es igual a la pendiente de la recta que une los puntos inicial y final en una gráfica de la posición en función del tiempo del objeto.**

De los datos de la tabla 2.1 y de la gráfica en la figura 2.5b, se observa que el automóvil primero se mueve en la dirección x positiva conforme viaja de Ⓐ a Ⓑ, llega a una posición de 52 m en un tiempo $t = 10$ s, luego invierte la dirección y se dirige hacia atrás. En los primeros 10 s de su movimiento, conforme el automóvil viaja de Ⓐ a Ⓑ, su velocidad promedio es de 2.2 m/s, como se calculó antes. En los primeros 40 segundos, cuando el automóvil viaja de Ⓐ a Ⓔ, su desplazamiento es $\Delta x = -37$ m $-$ (30 m) $= -67$ m. Por lo que la velocidad promedio en este intervalo, la cual es igual a la pendiente de la línea color azul en la figura 2.5b de Ⓐ a Ⓔ, es $\overline{v} = \Delta x/\Delta t = (-67 \text{ m})/(40 \text{ s}) = -1.7$ m/s. En general, habrá una velocidad promedio diferente entre cualquier par de puntos distintos.

Sugerencia 2.3 Pendientes en gráficas

La palabra *pendiente* a menudo se utiliza en referencia a las gráficas de datos físicos. Sin importar el tipo de datos la *pendiente* está dada por

$$\text{Pendiente} = \frac{\text{cambio en el eje vertical}}{\text{cambio en el eje horizontal}}$$

La pendiente no tiene unidades.

Sugerencia 2.4 Velocidad promedio *versus* rapidez promedio

La velocidad promedio *no* es lo mismo que la rapidez promedio. Si usted corre de $x = 0$ m a $x = 25$ m y de regreso a su punto de partida en un intervalo de tiempo de 5 s, la velocidad promedio es cero, en tanto que la rapidez promedio es 10 m/s.

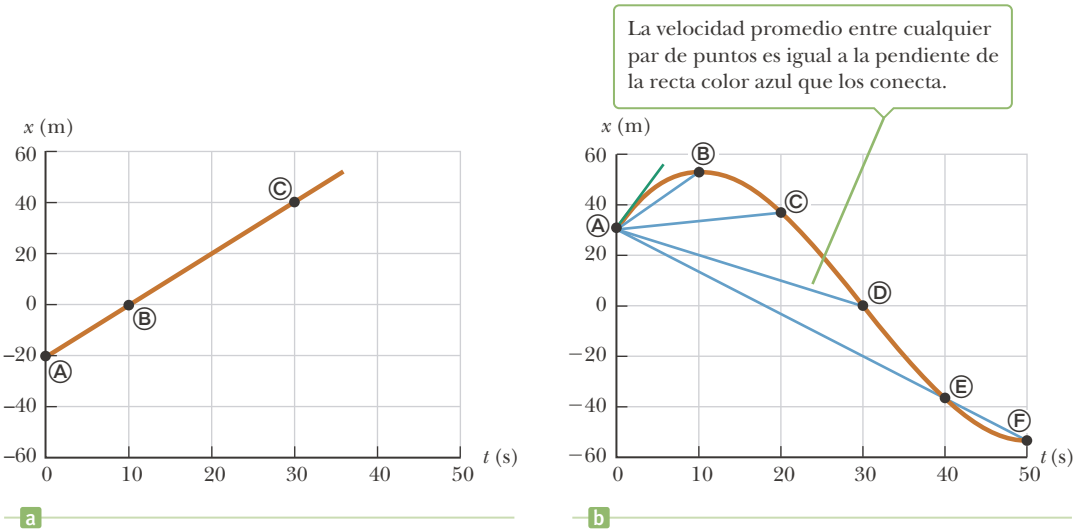


Figura 2.5 a) Gráfica de la posición en función del tiempo para el movimiento de un automóvil que se mueve a lo largo del eje x a velocidad constante. b) Gráfica de la posición en función del tiempo para el movimiento de un automóvil con velocidad variable, utilizando los datos de la tabla 2.1.

Velocidad instantánea

La velocidad promedio no toma en cuenta los detalles de qué sucede durante un intervalo de tiempo. En un viaje en automóvil, se puede acelerar o desacelerar una cantidad de veces en respuesta al tráfico y a la condición del camino y en raras ocasiones incluso usted puede detenerse a charlar con un oficial de policía acerca de su rapidez. Lo que es más importante para la policía (y para su propia seguridad) es la rapidez de su automóvil y la dirección en que iba en un instante particular en el tiempo, las cuales en conjunto determinan la **velocidad instantánea** del automóvil.

Por lo tanto, al conducir un automóvil entre dos puntos, la velocidad promedio se debe calcular sobre un intervalo de tiempo, pero la magnitud de la velocidad instantánea se puede leer en el velocímetro del vehículo.

Definición de velocidad instantánea ▶

La velocidad instantánea v es el límite de la velocidad promedio cuando el intervalo de tiempo Δt se vuelve infinitamente pequeño:

$$v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad [2.3]$$

Unidad SI: metro por segundo (m/s)

La notación $\lim_{\Delta t \to 0}$ significa que la razón $\Delta x/\Delta t$ se evalúa repetidamente durante intervalos de tiempo Δt cada vez más pequeños. Conforme Δt tiende a cero, la razón $\Delta x/\Delta t$ tiende cada vez más cerca de un número fijo, el cual se define como la velocidad instantánea.

Para comprender mejor la definición formal, considere los datos obtenidos en nuestro vehículo por medio de un radar (tabla 2.2). En $t = 1.00$ s, el automóvil se encuentra en $x = 5.00$ m y en $t = 3.00$ s, está en $x = 52.5$ m. La velocidad promedio calculada para este intervalo es $\Delta x/\Delta t = (52.5 \text{ m} - 5.00 \text{ m})/(3.00 \text{ s} - 1.00 \text{ s}) = 23.8$ m/s. Este resultado se podría emplear como una estimación para la velocidad en $t = 1.00$ s, pero no sería muy precisa ya que la rapidez cambia de manera considerable en el intervalo de tiempo de 2 segundos. Utilizando el resto de los datos, podemos construir la tabla 2.3. Conforme el intervalo de tiempo se hace menor, la velocidad promedio tiende de manera más cercana a la velocidad instantánea. Usando el intervalo final de solo 0.010 0 s, se determina que la velocidad promedio es $\overline{v} = \Delta x/\Delta t = 0.470 \text{ m}/0.010\ 0 \text{ s} = 47.0$ m/s. Como 0.010 0 s es un intervalo muy breve, es probable que la velocidad instantánea actual esté muy cercana a esta última velocidad promedio, dados los límites en la habilidad del automóvil para acelerar. Por último, usando el factor de conversión de las últimas de forros del libro, se observa que esta es 105 mi/h, lo que muy probablemente sea una violación del límite de velocidad.

Como se puede observar en la figura 2.6, las cuerdas formadas por las rectas color azul se aproximan de manera gradual a una línea tangente conforme el intervalo de tiempo se vuelve más pequeño. **Se define que la pendiente de la línea tangente para la curva de la posición en función del tiempo en "un tiempo dado" es la velocidad instantánea en ese tiempo.**

Tabla 2.2 Posiciones de un automóvil en instantes de tiempo específicos

t (s)	x (m)
1.00	5.00
1.01	5.47
1.10	9.67
1.20	14.3
1.50	26.3
2.00	34.7
3.00	52.5

Tabla 2.3 Valores calculados de intervalos de tiempo, desplazamientos y velocidades promedio del automóvil de la tabla 2.2

Intervalo de tiempo (s)	Δt (s)	Δx (m)	$\overline{v}$ (m/s)
1.00 a 3.00	2.00	47.5	23.8
1.00 a 2.00	1.00	29.7	29.7
1.00 a 1.50	0.50	21.3	42.6
1.00 a 1.20	0.20	9.30	46.5
1.00 a 1.10	0.10	4.67	46.7
1.00 a 1.01	0.01	0.470	47.0

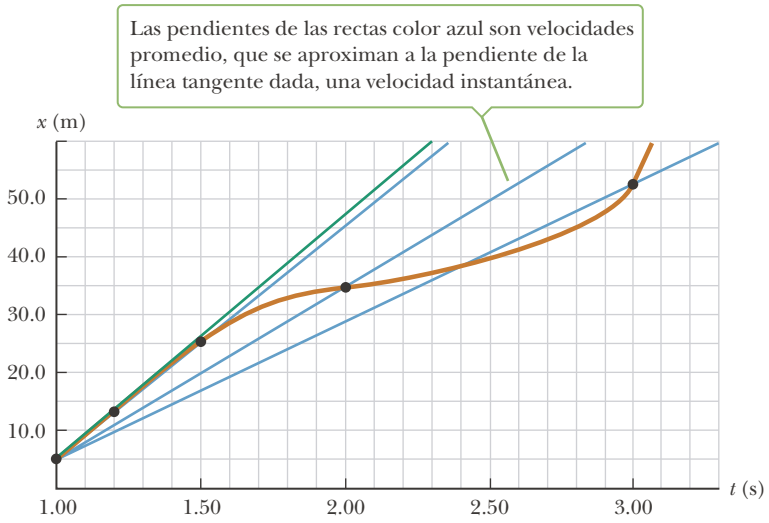


Figura 2.6 Representación gráfica del movimiento del automóvil con los datos en la tabla 2.2.

La rapidez instantánea de un objeto, que es una cantidad escalar, se define como la magnitud de la velocidad instantánea. Al igual que la rapidez instantánea (a la cual llamaremos simplemente "rapidez") no tiene dirección asociada con ella de aquí que no lleva signo algebraico. Por ejemplo, si un objeto tiene una velocidad instantánea de +15 m/s a lo largo de una recta dada y otro objeto tiene una velocidad instantánea de −15 m/s a lo largo de la misma recta, los dos tienen una rapidez instantánea de 15 m/s.

◀ Definición de rapidez instantánea

EJEMPLO 2.2 Tren con movimiento lento

OBJETIVO Obtener velocidades promedio e instantáneas de una gráfica.

PROBLEMA Un tren se mueve lentamente a lo largo de una porción recta de vía de acuerdo con la gráfica de la posición en función del tiempo en la figura 2.7a. Encuentre **a)** la velocidad promedio para el viaje total, **b)** la velocidad promedio durante los primeros 4.00 s de movimiento, **c)** la velocidad promedio durante los siguientes 4.00 s de movimiento, **d)** la velocidad instantánea en $t = 2.00$ s y **e)** la velocidad instantánea en $t = 9.00$ s.

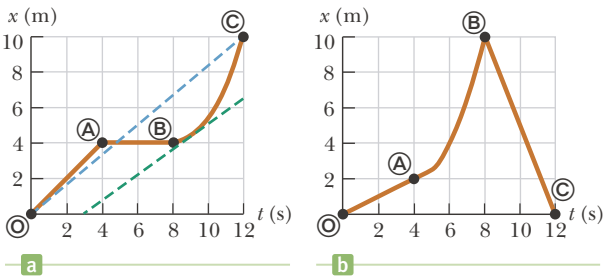


Figura 2.7 a) (Ejemplo 2.2) b) (Ejercicio 2.2)

ESTRATEGIA Las velocidades promedio se pueden obtener sustituyendo los datos en la definición. La velocidad instantánea en $t = 2.00$ s es la misma que la velocidad promedio en ese punto ya que la gráfica de la posición en función del tiempo es una recta, lo que indica una velocidad constante. La determinación de la velocidad instantánea cuando $t = 9.00$ s requiere trazar una recta tangente a la curva en ese punto y encontrar su pendiente.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la velocidad promedio de Ⓞ a Ⓒ.

Calcule la pendiente de la línea discontinua color azul:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10.0 \text{ m}}{12.0 \text{ s}} = +0.833 \text{ m/s}$$

b) Encuentre la velocidad promedio durante los primeros cuatro segundos del movimiento del tren.

De nuevo, encuentre la pendiente:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.00 \text{ m}}{4.00 \text{ s}} = +1.00 \text{ m/s}$$

c) Determine la velocidad promedio durante los siguientes cuatro segundos.

En este caso, no hay cambio en la posición cuando el tren se mueve de Ⓐ a Ⓑ, por lo tanto el desplazamiento Δx es cero

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 \text{ m}}{4.00 \text{ s}} = 0 \text{ m/s}$$

(*Continúa*)

d) Encuentre la velocidad instantánea en $t = 2.00$ s.

Esta es la misma que la velocidad promedio encontrada en b), dado que la gráfica es una recta:

$$v = 1.00 \text{ m/s}$$

e) Encuentre la velocidad instantánea en $t = 9.00$ s.

La recta tangente parece interceptar el eje x en (3.0 s, 0 m) y pasa rozando la curva en (9.0 s, 4.5 m). La velocidad instantánea en $t = 9.00$ s es igual a la pendiente de la recta tangente a través de estos puntos:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.5 \text{ m} - 0 \text{ m}}{9.0 \text{ s} - 3.0 \text{ s}} = 0.75 \text{ m/s}$$

COMENTARIOS Del origen a Ⓐ, el tren se mueve con rapidez constante en la dirección x positiva durante los primeros 4.00 s, ya que la curva de la posición en función del tiempo (posición *versus* tiempo) se incrementa constantemente hacia los valores positivos. De Ⓐ a Ⓑ, el tren se detiene en $x = 4.00$ m durante 4.00 s. De Ⓑ a Ⓒ, el tren viaja a una rapidez creciente en la dirección x positiva.

PREGUNTA 2.2 ¿Tendría sentido una recta vertical en una gráfica de posición en función del tiempo? Explique.

EJERCICIO 2.2 En la figura 2.7b se gráfica otro viaje del tren. Encuentre a) la velocidad promedio de Ⓞ a Ⓒ; b) la velocidad promedio de Ⓞ a Ⓐ y la velocidad instantánea en cualquier punto dado entre Ⓞ y Ⓐ; c) la velocidad instantánea aproximada en $t = 6.0$ s, y d) la velocidad promedio en el intervalo abierto de Ⓑ a Ⓒ y la velocidad instantánea en $t = 9.0$ s.

RESPUESTAS a) 0 m/s; b) las dos son +0.5 m/s; c) 2 m/s; d) las dos son −2.5 m/s

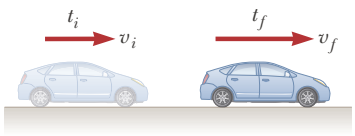


Figura 2.8 Un automóvil que se mueve hacia la derecha acelera de una velocidad de v_i a una velocidad de v_f en el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$.

2.3 Aceleración

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Calcular la aceleración promedio de un objeto.
2. Analizar la gráfica velocidad en función del tiempo de un objeto para obtener aceleraciones promedio e instantáneas.

Para ir de un lugar a otro en su automóvil, es poco común que usted recorra distancias largas a una velocidad constante. La velocidad del automóvil aumenta cuando usted pisa más fuerte el acelerador y disminuye cuando aplica el freno. La velocidad también cambia cuando toma una curva, alterando su dirección de movimiento. El cambio de la velocidad de un objeto con el tiempo se denomina **aceleración**.

Aceleración promedio

Un automóvil se mueve a lo largo de una carretera recta como se muestra en la figura 2.8. En el tiempo t_i tiene una velocidad de v_i y en el tiempo t_f su velocidad es v_f, con $\Delta v = v_f - v_i$ y $\Delta t = t_f - t_i$.

Definición de aceleración promedio ▶

La aceleración promedio $\bar{a}$ durante el intervalo de tiempo Δt es el cambio en velocidad Δv dividido entre Δt:

$$\bar{a} \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \qquad [2.4]$$

Unidad SI: metro por segundo por segundo (m/s²)

Por ejemplo, suponga que el automóvil que se muestra en la figura 2.8 acelera de una velocidad inicial de $v_i = +10$ m/s a una velocidad final de $v_f = +20$ m/s en un intervalo de tiempo de 2 s. (Las dos velocidades son hacia la derecha, seleccionada

como la dirección positiva). Estos valores se pueden insertar en la ecuación 2.4 para encontrar la aceleración promedio:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20\ \text{m/s} - 10\ \text{m/s}}{2\ \text{s}} = +5\ \text{m/s}^2$$

La aceleración es una cantidad vectorial que tiene dimensiones de longitud dividida entre el tiempo al cuadrado. Las unidades comunes de la aceleración son metros por segundo por segundo ((m/s)/s, que por lo general se escriben m/s^2) y pies por segundo por segundo (pie/s^2). Una aceleración promedio de $+5\ \text{m/s}^2$ significa que, en promedio, el automóvil incrementa su velocidad en +5 m/s cada segundo en la dirección x positiva.

Para el caso del movimiento en una línea recta, la dirección de la velocidad de un objeto y la dirección de su aceleración están relacionadas de esta forma: **cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en la misma dirección, su rapidez se incrementa con el tiempo. Cuando la velocidad y la aceleración del objeto están en direcciones opuestas, la rapidez del objeto disminuye con el tiempo.**

Para clarificar este punto, suponga que la velocidad de un automóvil cambia de −10 m/s a −20 m/s en un intervalo de tiempo de 2 s. El signo menos indica que las velocidades del automóvil van en la dirección x negativa; ¡*no* significan que el automóvil desacelera! La aceleración promedio del automóvil en este intervalo de tiempo es

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-20\ \text{m/s} - (-10\ \text{m/s})}{2\ \text{s}} = -5\ \text{m/s}^2$$

El signo menos indica que el vector aceleración también va en dirección x negativa. Dado que los vectores velocidad y aceleración van en la misma dirección, la rapidez del automóvil debe incrementarse conforme el automóvil se mueve hacia la izquierda. Las aceleraciones positivas y negativas especifican direcciones relativas a los ejes elegidos, no "acelerando" o "desacelerando". Los términos *acelerando* o *desacelerando* se refieren a un incremento y a un decremento en la rapidez, respectivamente.

Sugerencia 2.5 Aceleración negativa

Una aceleración negativa no necesariamente significa que un objeto desacelera. ¡Si la aceleración es negativa y la velocidad también lo es, el objeto está acelerando!

Sugerencia 2.6 Desaceleración

La palabra *desaceleración* significa una reducción en la rapidez, una disminución. Puede confundirse con aceleración negativa, la cual puede acelerar algo (consulte la sugerencia 2.5).

Cuestionario rápido

2.2 ¿Cierto o falso? a) Un automóvil siempre debe tener una aceleración en la misma dirección que su velocidad. **b)** Es posible que un automóvil tenga una aceleración positiva. **c)** Un objeto con aceleración constante diferente de cero nunca puede detenerse ni permanecer en reposo.

Un objeto con aceleración diferente de cero puede tener una velocidad de cero, pero solo instantáneamente. Cuando una pelota se lanza hacia arriba, su velocidad es cero cuando alcanza su altura máxima. Sin embargo, la gravedad aún acelera la pelota en ese punto; de lo contrario, no caería.

Aceleración instantánea

El valor de la aceleración promedio con frecuencia difiere en diferentes intervalos de tiempo, por lo que es útil definir la **aceleración instantánea**, la cual es análoga a la velocidad instantánea analizada en la sección 2.2.

La aceleración instantánea a es el límite de la aceleración promedio cuando el intervalo de tiempo Δt tiende a cero:

$$a \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad [2.5]$$

Unidad SI: metro por segundo por segundo (m/s^2)

◀ Definición de aceleración instantánea

En este caso de nuevo, la notación $\lim_{\Delta t \to 0}$ significa que la razón $\Delta v/\Delta t$ se evalúa para los valores cada vez menores de Δt. Entre más se aproxima Δt a cero, la razón más se aproxima a un número fijo, el cual es la aceleración instantánea.

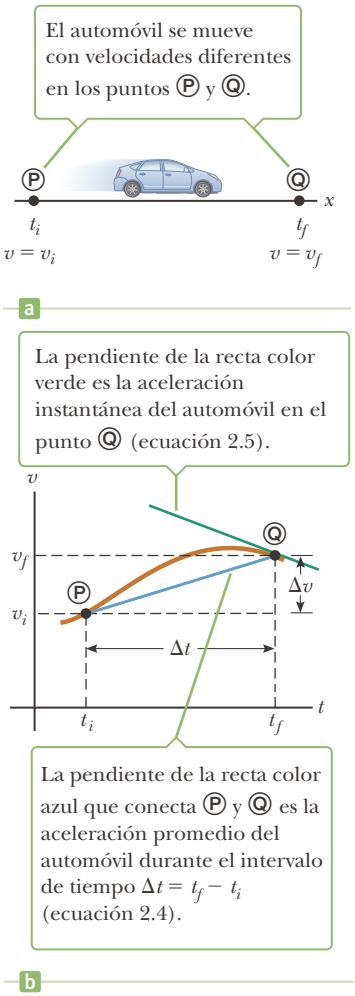


Figura 2.9 a) Un automóvil, modelado como una partícula, se mueve a lo largo del eje x de Ⓟ a Ⓠ, tiene una velocidad v_{xi} en $t = t_i$ y una velocidad v_{xf} en $t = t_f$. b) Gráfica velocidad en función del tiempo para un objeto que se mueve en una recta.

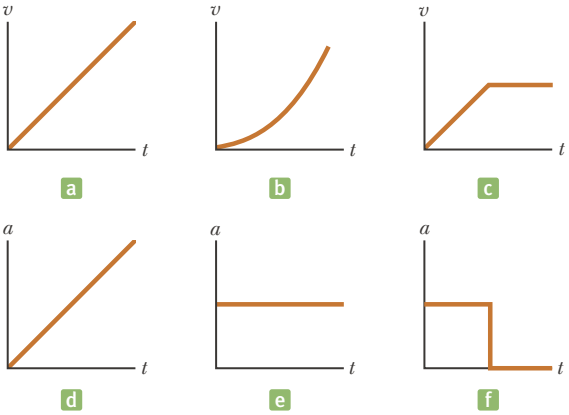
La figura 2.9, **una gráfica de la velocidad en función del tiempo**, presenta la velocidad de un objeto en función del tiempo. La gráfica podría representar, por ejemplo, el movimiento de un automóvil a lo largo de una calle concurrida. La aceleración promedio del automóvil entre los tiempos t_i y t_f se podría encontrar determinando la pendiente de la recta que une los puntos Ⓟ y Ⓠ. Si imaginamos que el punto Ⓠ se acerca cada vez más al punto Ⓟ, la recta se acerca cada vez más a volverse tangente en Ⓟ. La **aceleración instantánea de un objeto en un tiempo dado es igual a la pendiente de la tangente para la gráfica velocidad en función del tiempo en ese tiempo**. De ahora en adelante, usaremos el término *aceleración* para indicar "aceleración instantánea".

En el caso especial donde la gráfica de la velocidad en función del tiempo del movimiento de un objeto es una línea recta, la aceleración instantánea del objeto en cualquier punto es igual a su aceleración promedio. Eso también significa que la recta tangente a la gráfica traslapa la propia gráfica. En ese caso, se dice que la aceleración del objeto es *uniforme*, lo que significa que tiene un valor constante. Los problemas de aceleración constante son importantes en cinemática y se estudiarán extensivamente en este capítulo y el siguiente.

Cuestionario rápido

2.3 Los incisos a), b) y c) de la figura 2.10 representan tres gráficas de las velocidades de diferentes objetos que se mueven en trayectorias rectas como funciones del tiempo. Las aceleraciones posibles de cada objeto como funciones del tiempo se muestran en los incisos d), e) y f). Relacione cada gráfica velocidad en función del tiempo con la gráfica velocidad *versus* aceleración que mejor describa el movimiento.

Figura 2.10 (Cuestionario rápido 2.3). Relacione cada gráfica velocidad *versus* tiempo con su gráfica aceleración *versus* tiempo correspondiente.



EJEMPLO 2.3 Atrapando una pelota en vuelo

OBJETIVO Aplicar la definición de velocidad instantánea.

PROBLEMA Un jugador de béisbol se mueve en una trayectoria recta con objeto de atrapar una pelota en vuelo bateada hacia el jardín. Su velocidad como una función del tiempo se muestra en la figura 2.11a. Encuentre su velocidad instantánea en los puntos Ⓐ, Ⓑ y Ⓒ.

ESTRATEGIA En cada punto la gráfica velocidad *versus* tiempo es un segmento de recta, por lo que la aceleración instantánea será la pendiente de ese segmento. Seleccione dos puntos en cada segmento y utilícelos para calcular la pendiente.

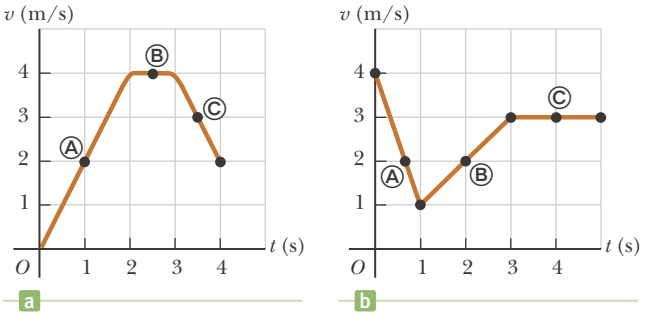


Figura 2.11 a) (Ejemplo 2.3) b) (Ejercicio 2.3)

SOLUCIÓN

Aceleración en Ⓐ.

La aceleración en Ⓐ es igual a la pendiente de la recta que conecta los puntos (0 s, 0 m/s) y (2.0 s, 4.0 m/s):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4.0\ \text{m/s} - 0}{2.0\ \text{s} - 0} = +2.0\ \text{m/s}^2$$

Aceleración en Ⓑ.

$\Delta v = 0$, dado que el segmento es horizontal:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4.0\ \text{m/s} - 4.0\ \text{m/s}}{3.0\ \text{s} - 2.0\ \text{s}} = 0\ \text{m/s}^2$$

Aceleración en Ⓒ.

La aceleración en Ⓒ es igual a la pendiente de la recta que conecta los puntos (3.0 s, 4.0 m/s) y (4.0 s, 2.0 m/s):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2.0\ \text{m/s} - 4.0\ \text{m/s}}{4.0\ \text{s} - 3.0\ \text{s}} = -2.0\ \text{m/s}^2$$

COMENTARIOS Durante los primeros 2.0 s el jugador se mueve en la dirección x positiva (la velocidad es positiva) y acelera uniformemente (la curva sube uniformemente) hasta una rapidez máxima de 4.0 m/s. Luego se mueve durante 1.0 s a una rapidez uniforme de 4.0 m/s y después desacelera en el último segundo (la curva v *versus* t está cayendo), aun moviéndose en la dirección x positiva (v siempre es positiva).

PREGUNTA 2.3 ¿Puede ser vertical una recta tangente a una gráfica velocidad *versus* tiempo? Explique.

EJERCICIO 2.3 Repita el problema utilizando la figura 2.11b.

RESPUESTA Las aceleraciones en Ⓐ, Ⓑ y Ⓒ son $-3.0\ \text{m/s}^2$, $1.0\ \text{m/s}^2$ y $0\ \text{m/s}^2$, respectivamente.

2.4 Diagramas de movimiento

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Analizar el movimiento de un objeto usando un diagrama de movimiento.

La velocidad y la aceleración en ocasiones se confunden una con otra, pero son conceptos muy diferentes, como se puede ilustrar con la ayuda de los diagramas de movimiento. Un **diagrama de movimiento** es una representación de un objeto en movimiento en intervalos de tiempo sucesivos, con vectores velocidad y aceleración bosquejados en cada posición, color rojo para los vectores velocidad y color violeta para los vectores aceleración, como en la figura 2.12. Los intervalos de tiempo entre posiciones adyacentes en el diagrama de movimiento se suponen iguales.

Un diagrama de movimiento es análogo a las imágenes que resultan de una fotografía estroboscópica de un objeto en movimiento. Cada imagen se toma cuando el estroboscopio destella. La figura 2.12 representa tres conjuntos de fotografías estroboscópicas de automóviles en movimiento por un camino recto de izquierda a derecha. Los intervalos de tiempo entre los destellos del estroboscopio son iguales en cada diagrama.

En la figura 2.12a las imágenes del automóvil están igualmente espaciadas. El automóvil se mueve la misma distancia en cada intervalo de tiempo. Esto significa que se mueve con una *velocidad constante positiva* y tiene una *aceleración cero*. Todas las flechas de color rojo tienen la misma longitud (velocidad constante) y no hay flechas color violeta (aceleración cero).

En la figura 2.12b las imágenes del automóvil se alejan conforme avanza el tiempo y el vector velocidad aumenta con el tiempo, ya que el desplazamiento del automóvil entre los puntos adyacentes aumenta conforme pasa el tiempo. El automóvil se mueve con una *velocidad positiva* y una *aceleración positiva* constante. Las flechas de color rojo son sucesivamente más largas en cada imagen y las flechas color violeta apuntan hacia la derecha.

En la figura 2.12c el automóvil disminuye su velocidad cuando se mueve hacia la derecha ya que su desplazamiento entre las posiciones adyacentes disminuye con el tiempo.

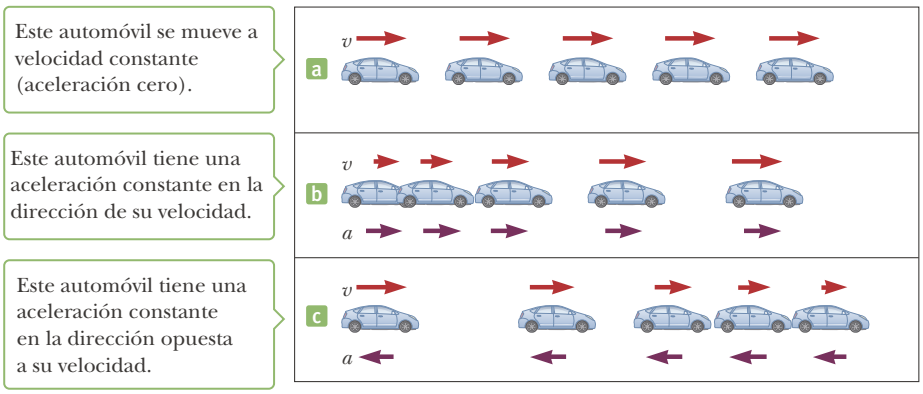


Figura 2.12
Diagramas de movimiento de un automóvil que se mueve por un camino recto en una sola dirección. La velocidad en cada instante se indica mediante una flecha color rojo y la aceleración constante con una flecha color púrpura.

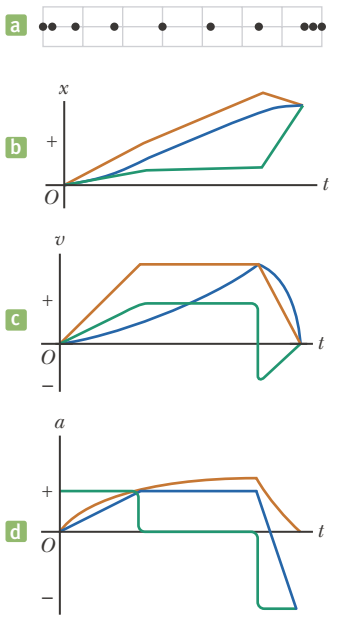


Figura 2.14 (Cuestionario rápido 2.5) Elija las gráficas correctas.

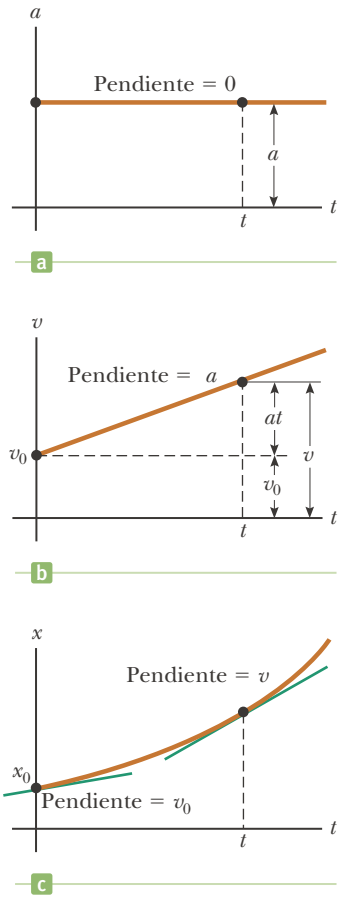


Figura 2.15
Una partícula se mueve a lo largo del eje *x* con aceleración constante *a*. a) gráfica aceleración *versus* tiempo, b) gráfica velocidad *versus* tiempo y c) gráfica posición *versus* tiempo.

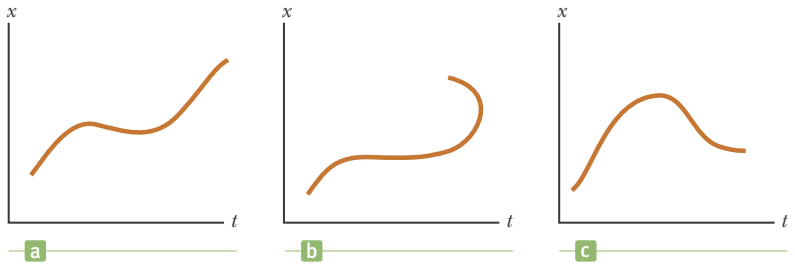


Figura 2.13 (Cuestionario rápido 2.4) ¿Cuál curva posición *versus* tiempo es imposible?

En este caso el automóvil se mueve inicialmente hacia la derecha con una aceleración negativa constante. El vector velocidad disminuye en el tiempo (las flechas de color rojo se vuelven más cortas) y al paso del tiempo llega a cero, como pasaría cuando se aplica el freno. Observe que los vectores velocidad y aceleración *no* están en la misma dirección. El automóvil se mueve con una *velocidad positiva*, pero con una *aceleración negativa*.

Intente construir sus propios diagramas para varios problemas que impliquen cinemática.

Cuestionario rápido

2.4 Las tres gráficas en la figura 2.13 representan la posición *versus* el tiempo para los objetos que se mueven a lo largo del eje *x*. ¿Cuál de estas gráficas no es físicamente posible, en caso de que haya alguna?

2.5 La figura 2.14a es un diagrama tomado de una imagen con múltiples flashes de un disco de hockey que se mueve hacia la derecha sobre una superficie horizontal. Las imágenes trazadas están separadas por intervalos de tiempo iguales, y la primera y la última muestran el disco en reposo. **a)** En la figura 2.14b, ¿cuál gráfica a color muestra mejor la posición del disco como una función del tiempo? **b)** En la figura 2.14c, ¿cuál gráfica a color muestra mejor la velocidad del disco como una función del tiempo? **c)** En la figura 2.14d, ¿cuál gráfica a color muestra mejor la aceleración del disco como una función del tiempo?

2.5 Movimiento en una dimensión con aceleración constante

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Aplicar las ecuaciones cinemáticas para los objetos que se mueven con aceleración constante.
2. Determinar las aceleraciones y los desplazamientos analizando una gráfica de velocidad *versus* tiempo.

Muchas aplicaciones de la mecánica comprenden objetos que se mueven con *aceleración constante*. Este tipo de movimiento es importante ya que se aplica a numerosos objetos en la naturaleza, como un objeto en caída libre cerca de la superficie de la Tierra (suponiendo que la resistencia del aire se pueda ignorar). En la figura 2.15a se muestra una gráfica de aceleración *versus* tiempo para el movimiento con aceleración constante. **Cuando un objeto se mueve con aceleración constante, la aceleración instantánea en cualquier punto en un intervalo de tiempo es igual al valor de la aceleración promedio sobre todo el intervalo.** En consecuencia, la velocidad aumenta o disminuye a la misma razón en todo el movimiento y una gráfica de *v versus t* da una recta con pendiente ya sea positiva, negativa o cero.

Dado que la aceleración promedio es igual a la aceleración instantánea cuando *a* es constante, podemos eliminar la barra utilizada para denotar los valores promedio de nuestra ecuación definitoria para la aceleración, escribiendo $\overline{a} = a$, de manera que la ecuación 2.4 se convierte en

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

El observador que cronometra el tiempo siempre está en libertad de elegir el tiempo inicial; así que, por conveniencia, sea $t_i = 0$ y t_f cualquier tiempo arbitrario t. También, sea $v_i = v_0$ (la velocidad inicial en $t = 0$) y $v_f = v$ (la velocidad en cualquier tiempo arbitrario t). Con esta notación, podemos expresar la aceleración como

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

o bien

$$v = v_0 + at \quad \text{(para } a \text{ constante)} \qquad [2.6]$$

La ecuación 2.6 establece que la aceleración a cambia de manera continua la velocidad inicial v_0 en una cantidad at. Por ejemplo, si un automóvil parte con una velocidad de +2.0 m/s hacia la derecha y acelera hacia la derecha con $a = +6.0$ m/s^2, aún tendrá una velocidad de +14 m/s después de que hayan transcurrido 2.0 s:

$$v = v_0 + at = +2.0 \text{ m/s} + (6.0 \text{ m/s}^2)(2.0 \text{ s}) = +14 \text{ m/s}$$

La interpretación gráfica de v se muestra en la figura 2.15b. La velocidad varía linealmente con el tiempo de acuerdo con la ecuación 2.6, como lo hará para la aceleración constante.

Dado que la velocidad aumenta o disminuye *uniformemente* con el tiempo, podemos expresar la velocidad promedio en cualquier intervalo de tiempo como el promedio aritmético de la velocidad inicial v_0 y la velocidad final v:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} \quad \text{(para } a \text{ constante)} \qquad [2.7]$$

Recuerde que esta expresión solo es válida cuando la aceleración es constante, caso en el cual la velocidad aumenta uniformemente.

Ahora podemos usar este resultado junto con la ecuación definitoria para la velocidad promedio, la ecuación 2.2, para obtener una expresión para el desplazamiento de un objeto como una función del tiempo. De nuevo, elegimos $t_i = 0$ y $t_f = t$, y por conveniencia, escribimos $\Delta x = x_f - x_i = x - x_0$. Esto resulta en

$$\Delta x = \bar{v}t = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$$

$$\Delta x = \tfrac{1}{2}(v_0 + v)t \quad \text{(para } a \text{ constante)} \qquad [2.8]$$

Podemos obtener otra expresión útil para el desplazamiento sustituyendo la ecuación para v (ecuación 2.6) en la ecuación 2.8:

$$\Delta x = \tfrac{1}{2}(v_0 + v_0 + at)t$$

$$\Delta x = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \quad \text{(para } a \text{ constante)} \qquad [2.9]$$

Esta ecuación también se puede escribir en términos de la posición x, ya que $\Delta x = x - x_0$. La figura 2.15c muestra una gráfica de x *versus* t para la ecuación 2.9, la cual está relacionada con la gráfica de la velocidad en función del tiempo: el área bajo la curva en la figura 2.15b es igual a $v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, la cual es igual al desplazamiento Δx. De hecho, **el área bajo la gráfica de *v versus t* para cualquier objeto es el desplazamiento Δx del objeto.**

Por último, podemos obtener una expresión que no contenga el tiempo despejando t de la ecuación 2.6 y sustituyendo en la ecuación 2.8, lo que resulta en

$$\Delta x = \tfrac{1}{2}(v + v_0)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$v^2 = {v_0}^2 + 2a\Delta x \quad \text{(para } a \text{ constante)} \qquad [2.10]$$

Las ecuaciones 2.6 y 2.9 juntas pueden resolver cualquier problema de movimiento en una dimensión con aceleración constante, pero las ecuaciones 2.7, 2.8 y, especial-

Tabla 2.4 Ecuaciones para movimiento en una línea recta con aceleración constante

Ecuación	Información dada por la ecuación
$v = v_0 + at$	Velocidad en función del tiempo
$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	Desplazamiento en función del tiempo
$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$	Velocidad en función del desplazamiento

Nota: El movimiento ocurre a lo largo del eje x. En $t = 0$, la velocidad de la partícula es v_0.

mente, 2.10 en ocasiones son convenientes. Las tres ecuaciones más útiles (2.6, 2.9 y 2.10) se encuentran en la tabla 2.4.

La mejor forma para ganar confianza en el uso de estas ecuaciones es resolver varios problemas. Es común que exista más de una forma para resolver un problema dado, dependiendo de qué ecuaciones se seleccionen y qué cantidades se proporcionen. La diferencia se encuentra principalmente en el álgebra.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Movimiento en una dimensión con aceleración constante

Se recomienda el procedimiento siguiente para resolver problemas que comprendan movimiento acelerado.

1. **Lea** el problema.
2. **Trace** un diagrama, elija el sistema de coordenadas, designe los puntos inicial y final, e indique las direcciones de las velocidades y las aceleraciones con flechas.
3. **Identifique** todas las cantidades, encerrando en un círculo las incógnitas. Convierta unidades según se requiera.
4. Las **ecuaciones** de la tabla 2.4 se deben seleccionar enseguida. Todos los problemas de cinemática en este capítulo se pueden resolver con las dos primeras ecuaciones y la tercera a menudo es conveniente.
5. **Despeje** las incógnitas. Hacerlo con frecuencia implica resolver dos ecuaciones con dos incógnitas.
6. **Verifique** su respuesta usando el sentido común y estimaciones.

Sugerencia 2.7 Los cerdos no pueden volar

Después de resolver un problema, usted debe pensar acerca de su respuesta y decidir si parece razonable. Si no lo es, ¡busque su error!

La mayoría de estos problemas se reducen a escribir las ecuaciones cinemáticas de la tabla 2.4 y luego sustituir los valores correctos en las constantes a, v_0 y x_0 de la información dada. Hacer esto produce dos ecuaciones, una lineal y una cuadrática, para dos cantidades desconocidas.

EJEMPLO 2.4 La carrera Daytona 500

OBJETIVO Aplicar las ecuaciones cinemáticas básicas.

PROBLEMA **a)** Un automóvil de carreras que parte del reposo acelera a un ritmo constante de 5.00 m/s^2. ¿Cuál es la velocidad del automóvil después de que ha recorrido 1.00×10^2 pies? **b)** ¿Cuánto tiempo ha transcurrido? **c)** Calcule la velocidad promedio de dos formas.

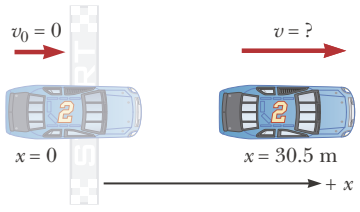


Figura 2.16 (Ejemplo 2.4)

ESTRATEGIA Hemos leído el problema, trazado el diagrama de la figura 2.16 y elegido un sistema de coordenadas (pasos 1 y 2). Quisiéramos encontrar la velocidad v después de cierto desplazamiento conocido Δx. La aceleración a también se conoce, igual que la velocidad inicial v_0 (el paso 3, el etiquetado está completo), por lo que la tercera ecuación en la tabla 2.4 parece muy útil para resolver el inciso a). Dada la velocidad, entonces la primera ecuación en la tabla 2.4 se puede usar para encontrar el tiempo en el inciso b). El inciso c) requiere sustituir en las ecuaciones 2.2 y 2.7, respectivamente.

SOLUCIÓN

a) Convierta las unidades de Δx a SI, utilizando la información de la primera de forros.

$$1.00 \times 10^2 \text{ pies} = (1.00 \times 10^2 \text{ pies})\left(\frac{1 \text{ m}}{3.28 \text{ pies}}\right) = 30.5 \text{ m}$$

Escriba la ecuación cinemática para v^2 (paso 4):

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x$$

Despeje v tomando la raíz cuadrada positiva, ya que el automóvil se mueve hacia la derecha (paso 5):

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\,\Delta x}$$

Sustituya $v_0 = 0$, $a = 5.00\ \text{m/s}^2$ y $\Delta x = 30.5\ \text{m}$:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\,\Delta x} = \sqrt{(0)^2 + 2(5.00\ \text{m/s}^2)(30.5\ \text{m})}$$
$$= 17.5\ \text{m/s}$$

b) ¿Cuánto tiempo ha transcurrido?

Aplique la primera ecuación de la tabla 2.4:

$$v = at + v_0$$

Sustituya valores y despeje el tiempo t:

$$17.5\ \text{m/s} = (5.00\ \text{m/s}^2)t$$
$$t = \frac{17.5\ \text{m/s}}{5.00\ \text{m/s}^2} = 3.50\ \text{s}$$

c) Calcule la velocidad promedio de dos formas.

Aplique la definición de velocidad promedio, ecuación 2.2:

$$\overline{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{30.5\ \text{m}}{3.50\ \text{s}} = 8.71\ \text{m/s}$$

Aplique la definición de velocidad promedio en la ecuación 2.7:

$$\overline{v} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0 + 17.5\ \text{m/s}}{2} = 8.75\ \text{m/s}$$

COMENTARIOS Las respuestas se pueden verificar con facilidad. Una técnica alterna es usar $\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ para encontrar t y luego usar la ecuación $v = v_0 + at$ para encontrar v. Observe que las dos ecuaciones diferentes para calcular la velocidad promedio, debido al redondeo, dan respuestas ligeramente distintas.

PREGUNTA 2.4 ¿Cuál es la rapidez final si el desplazamiento se incrementa en un factor de 4?

EJERCICIO 2.4 Suponga que el conductor en este ejemplo ahora aplica el freno al máximo, deteniendo el automóvil en 4.00 s. Encuentre a) la aceleración, b) la distancia que el automóvil recorre mientras se aplica el freno, suponiendo que la aceleración es constante y c) la velocidad promedio.

RESPUESTAS a) $-4.38\ \text{m/s}^2$ b) 35.0 m y c) 8.75 m/s

EJEMPLO 2.5 Persecución de un automóvil

OBJETIVO Resolver un problema que involucra a dos objetos, uno que se mueve con aceleración constante y el otro con velocidad constante.

PROBLEMA Un automóvil que viaja a una rapidez constante de 24.0 m/s pasa frente a un oficial escondido detrás de una valla publicitaria, como se ve en la figura 2.17. Un segundo después de que el automóvil que sobrepasa el límite de velocidad pasa la valla publicitaria, el oficial sale en su persecución con una aceleración constante de $3.00\ \text{m/s}^2$. **a)** ¿Cuánto tiempo toma al oficial alcanzar al automóvil que excede el límite de velocidad? **b)** ¿Qué tan rápido va el oficial en ese tiempo?

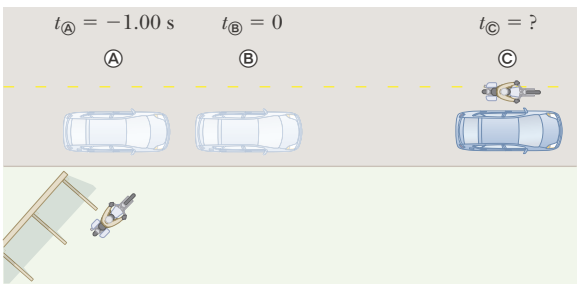


Figura 2.17 (Ejemplo 2.5) Un automóvil con exceso de velocidad pasa frente a un oficial escondido detrás de una valla publicitaria. ¿Cuándo alcanza el oficial al automóvil?

ESTRATEGIA La solución de este problema comprende dos ecuaciones cinemáticas simultáneas de posición, una para el oficial y otra para el automóvil. Elija $t = 0$ para que corresponda al tiempo en que el oficial inicia la persecución, cuando el automóvil está en $x_{\text{auto}} = 24.0$ m debido a su ventaja (24.0 m/s × 1.00 s). El oficial alcanza al automóvil cuando sus posiciones son las mismas, lo que sugiere establecer $x_{\text{oficial}} = x_{\text{auto}}$ y despejando el tiempo, el cual luego se puede utilizar para encontrar la rapidez del oficial en el inciso b).

SOLUCIÓN

a) ¿Cuánto tiempo toma al oficial alcanzar el automóvil?

Escriba la ecuación para el desplazamiento del automóvil:

$$\Delta x_{\text{auto}} = x_{\text{auto}} - x_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}a_{\text{auto}}t^2$$

Tome $x_0 = 24.0$ m, $v_0 = 24.0$ m/s y $a_{\text{auto}} = 0$. Despeje x_{auto}:

$$x_{\text{auto}} = x_0 + vt = 24.0\ \text{m} + (24.0\ \text{m/s})t$$

(*Continúa*)

Escriba la ecuación para la posición del oficial, tomando $x_0 = 0$, $v_0 = 0$ y $a_{oficial} = 3.00\ m/s^2$:

$$x_{oficial} = \tfrac{1}{2}a_{oficial}t^2 = \tfrac{1}{2}(3.00\ m/s^2)t^2 = (1.50\ m/s^2)t^2$$

Iguale $x_{oficial} = x_{auto}$, y resuelva la ecuación cuadrática. (La fórmula cuadrática se encuentra en el apéndice A, ecuación A.8). Solo la raíz positiva tiene sentido.

$$(1.50\ m/s^2)t^2 = 24.0\ m + (24.0\ m/s)t$$
$$(1.50\ m/s^2)t^2 - (24.0\ m/s)t - 24.0\ m = 0$$
$$t = \boxed{16.9\ s}$$

b) Encuentre la rapidez del oficial en ese tiempo. Sustituya el tiempo en la ecuación de la velocidad del oficial:

$$v_{oficial} = v_0 + a_{oficial}\,t = 0 + (3.00\ m/s^2)(16.9\ s)$$
$$= \boxed{50.7\ m/s}$$

COMENTARIOS El oficial, que se mueve casi al doble de rápido que el automóvil, ¡debe virar o pisar fuertemente el freno para evitar un choque! Este problema también se puede resolver de forma gráfica trazando la posición en función del tiempo para cada vehículo en la misma gráfica. La intersección de las dos gráficas corresponde al tiempo y a la posición en los cuales el oficial alcanza al automóvil.

PREGUNTA 2.5 La solución gráfica corresponde al hallazgo de la intersección de ¿cuáles dos tipos de curvas en el plano *tx*?

EJERCICIO 2.5 Un automovilista con la licencia vencida viaja a 10.0 m/s por una calle y un policía en motocicleta, que se toma otros 5.00 s para terminar de comer una dona, inicia su persecución con una aceleración de 2.00 m/s^2. Encuentre a) el tiempo requerido para alcanzar al automóvil y b) la distancia que el oficial recorre mientras alcanza al automovilista.

RESPUESTAS a) 13.7 s b) 188 m

EJEMPLO 2.6 Longitud de pista

OBJETIVO Aplicar la cinemática al movimiento horizontal con dos fases.

PROBLEMA Un avión de pasajeros aterriza a una rapidez de 1.60×10^2 mi/h y desacelera a un ritmo de (10.0 mi/h)/s. Si el avión viaja a una rapidez constante de 1.60×10^2 mi/h durante 1.00 s después de aterrizar antes de aplicar el freno, ¿Cuál es el desplazamiento total del avión entre el momento de tocar pista y alcanzar el reposo?

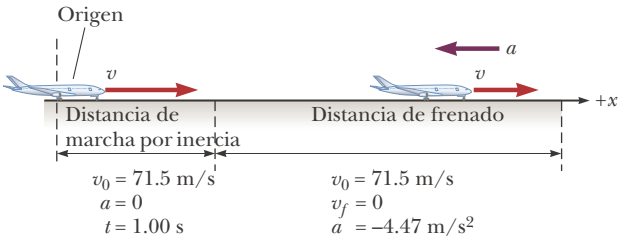


Figura 2.18 (Ejemplo 2.6) Distancias de marcha por inercia y frenado para aterrizar un avión comercial.

ESTRATEGIA Consulte la figura 2.18. Primero convierta todas las cantidades a unidades SI. El problema se debe resolver en dos partes, o fases, que corresponden a la marcha por inercia inicial después de tocar pista, seguida del frenado. Utilizando las ecuaciones cinemáticas, encuentre el desplazamiento durante cada parte y sume los dos desplazamientos.

SOLUCIÓN

Convierta las unidades de rapidez y aceleración a SI:

$$v_0 = (1.60 \times 10^2\ \text{mi/h})\left(\frac{0.447\ m/s}{1.00\ \text{mi/h}}\right) = 71.5\ m/s$$

$$a = (-10.0\ (\text{mi/h})/s)\left(\frac{0.447\ m/s}{1.00\ \text{mi/h}}\right) = -4.47\ m/s^2$$

Tomando $a = 0$, $v_0 = 71.5$ m/s y $t = 1.00$ s, encuentre el desplazamiento mientras el avión está en marcha por inercia:

$$\Delta x_{frenado} = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = (71.5\ m/s)(1.00\ s) + 0 = 71.5\ m$$

Use la ecuación cinemática independiente del tiempo para encontrar el desplazamiento mientras el avión frena:

$$v^2 = {v_0}^2 + 2\,a\Delta x_{frenado}$$

Tome $a = -4.47\ m/s^2$ y $v_0 = 71.5$ m/s. El signo negativo en a significa que el avión desacelera.

$$\Delta x_{frenado} = \frac{v^2 - {v_0}^2}{2a} = \frac{0 - (71.5\ m/s)^2}{2.00(-4.47\ m/s^2)} = 572\ m$$

Sume los dos resultados para determinar el desplazamiento total:

$$\Delta x_{marcha\ inercia} + \Delta x_{frenado} = 71.5\ m + 572\ m = \boxed{644\ m}$$

COMENTARIOS Para encontrar el desplazamiento mientras el avión frena, podríamos haber usado las dos ecuaciones cinemáticas que comprenden el tiempo, que son $\Delta x = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$ y $v = v_0 + at$, pero dado que no teníamos interés en el tiempo, la ecuación independiente del tiempo fue más fácil de usar.

PREGUNTA 2.6 ¿Cómo cambiaría la respuesta si el avión estuviera en marcha por inercia durante 2.00 s antes de que el piloto aplicara el freno?

EJERCICIO 2.6 Un avión a reacción aterriza a 80.0 m/s y el piloto aplica el freno 2.00 s después de tocar la pista. Encuentre la aceleración necesaria para detener al avión dentro de 5.00×10^2 m después de tocar pista.

RESPUESTA $-9.41\ \text{m/s}^2$

EJEMPLO 2.7 El Acela: el Porsche de los trenes americanos

OBJETIVO Encontrar las aceleraciones y los desplazamientos de una gráfica velocidad *versus* tiempo

PROBLEMA El tren eléctrico de alta velocidad de líneas elegantes conocido como Acela (se pronuncia *acilah*) en la actualidad está en servicio en el tramo Washington-Nueva York-Boston. Consta de dos locomotoras y seis vagones, y puede transportar 304 pasajeros a velocidades de hasta 170 mi/h. A fin de pasar las curvas de forma cómoda a altas velocidades, los vagones del tren se inclinan hasta 6° de la vertical, lo que evita que los pasajeros sean empujados hacia los costados. La gráfica de la velocidad *versus* tiempo para el Acela se muestra en la figura 2.19a. **a)** Describa el movimiento del Acela. **b)** Encuentre la aceleración pico del Acela en millas por hora por segundo (mi/h/s) cuando el tren acelera de 45 mi/h a 170 mi/h. **c)** Encuentre el desplazamiento del tren, en millas, entre $t = 0$ y $t = 200$ s. **d)** Determine la aceleración promedio del Acela y su desplazamiento en millas en el intervalo de 200 s a 300 s. (El tren cuenta con un frenado regenerador, lo que significa que ¡suministra energía de regreso a las líneas de la compañía de energía cada vez que se detiene!) **e)** Encuentre el desplazamiento total en el intervalo de 0 a 400 s. *Nota:* Suponga que todas las cantidades y estimaciones dadas son razonables hasta dos cifras significativas. (Las estimaciones de individuos distintos pueden variar y resultar en respuestas ligeramente diferentes.)

ESTRATEGIA Para el inciso a), recuerde que la pendiente de la recta tangente en cualquier punto de la gráfica velocidad *versus* tiempo da la aceleración en ese tiempo. Para encontrar la aceleración pico en el inciso b), estudie la gráfica y localice el punto en el cual la pendiente es más pronunciada. En los incisos c) a e) la estimación del área bajo la curva proporciona el desplazamiento durante un periodo dado, con las áreas bajo el eje del tiempo, como en el inciso e), restadas del total. La aceleración promedio en el inciso d) se puede obtener sustituyendo los números que se toman de la gráfica en la definición de aceleración promedio, $\bar{a} = \Delta v/\Delta t$.

SOLUCIÓN

a) Describa el movimiento.

De aproximadamente −50 s a 50 s, el Acela se desplaza a una velocidad constante en la dirección $+x$. Luego el tren acelera en la dirección $+x$ de 50 s a 200 s, alcanzando una velocidad máxima de 170 mi/h, después de lo cual frena hasta detenerse en 350 s y retrocede, ganando velocidad de forma constante en la dirección $-x$.

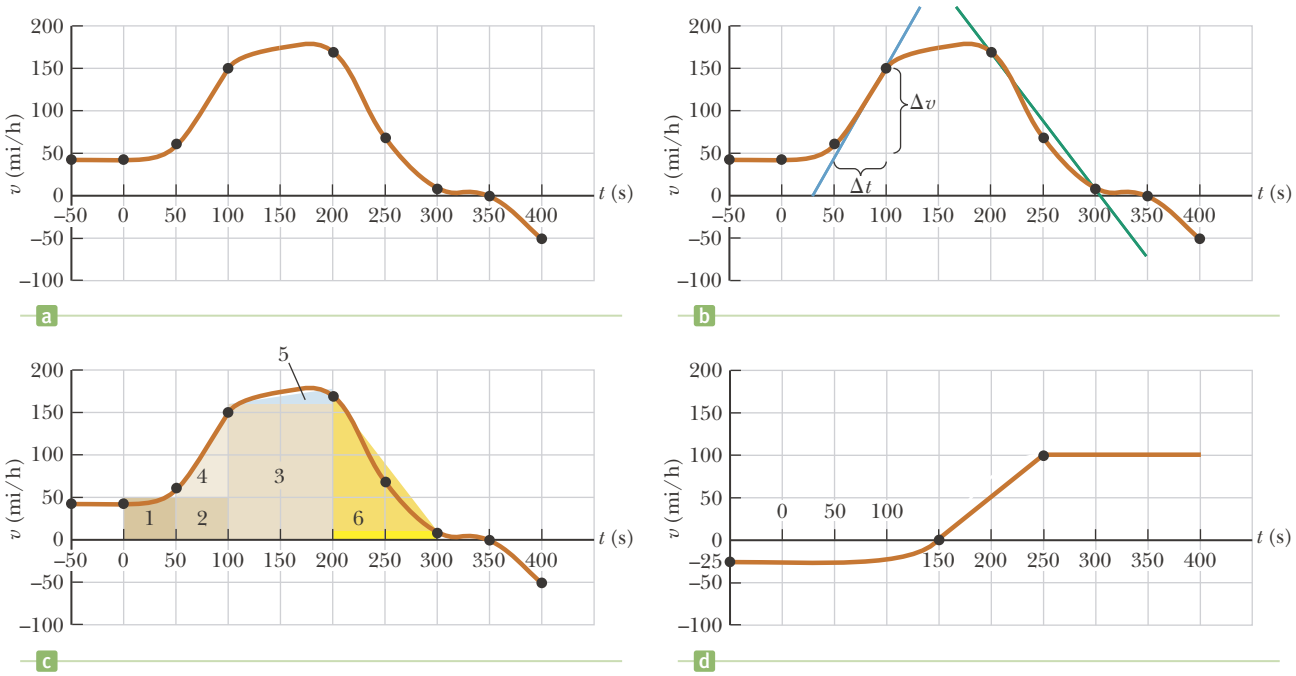


Figura 2.19 (Ejemplo 2.7) a) Gráfica velocidad *versus* tiempo para el Acela. b) La pendiente de la recta tangente más pronunciada, color azul da la aceleración pico y la pendiente de la recta color verde es la aceleración promedio entre 200 s y 300 s. c) El área bajo la gráfica velocidad *versus* tiempo en un cierto intervalo proporciona el desplazamiento del Acela en ese intervalo. d) (Ejercicio 2.7).

(*Continúa*)

b) Encuentre la aceleración pico.

Calcule la pendiente de la recta tangente más pronunciada, que conecta los puntos (50 s, 50 mi/h) y (100 s, 150 mi/h) (la recta color azul en la figura 2.19b):

$$a = \text{pendiente} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(1.5 \times 10^2 - 5.0 \times 10^1)\ \text{mi/h}}{(1.0 \times 10^2 - 5.0 \times 10^1)\text{s}}$$
$$= \boxed{2.0\ \text{(mi/h)/s}}$$

c) Determine el desplazamiento entre 0 s y 200 s.

Empleando triángulos y rectángulos, aproxime el área en la figura 2.19c:

$$\begin{aligned}\Delta x_{0 \to 200\ \text{s}} &= \text{área}_1 + \text{área}_2 + \text{área}_3 + \text{área}_4 + \text{área}_5 \\ &\approx (5.0 \times 10^1\ \text{mi/h})(5.0 \times 10^1\ \text{s}) \\ &\quad + (5.0 \times 10^1\ \text{mi/h})(5.0 \times 10^1\ \text{s}) \\ &\quad + (1.6 \times 10^2\ \text{mi/h})(1.0 \times 10^2\ \text{s}) \\ &\quad + \tfrac{1}{2}(5.0 \times 10^1\ \text{s})(1.0 \times 10^2\ \text{mi/h}) \\ &\quad + \tfrac{1}{2}(1.0 \times 10^2\ \text{s})(1.7 \times 10^2\ \text{mi/h} - 1.6 \times 10^2\ \text{mi/h}) \\ &= 2.4 \times 10^4\ \text{(mi/h)s}\end{aligned}$$

Convierta las unidades a millas al convertir horas a segundos:

$$\Delta x_{0 \to 200\ \text{s}} \approx 2.4 \times 10^4\ \frac{\text{mi} \cdot \text{s}}{\text{h}} \left(\frac{1\ \text{h}}{3\,600\ \text{s}}\right) = \boxed{6.7\ \text{mi}}$$

d) Encuentre la aceleración promedio de 200 s a 300 s y determine el desplazamiento.

La pendiente de la recta color verde es la aceleración promedio de 200 s a 300 s (figura 21.9b):

$$\bar{a} = \text{pendiente} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(1.0 \times 10^1 - 1.7 \times 10^2)\ \text{mi/h}}{1.0 \times 10^2\ \text{s}}$$
$$= \boxed{-1.6\ \text{(mi/h)/s}}$$

El desplazamiento de 200 s a 300 s es igual al área_6, la cual es el área del triángulo más el área de un rectángulo muy angosto bajo el triángulo:

$$\begin{aligned}\Delta x_{200 \to 300\ \text{s}} &\approx \tfrac{1}{2}(1.0 \times 10^2\ \text{s})(1.7 \times 10^2 - 1.0 \times 10^1)\ \text{mi/h} \\ &\quad + (1.0 \times 10^1\ \text{mi/h})(1.0 \times 10^2\ \text{s}) \\ &= 9.0 \times 10^3\text{(mi/h)(s)} = \boxed{2.5\ \text{mi}}\end{aligned}$$

e) Encuentre el desplazamiento de 0 s a 400 s.

El desplazamiento total es la suma de todos los desplazamientos individuales. Aún necesitamos calcular los desplazamientos para los intervalos de tiempo de 300 s a 350 s y de 350 s a 400 s. Este último es negativo ya que se encuentra debajo del eje x.

$$\begin{aligned}\Delta x_{300 \to 350\ \text{s}} &\approx \tfrac{1}{2}(5.0 \times 10^1\ \text{s})(1.0 \times 10^1\ \text{mi/h}) \\ &= 2.5 \times 10^2\text{(mi/h)(s)} \\ \Delta x_{350 \to 400\ \text{s}} &\approx \tfrac{1}{2}(5.0 \times 10^1\ \text{s})(-5.0 \times 10^1\ \text{mi/h}) \\ &= -1.3 \times 10^3\text{(mi/h)(s)}\end{aligned}$$

Determine el desplazamiento total al sumar las partes:

$$\begin{aligned}\Delta x_{0 \to 400\ \text{s}} &\approx (2.4 \times 10^4 + 9.0 \times 10^3 + 2.5 \times 10^2 \\ &\quad -1.3 \times 10^3)\text{(mi/h)(s)} = \boxed{8.9\ \text{mi}}\end{aligned}$$

COMENTARIOS Hay muchas formas de encontrar el área aproximada bajo una gráfica. La elección de la técnica es una preferencia personal.

PREGUNTA 2.7 De acuerdo con la gráfica en la figura 2.19a, ¿en qué tiempos diferentes es cero la aceleración?

EJERCICIO 2.7 Suponga que la gráfica velocidad *versus* tiempo de otro tren se muestra en la figura 2.19d. Determine a) la aceleración instantánea máxima y b) el desplazamiento total en el intervalo de 0 s a 4.00×10^2 s.

RESPUESTAS a) 1.0 (mi/h)/s; b) 4.7 mi

2.6 Objetos en caída libre

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Aplicar las ecuaciones cinemáticas para la aceleración constante a los objetos en caída libre cerca de la superficie de la Tierra.
2. Deducir y resolver las ecuaciones cinemáticas para el movimiento que implica dos fases de aceleración distintas.

Cuando la resistencia del aire es insignificante, todos los objetos que se dejan caer bajo la influencia de la gravedad cerca de la superficie de la Tierra caen hacia esta última con la misma aceleración constante. Esta idea en la actualidad parece obvia, pero no se aceptó sino hasta aproximadamente el año 1600. Antes de ese tiempo, las enseñanzas del gran filósofo Aristóteles (384-322 a.C.) sostenían que los objetos más pesados caían más rápido que los ligeros.

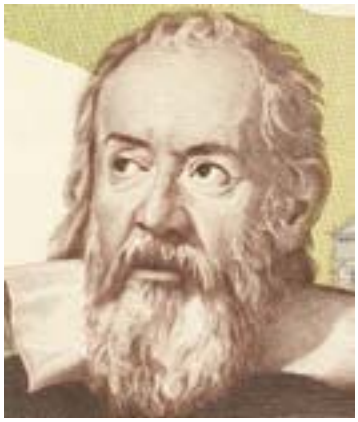
De acuerdo con la leyenda, Galileo descubrió la ley de los objetos en caída observando que dos pesos diferentes que se dejaban caer de manera simultánea desde la Torre Inclinada de Pisa llegaban al suelo aproximadamente al mismo tiempo. Aunque es improbable que este experimento particular se llevara a cabo, sabemos que Galileo realizó muchos experimentos sistemáticos con objetos que se movían sobre planos inclinados. En dichos experimentos arrojó bolas por una pendiente y midió las distancias que recorrían en intervalos de tiempo sucesivos. El propósito de la inclinación era reducir la aceleración y permitir que Galileo tomara mediciones precisas de los intervalos (algunas personas se refieren a este experimento como "diluir la gravedad"). El incremento gradual de la pendiente del plano inclinado le permitio obtener, finalmente, conclusiones matemáticas acerca de los objetos en caída libre, ya que una bola en caída es equivalente a una bola bajando por una inclinación vertical. Los logros de Galileo en la ciencia de la mecánica prepararon el camino para Newton en su desarrollo de las leyes del movimiento, que estudiaremos en el capítulo 4.

Intente realizar el experimento siguiente: deje caer un martillo y una pluma de manera simultánea desde la misma altura. El martillo golpea el suelo primero dado que la resistencia al avance del aire tiene un efecto mayor en la pluma que es mucho más ligera. El 2 de agosto de 1971, este mismo experimento lo realizó en la Luna el astronauta David Scott, y el martillo y la pluma cayeron exactamente a la misma aceleración, como se esperaba, tocando la superficie lunar al mismo tiempo. En el caso idealizado en que la resistencia del aire es insignificante, a ese movimiento se le denomina *caída libre*.

La expresión *objeto en caída libre* no necesariamente se refiere a un objeto que se deja caer desde el reposo. **Un objeto en caída libre es cualquier objeto que se mueve libremente ante la influencia solo de la gravedad, sin importar su movimiento inicial.** Se considera que los objetos que se lanzan hacia arriba o abajo y los que se liberan del reposo se encuentran en caída libre.

Denotamos la magnitud de la **aceleración en caída libre** con el símbolo g. El valor de g disminuye al aumentar la altitud y también varía ligeramente con la latitud. En la superficie de la Tierra el valor de g es aproximadamente 9.80 m/s^2. A menos que se indique de otra manera, usaremos este valor para g al hacer cálculos. Para las estimaciones rápidas utilice $g \approx 10$ m/s^2.

Si ignoramos la resistencia del aire y suponemos que la aceleración en caída libre no varía con la altitud sobre distancias cortas, entonces el movimiento de un objeto en caída libre es el mismo que el movimiento en una dimensión bajo aceleración constante. Esto significa que se pueden aplicar las ecuaciones cinemáticas desarrolladas en la sección 2.5. Es conveniente definir "arriba" como la dirección y positiva, y utilizar y como la variable de posición. En ese caso, la aceleración es $a = -g = -9.80$ m/s^2. En el capítulo 7 se estudia la variación de g con la altitud.



Georgios Kollidas/Shutterstock.com

Galileo Galilei
Físico y astrónomo italiano (1564–1642)
Galileo formuló las leyes que gobiernan el movimiento de los objetos en caída libre. También investigó el movimiento de un objeto sobre un plano inclinado, estableció el concepto de movimiento relativo, inventó el termómetro y descubrió que el movimiento de un péndulo oscilando se podría usar para medir intervalos de tiempo. Después de diseñar y construir su propio telescopio, descubrió cuatro de las lunas de Júpiter, determinó que la superficie de nuestra propia Luna es rugosa, descubrió las manchas solares y las fases de Venus, y demostró que la Vía Láctea consta de un número enorme de estrellas. Galileo públicamente defendió la aseveración de Nicolás Copérnico de que el Sol está en el centro del Universo (el sistema heliocéntrico). Publicó *Dialogo respecto a dos nuevos sistemas del mundo* para apoyar el modelo copernicano, una vista que la Iglesia declaró ser una herejía. Después de ser llevado a Roma en 1633 bajo cargos de herejía, fue sentenciado a prisión perpetua y más tarde confinado a su villa en Arcetri, cerca de Florencia, donde murió en 1642.

Cuestionario rápido

2.6 Un jugador de tenis al servicio lanza una pelota directamente hacia arriba. Mientras la pelota está en caída libre, ¿su aceleración a) aumenta, b) disminuye, c) aumenta y luego disminuye, d) disminuye y luego aumenta o e) permanece constante?

2.7 Conforme la pelota de tenis del Cuestionario rápido 2.6 viaja por el aire, ¿su velocidad a) aumenta, b) disminuye, c) disminuye y luego aumenta, d) aumenta y luego disminuye o e) permanece igual?

2.8 Un paracaidista en caída libre salta de un helicóptero suspendido en el aire. Segundos después, otro paracaidista salta de manera que los dos caen a lo largo de la misma línea vertical relativa al helicóptero. Suponga que los dos paracaidistas caen con la misma aceleración. ¿La distancia vertical entre ellos a) aumenta, b) disminuye o c) permanece igual? ¿La diferencia en sus velocidades d) aumenta, e) disminuye o f) permanece igual?

EJEMPLO 2.8 ¡Un buen lanzamiento para un novato!

OBJETIVO Aplicar las ecuaciones cinemáticas a un objeto en caída libre con una velocidad inicial diferente de cero.

PROBLEMA Una pelota se lanza desde la parte superior de un edificio con una velocidad inicial de 20.0 m/s directamente hacia arriba, a una altura inicial de 50.0 m por encima del suelo. La pelota apenas libra el borde del techo en su camino hacia abajo, como se muestra en la figura 2.20. Determine **a)** el tiempo necesario para que la pelota alcance su altura máxima, **b)** la altura máxima, **c)** el tiempo necesario para que la pelota regrese a la altura desde la que se lanzó y su velocidad en ese instante, **d)** el tiempo necesario para que la pelota llegue al suelo y **e)** la velocidad y posición de la pelota en $t = 5.00$ s. Ignore la resistencia al avance del aire.

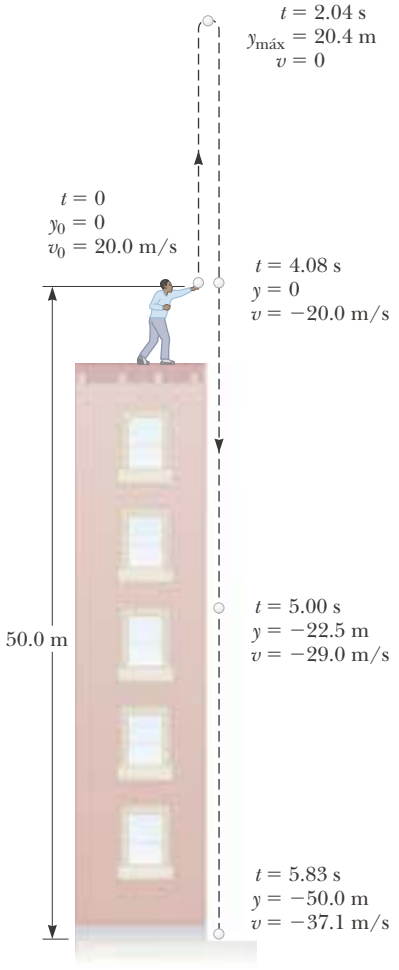


Figura 2.20 (Ejemplo 2.8) Una pelota se lanza hacia arriba con una velocidad inicial de $v_0 = +20.0$ m/s. Se dan las posiciones y velocidades para varios tiempos.

ESTRATEGIA El diagrama en la figura 2.20 establece un sistema de coordenadas con $y_0 = 0$ al nivel al cual la pelota se libera de la mano del lanzador, con y positiva hacia arriba. Escriba las ecuaciones cinemáticas de la velocidad y la posición para la pelota, y sustituya la información dada. Todas las respuestas provienen de estas dos ecuaciones al emplear álgebra simple o simplemente al sustituir el tiempo. En el inciso a), por ejemplo, la pelota llega al reposo durante un instante en su altura máxima, por lo tanto establezca $v = 0$ en este punto y despeje el tiempo. Luego sustituya el tiempo en la ecuación del desplazamiento, obteniendo la altura máxima.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el tiempo en que la pelota alcanza su altura máxima.

Escriba las ecuaciones cinemáticas de la velocidad y la posición:

$$v = at + v_0$$
$$\Delta y = y - y_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

Sustituya $a = -9.80$ m/s^2, $v_0 = 20.0$ m/s y $y_0 = 0$ en las dos ecuaciones anteriores:

1) $v = (-9.80 \text{ m/s}^2)t + 20.0 \text{ m/s}$

2) $y = (20.0 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2$

Sustituya $v = 0$, la velocidad a altura máxima, en la ecuación (1) y despeje el tiempo:

$$0 = (-9.80 \text{ m/s}^2)t + 20.0 \text{ m/s}$$
$$t = \frac{-20.0 \text{ m/s}}{-9.80 \text{ m/s}^2} = \boxed{2.04 \text{ s}}$$

b) Determine la altura máxima de la pelota.

Sustituya el tiempo $t = 2.04$ s en la ecuación (2):

$$y_{\text{máx}} = (20.0 \text{ m/s})(2.04 \text{ s}) - (4.90 \text{ m/s}^2)(2.04 \text{ s})^2 = \boxed{20.4 \text{ m}}$$

c) Encuentre el tiempo que toma a la pelota regresar a su posición original y determine su velocidad en ese tiempo.

Establezca $y = 0$ en la ecuación (2) y despeje t:

$$0 = (20.0 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2$$
$$= t(20.0 \text{ m/s} - 4.90 \text{ m/s}^2 t)$$
$$t = \boxed{4.08 \text{ s}}$$

Sustituya el tiempo en la ecuación (1) para obtener la velocidad: $v = 20.0\ \text{m/s} + (-9.80\ \text{m/s}^2)(4.08\ \text{s}) =$ $-20.0\ \text{m/s}$

d) Encuentre el tiempo requerido para que la pelota llegue al suelo.

En la ecuación (2), establezca $y = -50.0$ m: $-50.0\ \text{m} = (20.0\ \text{m/s})t - (4.90\ \text{m/s}^2)t^2$

Aplique la fórmula cuadrática y tome la raíz positiva: $t =$ $5.83\ \text{s}$

e) Determine la velocidad y la posición de la pelota en $t = 5.00$ s.

Sustituya los valores en las ecuaciones (1) y (2): $v = (-9.80\ \text{m/s}^2)(5.00\ \text{s}) + 20.0\ \text{m/s} =$ $-29.0\ \text{m/s}$

$y = (20.0\ \text{m/s})(5.00\ \text{s}) - (4.90\ \text{m/s}^2)(5.00\ \text{s})^2 =$ $-22.5\ \text{m}$

COMENTARIOS Observe cómo todo se deduce de las dos ecuaciones cinemáticas. Una vez que se han escrito e identificado de manera correcta las constantes como en las ecuaciones 1) y 2), el resto es fácil. Si la pelota se lanzara hacia abajo, la velocidad inicial sería negativa.

PREGUNTA 2.8 ¿Cómo cambiaría la respuesta al inciso b), la altura máxima, si la persona que lanza la pelota estuviera brincando en el instante que libera la pelota?

EJERCICIO 2.8 Se dispara un proyectil directamente hacia arriba a 60.0 m/s desde una altura de 80.0 m, en el borde de un acantilado vertical. El proyectil cae, apenas librando el acantilado y se impacta en el suelo. Encuentre a) la altura máxima del proyectil arriba del punto de disparo, b) el tiempo que le toma impactar en el suelo en la base del acantilado y c) su velocidad de impacto.

RESPUESTAS a) 184 m; b) 13.5 s y c) −72.3 m/s

EJEMPLO 2.9 Altura máxima deducida

OBJETIVO Encuentre la altura máxima de un proyectil disparado, utilizando símbolos.

PROBLEMA Consulte el ejemplo 2.8. Usando la manipulación simbólica determine **a)** el tiempo $t_{\text{máx}}$ que toma a la pelota alcanzar su altura máxima y **b)** una expresión para la altura máxima que no dependa del tiempo. Las respuestas se deben expresar solo en términos de las cantidades v_0, g y y_0.

ESTRATEGIA Cuando la pelota alcanza su altura máxima, su velocidad es cero, por lo tanto para el inciso a) despeje el tiempo t de la ecuación cinemática de la velocidad y establezca $v = 0$. Para el inciso b), sustituya la expresión para el tiempo encontrada en el inciso a) en la ecuación del desplazamiento, despejando de ella la altura máxima.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el tiempo que toma a la pelota alcanzar su altura máxima.

Escriba la ecuación cinemática de la velocidad: $v = at + v_0$

Pase v_0 al lado izquierdo de la ecuación: $v - v_0 = at$

Divida los dos lados entre a: $\dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{at}{a} = t$

Invierta la ecuación de manera que t quede a la izquierda y sustituya $v = 0$, lo que corresponde a la velocidad en la altura máxima: **1)** $t = \dfrac{-v_0}{a}$

Reemplace t por $t_{\text{máx}}$ y sustituya $a = -g$: **2)** $t_{\text{máx}} = \dfrac{v_0}{g}$

b) Determine la altura máxima.

Escriba la ecuación para la posición y en cualquier tiempo: $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

(*Continúa*)

Sustituya $t = -v_0/a$, lo que corresponde al tiempo que toma alcanzar $y_{máx}$, la altura máxima:

$$y_{máx} = y_0 + v_0\left(\frac{-v_0}{a}\right) + \tfrac{1}{2}a\left(\frac{-v_0}{a}\right)^2$$
$$= y_0 - \frac{v_0^2}{a} + \tfrac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}$$

Combine los dos últimos términos y sustituya $a = -g$:

3) $$y_{máx} = y_0 + \frac{v_0^2}{2g}$$

COMENTARIOS Observe que $g = +9.8\ m/s^2$ por lo que el segundo término es positivo en general. Las ecuaciones 1) a 3) son mucho más útiles que una respuesta numérica ya que el efecto de cambiar un valor se puede ver de inmediato. Por ejemplo, al duplicar la velocidad inicial v_0 se cuadruplica el desplazamiento por encima del punto de liberación. También observe que $y_{máx}$ se podría obtener de manera más fácil de la ecuación independiente del tiempo, $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$.

PREGUNTA 2.9 ¿En qué factor se incrementaría el desplazamiento máximo arriba del techo si el edificio se transportara a la Luna, donde $a = -\frac{1}{6}g$?

EJERCICIO 2.9 a) Utilizando símbolos, determine el tiempo t_E que toma a una pelota llegar al suelo en la Tierra si se libera desde el reposo a una altura y_0. b) En términos de t_E ¿cuánto tiempo más t_M se requeriría si el edificio estuviera en Marte, donde $a = -0.385g$?

RESPUESTAS a) $t_E = \sqrt{\dfrac{2y_0}{g}}$ b) $t_M = 1.61t_E$

EJEMPLO 2.10 Un cohete balístico

OBJETIVO Resolver un problema que comprende un ascenso impulsado seguido de un movimiento en caída libre.

PROBLEMA Un cohete se mueve directamente hacia arriba, partiendo del reposo con una aceleración de $+29.4\ m/s^2$. Se le acaba el combustible al final de 4.00 s y continúa su marcha por inercia hacia arriba, alcanzando una altura máxima antes de caer de regreso a la Tierra. **a)** Encuentre la velocidad y la posición del cohete al final de 4.00 s. **b)** Determine la altura máxima que alcanza el cohete. **c)** Encuentre la velocidad en el instante antes de que el cohete se estrelle contra el suelo.

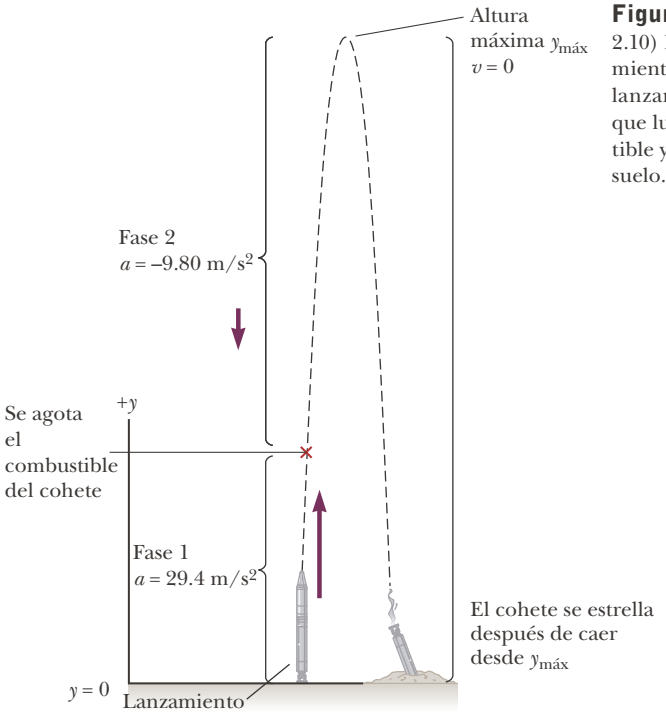


Figura 2.21 (Ejemplo 2.10) Dos fases de movimiento vinculadas para el lanzamiento de un cohete que luego agota su combustible y se estrella contra el suelo.

ESTRATEGIA Tome $y = 0$ en el punto de lanzamiento y y positiva hacia arriba, como en la figura 2.21. El problema consta de dos fases. En la fase 1 el cohete tiene una aceleración neta *hacia arriba* de $29.4\ m/s^2$ y se pueden usar las ecuaciones cinemáticas con aceleración constante a para encontrar la altura y la velocidad del cohete al final de la fase 1, cuando se ha quemado el combustible. En la fase 2 el cohete se encuentra en caída libre y tiene una aceleración de $-9.80\ m/s^2$, con velocidad y posición iniciales dadas por los resultados de la fase 1. Aplique las ecuaciones cinemáticas para caída libre.

SOLUCIÓN

a) Fase 1: determine la velocidad y la posición del cohete después de 4.00 s.

Escriba las ecuaciones cinemáticas de velocidad y posición:

1) $v = v_0 + at$

2) $\Delta y = y - y_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$

Adapte estas ecuaciones a la fase 1, sustituyendo $a = 29.4\ \text{m/s}^2$, $v_0 = 0$ y $y_0 = 0$:

3) $v = (29.4\ \text{m/s}^2)t$

4) $y = \frac{1}{2}(29.4\ \text{m/s}^2)t^2 = (14.7\ \text{m/s}^2)t^2$

Sustituya $t = 4.00$ s en las ecuaciones (3) y (4) para encontrar la velocidad v y la posición y del cohete en el instante en que se agota el combustible. Estas se denominarán v_b y y_b, respectivamente.

$v_b = 118\ \text{m/s}$ y $y_b = 235\ \text{m}$

b) Fase 2: encuentre la altura máxima que logra el cohete.

Adapte las ecuaciones (1) y (2) a la fase 2, sustituyendo $a = -9.8\ \text{m/s}^2$, $v_0 = v_b = 118\ \text{m/s}$ y $y_0 = y_b = 235$ m:

5) $v = (-9.8\ \text{m/s}^2)t + 118\ \text{m/s}$

6) $y = 235\ \text{m} + (118\ \text{m/s})t - (4.90\ \text{m/s}^2)t^2$

Sustituya $v = 0$ (la velocidad del cohete a altura máxima) en la ecuación (5) para obtener el tiempo que le toma al cohete alcanzar su altura máxima

$$0 = (-9.8\ \text{m/s}^2)t + 118\ \text{m/s} \quad \rightarrow \quad t = \frac{118\ \text{m/s}}{9.80\ \text{m/s}^2} = 12.0\ \text{s}$$

Sustituya $t = 12.0$ s en la ecuación (6) para determinar la altura máxima del cohete:

$$y_{\text{máx}} = 235\ \text{m} + (118\ \text{m/s})(12.0\ \text{s}) - (4.90\ \text{m/s}^2)(12.0\ \text{s})^2 = 945\ \text{m}$$

c) Fase 2: encuentre la velocidad del cohete justo antes del impacto.

Determine el tiempo para el impacto igualando $y = 0$ en la ecuación (6) y utilizando la fórmula cuadrática:

$$0 = 235\ \text{m} + (118\ \text{m/s})t - (4.90\ \text{m/s})t^2$$
$$t = 25.9\ \text{s}$$

Sustituya este valor en la ecuación (5):

$$v = (-9.80\ \text{m/s}^2)(25.9\ \text{s}) + 118\ \text{m/s} = -136\ \text{m/s}$$

COMENTARIOS Quizá considere que es más natural dividir este problema en tres fases, con la segunda fase terminando a la altura máxima y la tercera como una caída libre desde la altura máxima hasta el suelo. Si bien este enfoque da la respuesta correcta, es una complicación innecesaria. Dos fases son suficientes, una para cada aceleración diferente.

PREGUNTA 2.10 Si quedara algo de combustible, ¿a qué altura se deberían accionar los motores de nuevo para frenar la caída del cohete y permitir un aterrizaje suave? (Suponga la misma aceleración que durante el ascenso inicial).

EJERCICIO 2.10 Un cohete experimental diseñado para aterrizar de manera vertical cae libremente desde una altura de 2.00×10^2 m, partiendo del reposo. A una altura de 80.0 m los motores del cohete se encienden y proporcionan una aceleración constante hacia arriba hasta que el cohete aterriza. ¿Qué aceleración se requiere si la velocidad al tocar el suelo debe ser cero? (Ignore la resistencia del aire).

RESPUESTA $14.7\ \text{m/s}^2$

RESUMEN

2.1 Desplazamiento

El **desplazamiento** de un objeto que se mueve a lo largo del eje x se define como el cambio en la posición del objeto

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \qquad [2.1]$$

donde x_i es la posición inicial del objeto y x_f es su posición final.

Una cantidad **vectorial** se caracteriza por tener magnitud y dirección. Una cantidad **escalar** solo tiene magnitud

2.2 Velocidad

La **rapidez promedio** de un objeto está dada por

$$\text{Rapidez promedio} \equiv \frac{\text{longitud de la trayectoria}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

La **velocidad promedio** $\overline{v}$ durante un intervalo de tiempo Δt es el desplazamiento Δx dividido entre Δt.

$$\overline{v} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \qquad [2.2]$$

La velocidad promedio es igual a la pendiente de la recta que une los puntos inicial y final en una gráfica de la posición del objeto en función del tiempo.

La pendiente de la recta tangente a la curva de la posición en función del tiempo en algún punto es igual a la **velocidad instantánea** en ese tiempo. La **rapidez instantánea** de un objeto se define como la magnitud de la velocidad instantánea.

2.3 Aceleración

La **aceleración promedio** $\bar{a}$ de un objeto sujeto a un cambio en la velocidad Δv durante un intervalo de tiempo Δt es

$$\bar{a} \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \qquad [2.4]$$

La **aceleración instantánea** de un objeto en cierto tiempo es igual a la pendiente de la gráfica velocidad en función del tiempo en ese instante.

2.5 Movimiento en una dimensión con aceleración constante

Las ecuaciones más útiles que describen el movimiento de un objeto que se mueve con aceleración constante a lo largo del eje x son las siguientes:

$$v = v_0 + at \qquad [2.6]$$

$$\Delta x = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad [2.9]$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \qquad [2.10]$$

Todos los problemas se pueden resolver solo con las dos primeras ecuaciones, la última es apropiada cuando el tiempo no entra de manera explícita en el problema. Después de que se han identificado de forma apropiada, la mayoría de los problemas se reducen a una o dos ecuaciones con una o dos incógnitas, respectivamente.

2.6 Objetos en caída libre

Un objeto que cae sujeto a la gravedad de la Tierra experimenta una aceleración en caída libre dirigida hacia el centro de la Tierra. Si se ignora la fricción del aire y si la altitud del objeto que cae es pequeña comparada con el radio de la Tierra, entonces se puede suponer que la aceleración en caída libre $g = 9.8\ \text{m/s}^2$ es constante para el intervalo del movimiento. Las ecuaciones 2.6, 2.9 y 2.10 son válidas con $a = -g$.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de matemáticas** Resuelva la ecuación cuadrática $2.00t^2 - 6.00t - 9.00 = 0$ utilizando la fórmula cuadrática, determinado las dos soluciones.
2. **Repaso de matemáticas** Resuelva las dos ecuaciones siguientes para a) el tiempo t y b) la posición x. Suponga unidades SI.

$$-9.8t + 49 = 0 \text{ y } x = -4.9t^2 + 49t + 16$$

3. **Repaso de matemáticas** Resuelva las dos ecuaciones siguientes para a) el tiempo t (positivo) y b) la posición x. Suponga unidades SI.

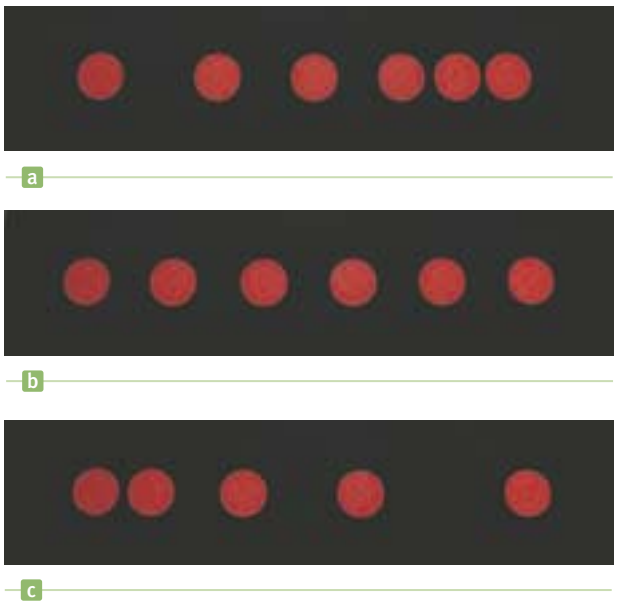
$$x = 3.00t^2 \qquad x = 24.0t + 72.0$$

4. Un jugador de fútbol americano corre desde su propia línea de meta hasta la línea de meta del equipo contrario y regresa a la línea de la yarda cincuenta, todo esto en 18.0 s. Calcule a) su rapidez promedio y b) la magnitud de su velocidad promedio (consulte la sección 2.2).
5. Una pelota se lanza hacia abajo desde la parte superior de una torre de 40.0 m con una rapidez inicial de 12.0 m/s. Suponiendo que la resistencia del aire es insignificante, ¿cuál es la rapidez de la pelota justo antes de impactar el suelo? (Consulte la sección 2.6.)
6. Se dispara una flecha directo hacia arriba en el aire a una rapidez inicial de 15.0 m/s. ¿Después de cuánto tiempo la flecha se dirige hacia abajo a una rapidez de 8.00 m/s? (Consulte la sección 2.6.)
7. Una pelota color rojo se deja caer partiendo del reposo a una altura de 6.00 m. Una pelota de color azul a una altura de 10.0 m se lanza hacia abajo en el mismo instante a 4.00 m/s. ¿Cuánto tiempo toma a la pelota azul alcanzar a la de color rojo? (Consulte las secciones 2.5 y 2.6.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Si la velocidad de una partícula no es cero, ¿puede ser cero su aceleración? Explique.
2. Si la velocidad de una partícula es cero, ¿puede no ser cero su aceleración? Explique.
3. Si un automóvil viaja hacia el este, ¿su aceleración puede ser hacia el oeste? Explique.
4. a) ¿Se pueden usar las ecuaciones de la tabla 2.4 en situaciones donde la aceleración varíe con el tiempo? b) ¿Se pueden utilizar cuando la aceleración es cero?
5. Dos automóviles se mueven en la misma dirección en carriles paralelos a lo largo de una carretera. En algún instante, la velocidad del automóvil A excede la velocidad del automóvil B. ¿Significa esto que la aceleración de A es mayor que la de B en ese instante? Explique.
6. La figura PC2.6 muestra fotografías estroboscópicas tomadas de un disco que se mueve de izquierda a derecha en condiciones diferentes. El intervalo de tiempo entre las imágenes es constante. Tomando la dirección hacia la derecha como positiva, describa el movimiento del disco en cada caso. ¿Para qué caso la aceleración es a) positiva? b) negativa? c) constante?



© Charles D. Winters/Cengage Learning

Figura PC2.6

7. a) ¿Puede la velocidad instantánea de un objeto en un instante de tiempo ser mayor en magnitud que la velocidad promedio sobre un intervalo de tiempo que contiene ese instante? b) ¿Puede incluso ser menor?

8. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba. a) ¿Cuáles son su velocidad y aceleración cuando alcanza su altitud máxima? b) ¿Cuál es su aceleración justo antes de que toque el suelo?

9. Considere las combinaciones siguientes de signos y valores para la velocidad y la aceleración de una partícula respecto a un eje x en una dimensión:

Velocidad	Aceleración
a. Positiva	Positiva
b. Positiva	Negativa
c. Positiva	Cero
d. Negativa	Positiva
e. Negativa	Negativa
f. Negativa	Cero
g. Cero	Positiva
h. Cero	Negativa

Describa qué hace la partícula en cada caso y proporcione un ejemplo de la vida real para un automóvil que transita por un eje unidireccional este-oeste, considerando al este la direccion positiva.

10. Una pelota rueda en línea recta a lo largo de la dirección horizontal. Utilizando diagramas de movimiento (o fotografías multiflash), describa la velocidad y la aceleración de la pelota para cada una de las situaciones siguientes: a) La pelota se mueve hacia la derecha a rapidez constante. b) La pelota se mueve de derecha a izquierda y desacelera de forma continua. c) La pelota se mueve de derecha a izquierda y acelera de manera continua. d) La pelota se mueve hacia la derecha, primero acelerando a una razón constante y luego desacelerando a una razón constante.

11. Un objeto se mueve a lo largo del eje x; su posición se mide en cada instante. Los datos están organizados en una gráfica precisa de x *versus* t. ¿Cuál de las cantidades siguientes no se puede obtener a partir de esta gráfica? a) La velocidad en cualquier instante, b) la aceleración en cualquier instante, c) el desplazamiento durante algún intervalo de tiempo, d) la velocidad promedio durante algún intervalo de tiempo, y e) la rapidez de la partícula en cualquier instante.

12. Una pelota se lanza directamente hacia arriba en el aire. ¿Para cuál situación son cero la velocidad instantánea y la aceleración? a) En su viaje hacia arriba; b) en la parte superior de la trayectoria de vuelo; c) en su viaje hacia abajo; d) a la mitad hacia arriba y a la mitad hacia abajo, y e) en ninguna.

13. Un malabarista lanza un pino de boliche directamente hacia arriba en el aire. Después de que el pino sale de su mano y mientras está en el aire, ¿cuál afirmación es cierta? a) La velocidad del pino siempre es en la misma dirección que su aceleración. b) La velocidad del pino nunca se da en la misma dirección que su aceleración. c) La aceleración del pino es cero. d) La velocidad del pino es opuesta a su aceleración en su viaje hacia arriba. e) La velocidad del pino ocurre en la misma dirección que su aceleración en su viaje hacia arriba.

14. Un automóvil de carreras parte del reposo y alcanza una rapidez final v en un tiempo t. Si la aceleración del automóvil es constante durante este tiempo, ¿cuál de las afirmaciones siguientes debe ser cierta? a) El automóvil viaja una distancia vt. b) La rapidez promedio del automóvil es $v/2$. c) La aceleración del automóvil es v/t. d) La velocidad del automóvil permanece constante. e) Ninguna.

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante
1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos
GP denota problemas guiados
M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign
Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual
S denota un problema de razonamiento simbólico
W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

2.1 Desplazamiento

2.2 Velocidad

1. BIO La rapidez de un impulso nervioso en el cuerpo humano es de aproximadamente 100 m/s. Si usted accidentalmente se corta un dedo del pie en la oscuridad, estime el tiempo que toma al impulso nervioso viajar hasta su cerebro.
2. La luz viaja a una velocidad de aproximadamente 3×10^8 m. a) ¿Cuántas millas viaja un impulso de luz en un intervalo de 0.1 s, lo cual es aproximadamente el tiempo que toma parpadear? b) Compare esta distancia con el diámetro de la Tierra.
3. Una persona viaja en automóvil de una ciudad a otra con rapideces constantes diferentes entre pares de ciudades. Conduce durante 30 min a 80 km/h, 12 min a 100 km/h y 45 min a 40 km/h y pasa 15 min comiendo su almuerzo y comprando gasolina. a) Determine la rapidez promedio del viaje. b) Determine la distancia entre las ciudades inicial y final a lo largo de la ruta.
4. El tiempo del récord mundial actual de la carrera de 200 m bajo techo es de 19.92 s y lo conserva Frank Fredericks de Namibia (1996), mientras que el tiempo del récord en la carrera de una milla bajo techo es de 228.5 s obtenido por Hichman El Guerrouj, de Marruecos (1997). Encuentre la rapidez media en metros por segundo que corresponde a estos tiempos récord para a) el evento de 200 m y b) para el evento de una milla.
5. Dos botes parten al mismo tiempo y compiten para atravesar un lago de 60 km de ancho y de regreso. El bote A atraviesa el lago a 60 km/h y regresa a 60 km/h. El bote B atraviesa el lago a 30 km/h y su tripulación, al darse cuenta de qué tan rezagados están, regresa a 90 km/h. Los tiempos al dar la vuelta son despreciables y el bote que complete el viaje de ida y vuelta gana. a) ¿Cuál bote gana y por cuánto tiempo? (¿O es un empate?) b) ¿Cuál es la velocidad promedio del bote ganador?
6. Una gráfica de posición en función del tiempo para cierta partícula que se mueve a lo largo del eje x se muestra en la figura P2.6. Encuentre la velocidad promedio en los intervalos de tiempo de a) 0 a 2.00 s, b) 0 a 4.00 s, c) 2.00 s a 4.00 s, d) 4.00 s a 7.00 s y e) 0 a 8.00 s.

Figura P2.6 Problemas 6 y 17

7. W Un automovilista conduce hacia el norte durante 35.0 minutos a 85 km/h y luego se detiene durante 15.0 minutos. Después continúa hacia el norte, viajando 130 km en 2.00 h. (a) ¿Cuál es su desplazamiento total? (b) ¿Cuál es su velocidad promedio?
8. Un jugador de tenis se mueve en una trayectoria en línea recta como se muestra en la figura P2.8. Encuentre su velocidad promedio en los intervalos de tiempo de a) 0 a 1.0 s, b) 0 a 4.0 s, c) 1.0 s a 5.0 s y d) 0 a 5.0 s.

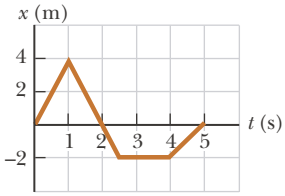


Figura P2.8

9. Un avión a reacción tiene una velocidad de despegue de $v_{de} = 75$ m/s y se mueve a lo largo de una pista a una aceleración promedio de 1.3 m/s^2. Si la longitud de la pista es 2.5 km, ¿podrá el avión utilizar esta pista con seguridad? Proporcione argumentos para su respuesta.
10. Dos automóviles viajan en la misma dirección a lo largo de una carretera recta, uno con rapidez constante de 55 mi/h y el otro a 70 mi/h. a) Suponiendo que parten del mismo punto, ¿por cuánto tiempo llega primero el automóvil más rápido a su destino a una distancia de 10 mi? b) ¿Qué tan lejos debe viajar el automóvil más rápido antes de tener una ventaja de 15 min sobre el automóvil más lento?
11. El guepardo puede alcanzar una velocidad máxima de 114 km/h (71 mi/h). Mientras persigue a una presa en una carrera rápida, un guepardo parte del reposo y corre 45 m en línea recta, alcanzando una rapidez final de 72 km/h. a) Determine la aceleración promedio del guepardo durante la carrera corta y b) encuentre su desplazamiento en $t = 3.5$ s.
12. S Una atleta nada la longitud L de una alberca en un tiempo t_1 y hace el recorrido de regreso hasta la posición de salida en un tiempo t_2. Si al inicio ella nada en la dirección x positiva, determine sus velocidades promedio de forma simbólica en a) la primera mitad del nado, b) la segunda mitad del nado y c) del recorrido de ida y vuelta. d) ¿Cuál es su rapidez promedio para el recorrido de ida y vuelta?
13. M Una persona hace un viaje conduciendo a una rapidez constante de 89.5 km/h, excepto por una parada para descansar de 22.0 min. Si la rapidez promedio de la persona es 77.8 km/h, a) ¿cuánto tiempo duró el viaje? y b) ¿cuál es la distancia que viaja la persona?
14. Una tortuga puede correr con una rapidez de 0.10 m/s y una liebre 20 veces más rápido. En una carrera las dos salen al mismo tiempo, pero la liebre se detiene a descansar durante 2.0 min. La tortuga gana por una concha (20 cm). a) ¿Cuánto dura la carrera? b) ¿Cuál es la longitud de la carrera?
15. Para calificar para la final en un evento de carreras, un automóvil debe alcanzar una rapidez promedio de 250 km/h en una pista con una longitud total de 1 600 m. Si un automóvil en particular cubre la primera mitad de la pista con una rapidez promedio de 230 km/h, ¿qué rapidez promedio mínima debe lograr en la segunda mitad del evento a fin de calificar?
16. Q|C S Un atleta en una carrera corre en una pista larga y recta con una rapidez constante v_1 y se encuentra a una distancia d detrás de un segundo atleta que corre con una rapidez constante v_2. a) ¿En cuáles circunstancias puede el primer atleta sobrepasar al segundo? b) Encuentre el tiempo t que toma al primer atleta rebasar al segundo atleta, en términos de d, v_1 y v_2. c) ¿A qué distancia mínima d_2 del atleta de adelante debe estar ubicada la línea de meta, de manera que el atleta en segundo lugar pueda al menos empatar en el primer lugar? Exprese d_2 en términos de d, v_1 y v_2 usando el resultado del inciso b).
17. En la figura P2.6 se muestra una gráfica de posición en función del tiempo para cierta partícula que se mueve a lo largo del eje x. Encuentre la velocidad instantánea en los instantes a) $t = 1.00$ s, b) $t = 3.00$ s, c) $t = 4.50$ s y d) $t = 7.50$ s.

18. Un automóvil de carreras se mueve de manera tal que su posición se ajusta a la relación

$$x = (5.0\ \text{m/s})t + (0.75\ \text{m/s}^3)t^3$$

donde x se mide en metros y t en segundos. a) Trace una gráfica de la posición en función del tiempo del automóvil. b) Determine la velocidad instantánea del automóvil en $t = 4.0$ s, utilizando intervalos de tiempo de 0.40 s, 0.20 s y 0.10 s. c) Compare la velocidad promedio durante los primeros 4.0 s con los resultados del inciso b).

19. El corredor A se encuentra a 4.0 mi al este de un asta de bandera y corre con una velocidad constante de 6.0 mi/h al este. El corredor B al inicio se encuentra a 3.0 mi al este del asta de bandera y corre con una velocidad constante de 5.0 mi/h al oeste. ¿Qué tan alejados están los corredores del asta de bandera cuando se encuentran?

2.3 Aceleración

20. Una partícula parte del reposo y acelera como se muestra en la figura P2.20. Determine a) la rapidez de la partícula en $t = 10.0$ s y $t = 20.0$ s y b) la distancia recorrida en los primeros 20.0 s.

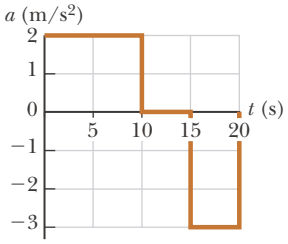


Figura P2.20

21. Una súper pelota de 50.0 g que viaja a 25.0 m/s rebota en una pared de ladrillos a 22.0 m/s. Una cámara de alta velocidad registra este evento. Si la pelota está en contacto con la pared durante 3.50 ms, ¿cuál es la magnitud de la aceleración promedio de la pelota durante este intervalo?

22. BIO Una persona promedio se desmaya al experimentar una aceleración de 7 g (es decir, siete veces la aceleración gravitacional de la Tierra). Suponga que un automóvil está diseñado para acelerar a esta razón. ¿Cuánto tiempo se requeriría para que el automóvil acelere del reposo a 60.0 millas por hora? (¡El automóvil necesitaría cohetes auxiliares!)

23. W Cierto automóvil puede acelerar a una razón de 0.60 m/s^2. ¿Cuánto tiempo toma a este automóvil pasar de una rapidez de 55 mi/h a una de 60 mi/h?

24. La gráfica velocidad en función del tiempo para un objeto que se mueve en una trayectoria recta se muestra en la figura P2.24. **i)** Encuentre la aceleración promedio del objeto durante los intervalos de tiempo a) 0 a 5.0 s, b) 5.0 s a 15 s y c) 0 a 20.0 s. **ii)** Determine la aceleración instantánea en a) 2.0 s, b) 10 s y c) 18 s.

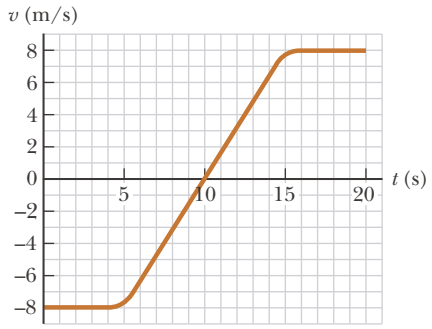


Figura P2.24

25. Una catapulta de vapor lanza un avión de reacción del portaaviones *John C. Stennis*, proporcionándole una rapidez de 175 mi/h en 2.50 s. a) Encuentre la aceleración promedio del avión. b) Suponiendo que la aceleración es constante, encuentre la distancia a la que se mueve el avión.

2.5 Movimiento en una dimensión con aceleración constante

26. Resuelva el problema 2.5, "Persecución de un automóvil" con un método gráfico. En la misma gráfica trace la posición en función del tiempo para el automóvil y el oficial. A partir de la intersección de las dos curvas, lea el tiempo al cual el oficial rebasa al automóvil.

27. M Un objeto que se mueve con aceleración uniforme tiene una velocidad de 12.0 cm/s en la dirección x positiva cuando su coordenada x es 3.00 cm. Si su coordenada x dos segundos después es −5.00 cm, ¿cuál es su aceleración?

28. W En 1865 Julio Verne propuso enviar hombres a la Luna disparando una cápsula espacial con un cañón de 220 m de longitud con una rapidez final de 10.97 km/s. ¿Cuál hubiera sido la gran aceleración poco realista experimentada por los viajeros espaciales durante su lanzamiento? (Un ser humano puede soportar una aceleración de 15g durante un tiempo breve.) Compare su respuesta con la aceleración en caída libre, 9.80 m/s^2.

29. Un camión recorre 40.0 m en 8.50 s mientras disminuye su velocidad de manera uniforme a una velocidad final de 2.80 m/s. a) Encuentre la rapidez original del camión. b) Determine su aceleración.

30. GP Una lancha de carreras aumenta su rapidez de manera uniforme de $v_i = 20.0$ m/s a $v_f = 30.0$ m/s en una distancia de 2.00×10^2 m. a) Trace un sistema de coordenadas para esta situación y designe las cantidades relevantes, incluyendo vectores. b) Con la información dada, ¿cuál es la ecuación individual más apropiada para determinar la aceleración? c) Despeje la aceleración de la lancha de manera simbólica de la ecuación seleccionada en el inciso b) en términos de v_f, v_i y Δx. d) Sustituya los valores dados para obtener la aceleración. e) Encuentre el tiempo que toma a la lancha recorrer la distancia dada.

31. Una avioneta Cessna tiene una rapidez de despegue de 120 km/h. a) ¿Qué aceleración constante mínima requiere la avioneta si tiene que despegar después de un recorrido de 240 m? b) ¿Cuánto tiempo toma a la avioneta despegar?

32. Un objeto se mueve con aceleración constante de 4.00 m/s^2 y después de un intervalo de tiempo alcanza una velocidad final de 12.0 m/s. a) Si su velocidad original es 6.00 m/s, ¿cuál es su desplazamiento durante el intervalo de tiempo? b) ¿Cuál es la distancia que recorre durante este intervalo? c) Si su velocidad original es de −6.00 m/s, ¿cuál es su desplazamiento durante este intervalo? d) ¿Cuál es la distancia total que recorre durante el intervalo en el inciso c)?

33. Q|C En una corrida de prueba cierto automóvil acelera de manera uniforme de cero a 24.0 m/s en 2.95 s. a) ¿Cuál es la magnitud de su aceleración? b) ¿Cuánto tiempo toma al automóvil cambiar su rapidez de 10.0 m/s a 20.0 m/s? c) ¿La duplicación del tiempo siempre duplicará el cambio en la rapidez? ¿Por qué?

34. Q|C Un avión a reacción aterriza con una rapidez de 100 m/s y puede acelerar a una razón máxima de $-5.00\ m/s^2$ conforme llega al reposo. a) Desde el instante en que el avión toca la pista, ¿cuál es el tiempo mínimo necesario antes de que pueda llegar al reposo? b) ¿Puede este avión aterrizar en el aeropuerto de una isla tropical pequeña donde la pista tiene una longitud de 0.800 km?

35. Q|C Sue, *la rápida* conduce a 30.0 m/s y entra a un túnel de un carril. Luego observa una furgoneta que viaja lento a 155 m adelante a 5.00 m/s. Sue aplica los frenos pero solo puede acelerar a $-2.00\ m/s^2$ ya que el camino está mojado. ¿Habrá una colisión? Explique su respuesta. Si es afirmativa, determine en qué punto del túnel y en qué tiempo ocurre la colisión. Si es negativa, determine cuánto se aproxima el automóvil de Sue a la furgoneta.

36. Un registro de un viaje por un trayecto recto es el siguiente:

1. Parte del reposo con una aceleración constante de $2.77\ m/s^2$ durante 15.0 s.
2. Mantiene una velocidad constante durante los 2.05 min siguientes.
3. Aplica una aceleración negativa constante de $-9.47\ m/s^2$ durante 4.39 s.

a) ¿Cuál fue el desplazamiento total del viaje? b) ¿Cuáles fueron las rapideces promedio para los tramos 1, 2 y 3 del viaje, así como para el viaje completo?

37. Un tren viaja por una vía recta a 20 m/s cuando el maquinista aplica el freno, lo que resulta en una aceleración de $-1.0\ m/s^2$ mientras el tren está en movimiento. ¿Cuál es la distancia que recorre el tren durante un intervalo de tiempo de 40 s iniciando en el instante que se aplica el freno?

38. Un automóvil acelera de manera uniforme del reposo a una rapidez 40.0 mi/h en 12.0 s. Encuentre a) la distancia que el automóvil recorre durante este tiempo y b) la aceleración constante del automóvil.

39. Un automóvil parte del reposo y viaja durante 5.0 s con una aceleración uniforme de $+1.5\ m/s^2$. Luego el conductor aplica el freno lo que ocasiona una aceleración uniforme de $-2.0\ m/s^2$. Si el freno se aplica durante 3.0 s, (a) ¿qué tan rápido va el automóvil al final del periodo de frenado? y (b) ¿qué tan lejos llega el automóvil?

40. S Un automóvil parte del reposo y viaja durante t_1 segundos con una aceleración uniforme a_1. Luego el conductor aplica el freno, lo que ocasiona una aceleración uniforme a_2. Si el freno se aplica durante t_2 segundos, a) ¿qué tan rápido va el automóvil justo antes del inicio del periodo de frenado? b) ¿Qué tan lejos llega antes de que el conductor empiece a frenar? c) Con las respuestas de los incisos a) y b) como la velocidad y la posición iniciales para el movimiento del automóvil durante el frenado, ¿cuál es la distancia total que el automóvil recorre? Las respuestas son en términos de las variables a_1, a_2, t_1 y t_2.

41. En la carrera de automóviles Daytona 500, un Ford Thunderbird y un Mercedez Benz se mueven lado a lado por una recta a 71.5 m/s. El piloto del Thunderbird se da cuenta que debe parar en los boxes y disminuye suavemente su velocidad hasta detenerse sobre una distancia de 250 m. Pasa 5.00 s en el box y luego sale acelerando y alcanzando su rapidez anterior de 71.5 m/s después de una distancia de 350 m. En este punto, ¿qué tan rezagado ha quedado el Thunderbird respecto al Mercedes Benz, el cual ha continuado a rapidez constante?

42. Un tranvía en San Francisco, California puede parar en 10 s cuando viaja a rapidez máxima. En una ocasión, el conductor ve un perro a una distancia d enfrente del tranvía y aplica el freno súbitamente. El tranvía alcanza al perro 8 s después y el perro salta fuera de la vía justo a tiempo. Si el tranvía recorre 4.0 m más allá de la posición del perro antes de detenerse, ¿qué tan alejado estaba el tranvía del perro? (*Sugerencia:* necesitará tres ecuaciones).

43. M Un jugador de hockey se encuentra de pie sobre sus patines sobre un estanque congelado cuando un jugador contrario, que se mueve con una rapidez constante de 12 m/s patina con el disco de hockey. Después de 3.0 s el primer jugador decide perseguir a su oponente. Si acelera de manera uniforme a $4.0\ m/s^2$, a) ¿cuánto tiempo le toma alcanzar a su oponente? y b) ¿cuán lejos ha viajado en ese tiempo? (Suponga que el jugador con el disco de hockey permanece en movimiento a rapidez constante.)

44. Un tren de 400 m de longitud se mueve sobre una vía recta con una rapidez de 82.4 km/h. El maquinista aplica el freno en una intersección y más tarde el último vagón pasa la intersección con una rapidez de 16.4 km/h. Suponiendo aceleración constante, determine cuánto tiempo bloqueó el tren la intersección. Ignore el ancho de la intersección.

2.6 Objetos en caída libre

45. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba con una rapidez de 25.0 m/s. a) ¿Cuánto sube? b) ¿Cuánto tiempo le toma alcanzar su punto más alto? c) ¿Cuánto tiempo toma a la pelota chocar con el suelo después de que alcanza su punto más alto? d) ¿Cuál es su velocidad cuando regresa al nivel de donde partió?

46. Una pelota se lanza verticalmente hacia abajo con una rapidez inicial de 8.00 m/s, desde una altura de 30.0 m. ¿Después de qué intervalo de tiempo golpea el suelo?

47. Cierto objeto en caída libre, liberado del reposo, requiere 1.50 s para recorrer los últimos 30.0 m antes de que golpee el suelo. a) Encuentre la velocidad del objeto cuando está a 30.0 m arriba del suelo. b) Determine la distancia total que el objeto recorre durante la caída.

48. Q|C Un asaltante en la base del muro de 3.65 de altura de un castillo lanza una roca directamente hacia arriba con rapidez de 7.40 m/s a una altura de 1.55 m arriba del suelo. a) ¿Alcanzará la roca la parte superior del muro? b) Si lo hace, ¿cuál es la rapidez de la roca en la parte superior? Si no lo hace, ¿qué velocidad inicial debe tener la roca para alcanzar la parte superior? c) Encuentre el cambio en la rapidez de una roca lanzada directamente hacia abajo desde la parte superior del muro a una rapidez inicial de 7.40 m/s y que se mueve entre los dos mismos puntos. d) ¿Concuerda el cambio en rapidez de la roca moviéndose hacia abajo con la magnitud de la roca moviéndose hacia arriba entre las mismas elevaciones? Explique de manera física porqué sí o porqué no.

49. BIO Una lesión cerebral traumática como una contusión resulta cuando la cabeza experimenta una aceleración muy grande. En general, una aceleración menor que $800\ m/s^2$ que dure cualquier longitud de tiempo no ocasionará

alguna lesión, en tanto que una aceleración mayor que 1 000 m/s^2 que dure al menos 1 ms ocasionará un daño. Suponga que un niño pequeño cae de una cama que está a 0.40 m sobre el piso. Si el piso es de madera dura, la cabeza del niño llega al reposo en aproximadamente 2.00 mm. Si el piso está alfombrado, esta distancia de parada se incrementa hasta aproximadamente 1.0 cm. Calcule la magnitud y la duración de la desaceleración en los dos casos, para determinar si existe riesgo de una lesión. Suponga que el niño permanece horizontal durante la caída al piso. Observe que una caída más complicada podría resultar en una velocidad de la cabeza mayor o menor que la velocidad que usted calculó.

50. Una valija postal pequeña se libera desde un helicóptero que desciende de forma constante a 1.50 m/s. Después de 2.00 s, a) ¿cuál es la rapidez de la valija postal? y b) ¿qué tan lejos está debajo del helicóptero? c) ¿Cuáles son sus respuestas a los incisos a) y b) si el helicóptero sube de forma constante a 1.50 m/s?

51. Un jugador de tenis lanza una pelota directamente hacia arriba y luego la atrapa después de 2.00 s a la misma altura que el punto de liberación. a) ¿Cuál es la aceleración de la pelota mientras está en vuelo? b) ¿Cuál es la velocidad de la pelota cuando alcanza su altura máxima? Encuentre c) la velocidad inicial de la pelota y d) la altura máxima que alcanza.

52. S Se deja caer un paquete desde un helicóptero que desciende de manera constante a una rapidez v_0. Después de que han transcurrido t segundos, a) ¿cuál es la rapidez del paquete en términos de v_0, g y t? b) ¿A qué distancia d se encuentra del helicóptero en términos de g y t? c) ¿Cuáles son las respuestas para los incisos a) y b) si el helicóptero sube de forma constante a la misma rapidez?

53. Q|C Un cohete a escala se dispara directamente hacia arriba con una rapidez inicial de 50.0 m/s. Acelera de manera constante hacia arriba a 2.00 m/s^2 hasta que sus motores se detienen a una altitud de 150 m. a) ¿Qué puede decir acerca del movimiento del cohete después de que sus motores se detienen? b) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el cohete? c) ¿En cuánto tiempo después del despegue alcanza el cohete su altura máxima? d) ¿Cuánto tiempo dura el cohete en el aire?

54. W Una pelota de béisbol se batea de manera que viaja directo hacia arriba después de ser golpeada con un bate. Un aficionado observa que toma 3.00 s a la pelota alcanzar su altura máxima. Encuentre a) la velocidad inicial de la pelota y b) la altura que alcanza.

Problemas adicionales

55. Un tractocamión tira de dos remolques, uno detrás del otro, a una rapidez constante de 100 km/h. A este gran camión le toma 0.600 s cruzar por completo un puente de 400 m de longitud. ¿Durante cuánto tiempo se encuentra toda o parte de la combinación camión-remolques sobre el puente?

56. M BIO El coronel John P. Stapp, de la Fuerza Aérea de Estados Unidos, participó en un estudio para determinar si un piloto de un avión de reacción podría sobrevivir una expulsión de emergencia. El 19 de marzo de 1954 abordó un trineo propulsado por un cohete que se movió por una pista a una rapidez de 632 mi/h (consulte la figura P2.56). Él y el trineo llegaron al reposo de manera segura en 1.40 s. Determine en unidades SI a) la aceleración negativa que experimentó y b) la distancia que recorrió durante esta aceleración negativa.

Courtesy U.S. Air Force

NASA/Science Source

Figura P2.56 (*Izquierda*) El coronel John Stapp y su trineo cohete se llevan al reposo en un intervalo de tiempo muy breve. (*Derecha*) La cara de Stapp está distorsionada por el esfuerzo de la rápida aceleración negativa.

57. Una bala se dispara a través de un tablón de 10.0 cm de espesor, de tal forma que la línea de movimiento de la bala es perpendicular a la cara del tablón. Si la rapidez inicial de la bala es 400 m/s y emerge del otro lado del tablón con una rapidez de 300 m/s, encuentre a) la aceleración de la bala cuando pasa a través del tablón y b) el tiempo total que la bala está en contacto con el tablón.

58. Una lancha de carreras que se mueve a 30.0 m/s se aproxima a una boya marcadora sin estela que se encuentra a 100 m adelante. El piloto disminuye la velocidad de la lancha con una aceleración constante de −3.50 m/s^2. a) ¿Cuánto tiempo toma a la lancha alcanzar la boya? b) ¿Cuál es la velocidad de la lancha cuando alcanza la boya?

59. Un estudiante lanza directamente hacia arriba un juego de llaves a su hermano de fraternidad, quien está en una ventana 4.00 m por encima de él. El otro estudiante con su brazo extendido atrapa las llaves 1.50 s más tarde. a) ¿Con qué velocidad inicial se lanzaron las llaves? b) ¿Cuál fue la velocidad de las llaves justo antes de atraparlas?

60. S Un estudiante lanza un juego de llaves directamente hacia arriba a su hermano de fraternidad, quien está en una ventana a una distancia h arriba. El otro estudiante con su brazo extendido atrapa las llaves en su camino hacia arriba un tiempo t más tarde. a) ¿Con qué velocidad inicial se lanzaron las llaves? b) ¿Cuál fue la velocidad de las llaves justo antes de atraparlas? (Las respuestas deben estar en términos de h, g y t.)

61. BIO Se ha afirmado que un insecto denominado cercopoideo (*Philaenus spumarius*) es el mejor saltador en el reino animal. Puede acelerar a 4 000 m/s^2 en una distancia de 2.0 mm cuando endereza sus "patas especialmente diseñadas para saltar". a) Suponiendo una aceleración uniforme, ¿cuál es la velocidad del insecto después de que ha acelerado por esta distancia corta? y b) ¿cuánto tiempo toma alcanzar esa velocidad? c) ¿Qué tan alto saltaría el insecto si la resistencia del aire se pudiera ignorar? Observe que la altura real obtenida es aproximadamente 0.7 m, por lo que en este caso es importante la resistencia del aire.

62. Q|C Trace diagramas de movimiento (consulte la sección 2.5) para un objeto que a) se mueve hacia la derecha con rapidez constante, b) se mueve hacia la derecha acelerando a razón constante, c) se mueve hacia la derecha y desacelera a razón constante, d) se mueve hacia la izquierda y acelera a razón constante y e) se mueve hacia la izquierda y desacelera a razón cons-

tante. f) ¿Cómo cambiarían sus dibujos si los cambios en la rapidez no fueran uniformes, es decir, si la rapidez no cambiara a una razón constante?

63. M Una pelota se lanza hacia arriba desde el suelo con una rapidez inicial de 25 m/s, en el mismo instante, otra pelota se deja caer desde un edificio de 15 m de altura. ¿Después de cuánto tiempo estarán ambas a la misma altura?

64. Para aprobar una clase de educación física en una universidad, una estudiante debe correr 1.0 mi en 12 min. Después de correr durante 10 min ella aún tiene que recorrer 500 yd. Si su aceleración máxima es 0.15 m/s^2, ¿puede lograrlo? Si la respuesta es no, determine qué aceleración necesitaría para tener éxito.

65. En el capítulo 5 se definirá el centro de masa de un objeto. El centro de masa se mueve con aceleración constante cuando sobre el objeto actúan fuerzas constantes. Un gimnasta salta directo hacia arriba con su centro de masa moviéndose a 2.80 m/s cuando deja el suelo. ¿Cuál es la altura arriba de este punto de su centro de masa a) 0.100 s, b) 0.200 s, c) 0.300 s y d) 0.500 s después?

66. S Dos estudiantes están en un balcón a una distancia h arriba de la calle. Un estudiante lanza una pelota verticalmente hacia abajo a una rapidez v_0; al mismo tiempo, el otro estudiante lanza una pelota verticalmente hacia arriba a la misma rapidez. Responda lo siguiente de forma simbólica en términos de v_0, g, h y t. a) Escriba la ecuación cinemática para la coordenada y de cada pelota. b) Iguale las ecuaciones determinadas en el inciso a) a la altura 0 y despeje t de cada una de manera simbólica utilizando la fórmula cuadrática. ¿Cuál es la diferencia en el tiempo en el aire de las dos pelotas? c) Utilice la ecuación cinemática dependiente del tiempo para encontrar la velocidad de cada pelota cuando golpean el suelo. d) ¿Qué tan separadas están las pelotas en el tiempo t después de que se liberan y antes de que golpeen el suelo?

67. Usted deja caer una pelota desde una ventana en un piso superior de un edificio y la atrapa un amigo que está en el suelo cuando la pelota se mueve con rapidez v_f. Ahora repite la caída, pero hace que un amigo en la calle abajo lance otra pelota hacia arriba a una rapidez v_f exactamente al mismo tiempo que usted deja caer la pelota desde la ventana. Las dos pelotas al inicio están separadas 28.7 m. a) ¿En qué tiempo pasa una a la otra? b) ¿En qué ubicación se pasan una a la otra en relación a la ventana?

68. El conductor de un camión frena repentinamente cuando ve que un árbol bloquea el camino. El camión desacelera de manera uniforme con una aceleración de -5.60 m/s^2 durante 4.20 s, dejando marcas de derrape con una longitud de 62.4 m que terminan en el árbol. Entonces ¿con qué rapidez golpea el camión al árbol?

69. Q|C Emilia reta a su esposo, David, a atrapar un billete de 1 dólar como se explica. Ella sostiene el billete de forma vertical como en la figura P2.69, con el centro del billete entre los dedos índice y pulgar de David. David debe atrapar el billete después de que Emilia lo suelte sin mover su mano hacia abajo. Si su tiempo de reacción es 0.2 s, ¿tendrá éxito? Explique su razonamiento. (Este es un buen juego que usted podría intentar con sus amigos.)

© Cengage Learning/George Semple

Figura P2.69

70. Una alpinista se encuentra de pie en la parte superior de un risco de 50.0 m que sobresale hacia un estanque de aguas tranquilas. Ella lanza dos piedras de forma vertical hacia abajo 1.00 s una después de la otra y observa que ocasionan una sola salpicadura. La primera piedra tenía una velocidad inicial de -2.00 m/s. a) ¿Cuánto tiempo después de soltar la primera piedra impactan el agua las dos piedras? b) ¿Qué velocidad inicial debe haber tenido la segunda piedra, dado que impactan el agua de manera simultánea? c) ¿Cuál fue la velocidad de cada piedra en el instante que golpean el agua?

71. Un trineo para el hielo impulsado por un motor cohete parte del reposo sobre un gran lago congelado y acelera a $+40$ pies/s^2. Después de cierto tiempo t_1, el motor cohete se apaga y el trineo se mueve con velocidad constante v durante un tiempo t_2. Si la distancia total recorrida por el trineo es de 17 500 pies y el tiempo total es 90 s, encuentre a) los tiempos t_1 y t_2 y b) la velocidad v. En la marca de 17 500 pies el trineo empieza a acelerar a -20 pies/s^2. c) ¿Cuál es la posición final del trineo cuando llega al reposo? d) ¿Cuánto tiempo le toma llegar al reposo?

72. En Bosnia, la prueba máxima del valor de un joven era saltar de un puente de 400 años (destruido en 1993 y reconstruido en 2004) hacia el Río Neretva, 23 metros abajo del puente. a) ¿Cuánto duraba el salto? b) ¿Qué tan rápido viajaba el saltador al impactar el río? c) Si la rapidez del sonido en el aire es 340 m/s, ¿cuánto tiempo después del salto escucha un espectador en el puente la salpicadura del agua?

73. Una persona observa que un rayo pasa cerca de un avión que vuela a la distancia. La persona escucha un estruendo 5.0 s después de ver el rayo y observa al avión por encima de él 10 s después de escuchar el estruendo. La rapidez del sonido en el aire es de 1 100 pies/s. a) Encuentre la distancia del avión a la persona en el instante del rayo. (Ignore el tiempo que toma a la luz viajar desde el rayo hasta los ojos de la persona.) b) Suponiendo que el avión viaja con una rapidez constante hacia la persona, encuentre la velocidad del avión. c) Busque la rapidez de la luz en el aire y defienda su aproximación empleada en el inciso a).

74. Q|C Un planeador sobre una pista de aire lleva una bandera de longitud ℓ a través de un fotointerruptor estacionario, el cual mide el intervalo de tiempo Δt_d durante el cual la bandera bloquea un haz de luz infrarroja que pasa a través del fotointerruptor. La razón $v_d = \ell/\Delta t_d$ es la velocidad promedio del planeador sobre esta parte de su movimiento. Suponga que el planeador se mueve con aceleración constante. a) ¿Es v_d necesariamente igual a la velocidad instantánea del planeador cuando se encuentra a la mitad a través del fotointerruptor en el espacio? Explique. b) ¿Es v_d igual a la velocidad instantánea del planeador cuando se encuentra a la mitad a través del fotointerruptor en el tiempo? Explique.

75. Un doble de riesgo sentado sobre una rama de un árbol desea caer de forma vertical sobre un caballo que pasará galopando bajo el árbol. La rapidez constante del caballo es de 10.0 m/s y el doble al inicio se encuentra a 3.00 m arriba del nivel de la silla. a) ¿Cuál debe ser la distancia horizontal entre la silla y la rama cuando el doble hace su acrobacia? b) ¿Cuánto tiempo está en el aire?

AP Photo/Denis Poroy

Dave Smith, la "bala de cañón humana", vuela por el aire en una trayectoria parabólica, dependiendo de la velocidad inicial correcta y del ángulo del cañón para que lo envíen con seguridad sobre el muro fronterizo entre México y Estados Unidos hacia una red.

Vectores y movimiento en dos dimensiones

3

En nuestro análisis del movimiento en una dimensión en el capítulo 2 utilizamos el concepto de vectores, solo hasta un alcance limitado. En nuestro estudio adicional del movimiento, cada vez se vuelve más importante el manejo de cantidades vectoriales, por lo que gran parte de este capítulo se dedica a las técnicas vectoriales. Luego aplicaremos estas herramientas matemáticas al movimiento bidimensional, en especial al de proyectiles y en la comprensión del movimiento relativo.

3.1 Vectores y sus propiedades

3.2 Componentes de un vector

3.3 Desplazamiento, velocidad y aceleración en dos dimensiones

3.4 Movimiento en dos dimensiones

3.5 Velocidad relativa

3.1 Vectores y sus propiedades

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Aplicar las definiciones de escalar y vector para categorizar cantidades físicas diferentes.
2. Utilizar la interpretación geométrica de la suma, resta y multiplicación vectorial para determinar los vectores resultantes de estas operaciones.

Cada una de las cantidades físicas que encontraremos en este libro se pueden categorizar ya sea como una *cantidad vectorial* o bien como una *cantidad escalar*. Como se destacó en el capítulo 2, un vector tiene dirección y magnitud (tamaño). Un escalar se puede especificar por completo por su magnitud con unidades apropiadas; no tiene dirección. Un ejemplo de cada clase de cantidad se muestra en la figura 3.1.

Jon Feingersh/Stone/Getty Images

Figura 3.1 Un vector tal como la velocidad tiene una magnitud, como se muestra en el velocímetro de un automóvil de carreras y una dirección, directamente a través del parabrisas frontal del automóvil. La masa del automóvil es una cantidad escalar, como lo es el volumen de gasolina en su tanque.

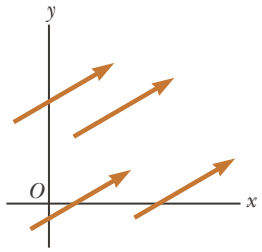


Figura 3.2 Estos cuatro vectores son iguales ya que tienen longitudes iguales y apuntan en la misma dirección.

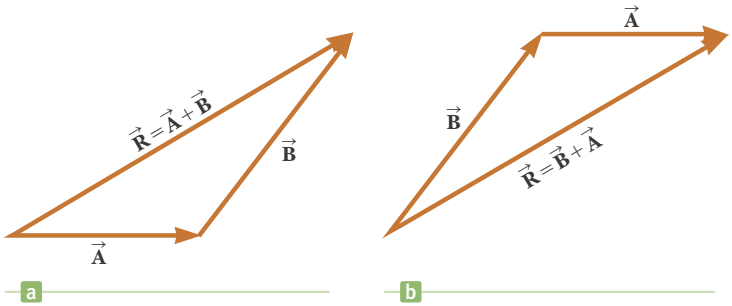


Figura 3.3
a) Cuando el vector $\vec{B}$ se suma al vector $\vec{A}$, la suma vectorial $\vec{R}$ es el vector que va desde la cola de $\vec{A}$ hasta la punta de $\vec{B}$. b) En este caso la resultante va desde la cola de $\vec{B}$ hasta la punta de $\vec{A}$. Estas construcciones demuestran que $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$.

Sugerencia 3.1 Suma vectorial *versus* suma escalar

$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ difiere de manera significativa de $A + B = C$. La primera ecuación es una suma vectorial, que se debe manipular de forma gráfica o con componentes, en tanto que la segunda es una simple suma aritmética de números.

Como se describió en el capítulo 2, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración son cantidades vectoriales. La temperatura es un ejemplo de cantidad escalar. Si la temperatura de un objeto es −5°C, esa información especifica por completo la temperatura del objeto; no se requiere una dirección. Las masas, los intervalos de tiempo y los volúmenes también son escalares. Las cantidades escalares se pueden manejar con las reglas de la aritmética ordinaria. Los vectores también se pueden sumar y restar entre sí, así como multiplicar; pero existe una variedad de diferencias importantes, como se verá en las secciones siguientes.

Cuando se escribe a mano una cantidad vectorial, con frecuencia se representa con una flecha encima de la letra ($\vec{A}$). Como se mencionó en la sección 2.1, una cantidad vectorial en este libro se representará en negritas con una flecha encima (por ejemplo, $\vec{A}$). La magnitud del vector $\vec{A}$ se representará en cursivas, como A. Las letras cursivas también se emplearán para representar escalares.

Igualdad de dos vectores Dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son iguales si tienen la misma magnitud y la misma dirección. Esta propiedad permite trasladar un vector paralelo a sí mismo en un diagrama sin afectar al vector. De hecho, para la mayoría de los fines, cualquier vector se puede mover de manera paralela a sí mismo sin ser afectado (consulte la figura 3.2).

Suma de vectores Cuando dos o más vectores se suman, todos deben tener las mismas unidades. Por ejemplo, no tiene sentido sumar un vector velocidad, que lleva unidades de metros por segundo, a un vector desplazamiento, que lleva unidades de metros. Los escalares obedecen la misma regla. De manera similar, no tendría sentido sumar temperaturas con volúmenes o masas con intervalos de tiempo.

Los vectores se pueden sumar de manera geométrica o algebraica (esta última se analiza al final de la sección siguiente). Para sumar el vector $\vec{B}$ al vector $\vec{A}$ de manera geométrica, primero se traza $\vec{A}$ en una hoja de papel milimétrico a alguna escala, como 1 cm = 1 m, de manera que su dirección se especifica respecto a un sistema de coordenadas. Luego se traza el vector $\vec{B}$ a la misma escala con la cola de $\vec{B}$ iniciando en la punta de $\vec{A}$, como en la figura 3.3a. El vector $\vec{B}$ se debe trazar a lo largo de la dirección que forme el ángulo apropiado respecto al vector $\vec{A}$. El **vector resultante** $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ es el vector trazado desde la cola de $\vec{A}$ hasta la punta de $\vec{B}$. Este procedimiento se conoce como **método del triángulo de la adición.**

Cuando dos vectores se suman, su suma es independiente del orden de la adición: $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$. Esta relación se puede observar a partir de la construcción geométrica de la figura 3.3b y se denomina **ley conmutativa de la adición**.

Este mismo método general también se puede usar para sumar más de dos vectores, como se hace en la figura 3.4 para cuatro vectores. La suma vectorial resultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$ es el vector trazado desde la cola del primer vector hasta la punta del último. Una vez más, el orden en que se sumen los vectores no es importante.

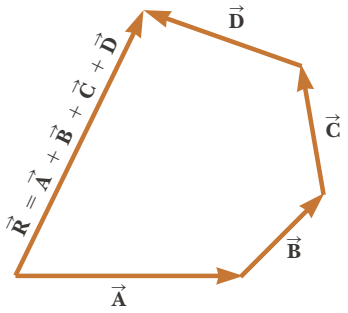


Figura 3.4 Construcción geométrica para sumar cuatro vectores. El vector resultante $\vec{R}$ es el vector que completa el polígono.

Negativo de un vector El negativo del vector $\vec{A}$ se define como el vector que da cero cuando se suma a $\vec{A}$. Esto significa que $\vec{A}$ y $-\vec{A}$ tienen la misma magnitud pero direcciones opuestas.

Resta de vectores La resta vectorial utiliza la definición del negativo de un vector. Se define la operación $\vec{A} - \vec{B}$ como el vector $-\vec{B}$ sumado al vector $\vec{A}$:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) \qquad [3.1]$$

La resta vectorial en realidad es un caso especial de la suma vectorial. La construcción geométrica para restar dos vectores se muestra en la figura 3.5.

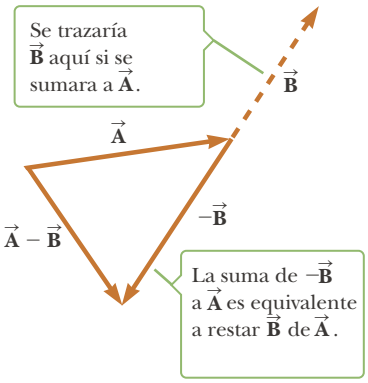


Figura 3.5 Esta construcción muestra cómo restar el vector $\vec{B}$ del vector $\vec{A}$. El vector $-\vec{B}$ tiene la misma magnitud que el vector $\vec{B}$, pero apunta en la dirección opuesta.

Multiplicación o división de un vector por/entre un escalar La multiplicación o división de un vector por/entre un escalar da un vector. Por ejemplo, si el vector $\vec{A}$ se multiplica por el número escalar 3, el resultado, que se escribe $3\vec{A}$, es un vector con una magnitud tres veces la de $\vec{A}$ y apuntando en la misma dirección. Si se multiplica el vector $\vec{A}$ por el escalar -3, el resultado es $-3\vec{A}$, un vector con una magnitud tres veces la de $\vec{A}$ y apuntando en la dirección opuesta (debido al signo negativo).

Cuestionario rápido

3.1 Las magnitudes de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son 12 unidades y 8 unidades, respectivamente. ¿Cuáles son los valores posibles mayor y menor para la magnitud del vector resultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$? a) 14.4 y 4, b) 12 y 8, c) 20 y 4, d) ninguno de estos.

EJEMPLO 3.1 Hacer un viaje

OBJETIVO Encontrar la suma de dos vectores utilizando una gráfica.

PROBLEMA Un automóvil viaja a 20.0 km al norte y luego 35.0 km en una dirección 60.0° al noroeste, como en la figura 3.6. Usando una gráfica, encuentre la magnitud y la dirección de un vector individual que proporcione el efecto neto del viaje del automóvil. Este vector se denomina *desplazamiento resultante* del automóvil.

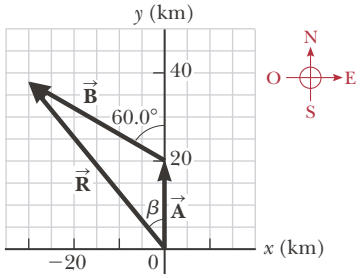


Figura 3.6 (Ejemplo 3.1) Método gráfico para determinar el vector desplazamiento resultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$.

ESTRATEGIA Trace una gráfica y represente los vectores desplazamiento como flechas. De manera gráfica ubique el vector resultante a partir de la suma de los dos vectores desplazamiento. Mida su longitud y el ángulo respecto a la vertical.

SOLUCIÓN

Sea $\vec{A}$ el primer vector desplazamiento, 20.0 km al norte y $\vec{B}$ el segundo vector desplazamiento, que se extiende al noroeste. Con cuidado, trace los dos vectores, trazando un vector resultante $\vec{R}$ con su base tocando la base de $\vec{A}$ y extendiéndose hacia la punta de $\vec{B}$. Mida la longitud de este vector, que resulta ser casi 48 km. El ángulo β, medido con un transportador, es aproximadamente 39° al noroeste.

COMENTARIOS Observe que la aritmética ordinaria no funciona aquí: ¡la respuesta correcta de 48 km no es igual a 20.0 km + 35.0 km = 55.0 km!

PREGUNTA 3.1 Suponga que se suman dos vectores. ¿En qué condiciones sería igual la suma de las magnitudes de los vectores a la magnitud del vector resultante?

EJERCICIO 3.1 Determine de forma gráfica la magnitud y dirección del desplazamiento si una persona camina 30.0 km 45° al noreste y luego camina al este 20.0 km.

RESPUESTA 46 km, 27° al noreste

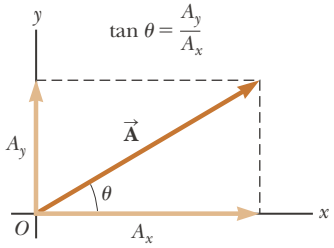


Figura 3.7 Cualquier vector $\vec{\mathbf{A}}$ que se encuentre en el plano xy se puede representar mediante sus componentes rectangulares A_x y A_y.

3.2 Componentes de un vector

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Representar vectores en términos de sus magnitudes y direcciones.
2. Representar vectores en términos de sus componentes *x* y *y*.
3. Realizar operaciones aritméticas con vectores usando sus componentes.

Un método para sumar vectores se basa en las proyecciones de un vector a lo largo de los ejes de un sistema de coordenadas rectangular. Estas proyecciones se denominan **componentes**. Cualquier vector se puede describir por completo mediante sus componentes.

Considere un vector $\vec{\mathbf{A}}$ en un sistema de coordenadas rectangular, como se muestra en la figura 3.7. $\vec{\mathbf{A}}$ se puede expresar como la suma de dos vectores: $\vec{\mathbf{A}}_x$, paralelo al eje x y $\vec{\mathbf{A}}_y$, paralelo al eje y. De forma matemática esto es,

$$\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{A}}_x + \vec{\mathbf{A}}_y$$

donde $\vec{\mathbf{A}}_x$ y $\vec{\mathbf{A}}_y$ son los vectores componentes de $\vec{\mathbf{A}}$. La proyección de $\vec{\mathbf{A}}$ a lo largo del eje x, A_x, se denomina componente x de $\vec{\mathbf{A}}$ y la proyección de $\vec{\mathbf{A}}$ a lo largo del eje y, A_y, se denomina componente y de $\vec{\mathbf{A}}$. Estas componentes pueden ser números positivos o bien negativos con unidades. De las definiciones de seno y coseno, se observa que $\cos\theta = A_x/A$ y $\operatorname{sen}\theta = A_y/A$, por lo que las componentes de $\vec{\mathbf{A}}$ son

$$A_x = A\cos\theta \qquad [3.2a]$$

$$A_y = A\operatorname{sen}\theta \qquad [3.2b]$$

Estas componentes forman dos lados de un triángulo rectángulo que tiene una hipotenusa con magnitud A. Se deduce que la magnitud y la dirección de $\vec{\mathbf{A}}$ están relacionadas con sus componentes mediante el teorema pitagórico y la definición de la tangente:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad [3.3]$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \qquad [3.4]$$

Para despejar el ángulo θ, que se mide en sentido contrario a las manecillas del reloj desde el eje x positivo por convención, se puede tomar la tangente inversa en los dos lados de la ecuación 3.4:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

¡Esta fórmula da la respuesta correcta para θ solo la mitad de las veces! La función tangente inversa solo resulta en valores de $-90°$ a $+90°$, por lo tanto la respuesta en la pantalla de su calculadora solo será correcta si el vector se encuentra en el primer o cuarto cuadrantes. Si se encuentra en el segundo o tercer cuadrantes, sumar $180°$ al número en la pantalla de la calculadora siempre dará la respuesta correcta. El ángulo en las ecuaciones 3.2 y 3.4 se debe medir desde el eje x positivo. Es posible definir otras opciones de la línea de referencia, pero entonces deben hacerse ciertos ajustes (consulte la sugerencia 3.2 y la figura 3.8).

Sugerencia 3.2
Componentes *x* y *y*

La ecuación 3.2 para las componentes x y y de un vector asocia el coseno con la componente x y el seno con la componente y, como en la figura 3.8a. Esta asociación se debe *únicamente* al hecho de que elegimos medir el ángulo θ respecto al eje x positivo. Si el ángulo se midiera respecto al eje y, como en la figura 3.8b, las componentes se darían como $A_x = A\operatorname{sen}\theta$ y $A_y = A\cos\theta$.

Sugerencia 3.3 Tangentes inversas en las calculadoras: correctas la mitad de las veces

La función tangente inversa en las calculadoras da un ángulo entre $-90°$ y $+90°$. Si el vector se encuentra en el segundo cuadrante o en el tercero, el ángulo, según su medición desde el eje x positivo, será el ángulo dado por la calculadora mas $180°$.

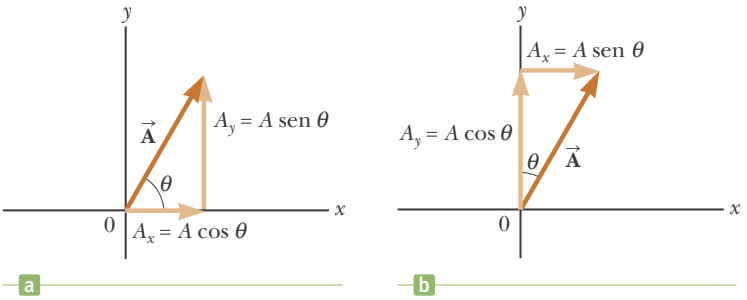


Figura 3.8 No siempre se necesita definir el ángulo θ a partir del eje x positivo.

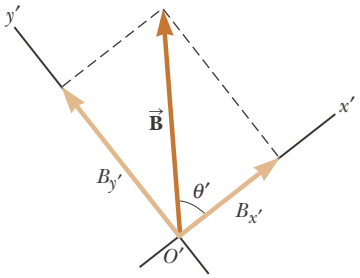


Figura 3.9 Componentes del vector $\vec{\mathbf{B}}$ en un sistema de coordenadas inclinado.

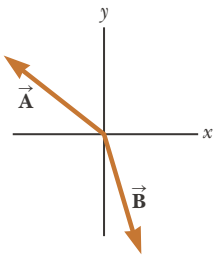


Figura 3.10 (Cuestionarios rápidos 3.2 y 3.3)

Si se elige un sistema de coordenadas diferente al que se muestra en la figura 3.7, las componentes del vector deben modificarse como corresponda. En muchas aplicaciones es más conveniente expresar las componentes de un vector en un sistema de coordenadas que tenga ejes que no sean horizontal ni vertical, pero que aún sean perpendiculares entre sí. Suponga que un vector $\vec{\mathbf{B}}$ forma un ángulo θ' con el eje x' como se define en la figura 3.9. Las componentes rectangulares de $\vec{\mathbf{B}}$ a lo largo de los ejes de la figura están dados por $B_{x'} = B\cos\theta'$ y $B_{y'} = B\,\text{sen}\,\theta'$, como en las ecuaciones 3.2. Luego la magnitud y dirección de $\vec{\mathbf{B}}$ se obtienen de expresiones equivalentes a las ecuaciones 3.3 y 3.4.

Cuestionario rápido

3.2 En la figura 3.10 se muestran dos vectores que se encuentran en el plano xy. Determine los signos de las componentes x y y de $\vec{\mathbf{A}}$, $\vec{\mathbf{B}}$ y $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$.

3.3 ¿Qué vector tiene un ángulo respecto al eje x positivo que está en el intervalo de la función tangente inversa?

EJEMPLO 3.2 ¡Ya viene la ayuda!

OBJETIVO Encontrar las componentes vectoriales, dada una magnitud y dirección, y viceversa.

PROBLEMA **a)** Encuentre las componentes horizontal y vertical del desplazamiento $d = 1.00 \times 10^2$ m de un superhéroe que vuela desde el techo de un edificio a lo largo del trayecto que se muestra en la figura 3.11a. **b)** Suponga ahora que el superhéroe vuela en la otra dirección a lo largo de un vector desplazamiento $\vec{\mathbf{B}}$ hasta la punta de un asta bandera donde las componentes del desplazamiento están dadas por $B_x = -25.0$ m y $B_y = 10.0$ m. Determine la magnitud y dirección del vector desplazamiento.

ESTRATEGIA **a)** El triángulo formado por el desplazamiento y sus componentes se muestra en la figura 3.11b. Con trigonometría simple se obtienen las componentes relativas al sistema de coordenadas xy estándar: $A_x = A\cos\theta$ y $A_y = A\,\text{sen}\,\theta$ (ecuaciones 3.2). Observe que $\theta = -30.0°$, es negativa ya que está medida en el sentido de las manecillas del reloj desde el eje x positivo. **b)** Aplique las ecuaciones 3.3 y 3.4 para encontrar la magnitud y dirección del vector.

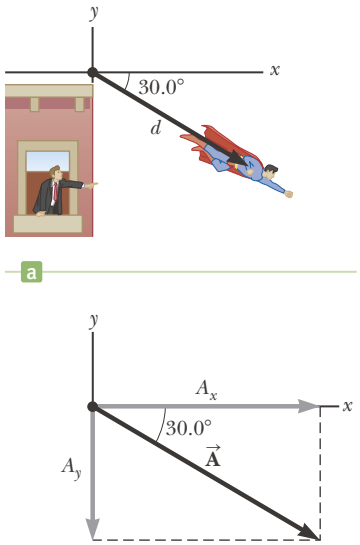


Figura 3.11 (Ejemplo 3.2)

SOLUCIÓN

a) Encuentre las componentes vectoriales de $\vec{\mathbf{A}}$ a partir de su magnitud y dirección.

Utilice las ecuaciones 3.2 para encontrar las componentes del vector desplazamiento $\vec{\mathbf{A}}$:

$$A_x = A\cos\theta = (1.00 \times 10^2\ \text{m})\cos(-30.0°) = +86.6\ \text{m}$$

$$A_y = A\,\text{sen}\,\theta = (1.00 \times 10^2\ \text{m})\,\text{sen}(-30.0°) = -50.0\ \text{m}$$

(*Continúa*)

b) Encuentre la magnitud y la dirección del vector desplazamiento $\vec{\mathbf{B}}$ a partir de sus componentes.

Calcule la magnitud de $\vec{\mathbf{B}}$ a partir del teorema pitagórico:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-25.0\text{ m})^2 + (10.0\text{ m})^2} = 26.9\text{ m}$$

Calcule la dirección de $\vec{\mathbf{B}}$ usando la tangente inversa; recuerde sumar 180° a la respuesta en la pantalla de la calculadora, ya que el vector se encuentra en el segundo cuadrante:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{B_y}{B_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{10.0}{-25.0}\right) = -21.8°$$

$$\theta = 158°$$

COMENTARIOS En el inciso a), observe que $\cos(-\theta) = \cos\theta$; sin embargo, $\text{sen}(-\theta) = -\text{sen}\,\theta$. El signo negativo de A_y refleja el hecho de que el desplazamiento en la dirección y es *hacia abajo.*

PREGUNTA 3.2 ¿Cuáles otras funciones, si es que las hay, se pueden usar para encontrar el ángulo en el inciso b)?

EJERCICIO 3.2 a) Suponga que el superhéroe hubiera volado 150 m a un ángulo de 120° respecto al eje x positivo. Encuentre las componentes del vector desplazamiento. b) Suponga ahora que el superhéroe hubiera volado con un desplazamiento que tiene una componente x de 32.5 m y una componente y de 24.3 m. Determine la magnitud y la dirección del vector desplazamiento.

RESPUESTAS a) $A_x = -75$ m, $A_y = 130$ m; b) 40.6 m, 36.8°

Suma algebraica de vectores

El método gráfico para sumar vectores es valioso para comprender cómo se pueden manejar los vectores, pero la mayoría de las veces estos se suman de forma algebraica en términos de sus componentes. Suponga que $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$. Entonces las componentes del vector resultante $\vec{\mathbf{R}}$ están dadas por

$$R_x = A_x + B_x \qquad [3.5a]$$

$$R_y = A_y + B_y \qquad [3.5b]$$

Por lo tanto, las componentes x se suman solo a componentes x y las y solo se suman a componentes y. La magnitud y la dirección de $\vec{\mathbf{R}}$ pueden encontrarse después con las ecuaciones 3.3 y 3.4.

La resta de dos vectores funciona de la misma manera ya que se trata de sumar el negativo de un vector a otro vector. Usted debe hacer un esquema al sumar o restar vectores, a fin de obtener una solución geométrica aproximada como verificación.

EJEMPLO 3.3 Vaya de paseo

OBJETIVO Sumar vectores de forma algebraica y encontrar el vector resultante.

PROBLEMA Un excursionista inicia un viaje primero caminando 25.0 km 45.0° al sureste desde su campamento base. En el segundo día camina 40.0 km en una dirección de 60.0° al noreste, punto en el cual descubre la torre de un guardabosque. **a)** Determine las componentes de los desplazamientos del excursionista en el primer y el segundo días. **b)** Determine las componentes del desplazamiento total del excursionista para el viaje. **c)** Encuentre la magnitud y la dirección del desplazamiento desde el campamento base.

ESTRATEGIA Este problema solo es una aplicación de la suma vectorial usando componentes, ecuaciones 3.5. Los vectores desplazamiento en el primer y el segundo días se denotan con $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$, respectivamente. Usando el

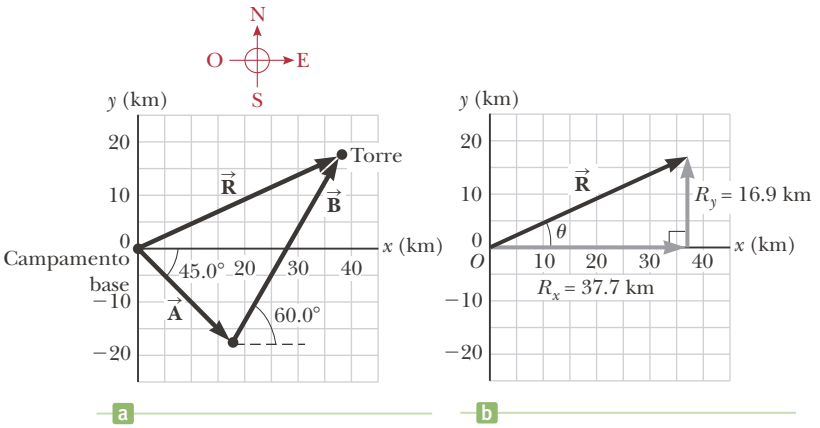


Figura 3.12 (Ejemplo 3.3) a) Trayectoria del excursionista y vector resultante. b) Componentes del desplazamiento total del excursionista desde el campamento base.

campamento base como el origen de las coordenadas, se obtienen los vectores que se muestran en la figura 3.12a. Después de determinar las componentes x y y de cada vector, se suman "las componentes respectivas". Por último, se determinan la magnitud y la dirección del vector resultante $\vec{\mathbf{R}}$, usando el teorema pitagórico y la función tangente inversa.

SOLUCIÓN

a) Encuentre las componentes de $\vec{\mathbf{A}}$.

Use las ecuaciones 3.2 para encontrar las componentes de $\vec{\mathbf{A}}$:

$$A_x = A\cos(-45.0°) = (25.0\text{ km})(0.707) = 17.7\text{ km}$$

$$A_y = A\,\text{sen}(-45.0°) = -(25.0\text{ km})(0.707) = -17.7\text{ km}$$

Encuentre las componentes de $\vec{\mathbf{B}}$:

$$B_x = B\cos 60.0° = (40.0\text{ km})(0.500) = 20.0\text{ km}$$

$$B_y = B\,\text{sen}\,60.0° = (40.0\text{ km})(0.866) = 34.6\text{ km}$$

b) Encuentre las componentes del vector resultante, $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$.

Para encontrar R_x sume las componentes x de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$:

$$R_x = A_x + B_x = 17.7\text{ km} + 20.0\text{ km} = 37.7\text{ km}$$

Para encontrar R_y sume las componentes y de $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$:

$$R_y = A_y + B_y = -17.7\text{ km} + 34.6\text{ km} = 16.9\text{ km}$$

c) Encuentre la magnitud y la dirección de $\vec{\mathbf{R}}$.

Use el teorema pitagórico para obtener la magnitud:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(37.7\text{ km})^2 + (16.9\text{ km})^2} = 41.3\text{ km}$$

Calcule la dirección de $\vec{\mathbf{R}}$ usando la función tangente inversa:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{16.9\text{ km}}{37.7\text{ km}}\right) = 24.1°$$

COMENTARIOS La figura 3.12b muestra un esquema de los componentes de $\vec{\mathbf{R}}$ y sus direcciones en el espacio. La magnitud y la dirección de la resultante también se pueden determinar de un esquema como ese.

PREGUNTA 3.3 Un segundo excursionista sigue la misma trayectoria el primer día, pero luego camina 15.0 km hacia el este en el segundo día antes de regresar y llegar a la torre del guardabosque. ¿Es igual el vector desplazamiento resultante del segundo excursionista que el del primero o diferente?

EJERCICIO 3.3 Un barco de pasajeros sale de puerto y viaja 50.0 km 45° al noroeste luego 70.0 km a un rumbo de 30.0° al noreste. Encuentre a) las componentes del vector desplazamiento del barco y b) la magnitud y la dirección del vector desplazamiento.

RESPUESTAS a) $R_x = 25.3$ km, $R_y = 70.4$ km; b) 74.8 km, 70.2° al noreste

3.3 Desplazamiento, velocidad y aceleración en dos dimensiones

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir los vectores desplazamiento en dos dimensiones.
2. Definir los vectores velocidad promedio e instantánea en dos dimensiones.
3. Definir los vectores aceleración promedio e instantánea en dos dimensiones.

En el movimiento en una dimensión, como se analizó en el capítulo 2, la dirección de una cantidad vectorial como la velocidad o la aceleración se puede tomar en cuenta especificando si la cantidad es positiva o negativa. La velocidad de un cohete, por ejemplo, es positiva si el cohete va hacia arriba y negativa si va hacia abajo. Esta solución simple ya no está disponible en dos o tres dimensiones, por lo que se debe usar por completo el concepto de vector.

Considere un objeto que se mueve por el espacio como se muestra en la figura 3.13. Cuando el objeto está en un punto Ⓟ en el tiempo t_i, su posición se describe por el vector posición $\vec{\mathbf{r}}_i$, trazado desde el origen hasta Ⓟ. Cuando el objeto se ha movido a

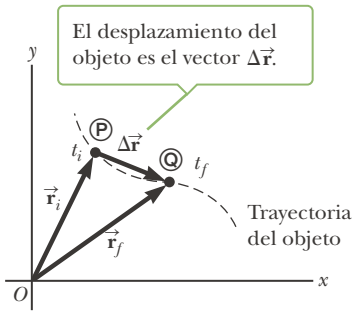


Figura 3.13 Un objeto se mueve a lo largo de alguna trayectoria curva entre los puntos Ⓟ y Ⓠ. El vector desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ es la diferencia en los vectores posición $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_f - \vec{\mathbf{r}}_i$.

algún otro punto Ⓠ en el tiempo t_f, su vector posición es $\vec{\mathbf{r}}_f$. Del diagrama vectorial en la figura 3.13, el vector posición final es la suma del vector posición inicial y el desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{r}}$: $\vec{\mathbf{r}}_f = \vec{\mathbf{r}}_i + \Delta\vec{\mathbf{r}}$. A partir de esta relación, se obtiene la siguiente:

El **desplazamiento** de un objeto se define como el cambio en su vector posición, o

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} \equiv \vec{\mathbf{r}}_f - \vec{\mathbf{r}}_i \qquad [3.6]$$

Unidad SI: metro (m)

Ahora se presentan varias generalizaciones de las definiciones de velocidad y aceleración dadas en el capítulo 2.

Velocidad promedio ▶

La **velocidad promedio** de un objeto durante un intervalo de tiempo Δt es su desplazamiento dividido entre Δt:

$$\vec{\mathbf{v}}_{\text{prom}} \equiv \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} \qquad [3.7]$$

Unidad SI: metros por segundo (m/s)

Dado que el desplazamiento es una cantidad vectorial y el intervalo de tiempo es una cantidad escalar, se concluye que la velocidad promedio es una cantidad *vectorial* dirigida a lo largo de $\Delta\vec{\mathbf{r}}$.

Velocidad instantánea ▶

La **velocidad instantánea** de un objeto $\vec{\mathbf{v}}$ es el límite de su velocidad promedio cuando Δt tiende a cero:

$$\vec{\mathbf{v}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} \qquad [3.8]$$

Unidad SI: metros por segundo (m/s)

La dirección del vector velocidad instantánea se presenta a lo largo de una recta que es tangente a la trayectoria del objeto y en la dirección de su movimiento.

Aceleración promedio ▶

La **aceleración promedio** de un objeto durante un intervalo de tiempo Δt es el cambio en su velocidad $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ dividida entre Δt, o

$$\vec{\mathbf{a}}_{\text{prom}} \equiv \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} \qquad [3.9]$$

Unidad SI: metros por segundo al cuadrado (m/s^2)

Aceleración instantánea ▶

El vector **aceleración instantánea** de un objeto $\vec{\mathbf{a}}$ es el límite de su vector aceleración promedio cuando Δt tiende a cero:

$$\vec{\mathbf{a}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} \qquad [3.10]$$

Unidad SI: metros por segundo al cuadrado (m/s^2)

Es importante reconocer que un objeto puede acelerar de varias formas. Primero, la magnitud del vector velocidad (la rapidez) puede cambiar con el tiempo. Segundo, la dirección del vector velocidad tambien puede cambiar con el tiempo aunque la rapidez sea constante, como puede pasar en una trayectoria curva. Tercero, tanto la magnitud como la dirección del vector velocidad pueden cambiar al mismo tiempo.

Cuestionario rápido

3.4 ¿Cuál de los objetos siguientes no puede estar acelerando? a) un objeto que se mueve con rapidez constante; b) un objeto que se mueve con velocidad constante; c) un objeto que se mueve a lo largo de una curva.

3.5 Considere los controles siguientes en un automóvil: pedal del acelerador, freno, volante de dirección. Los controles en esta lista que pueden causar una aceleración del automóvil son a) los tres controles, b) el pedal del acelerador y el freno, c) solo el freno o d) solo el pedal del acelerador.

3.4 Movimiento en dos dimensiones

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir el movimiento de un proyectil en dos dimensiones de forma gráfica.
2. Aplicar las ecuaciones cinemáticas bidimensionales al movimiento con aceleración constante cerca de la superficie de la Tierra.

En el capítulo 2 estudiamos los objetos que se mueven a lo largo de trayectorias en línea recta, como el eje x. En este capítulo analizamos objetos que se mueven en las dos direcciones x y y de forma simultánea en aceleración constante. Un caso especial importante de este movimiento bidimensional se denomina **movimiento de proyectiles**.

◀ Movimiento de proyectiles

Quién haya lanzado cualquier clase de objeto al aire ha observado el movimiento de un proyectil. Si se ignoran los efectos de la resistencia del aire y de la rotación de la Tierra, la trayectoria de un proyectil en el campo gravitacional de la Tierra tendrá la forma de una parábola, como se muestra en la figura 3.14.

La dirección x positiva es horizontal y hacia la derecha, y la dirección y es vertical y positiva hacia arriba. El hecho experimental más importante acerca del movimiento de proyectiles en dos dimensiones es que **los movimientos horizontal y vertical son completamente independientes entre sí**. Esto significa que el movimiento en una dirección no tiene efecto en el movimiento en la otra dirección. Si una pelota de béisbol se lanza en una trayectoria parabólica, como en la figura 3.14, el movimiento en la dirección y parecerá justo como el de una pelota que se ha lanzado directamente hacia arriba bajo la influencia de la gravedad. En la figura 3.15 se muestra el efecto de varios ángulos iniciales; observe que los ángulos complementarios tienen el mismo alcance horizontal.

La figura 3.16 es un experimento que ilustra la independencia del movimiento horizontal y vertical. La pistola se apunta directamente a la pelota de blanco y se dispara en el instante en que se libera. Sin gravedad, el proyectil daría en el blanco ya que este no se movería. Sin embargo, el proyectil aún pega en

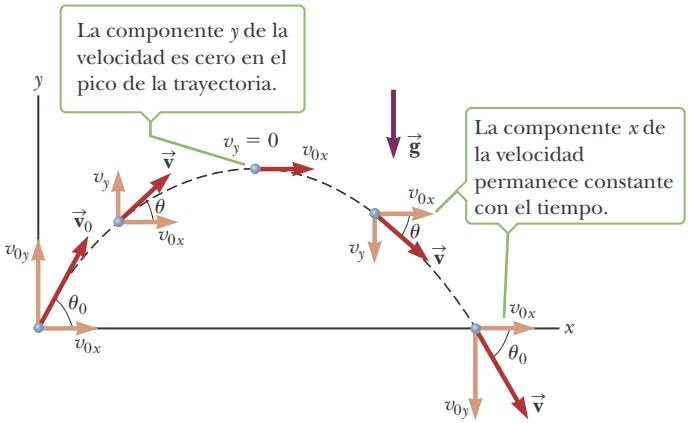


Figura 3.14
Trayectoria parabólica de una partícula que sale del origen con una velocidad de $\vec{v}_0$. Observe que $\vec{v}$ cambia con el tiempo. Sin embargo, la componente x de la velocidad, v_x, permanece constante con el tiempo, igual a su velocidad inicial, v_{0x}. Además, $v_y = 0$ en el pico de la trayectoria, pero la aceleración siempre es igual a la aceleración en caída libre y actúa verticalmente hacia abajo.

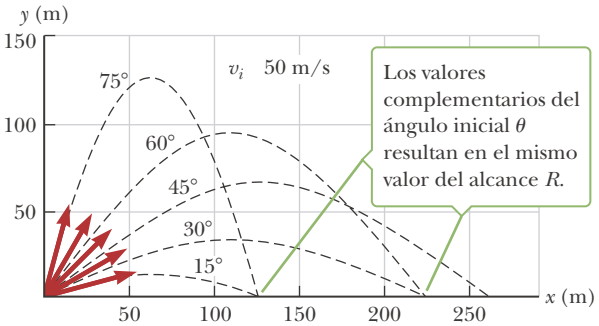


Figura 3.15
Proyectil que se lanza desde el origen con una rapidez inicial de 50 m/s en varios ángulos de proyección.

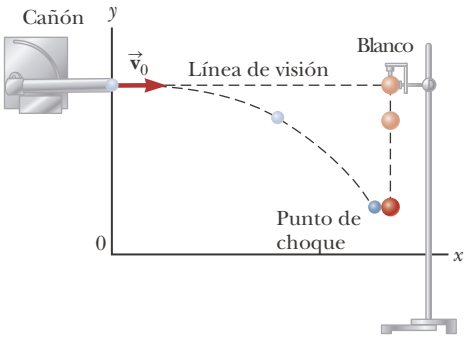


Figura 3.16 Una pelota se dispara hacia un blanco en el mismo instante en que este se libera. Los dos caen verticalmente a la misma razón y chocan.

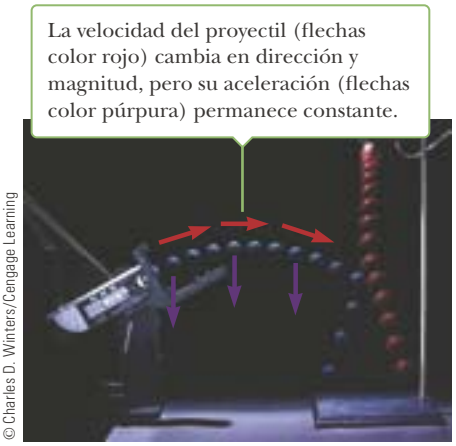


Figura 3.17 Fotografía multiflash de la demostración del proyectil-blanco. Si el cañón se apunta directamente hacia el blanco y se dispara en el mismo instante en que el blanco comienza a caer, el proyectil dará en el blanco.

el blanco con la gravedad presente. Esto significa que el proyectil cae con el mismo desplazamiento vertical que el blanco a pesar del movimiento horizontal. El experimento también funciona cuando se establece, como en la figura 3.17, que la velocidad inicial tiene una componente vertical.

Sugerencia 3.4 Aceleración en el punto más alto

La aceleración en la dirección y *no* es cero en la parte superior de la trayectoria de un proyectil. Solo la componente y de la velocidad es cero allí. Si la aceleración fuera cero, también, ¡el proyectil nunca descendería!

En general, las ecuaciones de aceleración constante desarrolladas en el capítulo 2 se deducen por separado tanto para la dirección x como para la dirección y. Una diferencia importante es que la velocidad inicial ahora tiene dos componentes, no solo una como en ese capítulo. Suponemos que en $t = 0$ el proyectil sale del origen con una velocidad inicial $\vec{\mathbf{v}}_0$. Si el vector velocidad forma un ángulo θ_0 con la horizontal, donde θ_0 se denomina *ángulo de lanzamiento*, entonces de las definiciones de las funciones seno y coseno y de la figura 3.14 tenemos

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \qquad \text{y} \qquad v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0$$

donde v_{0x} es la velocidad inicial (en $t = 0$) en la dirección x y v_{0y} es la velocidad inicial en la dirección y.

Ahora, las ecuaciones 2.6, 2.9 y 2.10 desarrolladas en el capítulo 2 para el movimiento con aceleración constante en una dirección se transfieren al caso bidimensional; hay un conjunto de tres ecuaciones para cada dirección, con las velocidades iniciales modificadas como apenas se analizó. En la dirección x, con a_x constante, se tiene

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad [3.11a]$$

$$\Delta x = v_{0x} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \qquad [3.11b]$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta x \qquad [3.11c]$$

donde $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$. En la dirección y, se tiene

$$v_y = v_{0y} + a_y t \qquad [3.12a]$$

$$\Delta y = v_{0y} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2 \qquad [3.12b]$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y \Delta y \qquad [3.12c]$$

donde $v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0$ y a_y es constante. La rapidez del objeto v se puede calcular a partir de las componentes de la velocidad usando el teorema pitagórico:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

El ángulo que el vector velocidad forma con el eje x está dado por

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

Esta fórmula para θ, como se explicó antes, se debe usar con cuidado, dado que la función tangente inversa proporciona valores solo entre $-90°$ y $+90°$. Es necesario sumar $180°$ para los vectores que se encuentren en el segundo y el tercer cuadrantes.

Las ecuaciones cinemáticas se adaptan y simplifican con facilidad para proyectiles cerca de la superficie de la Tierra. En este caso, suponiendo que la fricción del aire es despreciable, la aceleración en la dirección x es 0 (ya que se ignoró la resistencia del aire). **Esto significa que $a_x = 0$ y que la componente de la velocidad del proyectil a lo largo de la dirección x permanece constante.** Si el valor inicial de la componente de la velocidad en la dirección x es $v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$, entonces este también es el valor de v en cualquier tiempo posterior, por lo tanto

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 = \text{constante} \qquad [3.13a]$$

en tanto que el desplazamiento horizontal es simplemente

$$\Delta x = v_{0x} t = (v_0 \cos \theta_0) t \qquad [3.13b]$$

Para el movimiento en la dirección y, hacemos las sustituciones $a_y = -g$ y $v_{0y} = v_0 \operatorname{sen} \theta_0$ en las ecuaciones 3.12, lo que da

$$v_y = v_0 \operatorname{sen} \theta_0 - gt \qquad [3.14a]$$

$$\Delta y = (v_0 \operatorname{sen} \theta_0) t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad [3.14b]$$

$$v_y^2 = (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)^2 - 2g \Delta y \qquad [3.14c]$$

Los hechos importantes del movimiento de proyectiles se pueden resumir así:

1. Si la resistencia del aire es despreciable, la componente horizontal de la velocidad v_x permanece constante dado que no hay componente horizontal de la aceleración.
2. La componente vertical de la aceleración es igual a la aceleración en caída libre $-g$.
3. La componente vertical de la velocidad v_y y el desplazamiento en la dirección y son idénticos a los de un cuerpo en caída libre.
4. El movimiento de proyectiles se puede describir como una superposición de dos movimientos independientes en las direcciones x y y.

EJEMPLO 3.4 Movimiento de proyectiles con diagramas

OBJETIVO Aproximar respuestas en el movimiento de proyectiles empleando un diagrama de movimiento.

PROBLEMA Una pelota se lanza de manera que sus componentes iniciales vertical y horizontal de la velocidad son 40 m/s y 20 m/s, respectivamente. Utilice un diagrama de movimiento para estimar el tiempo total de vuelo de la pelota y la distancia que viaja antes de golpear el suelo.

ESTRATEGIA Use el diagrama, tomando la aceleración de la gravedad como -10 m/s^2. Por simetría, la pelota sube y baja al suelo con la misma velocidad y que cuando salió, excepto que con signo opuesto. Con este hecho y tomando en cuenta que la aceleración de la gravedad disminuye la velocidad en la dirección y en 10 m/s cada segundo, podemos encontrar el tiempo total de vuelo y luego el alcance horizontal.

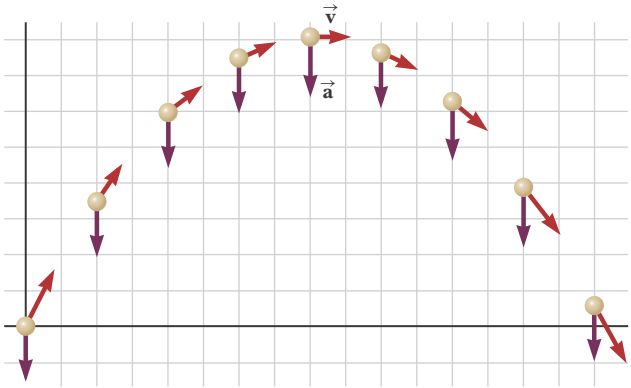


Figura 3.18 (Ejemplo 3.4) Diagrama de movimiento para un proyectil.

SOLUCIÓN

En el diagrama de movimiento en la figura 3.18, todos los vectores aceleración son iguales, apuntando hacia abajo con magnitud de casi 10 m/s^2. Por simetría, sabemos que la pelota golpeará el suelo con la misma velocidad en la dirección y que cuando se lanzó; por lo tanto, la velocidad en la dirección y va de 40 m/s a -40 m/s en pasos de -10 m/s cada segundo; de aquí, transcurren aproximadamente 8 segundos durante el movimiento.

(Continúa)

El vector velocidad cambia de manera constante de dirección, pero la velocidad horizontal nunca cambia dado que la aceleración en la dirección horizontal es cero. Por lo tanto, el desplazamiento de la pelota en la dirección x está dado por la ecuación 3.13b, $\Delta x \approx v_{0x}t = (20\ \text{m/s})(8\ \text{s}) = 160\ \text{m}$.

COMENTARIOS Este ejemplo enfatiza la independencia de las componentes x y y en los problemas de movimiento de proyectiles.

PREGUNTA 3.4 ¿La magnitud del vector velocidad en el instante del impacto es mayor que, menor que o igual que la magnitud del vector velocidad inicial? ¿Por qué?

EJERCICIO 3.4 Determine la altura máxima en este mismo problema.

RESPUESTA 80 m

Cuestionario rápido

3.6 Suponga que usted lleva una pelota y corre con rapidez constante; desea lanzar la pelota y atraparla cuando baje. Ignorando la resistencia del aire, usted debe a) ¿lanzar la pelota con un ángulo de aproximadamente 45° por encima de la horizontal y mantener la misma rapidez, b) lanzar la pelota directamente hacia arriba en el aire y mantener la misma rapidez?

3.7 Conforme un proyectil se mueve en su trayectoria parabólica, los vectores velocidad y aceleración son perpendiculares entre sí a) ¿en todas partes a lo largo de la trayectoria del proyectil, b) en el pico de su trayectoria, c) en ninguna parte a lo largo de su trayectoria o d) no se da información suficiente?

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Movimiento de proyectiles

1. **Seleccione** un sistema de coordenadas y bosqueje la trayectoria del proyectil, incluyendo sus posiciones, velocidades y aceleraciones inicial y final.
2. **Descomponga** el vector velocidad inicial en componentes x y y.
3. **Trate** el movimiento horizontal y el vertical de manera independiente.
4. **Siga** las técnicas para resolver problemas con velocidad constante para analizar el movimiento horizontal de un proyectil.
5. **Siga** las técnicas para resolver problemas con aceleración constante para analizar el movimiento vertical de un proyectil.

EJEMPLO 3.5 Exploradores varados

OBJETIVO Resolver un problema de movimiento de un proyectil en dos dimensiones en el que un objeto tiene una velocidad horizontal inicial.

PROBLEMA Un avión de rescate en Alaska deja caer un paquete de raciones de emergencia para unos excursionistas varados, como se muestra en la figura 3.19. El avión viaja horizontalmente a 40.0 m/s a una altura de 1.00×10^2 m por encima del suelo. Ignore la resistencia del aire. **a)** ¿Dónde golpea el suelo el paquete respecto a su punto de liberación? **b)** ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la velocidad del paquete justo antes de que golpee el suelo? **c)** Encuentre el ángulo del impacto.

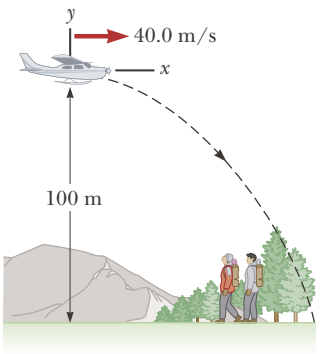


Figura 3.19 (Ejemplo 3.5) Desde el punto de vista de un observador en el suelo, un paquete liberado del avión de rescate viaja por la trayectoria que se muestra.

ESTRATEGIA En este caso simplemente tomamos las ecuaciones 3.13 y 3.14, introduciendo las cantidades conocidas y despejando las cantidades desconocidas restantes. Haga un esquema del problema usando un sistema de coordenadas como en la figura 3.19. En el inciso a) establezca la componente y de las ecuaciones del desplazamiento igual a -1.00×10^2 m, el nivel del suelo donde cae el paquete, y resuelva para el tiempo que toma al paquete llegar al suelo. Sustituya este tiempo en la ecuación del desplazamiento para la componente x a fin de encontrar el alcance. En el inciso b), sustituya el tiempo encontrado en el inciso b) en las componentes de la velocidad. Observe que la velocidad inicial solo tiene una componente x, lo que simplifica las operaciones matemáticas. La solución del inciso c) requiere la función tangente inversa.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el alcance del paquete.

Use la ecuación 3.14b para determinar el desplazamiento y: $\Delta y = y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$

Sustituya $y_0 = 0$ y $v_{0y} = 0$ y establezca $y = -1.00 \times 10^2$ m, la posición vertical final del paquete respecto al avión. Resuelva para el tiempo: $y = -(4.90\ \text{m/s}^2)t^2 = -1.00 \times 10^2\ \text{m}$, $t = 4.52$ s

Use la ecuación 3.13b para encontrar el desplazamiento x: $\Delta x = x - x_0 = v_{0x}t$

Sustituya $x_0 = 0$, $v_{0x} = 40.0$ m/s y el tiempo: $x = (40.0\ \text{m/s})(4.52\ \text{s}) = 181\ \text{m}$

b) Encuentre las componentes de la velocidad del paquete en el instante del impacto:

Encuentre la componente x de la velocidad en el tiempo del impacto: $v_x = v_0 \cos\theta = (40.0\ \text{m/s})\cos 0° = 40.0\ \text{m/s}$

Encuentre la componente y de la velocidad en el tiempo del impacto: $v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta - gt = 0 - (9.80\ \text{m/s}^2)(4.52\ \text{s}) = -44.3\ \text{m/s}$

c) Determine el ángulo de impacto.

Escriba la ecuación 3.4 y sustituya los valores: $\tan\theta = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{-44.3\ \text{m/s}}{40.0\ \text{m/s}} = -1.11$

Aplique las funciones tangente inversa en los dos lados: $\theta = \tan^{-1}(-1.11) = -48.0°$

COMENTARIOS Observe cómo el movimiento en la dirección x y el movimiento en la dirección y se manejan por separado.

PREGUNTA 3.5 Ignorando los efectos de la resistencia del aire, ¿qué trayectoria recorre el paquete según el punto de vista del piloto? Explique.

EJERCICIO 3.5 Un cantinero desliza un tarro con cerveza a 1.50 m/s hacia un cliente que está al final de una barra sin fricción cuya altura es de 1.20 m. El cliente hace el intento de atrapar el tarro y no lo logra, y el tarro sale del extremo de la barra. a) ¿Qué tan lejos del extremo de la barra el tarro golpea el suelo? b) ¿Cuál es la rapidez y la dirección del tarro en el instante del impacto?

RESPUESTAS a) 0.742 m; b) 5.08 m/s, $\theta = -72.8°$

EJEMPLO 3.6 El salto de longitud

OBJETIVO Resolver un problema de movimiento de un proyectil en dos dimensiones que comprende un objeto que inicia y termina a la misma altura.

PROBLEMA Un saltador de longitud (figura 3.20) deja el suelo con un ángulo de 20.0° respecto a la horizontal y a una velocidad de 11.0 m/s. **a)** ¿Cuánto tiempo le toma alcanzar su altura máxima? **b)** ¿Cuál es la altura máxima? **c)** ¿Cuánto salta? (Suponga que su movimiento es equivalente al de una partícula, ignorando el movimiento de sus brazos y piernas.) **d)** Utilice la ecuación 3.14c para encontrar la altura máxima que alcanza.

technotr/iStockphoto.com

Figura 3.20 (Ejemplo 3.6) Esta toma de exposición múltiple de un saltador de longitud muestra que en realidad su movimiento no es el equivalente del movimiento de una partícula. El centro de masa del saltador forma una parábola, pero para extender la longitud del salto antes del impacto sube los pies de manera que golpea el suelo más tarde de lo que hubiera sido de otra manera.

(*Continúa*)

ESTRATEGIA Una vez más, se toman las ecuaciones para proyectiles, se introducen las cantidades conocidas y se despejan las incógnitas. A la altura máxima, la velocidad en la dirección y es cero, por lo que al establecer la ecuación 3.14a igual a cero y resolver resulta el tiempo que le toma alcanzar su altura máxima. Por simetría, dado que su trayectoria inicia y termina a la misma altura, al duplicar este tiempo se obtiene el tiempo total del salto.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el tiempo $t_{máx}$ que toma alcanzar la altura máxima.

Establezca $v_y = 0$ en la ecuación 3.14 y despeje y resuelva para $t_{máx}$:

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - g t_{máx} = 0$$

$$1)\quad t_{máx} = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g} = \frac{(11.0\ \text{m/s})(\operatorname{sen} 20.0°)}{9.80\ \text{m/s}^2} = 0.384\ \text{s}$$

b) Encuentre la altura máxima que alcanza.

Sustituya el tiempo $t_{máx}$ en la ecuación para el desplazamiento y, ecuación 3.14b:

$$y_{máx} = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)t_{máx} - \tfrac{1}{2}g\,(t_{máx})^2$$
$$y_{máx} = (11.0\ \text{m/s})(\operatorname{sen} 20.0°)(0.384\ \text{s}) - \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(0.384\ \text{s})^2$$
$$y_{máx} = 0.722\ \text{m}$$

c) Encuentre la distancia horizontal que salta.

Primero encuentre el tiempo del salto, el cual es el doble de $t_{máx}$:

$$t = 2t_{máx} = 2(0.384\ \text{s}) = 0.768\ \text{s}$$

Sustituya este resultado en la ecuación para el desplazamiento x:

$$2)\quad \Delta x = (v_0 \cos\theta_0)t = (11.0\ \text{m/s})(\cos 20.0°)(0.768\ \text{s}) = 7.94\ \text{m}$$

d) Use un método alterno para determinar la altura máxima.

Use la ecuación 3.14c, despejando Δy:

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = -2g\Delta y$$
$$\Delta y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{-2g}$$

Sustituya $v_y = 0$ a altura máxima, y el hecho de que $v_{0y} = (11.0\ \text{m/s})\operatorname{sen} 20.0°$:

$$\Delta y = \frac{0 - [(11.0\ \text{m/s})\operatorname{sen} 20.0°]^2}{-2(9.80\ \text{m/s}^2)} = 0.722\ \text{m}$$

COMENTARIOS Si bien modelar el movimiento del saltador de longitud como el de un proyectil es una simplificación exagerada, los valores obtenidos son razonables.

PREGUNTA 3.6 Cierto o falso: dado que la componente x del desplazamiento no depende de forma explícita de g, la distancia recorrida no depende de la aceleración de la gravedad.

EJERCICIO 3.6 Un saltamontes salta una distancia horizontal de 1.00 m desde el reposo, con una velocidad inicial a un ángulo de 45.0° respecto a la horizontal. Encuentre a) la rapidez inicial del saltamontes y b) la altura máxima alcanzada.

RESPUESTAS a) 3.13 m/s; b) 0.250 m

EJEMPLO 3.7 La ecuación del alcance

OBJETIVO Encontrar una ecuación para el desplazamiento máximo horizontal de un proyectil disparado desde el nivel del suelo.

PROBLEMA Un atleta participa en una competencia de salto de longitud, saltando en el aire con una velocidad v_0 a un ángulo θ_0 con la horizontal. Obtenga una expresión para la longitud del salto en términos de v_0, θ_0 y g.

ESTRATEGIA Utilice los resultados del ejemplo 3.6, eliminado el tiempo t de las ecuaciones 1) y 2).

SOLUCIÓN

Use la ecuación 1) del ejemplo 3.6 para encontrar el tiempo de vuelo, t:

$$t = 2t_{máx} = \frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}$$

Sustituya esa expresión para t en la ecuación 2) del ejemplo 3.6:

$$\Delta x = (v_0 \cos\theta_0)t = (v_0 \cos\theta_0)\left(\frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right)$$

Simplifique:

$$\Delta x = \frac{2{v_0}^2 \cos\theta_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}$$

Sustituya la identidad $2\cos\theta_0 \operatorname{sen}\theta_0 = \operatorname{sen} 2\theta_0$ para reducir la expresión anterior a una simple función trigonométrica.

$$\textbf{1)}\quad \Delta x = \frac{{v_0}^2 \operatorname{sen} 2\theta_0}{g}$$

COMENTARIOS El uso de una identidad trigonométrica en el paso final no es necesario, pero facilita responder la pregunta 3.7.

PREGUNTA 3.7 ¿Qué ángulo θ_0 produce el salto más largo?

EJERCICIO 3.7 Obtenga una expresión para el desplazamiento máximo del atleta en la dirección vertical $\Delta y_{máx}$ en términos de v_0, θ_0 y g.

RESPUESTA $\Delta y_{máx} = \dfrac{{v_0}^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{2g}$

EJEMPLO 3.8 Este sí que es un brazo fuerte

OBJETIVO Resuelva un problema cinemático bidimensional con una velocidad inicial no horizontal, iniciando y terminando con alturas diferentes.

PROBLEMA Una pelota se lanza hacia arriba desde el techo de un edificio con un ángulo de 30.0° por encima de la horizontal y con una rapidez inicial de 20.0 m/s, como en la figura 3.21. El punto de lanzamiento es 45.0 m arriba del suelo. **a)** ¿Cuánto tiempo toma a la pelota golpear el suelo? **b)** Encuentre la rapidez de la pelota en el instante del impacto. **c)** Determine el alcance horizontal de la pelota. Ignore la resistencia del aire.

ESTRATEGIA Elija las coordenadas como en la figura, con el origen en el punto de liberación. a) Introduzca las constantes de la ecuación 3.14b para el desplazamiento y y establezca el desplazamiento igual que −45.0 m, el desplazamiento y cuando la pelota golpea el suelo. Utilizando la fórmula cuadrática calcule el tiempo. Para resolver el inciso **b)**, sustituya el tiempo del inciso **a)** en las componentes de la velocidad y sustituya el mismo tiempo en la ecuación para el desplazamiento x para resolver el inciso **c)**.

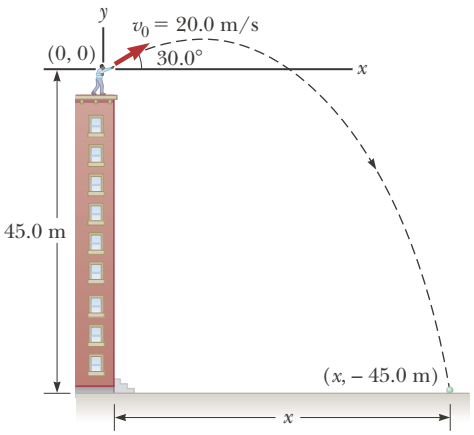


Figura 3.21 (Ejemplo 3.8)

SOLUCIÓN

a) Encuentre el tiempo de vuelo de la pelota.

Determine las componentes iniciales x y y de la velocidad:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 = (20.0 \text{ m/s})(\cos 30.0°) = +17.3 \text{ m/s}$$
$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 = (20.0 \text{ m/s})(\operatorname{sen} 30.0°) = +10.0 \text{ m/s}$$

Encuentre el desplazamiento y, tomando $y_0 = 0$, $y = -45.0$ m y $v_{0y} = 10.0$ m/s:

$$\Delta y = y - y_0 = v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$
$$-45.0 \text{ m} = (10.0 \text{ m/s})t - (4.90 \text{ m/s}^2)t^2$$

Reorganice la ecuación en forma estándar y utilice la fórmula cuadrática (consulte el apéndice A), para encontrar la raíz positiva:

$$t = 4.22 \text{ s}$$

b) Encuentre la rapidez de la pelota en el instante del impacto.

Sustituya el valor de t encontrado en el inciso a) en la ecuación 3.14a para determinar la componente y de la velocidad en el instante del impacto:

$$v_y = v_{0y} - gt = 10.0 \text{ m/s} - (9.80 \text{ m/s}^2)(4.22 \text{ s})$$
$$= -31.4 \text{ m/s}$$

(*Continúa*)

Use este valor de v_y, el teorema pitagórico y el hecho de que $v_x = v_{0x} = 17.3$ m/s para encontrar la rapidez de la pelota en el instante del impacto:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(17.3\text{ m/s})^2 + (-31.4\text{ m/s})^2}$$
$$= 35.9\text{ m/s}$$

c) Encuentre el alcance horizontal de la pelota.

Sustituya el tiempo de vuelo en la ecuación del alcance:

$$\Delta x = x - x_0 = (v_0 \cos\theta)t = (20.0\text{ m/s})(\cos 30.0°)(4.22\text{ s})$$
$$= 73.1\text{ m}$$

COMENTARIOS El ángulo con el que se lanza la pelota afecta el vector velocidad en todo su movimiento subsiguiente, pero no afecta la rapidez a una altura dada. Esto es una consecuencia de la conservación de la energía, la cual se describe en el capítulo 5.

PREGUNTA 3.8 Cierto o falso: con todos los datos iguales que antes, si la pelota se lanza a la mitad de la rapidez dada, viajará la mitad de la distancia.

EJERCICIO 3.8 Suponga que la pelota se lanza desde la misma altura como en el ejemplo a un ángulo de 30.0° debajo de la horizontal. Si la pelota golpea el suelo a una distancia de 57.0 m, encuentre a) el tiempo de vuelo, b) la rapidez inicial y c) la rapidez y el ángulo del vector velocidad respecto a la horizontal en el instante del impacto. (*Sugerencia:* en el inciso a) utilice la ecuación para el desplazamiento x a fin de eliminar $v_0 t$ de la ecuación para el desplazamiento y).

RESPUESTAS a) 1.57 s; b) 41.9 m/s; c) 51.3 m/s, −45.0°

Aceleración constante bidimensional

Hasta este punto únicamente hemos estudiado problemas en los que un objeto con una velocidad inicial sigue una trayectoria determinada solo por la aceleración de la gravedad. En el caso más general, otros agentes, como la resistencia al avance del aire, la fricción superficial o los motores, pueden causar aceleraciones. Estas aceleraciones, tomadas en conjunto, forman una cantidad vectorial con componentes a_x y a_y. Cuando las dos componentes son constantes, se pueden utilizar las ecuaciones 3.11 y 3.12 para estudiar el movimiento, como en el ejemplo siguiente.

EJEMPLO 3.9 El cohete

OBJETIVO Resolver un problema que comprende aceleraciones en dos direcciones.

PROBLEMA Un avión a reacción que viaja de manera horizontal a 1.00×10^2 m/s deja caer un cohete desde una altura considerable (consulte la figura 3.22). El cohete de inmediato enciende sus motores, acelerando a 20.0 m/s^2 en la dirección x mientras cae bajo la influencia de la gravedad en la dirección y. Cuando el cohete haya caído 1.00 km, encuentre **a)** su velocidad en la dirección y, **b)** su velocidad en la dirección x y **c)** la magnitud y dirección de su velocidad. Ignore la resistencia del aire al avance y la sustentación aerodinámica.

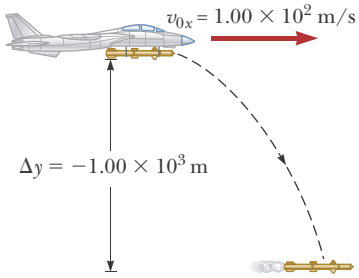


Figura 3.22 (Ejemplo 3.9)

ESTRATEGIA Debido a que el cohete mantiene una orientación horizontal (digamos, h través de los giroscopios), las componentes x y y de la aceleración son independientes una de otra. Use la ecuación independiente del tiempo para la velocidad en la dirección y para encontrar la componente y de la velocidad después de que el cohete cae 1.00 km. Luego calcule el tiempo de la caída y use ese tiempo para encontrar la velocidad en la dirección x.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la velocidad en la dirección y.

Use la ecuación 3.14c:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$$

Sustituya $v_{0y} = 0$, $g = -9.80$ m/s^2 y $\Delta y = -1.00 \times 10^3$ m y resuelva para v_y:

$$v_y^2 - 0 = 2(-9.8\text{ m/s}^2)(-1.00 \times 10^3\text{ m})$$
$$v_y = -1.40 \times 10^2\text{ m/s}$$

b) Encuentre la velocidad en la dirección x.

Encuentre el tiempo que toma al cohete caer 1.00×10^3 m utilizando la componente y de la velocidad:

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$
$$-1.40 \times 10^2\text{ m/s} = 0 - (9.80\text{ m/s}^2)t \quad \rightarrow \quad t = 14.3\text{ s}$$

Sustituya t, v_{0x} y a_x en la ecuación 3.11a para encontrar la velocidad en la dirección x:

$$v_x = v_{0x} + a_x t = 1.00 \times 10^2 \text{ m/s} + (20.0 \text{ m/s}^2)(14.3 \text{ s}) = \boxed{386 \text{ m/s}}$$

c) Encuentre la magnitud y la dirección de la velocidad.

Encuentre la magnitud usando el teorema pitagórico y los resultados de los incisos a) y b):

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{(-1.40 \times 10^2 \text{ m/s})^2 + (386 \text{ m/s})^2} = \boxed{411 \text{ m/s}}$$

Use la función tangente inversa para encontrar el ángulo:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-1.40 \times 10^2 \text{ m/s}}{386 \text{ m/s}}\right) = \boxed{-19.9°}$$

COMENTARIOS Observe la similitud: las ecuaciones cinemáticas para las direcciones x y y se manejan exactamente de la misma manera. Tener una aceleración diferente de cero en la dirección x no aumenta de manera significativa la dificultad del problema.

PREGUNTA 3.9 Cierto o falso: Ignorando la fricción del aire y los efectos de la sustentación, un proyectil con una aceleración horizontal siempre permanece en el aire más tiempo que uno en caída libre.

EJERCICIO 3.9 Suponga que una motocicleta propulsada por un cohete se lanza partiendo del reposo a través de un cañón de 1.00 km de ancho. a) ¿Qué aceleración constante mínima en la dirección x debe proporcionar el cohete de manera que la motocicleta cruce con seguridad al lado opuesto del cañón, si este se encuentra 0.750 km más abajo que el punto de partida? b) ¿A qué rapidez aterriza la motocicleta si mantiene esta componente horizontal constante de la aceleración? Ignore la resistencia al avance del aire, pero recuerde que la gravedad aún actúa en la dirección y negativa.

RESPUESTAS a) 13.1 m/s^2; b) 202 m/s

En una maniobra de riesgo similar a la descrita en el ejercicio 3.9, el atrevido motociclista Evel Knievel intentó saltar por el Hells Canyon, parte del sistema Snake River, en Idaho, en su "Motocicleta aérea" Harley-Davidson X-2 impulsada por un cohete. Perdió la conciencia en el despegue y liberó una palanca, que desplegó de manera prematura su paracaídas, y cayó antes de llegar al otro lado. Sin embargo, aterrizó sano y salvo en el cañón.

3.5 Velocidad relativa

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Deducir la ecuación de la velocidad relativa.
2. Resolver problemas que comprendan la velocidad relativa.

La velocidad relativa consiste en relacionar las mediciones de dos observadores distintos, uno que se mueve respecto al otro. La velocidad medida de un objeto depende de la velocidad del observador respecto al objeto. Por ejemplo, en la carretera los automóviles que se mueven en la misma dirección con frecuencia lo hacen a una rapidez alta en relación con la Tierra, pero en relación entre ellos casi no se mueven. Para un observador en reposo a un costado del camino, un automóvil podría viajar a 60 mi/h, pero para otro que se encuentra en un camión que viaja en la misma dirección a 50 mi/h, el automóvil parecería viajar a solo 10 mi/h.

Por lo tanto, las mediciones de la velocidad dependen del **marco de referencia** del observador. Los marcos de referencia solo son sistemas de coordenadas. La mayoría de las veces se usa un **marco de referencia estacionario** respecto a la Tierra, pero en ocasiones se usa un **marco de referencia móvil** asociado con un autobús, un automóvil o un avión con velocidad constante respecto a la Tierra.

En dos dimensiones los cálculos de la velocidad relativa pueden ser confusos, por lo que es importante y útil hacer un método sistemático. Sea E un observador, que

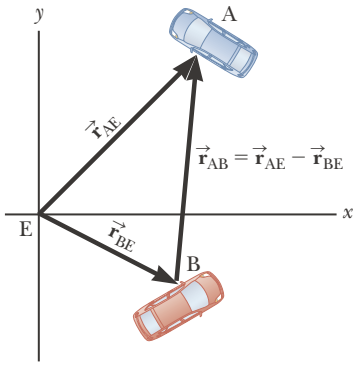


Figura 3.23 La posición del automóvil A respecto al automóvil B se puede determinar mediante una sustracción vectorial. La razón de cambio del vector resultante respecto al tiempo es la ecuación de la velocidad relativa.

se supone estacionario respecto a la Tierra. Considere dos automóviles que se han identificado como A y B, e introduzca la notación siguiente (consulte la figura 3.23):

$\vec{r}_{AE}$ = la posición del automóvil A medida por E (en un sistema de coordenadas fijo respecto a la Tierra).

$\vec{r}_{BE}$ = la posición del automóvil B medida por E.

$\vec{r}_{AB}$ = la posición del automóvil A medida por un observador en el automóvil B.

De acuerdo con la notación anterior, la primera letra nos indica hacia dónde señala el vector y la segunda letra nos indica dónde inicia el vector. Los vectores posición de los automóviles A y B respecto a E, $\vec{r}_{AE}$ y $\vec{r}_{BE}$ se dan en la figura. ¿Cómo encontramos $\vec{r}_{AB}$, la posición del automóvil A según su medición por un observador en el automóvil B? Simplemente trazamos una flecha apuntando del automóvil B al A, lo que se puede obtener restando $\vec{r}_{BE}$ de $\vec{r}_{AE}$:

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AE} - \vec{r}_{BE} \qquad [3.15]$$

Ahora, la razón de cambio de estas cantidades con el tiempo nos da la relación entre las velocidades asociadas:

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AE} - \vec{v}_{BE} \qquad [3.16]$$

El sistema de coordenadas del observador E no necesita estar fijo a la Tierra, si bien con frecuencia lo está. Observe con atención el patrón de los subíndices; en lugar de memorizar la ecuación 3.16, es mejor estudiar la deducción breve basada en la figura 3.23. También observe que la ecuación no funciona para los observadores que viajen a una fracción considerable de la rapidez de la luz, cuando entra en acción la teoría especial de la relatividad de Einstein.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Velocidad relativa

1. **Identifique** cada objeto involucrado (por lo general son tres) con una letra que le recuerde qué es (por ejemplo, T para la Tierra).
2. **Analice** el problema para ver si hay frases como "La velocidad de A respecto a B" y escriba las velocidades como $\vec{v}_{AB}$. Cuando se menciona una velocidad pero no se enuncia de manera explícita respecto a algo, casi siempre es respecto a la Tierra.
3. **Tome** las tres velocidades que haya encontrado e intégrelas en una ecuación como la 3.16, con subíndices en un orden análogo.
4. **Habrá** dos componentes desconocidas. Resuélvalas con las componentes *x* y *y* de la ecuación desarrollada en el paso 3.

EJEMPLO 3.10 Práctica de lanzamiento en el tren

OBJETIVO Resolver un problema de velocidad relativa unidimensional.

PROBLEMA Un tren viaja con una rapidez de 15 m/s respecto a la Tierra. Un pasajero de pie en la parte posterior del tren lanza una pelota de béisbol con una rapidez de 15 m/s respecto al tren desde la parte posterior, en la dirección opuesta al movimiento del tren. **a)** ¿Cuál es la velocidad de la pelota respecto a la Tierra? **b)** ¿Cuál es la velocidad de la pelota respecto a la Tierra si se lanza en la dirección opuesta con la misma rapidez?

ESTRATEGIA La solución de estos problemas comprende poner los subíndices apropiados en las velocidades y ordenarlas como en la ecuación 3.16. En la primera oración del enunciado del problema, se informa que el tren viaja a "15 m/s respecto a la Tierra". Esta cantidad es $\vec{v}_{TTi}$ con T para tren y Ti para Tierra. El pasajero lanza la pelota a "15 m/s respecto al tren"; por lo tanto, esta cantidad es $\vec{v}_{PT}$, donde P representa pelota. La segunda frase pide la velocidad de la pelota respecto a la Tierra, $\vec{v}_{PT}$. El resto del problema se puede resolver identificando las componentes correctas de las cantidades desconocidas y resolver para las incógnitas, utilizando un análogo de la ecuación 3.16. El inciso b) solo requiere un cambio de signo.

SOLUCIÓN

a) ¿Cuál es la velocidad de la pelota respecto a la Tierra?

Escriba las componentes x de las cantidades desconocidas:

$$(\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{TTi}})_x = +15\ \mathrm{m/s}$$
$$(\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{PT}})_x = -15\ \mathrm{m/s}$$

Siga la ecuación 3.16:

$$\mathbf{1)}\quad (\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{PT}})_x = (\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{PTi}})_x - (\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{TTi}})_x$$

Inserte los valores dados y calcule:

$$-15\ \mathrm{m/s} = (\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{PTi}})_x - 15\ \mathrm{m/s}$$
$$(\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{PTi}})_x = 0$$

b) ¿Cuál es la velocidad de la pelota respecto a la Tierra si se lanza en la dirección opuesta con la misma rapidez?

Sustituya $(\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{PTi}})_x = +15\ \mathrm{m/s}$ en la ecuación (1):

$$+15\ \mathrm{m/s} = (\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{PTi}})_x - 15\ \mathrm{m/s}$$

Despeje $(\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{PTi}})_x$:

$$(\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{PTi}})_x = +3.0 \times 10^1\ \mathrm{m/s}$$

PREGUNTA 3.10 Describa el movimiento de la pelota en el inciso a) según su descripción por un observador en el suelo.

EJERCICIO 3.10 Un tren viaja a 27 m/s respecto a la Tierra en la dirección x positiva. Un pasajero de pie en el suelo lanza una pelota a 15 m/s respecto la Tierra en la misma dirección que el movimiento del tren. **a)** Encuentre la rapidez de la pelota respecto a un observador en el tren. **b)** Repita el ejercicio si la pelota se lanza en la dirección opuesta.

RESPUESTAS a) −12 m/s; b) −42 m/s

EJEMPLO 3.11 Cruce de un río

OBJETIVO Resolver un problema simple de movimiento relativo bidimensional.

PROBLEMA El bote en la figura 3.24 navega hacia el norte cuando cruza un río ancho con una velocidad de 10.0 km/h respecto al agua. El río tiene una velocidad uniforme de 5.00 km/h al este. Determine la magnitud y dirección de la velocidad del bote respecto a un observador en la ribera del río.

ESTRATEGIA Una vez más, buscamos frases clave. "El bote . . . (tiene) una velocidad de 10.0 km/h respecto al agua" nos da $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BR}}$. "El río tiene una velocidad uniforme de 5.00 km/h al este" da $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{RE}}$, dado que esto implica velocidad respecto a la Tierra. El observador en la ribera del río está en un marco de referencia en reposo respecto a la Tierra. Dado que buscamos la velocidad del bote respecto a ese observador, la última velocidad está designada $\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BTi}}$. Tome el este como la dirección $x+$ y el norte como la dirección $y+$.

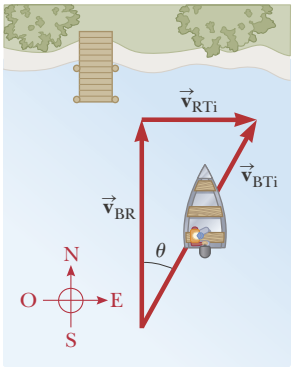


Figura 3.24 (Ejemplo 3.10)

SOLUCIÓN

Acomode las tres cantidades en la ecuación apropiada de la velocidad relativa:

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BR}} = \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BTi}} - \vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{RTi}}$$

Escriba los vectores velocidad en términos de sus componentes. Por conveniencia estos se organizan en la tabla siguiente:

Vector	Componente x (km/h)	Componente y (km/h)
$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BR}}$	0	10.0
$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{BTi}}$	v_x	v_y
$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{RTi}}$	5.00	0

Encuentre la componente x de la velocidad:

$$0 = v_x - 5.00\ \mathrm{km/h} \rightarrow v_x = 5.00\ \mathrm{km/h}$$

Encuentre la componente y de la velocidad:

$$10.0\ \mathrm{km/h} = v_y - 0 \rightarrow v_y = 10.0\ \mathrm{km/h}$$

(*Continúa*)

Encuentre la magnitud de $\vec{\mathbf{v}}_{BTi}$:

$$v_{BTi} = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}}$$
$$= \sqrt{(5.00\ \text{km/h})^2 + (10.0\ \text{km/h})^2} = 11.2\ \text{km/h}$$

Encuentre la dirección de $\vec{\mathbf{v}}_{BTi}$:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_x}{v_y}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.00\ \text{m/s}}{10.0\ \text{m/s}}\right) = 26.6°$$

COMENTARIOS El bote navega con una rapidez de 11.2 km/h en la dirección de 26.6° al noreste respecto a la Tierra.

PREGUNTA 3.11 Si la velocidad del bote respecto al agua se incrementa, ¿qué le pasa al ángulo?

EJERCICIO 3.11 Suponga que el río fluye al este a 3.00 km/h y que el bote navega al sur a 4.00 m/s respecto al río. Encuentre la rapidez y dirección del bote respecto a la Tierra.

RESPUESTA 5.00 m/s, 53.1° al sureste

EJEMPLO 3.12 Contra la corriente

OBJETIVO Resolver un problema de movimiento relativo bidimensional.

PROBLEMA Si el capitán del bote del ejemplo 3.11 se mueve con la misma rapidez de 10.0 km/h respecto al agua, pero ahora quiere navegar hacia el norte, como en la figura 3.25a, ¿en qué dirección debe dirigirse? ¿Cuál es la rapidez del bote, de acuerdo con un observador en la ribera? El río fluye hacia el este a 5.00 km/h.

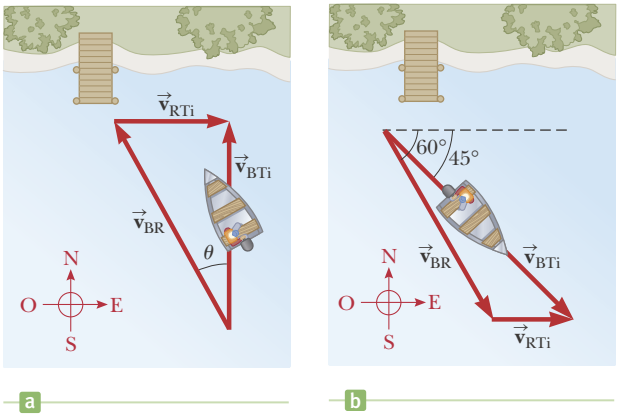


Figura 3.25
a) (Ejemplo 3.12)
b) (Ejercicio 3.12)

ESTRATEGIA Proceda como en el ejemplo anterior. En esta situación, primero debemos encontrar el rumbo del bote y su velocidad respecto al agua, empleando el hecho de que el bote navega al norte.

SOLUCIÓN

Acomode las tres cantidades como se hizo antes:

$$\vec{\mathbf{v}}_{BR} = \vec{\mathbf{v}}_{BTi} - \vec{\mathbf{v}}_{RTi}$$

Organice una tabla de las componentes de la velocidad:

Vector	Componente x (km/h)	Componente y (km/h)
$\vec{\mathbf{v}}_{BR}$	$-(10.0\ \text{km/h})\ \text{sen}\ \theta$	$(10.0\ \text{km/h})\ \cos\theta$
$\vec{\mathbf{v}}_{BTi}$	0	v
$\vec{\mathbf{v}}_{RTi}$	5.00 km/h	0

La componente x de la ecuación de la velocidad relativa se puede usar para encontrar θ:

$$-(10.0\ \text{m/s})\ \text{sen}\ \theta = 0 - 5.00\ \text{km/h}$$
$$\text{sen}\ \theta = \frac{5.00\ \text{km/h}}{10.0\ \text{km/h}} = \frac{1.00}{2.00}$$

Aplique la función seno inverso y encuentre θ, que es el rumbo del bote, al noroeste:

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1.00}{2.00}\right) = 30.0°$$

La componente y de la ecuación de la velocidad relativa se puede emplear para encontrar v:

$$(10.0\ \text{km/h})\cos\theta = v \quad \rightarrow \quad v = 8.66\ \text{km/h}$$

COMENTARIOS De la figura 3.25, se observa que este problema se puede resolver con el teorema pitagórico, ya que comprende un triángulo rectángulo: la componente x de la velocidad del bote elimina exactamente la velocidad del río. Cuando este no sea el caso, es necesaria una técnica más general, como se muestra en el ejercicio siguiente. Observe que en la componente x de la ecuación de la velocidad relativa se tuvo que incluir un signo menos en el término $-(10.0\ \text{km/h})\ \text{sen}\ \theta$ ya que la componente x de la velocidad del bote respecto al río es negativa.

PREGUNTA 3.12 Las rapideces en este ejemplo son las mismas que en el ejemplo 3.11. ¿Por qué el ángulo no es el mismo que antes?

EJERCICIO 3.12 Suponga que el río se mueve al este a 5.00 km/h y que el bote navega a 45.0° al sureste respecto a la Tierra. Encuentre a) la rapidez del bote respecto a la Tierra y b) la rapidez del bote respecto al río si el rumbo del bote en el agua es 60.0° al sureste. (Consulte la figura 3.25b.) Tendrá que resolver dos ecuaciones con dos incógnitas. (Como alternativa se puede utilizar la ley de los senos.)

RESPUESTAS a) 16.7 km/h; b) 13.7 km/h

RESUMEN

3.1 Vectores y sus propiedades

Dos vectores $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se pueden sumar de manera algebraica con el **método del triángulo**. Los dos vectores se trazan a escala en papel milimétrico, con la cola del segundo vector ubicada en la punta el primero. El vector **resultante** es el que se traza desde la cola del primer vector hasta la punta del segundo.

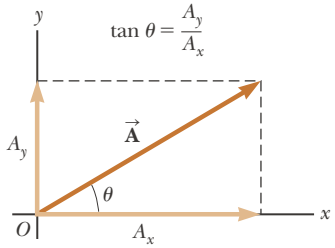
El negativo de un vector $\vec{\mathbf{A}}$ es un vector con la misma magnitud que $\vec{\mathbf{A}}$, pero apuntando en la dirección opuesta. Un vector se puede multiplicar por un escalar, cambiando su magnitud y su dirección si el escalar es negativo.

3.2 Componentes de un vector

Un vector $\vec{\mathbf{A}}$ se puede dividir en dos componentes, una que señale hacia la dirección x y la otra hacia la dirección y. Estas componentes forman dos lados de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa tiene magnitud A y están dados por

$$A_x = A\cos\theta \qquad [3.2a]$$

$$A_y = A\,\text{sen}\,\theta \qquad [3.2b]$$



Un vector se puede escribir en términos de componentes en las direcciones x y y.

La magnitud y la dirección de $\vec{\mathbf{A}}$ están relacionadas con sus componentes mediante el teorema pitagórico y la definición de la tangente:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad [3.3]$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \qquad [3.4]$$

En la ecuación (3.4), $\theta = \tan^{-1}(A_y/A_x)$ se proporciona el ángulo correcto del vector solo para los vectores con $-90° < \theta < 90°$. Si el vector tiene una componente x negativa, se debe sumar 180° a la respuesta en la pantalla de la calculadora.

Si $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$, entonces las componentes del vector resultante $\vec{\mathbf{R}}$ son

$$R_x = A_x + B_x \qquad [3.5a]$$

$$R_y = A_y + B_y \qquad [3.5b]$$

3.3 Desplazamiento, velocidad y aceleración en dos dimensiones

El desplazamiento de un objeto en dos dimensiones se define como el cambio en el vector posición del objeto:

$$\Delta\vec{\mathbf{r}} \equiv \vec{\mathbf{r}}_f - \vec{\mathbf{r}}_i \qquad [3.6]$$

La velocidad promedio de un objeto durante el intervalo de tiempo Δt es

$$\vec{\mathbf{v}}_{\text{prom}} \equiv \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} \qquad [3.7]$$

Tomar el límite de esta expresión cuando Δt se hace arbitrariamente pequeña nos da la velocidad instantánea $\vec{\mathbf{v}}$:

$$\vec{\mathbf{v}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} \qquad [3.8]$$

La dirección del vector velocidad instantánea se presenta a lo largo de la recta que es tangente a la trayectoria del objeto y en la dirección de su movimiento.

La aceleración promedio de un objeto con una velocidad que cambia en $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ en el intervalo de tiempo Δt es

$$\vec{\mathbf{a}}_{\text{prom}} \equiv \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} \qquad [3.9]$$

Tomar el límite de esta expresión cuando Δt se vuelve arbitrariamente pequeña nos da el vector aceleración instantánea $\vec{\mathbf{a}}$:

$$\vec{\mathbf{a}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} \qquad [3.10]$$

3.4 Movimiento en dos dimensiones

Las ecuaciones cinemáticas generales en dos dimensiones para los objetos con aceleración constante son, para la dirección x,

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad [3.11a]$$

$$\Delta x = v_{0x} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \qquad [3.11b]$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta x \qquad [3.11c]$$

donde $v_{0x} = v_0\cos\theta_0$, y, para la dirección y,

$$v_y = v_{0y} + a_y t \qquad [3.12a]$$

$$\Delta y = v_{0y} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2 \qquad [3.12b]$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y \Delta y \qquad [3.12c]$$

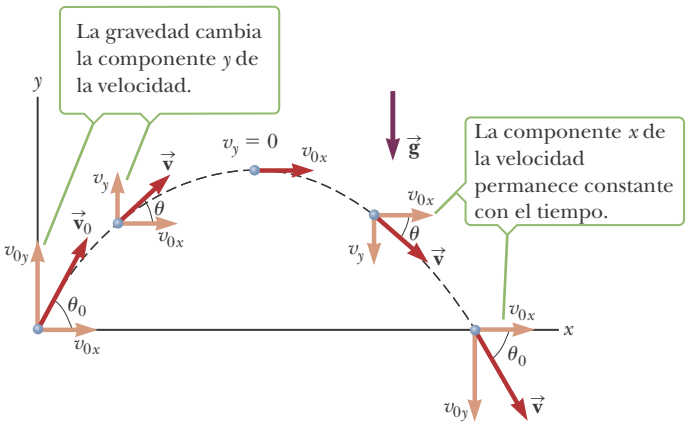
donde $v_{0y} = v_0\,\text{sen}\,\theta_0$. La rapidez v de un objeto en cualquier instante se puede calcular a partir de las componentes de la velocidad en ese instante utilizando el teorema pitagórico:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

El ángulo que el vector velocidad forma con el eje x está dado por

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

Los movimientos horizontal y vertical de un proyectil son completamente independientes entre sí.



La gravedad actúa en la componente y de la velocidad y no tiene efecto en la componente x, lo que ilustra la independencia del movimiento horizontal y vertical de un proyectil.

Las ecuaciones cinemáticas se adaptan y simplifican con facilidad para los proyectiles que se encuentran cerca de la superficie de la Tierra. Las ecuaciones para el movimiento en la dirección horizontal o dirección x son

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 = \text{constante} \qquad [3.13a]$$

$$\Delta x = v_{0x}t = (v_0 \cos\theta_0)t \qquad [3.13b]$$

en tanto que las ecuaciones para el movimiento en la dirección vertical o dirección y son

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt \qquad [3.14a]$$

$$\Delta y = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad [3.14b]$$

$$v_y^2 = (v_0 \operatorname{sen}\theta_0)^2 - 2g\Delta y \qquad [3.14c]$$

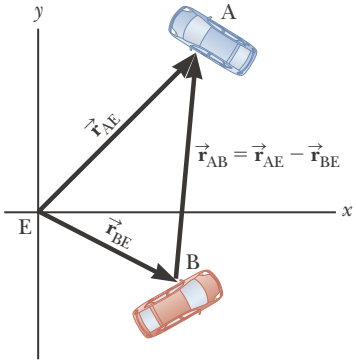
Los problemas se resuelven de manera algebraica utilizando una o más de estas ecuaciones, lo que con frecuencia reduce el sistema a dos ecuaciones con dos incógnitas.

3.5 Velocidad relativa

Sea E un observador y B un segundo observador que viajan con una velocidad $\vec{\mathbf{v}}_{BE}$ según observa E. Si E mide la velocidad de un objeto A como $\vec{\mathbf{v}}_{AE}$, entonces B medirá la velocidad de A como

$$\vec{\mathbf{v}}_{AB} = \vec{\mathbf{v}}_{AE} - \vec{\mathbf{v}}_{BE} \qquad [3.16]$$

La ecuación 3.16 se puede deducir a partir de la figura 3.21 dividiendo la ecuación de la posición relativa entre Δt y tomando el límite cuando Δt tiende a cero.



La razón de tiempo de cambio de la diferencia de los dos vectores posición $\vec{\mathbf{r}}_{AE}$ y $\vec{\mathbf{r}}_{BE}$ da la ecuación de la velocidad relativa, la 3.16.

La solución de problemas de velocidad relativa implica la identificación de las velocidades de manera apropiada y designarlas de forma correcta, hacer las sustituciones en la ecuación 3.16 y luego despejar las cantidades desconocidas.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en Enhanced WebAssign.

1. Un vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene componentes $A_x = -5.00$ m y $A_y = 9.00$ m. Encuentre a) la magnitud y b) la dirección del vector (consulte la sección 3.2).
2. Calcule las componentes a) x y b) y del vector con magnitud 24.0 m y dirección 56.0° (consulte la sección 3.2).
3. Encuentre las componentes a) x y b) y de $\vec{\mathbf{R}} = 2\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$ si $\vec{\mathbf{A}}$ tiene componentes $A_x = 15.0$ m y $A_y = 12.0$ m en tanto que $\vec{\mathbf{B}}$ tiene componentes $B_x = 24.0$ m y $B_y = 8.00$ m (consulte la sección 3.2).
4. Un excursionista camina de $(x_1, y_1) = (-4.00$ km, 3.00 km) a $(x_2, y_2) = (3.00$ km, 6.00 km)) a) ¿Cuál es la distancia que recorrió? b) El excursionista desea regresar a su punto de partida. ¿En qué dirección debe ir? (Consulte las secciones 3.2 y 3.3.)
5. Un excursionista camina 3.00 km al norte y luego 4.00 km al oeste, todo en una hora y 40 minutos. a) Calcule su rapidez promedio en km/h. b) Calcule la magnitud de su velocidad promedio (consulte la sección 3.2 y 3.3).
6. Un automóvil viaja al este a 25.0 m/s cuando gira al norte y acelera a 35.0 m/s, todo durante un tiempo de 6.00 s. Calcule la magnitud de la aceleración promedio del automóvil (consulte la sección 3.3).
7. Un esquiador sale del extremo de un trampolín de esquí horizontal a 22.0 m/s y cae una distancia vertical de 3.20 m antes de aterrizar. Ignorando la resistencia del aire, a) ¿cuánto tiempo le toma llegar el suelo? b) ¿Cuánto viaja horizontalmente el esquiador en el aire antes de aterrizar? (Consulte la sección 3.4.)

8. Una catapulta lanza una roca grande desde el nivel del suelo con una rapidez de 45.0 m/s a un ángulo de 55.0° con la horizontal. La roca llega al nivel del suelo un tiempo breve después. a) ¿Cuánto tiempo está en el aire? b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la roca? (Ignore la fricción del aire.) (Consulte la sección 3.4.)

9. Un barco de pasajeros zarpa al norte a 4.50 m/s y una patrulla de la guarda costera se dirige a 45.0° al noroeste a 5.20 m/s. ¿Cuáles son a) las componentes x y b) y del crucero relativas al barco patrulla? (Consulte la sección 3.5.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

WebAssign Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Si $\vec{\mathbf{B}}$ se suma a $\vec{\mathbf{A}}$, ¿en qué condiciones el vector resultante tiene una magnitud igual que $A + B$? ¿En qué condiciones es el vector resultante igual que cero?

2. ¿En qué circunstancias tendría un vector componentes que sean iguales en magnitud?

3. Conforme un proyectil se mueve en su trayectoria, ¿existe un punto a lo largo de la trayectoria donde los vectores velocidad y aceleración son a) perpendiculares entre sí? b) ¿Paralelos entre sí?

4. Construya diagramas de movimiento que muestren la velocidad y la aceleración de un proyectil en varios puntos a lo largo de su trayectoria, suponiendo que este a) se lanza de manera horizontal y b) se lanza con un ángulo θ con la horizontal.

5. Explique si las partículas siguientes tienen o no una aceleración: a) una partícula que se mueve en línea recta con rapidez constante y b) una partícula que se mueve alrededor de una curva con rapidez constante.

6. Una pelota se proyecta de manera horizontal desde el techo de un edificio. Un segundo después, otra pelota se proyecta de manera horizontal desde el mismo punto con la misma velocidad. a) ¿En qué punto en el movimiento estarán más cercanas las pelotas entre sí? b) ¿Siempre viajará más rápido la primera pelota que la segunda? c) ¿Cuál será la diferencia de tiempo entre ellas cuando golpeen el suelo? d) ¿Se puede cambiar la velocidad de proyección horizontal de la segunda pelota de manera que las pelotas lleguen al suelo al mismo tiempo?

7. Una nave espacial está a la deriva por el espacio a una velocidad constante. De repente una fuga de gas en un costado de la nave ocasiona que acelere de forma constante en una dirección perpendicular a la velocidad inicial. La orientación de la nave no cambia, por lo que la aceleración permanece perpendicular a la dirección original de la velocidad. ¿Cuál es la forma de la trayectoria seguida por la nave?

8. Determine cuáles de los objetos en movimiento siguientes obedecen las ecuaciones del movimiento de proyectiles desarrolladas en este capítulo. a) Una pelota que se lanza en una dirección arbitraria. b) Un avión a reacción que cruza el cielo con sus motores empujando el plano hacia adelante. c) Un cohete que despega de la plataforma de lanzamiento. d) Un cohete que se mueve por el cielo después de que sus motores han fallado. e) Una piedra que se lanza bajo el agua.

9. Dos proyectiles se lanzan con la misma rapidez inicial, uno a un ángulo θ respecto al nivel del suelo y el otro a un ángulo de $90° - \theta$. Los dos proyectiles chocan contra el suelo a la misma distancia desde el punto de proyección. ¿Duran el mismo tiempo en el aire ambos proyectiles?

10. Una pelota es lanzada hacia arriba en el aire por un pasajero que viaja en un tren que se mueve con velocidad constante. a) Describa la trayectoria de la pelota según la observa el pasajero. Describa la trayectoria según la percibe un observador estacionario fuera del tren. b) ¿Cómo cambiarían estas observaciones si el tren acelerara por la vía?

11. Un proyectil se lanza con cierto ángulo respecto a la horizontal con cierta velocidad inicial v_i y la resistencia del aire es despreciable. a) ¿El proyectil es un cuerpo en caída libre? b) ¿Cuál es su aceleración en la dirección vertical? c) ¿Cuál es su aceleración en la dirección horizontal?

12. Una pelota de béisbol se lanza desde el jardín hacia el catcher. Cuando la pelota llega a su punto más alto, ¿cuáles afirmaciones son ciertas? a) Su velocidad y su aceleración son cero. b) Su velocidad no es cero, pero su aceleración es cero. c) Su velocidad es perpendicular a su aceleración d) Su aceleración depende del ángulo con el que se lanzó. e) Ninguna afirmación de a) a d) es cierta.

13. Un estudiante lanza una pelota pesada de color rojo en sentido horizontal desde el balcón de un edificio alto con una velocidad inicial v_0. Al mismo tiempo un segundo estudiante deja caer una pelota más ligera de color azul desde el mismo balcón. Ignorando la resistencia del aire ¿qué afirmaciones son ciertas? a) La pelota color azul llega primero al suelo. b) Las pelotas llegan al suelo en el mismo instante. c) La pelota de color rojo llega al suelo primero. d) Las dos pelotas llegan al suelo con la misma velocidad. e) Ninguna afirmación de a) a d) es cierta.

14. Un automóvil que se mueve alrededor de una pista circular con rapidez constante a) tiene aceleración cero, b) tiene una componente de la aceleración en la dirección de su velocidad, c) tiene una aceleración dirigida en dirección contraria del centro de su trayectoria, d) tiene una aceleración dirigida hacia el centro de su trayectoria o e) tiene una aceleración con una dirección que no se puede determinar a partir de la información dada.

15. Cuando un manzano se transporta en un camión que se mueve a la derecha con una velocidad constante, una de sus manzanas cae por la vibración del camión hacia la plataforma del camión. De las curvas que se muestran en la figura PC3.15, i) ¿cuál describe mejor la trayectoria seguida por la manzana según la mira un observador estacionario en el suelo, que ve al camión moviéndose de su izquierda a su derecha? ii) ¿Cuál describe mejor la trayectoria según la ve un observador sentado en el camión?

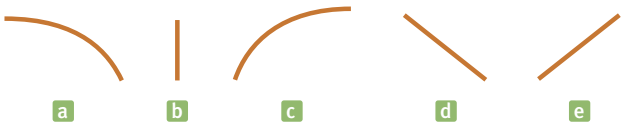


Figura PC3.15

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;

2. denota un problema intermedio;

3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos

GP denota problemas guiados

M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign

Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual

S denota un problema de razonamiento simbólico

W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

3.1 Vectores y sus propiedades

1. El vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene una magnitud de 29 unidades y apunta en la dirección y positiva. Cuando el vector $\vec{\mathbf{B}}$ se suma a $\vec{\mathbf{A}}$, el vector resultante $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ apunta en la dirección y negativa con una magnitud de 14 unidades. Encuentre la magnitud y dirección de $\vec{\mathbf{B}}$.

2. El vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene una magnitud de 8.00 unidades y forma un ángulo de 45.0° con el eje x positivo. El vector $\vec{\mathbf{B}}$ también tiene una magnitud de 8.00 unidades y está dirigido a lo largo del eje x negativo. Utilizando métodos gráficos, encuentre a) la suma vectorial $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ y b) la diferencia vectorial $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$.

3. El vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene una longitud de 3.00 unidades y apunta a lo largo del eje x positivo. El vector $\vec{\mathbf{B}}$ tiene una longitud de 4.00 unidades y apunta a lo largo del eje y negativo. Utilice métodos gráficos para encontrar la magnitud y dirección de los vectores a) $\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ y b) $\vec{\mathbf{A}} - \vec{\mathbf{B}}$.

4. Q|C Tres desplazamientos son $\vec{\mathbf{A}}$ = 200 m al sur, $\vec{\mathbf{B}}$ = 250 m al oeste y $\vec{\mathbf{C}}$ = 150 m a 30.0° al noreste. a) Construya un diagrama separado para cada una de las formas siguientes posibles de sumar estos vectores: $\vec{\mathbf{R}}_1 = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}$; $\vec{\mathbf{R}}_2 = \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}} + \vec{\mathbf{A}}$; $\vec{\mathbf{R}}_3 = \vec{\mathbf{C}} + \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}}$. b) Explique qué puede concluir al comparar los diagramas.

5. Un carro de una montaña rusa se mueve 200 pies de manera horizontal y luego sube 135 pies a un ángulo de 30.0° por encima de la horizontal. Luego, viaja 135 pies con un ángulo de 40.0° debajo de la horizontal. Utilice técnicas gráficas para encontrar el desplazamiento del carro desde su punto de partida hasta el final de su movimiento.

6. Q|C Un avión vuela 200 km al oeste desde la ciudad A hasta la ciudad B y luego 300 km en dirección 30.0° al noroeste de la ciudad B a la ciudad C. a) En una línea recta, ¿cuál es la distancia de la ciudad C a la A? b) Respecto a la ciudad A, ¿en qué dirección se encuentra la ciudad C? c) ¿Por qué la respuesta solo es aproximadamente correcta?

7. Un avión vuela desde el campamento base al lago A, una distancia de 280 km a una dirección de 20.0° al noreste. Después de dejar caer suministros, el avión vuela al lago B, que está a 190 km y 30.0° al noroeste del lago A. De manera gráfica determine la distancia y dirección del lago B hasta el campamento base.

8. Una fuerza $\vec{\mathbf{F}}_1$ de magnitud 6.00 unidades actúa sobre un objeto en el origen en una dirección θ = 30.0° arriba del eje x positivo (figura P3.8). Una segunda fuerza $\vec{\mathbf{F}}_2$ de magnitud 5.00 unidades actúa sobre el objeto en la dirección del eje y positivo. Encuentre de manera gráfica la magnitud y dirección de la fuerza resultante $\vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2$.

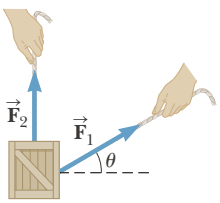


Figura P3.8

9. Una persona en un laberinto hace tres desplazamientos consecutivos. Su primer desplazamiento es 8.00 m al oeste y el segundo es 13.0 m al norte. Al final de su tercer desplazamiento regresa a donde inició. Utilice el método gráfico para determinar la magnitud y la dirección de su tercer desplazamiento.

3.2 Componentes de un vector

10. Una persona camina a 25.0° al noreste durante 3.10 km. ¿Qué tan lejos al norte y qué tan lejos al este tendría que caminar para llegar a la misma ubicación?

11. La magnitud del vector $\vec{\mathbf{A}}$ es 35.0 unidades y apunta en la dirección 325° en sentido contrario a las manecillas del reloj desde el eje x positivo. Calcule las componentes x y y de este vector.

12. Una patinadora artística se desliza a lo largo de una trayectoria circular de radio 5.00 m. Si ella planea alrededor de la mitad del círculo, encuentre a) la magnitud del vector desplazamiento y b) ¿qué distancia patinó? c) ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento si patina por completo alrededor del círculo?

13. Una niña que entrega periódicos cubre su ruta viajando 3.00 cuadras al oeste, 4.00 cuadras al norte y luego 6.00 cuadras al este. a) ¿Cuál es su desplazamiento resultante? b) ¿Cuál es la distancia total que recorre?

14. Q|C Un excursionista parte de su campamento y se mueve las distancias siguientes mientras explora sus alrededores: 75.0 m al norte, 2.50×10^2 m hacia el este, 125 m en un ángulo de 30.0° al noreste, y 1.50×10^2 al sur. a) Encuentre su desplazamiento resultante desde su campamento (tome el este como la dirección x positiva y el norte como la dirección y positiva). b) ¿Modificarían los cambios en el orden en que el excursionista hace los desplazamientos dados su posición final? Explique.

15. Un vector tiene una componente x de −25.0 unidades y una componente y de 40.0 unidades. Encuentre la magnitud y dirección del vector.

16. Un mariscal de campo toma el balón desde la línea de golpeo, corre hacia atrás durante 10.0 yardas, luego corre de lado paralelo a la línea de golpeo durante 15.0 yardas. En este punto, lanza un pase hacia adelante de 50.0 yardas directamente hacia el frente, perpendicular a la línea de golpeo. ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento resultante del balón?

17. M El ojo de un huracán pasa sobre la isla Gran Bahama en una dirección de 60.0° al noroeste con una rapidez de 41.0 km/h. Tres horas después el curso del huracán de repente se desplaza hacia el norte y su rapidez disminuye a 25.0 km/h. ¿Qué tan alejado de Gran Bahama está el huracán 4.50 h después de que pasa sobre la isla?

18. Un mapa sugiere que Atlanta está a 730 millas en una dirección de 5.00° al noreste de Dallas. El mismo mapa muestra que Chicago está a 560 millas en una dirección de 21.0° al noroeste de Atlanta. La figura P3.18 muestra la ubicación de estas tres ciudades. Modelando la Tierra como si fuera plana, utilice esta información para encontrar el desplazamiento de Dallas a Chicago.

Figura P3.18

19. Un avión regional despega de un aeropuerto y toma la ruta que se muestra en la figura P3.19. Primero vuela a la ciudad *A*, ubicada a 175 km en una dirección 30.0° al noreste. Luego, vuela durante 150 km 20.0° al noroeste, a la ciudad *B*. Finalmente, vuela 190 km hacia el oeste, a la ciudad *C*. Encuentre la ubicación de la ciudad C respecto a la ubicación del punto de partida.

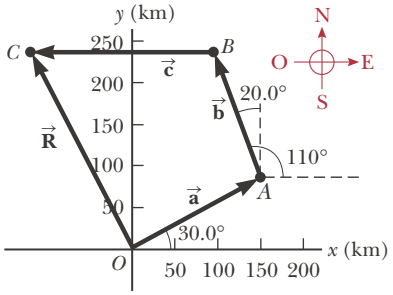


Figura P3.19

20. La vista desde un helicóptero en la figura P3.20 muestra dos personas jalando una mula terca. Encuentre a) la fuerza individual que es equivalente a las dos fuerzas que se muestran y b) la fuerza que una tercera persona tendría que ejercer sobre la mula para hacer la fuerza neta igual a cero. Las fuerzas están medidas en unidades de newtons (N).

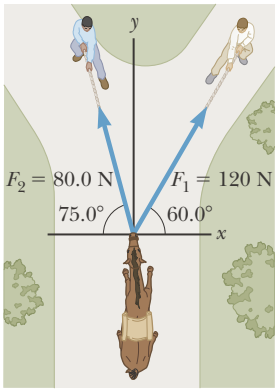


Figura P3.20

21. W Un golfista novato en el campo requiere tres golpes para meter la pelota. Los desplazamientos sucesivos de la pelota son 4.00 m al norte, 2.00 m al noreste y 1.00 m a 30.0° al suroeste (figura P3.21). Partiendo del mismo punto inicial, un golfista experto podría meter la pelota ¿en qué desplazamiento individual?

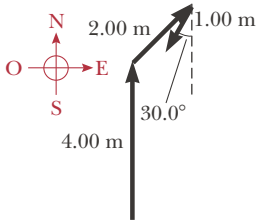


Figura P3.21

3.3 Desplazamiento, velocidad y aceleración en dos dimensiones

3.4 Movimiento en dos dimensiones

22. Uno de los lanzamientos más rápidos registrados en el béisbol de las grandes ligas, lanzado por Tim Lincecum en 2009, fue cronometrado en 101.0 mi/h (figura P3.22). Si un lanzamiento se hiciera de manera

horizontal con esta velocidad, ¿qué tan lejos caería la pelota verticalmente para el momento que llegue al plato de home, a 60.5 pies de distancia?

Michael Zagaris/Getty Images

Figura P3.22 Tim Lincecum lanzando una pelota.

23. GP Un estudiante se coloca en el borde de un acantilado y lanza una piedra de forma horizontal con una rapidez de 18.0 m/s. El acantilado está a 50.0 m arriba de una playa plana y horizontal, como se muestra en la figura P3.23. a) ¿Cuáles son las coordenadas de la posición inicial de la piedra? b) ¿Cuáles son las componentes de la velocidad inicial? c) Escriba las ecuaciones para las componentes x y y de la velocidad de la piedra con el tiempo, empleando las coordenadas en la figura P3.23. d) Escriba las ecuaciones para la posición de la piedra con el tiempo, empleando las coordenadas en la figura P3.23. e) ¿Cuánto tiempo después de ser lanzada la piedra golpea la playa abajo del acantilado? f) ¿Con qué rapidez y ángulo de impacto aterriza la piedra?

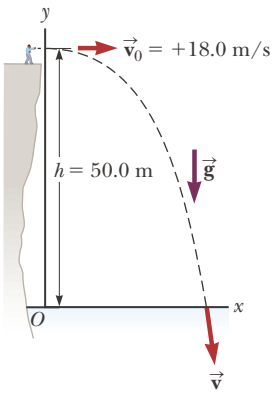


Figura P3.23

24. Q|C S Una roca se lanza hacia arriba desde el nivel del suelo de tal manera que la altura máxima de su vuelo es igual a su alcance horizontal R. a) ¿Con qué ángulo θ se lanzó la roca? b) En términos del alcance original R, ¿cuál es el alcance $R_{máx}$ que puede alcanzar la roca si se lanza a la misma rapidez, pero al ángulo óptimo para alcance máximo? c) ¿Sería diferente su respuesta al inciso a) si la roca se lanzara con la misma rapidez en un planeta diferente? Explique.

25. W El mejor saltador en el reino animal es el puma, ya que puede saltar hasta una altura de 3.7 m cuando deja el suelo a un ángulo de 45°. ¿Con qué rapidez debe dejar el animal el suelo para alcanzar esa altura?

26. Q|C La distancia record en el deporte de lanzar boñiga de vaca es 81.1 m. Este lanzamiento record lo estableció Steve Urner de Estados Unidos en 1981. Suponiendo que el ángulo del lanzamiento inicial fue de 45° e ignorando la resistencia del aire, determine a) la rapidez inicial del proyectil y b) el tiempo total que el proyectil estuvo en el aire. c) De forma cuantitativa, ¿cómo cambiarían las respuestas si el ángulo de lanzamiento fuera mayor que 45°? Explique.

27. M Un pateador debe patear un balón de un punto a 36.0 m (aproximadamente 40 yardas) de la meta. La mitad del público espera que el balón pase arriba del travesaño, que está a una altura de 3.05 m. Cuando se patea la pelota sale del suelo con una rapidez de 20.0 m/s a un ángulo de 53.0° respecto a la horizontal. a) ¿Por cuánto libra o le falta a la pelota para pasar el travesaño mientras aún sube o baja?

28. GP Desde la ventana de un edificio se lanza una pelota desde una altura y_0 arriba del suelo con una velocidad inicial de 8.00 m/s y a un ángulo de 20.0° debajo de la horizontal. La pelota golpea el suelo 3.00 s después. a) Si la base del edificio se toma como el origen de las coordenadas, con la dirección y positiva hacia arriba, ¿cuáles son las coordenadas iniciales del balón? b) Con la dirección x positiva elegida fuera de la ventana, encuentre las componentes x y y de la velocidad inicial. c) Encuentre las ecuaciones para las componentes x y y de la posición como funciones del tiempo. d) ¿Qué tan lejos horizontalmente desde la base del edificio el balón golpea el suelo? e) Encuentre la altura desde la cual el balón se lanzó. f) ¿Cuánto tiempo le toma al balón alcanzar un punto 10.0 m abajo del nivel de lanzamiento?

29. Se lanza un ladrillo hacia arriba desde la parte superior de un edificio a un ángulo de 25° respecto a la horizontal y con una rapidez inicial de 15 m/s. Si el ladrillo está en vuelo durante 3.0 s, ¿cuál es la altura del edificio?

30. Un proyectil de artillería se dispara con una velocidad inicial de 300 m/s a 55.0° arriba de la horizontal. Para evitar una avalancha explota sobre el costado de una montaña 42.0 s después del disparo. ¿Cuáles son las coordenadas x y y del proyectil donde explota relativas a su punto de disparo?

31. Un automóvil está estacionado sobre un acantilado que da al océano en una ladera que forma un ángulo de 24.0° debajo de la horizontal. El conductor negligente deja el automóvil en neutral y el freno de mano está defectuoso. El automóvil rueda del reposo por la ladera con una aceleración constante de 4.00 m/s^2 durante una distancia de 50.0 m hasta el borde del acantilado, el cual está a 30.0 m por encima del océano. Encuentre a) la posición del automóvil respecto a la base del acantilado cuando el automóvil termina en el océano y b) la cantidad del tiempo que el automóvil está en el aire.

32. W Un bombero alejado $d = 50.0$ m de un edificio en llamas dirige un chorro de agua desde una manguera contra incendios a nivel del suelo con un ángulo de $\theta_i = 30.0°$ arriba de la horizontal como se muestra en la figura P3.32. Si la rapidez del chorro cuando sale de la manguera es $v_i = 40.0$ m/s, ¿a qué altura golpeará el edificio?

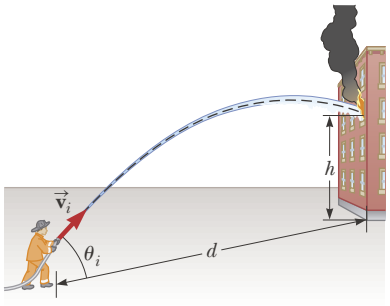


Figura P3.32

33. Un proyectil se lanza con una rapidez inicial de 60.0 m/s a un ángulo de 30.0° por encima de la horizontal. Aterriza sobre una colina 4.00 s después. Ignore la fricción del aire. a) ¿Cuál es la velocidad del proyectil en el punto más alto de su trayectoria? ¿Cuál es la distancia en línea recta desde donde el proyectil se lanzó hasta donde impacta en el blanco?

34. Un patio de juegos se encuentra en el techo plano de una escuela de una ciudad, 6.00 m arriba de la calle (figura P3.34). El muro vertical del edificio tiene una altura h =7.00 m, para formar una baranda de 1 m de altura alrededor del patio de juegos. Una pelota cae hacia la calle y un transeúnte la regresa lanzándola a un ángulo de $\theta = 53.0°$ arriba de la horizontal en un punto $d = 24.0$ m desde la base del muro del edificio. La pelota tarda 2.20 s para alcanzar un punto verticalmente arriba del muro. a) Encuentre la rapidez a la cual se lanzó la pelota. b) Encuentre la distancia vertical por la cual la pelota libra el muro. c) Determine la distancia horizontal desde el muro hasta el punto en el techo donde pega la pelota.

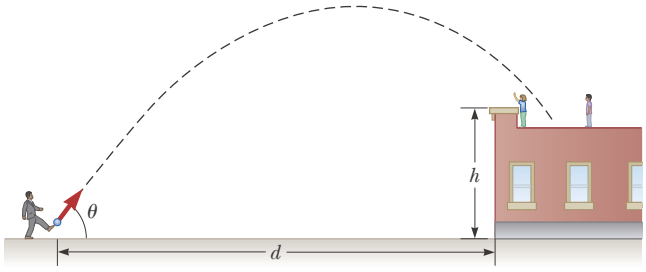


Figura P3.34

3.5 Velocidad relativa

35. GP Un avión a reacción de pasajeros inicialmente a 3.00×10^2 mi/h al este entra a una región donde el viento sopla a 1.00×10^2 mi/h en una dirección a 30.0° al noreste. a) Encuentre las componentes de la velocidad del avión a reacción de pasajeros relativas al aire, $\vec{\mathbf{v}}_{JA}$. b) Encuentre las componentes de la velocidad del aire respecto a la Tierra, $\vec{\mathbf{v}}_{AE}$. c) Escriba una ecuación análoga a la 3.16 para las velocidades $\vec{\mathbf{v}}_{JA}$, y $\vec{\mathbf{v}}_{JE}$. d) ¿Cuáles son la rapidez y la dirección del avión respecto al suelo?

36. M Un automóvil viaja al este con una rapidez de 50.0 km/h. Gotas de lluvia caen a una rapidez constante verticalmente respecto a la Tierra. Las huellas de la lluvia sobre las ventanas laterales del automóvil forman un ángulo de 60.0° con la vertical. Encuentre la velocidad de la lluvia respecto a a) el automóvil y b) la Tierra?

37. Q|C Un perno se suelta del techo de un vagón de un tren en movimiento que acelera hacia el norte a una razón de 2.50 m/s^2. a) ¿Cuál es la aceleración del perno respecto al vagón del tren? b) ¿Cuál es la aceleración del perno respecto a la Tierra? c) Describa la trayectoria del perno desde el punto de vista de un observador fijo en la Tierra.

38. Un bote guardacostas detecta un barco no identificado a una distancia de 20.0 km en la dirección de 15.0° al noreste. El barco viaja a 26.0 km/h en un curso de 40.0° al noreste. El guardacostas desea enviar una lancha rápida para interceptar e investigar el barco. a) Si la lancha rápida viaja a 50.0 km/h, ¿en qué dirección debe ir? Exprese la dirección como un rumbo respecto al norte. b) Encuentre el tiempo requerido para que el bote intercepte al barco.

39. Un aeroplano mantiene una rapidez de 630 km/h respecto al aire a través del cual vuela, cuando hace un viaje a una ciudad a 750 km al norte. a) ¿Qué intervalo de tiempo se requiere para el viaje si el avión vuela con un viento contrario que sopla a 35.0 km/h hacia el sur? ¿Qué intervalo de tiempo se requiere si hay un viento de cola con la misma rapidez? c) ¿Qué intervalo de tiempo se requiere si hay un viento cruzado soplando a 35.0 km/h al este respecto al suelo?

40. BIO Suponga que el salmón real necesita saltar una cascada que tiene una altura de 1.50 m. Si el pez inicia desde una distancia de 1.00 m de la base de la saliente sobre la cual fluye la cascada, a) encuentre las componentes x y y de la velocidad inicial que necesitaría el salmón para apenas alcanzar la saliente en la parte superior de su trayectoria. b) ¿Puede el pez hacer este salto? (Observe que un salmón real puede saltar fuera del agua con una rapidez inicial de 6.26 m/s).

41. Q|C Un río tiene una rapidez constante de 0.500 m/s. Un estudiante nada corriente arriba una distancia de 1.00 km y de regreso al punto de partida. a) Si el estudiante puede nadar con una rapidez de 1.20 m/s en aguas tranquilas, ¿cuánto tiempo dura el viaje? b) ¿Cuánto tiempo se requiere en aguas tranquilas para la misma longitud de nado? c) De forma intuitiva, ¿por qué tarda más el nado cuando hay una corriente?

42. Q|C S *Esta es una versión simbólica del problema 41.* Un río tiene una rapidez constante de v_s. Un estudiante nada corriente arriba una distancia d y de regreso al punto de partida. a) Si el estudiante puede nadar a una rapidez de v en aguas tranquilas, ¿cuánto tiempo t_{arriba} le toma nadar corriente arriba una distancia d? Exprese la respuesta en términos de d, v y v_s. b) Utilizando las mismas variables, ¿cuánto tiempo t_{abajo} le toma nadar de regreso corriente abajo hasta el punto de partida? c) Sume las respuestas encontradas en los

incisos a) y b), y demuestre que el tiempo t_a requerido para el nado completo se puede escribir como

$$t_a = \frac{2d/v}{1 - v_s^2/v^2}$$

d) ¿Cuánto tiempo t_b toma el nado en aguas tranquilas? e) ¿Cuál es mayor t_a o t_b? ¿Siempre es mayor?

43. Un bombardero vuela de manera horizontal sobre terreno a nivel a una rapidez de 275 km/h respecto al suelo y a una altitud de 3.00 km. a) El artillero libera una bomba. ¿Qué tan lejos viaja la bomba horizontalmente entre su liberación y su impacto sobre el suelo? Ignore los efectos de la resistencia del aire. b) Disparos de las personas en el suelo de repente incapacitan al artillero antes de que pueda decir "¡Fuera bombas!". En consecuencia, el piloto mantiene el rumbo, la altitud y la rapidez originales del avión en medio de una tormenta de fuego antiaéreo. ¿En dónde se encuentra el avión respecto al punto de impacto de la bomba cuando la bomba choca con el suelo? c) El avión tiene un visor de bombardeo telescópico calibrado de manera que la bomba da en el blanco visto en la mira en el momento de liberación. ¿A qué ángulo desde la vertical se calibró el visor de bombardeo?

Problemas adicionales

44. S Una banda peatonal motorizada en movimiento en un aeropuerto tiene una rapidez v_1 y una longitud L. Una mujer permanece sobre la banda cuando se mueve de un extremo al otro, en tanto que un hombre apurado para alcanzar su vuelo camina sobre la banda con una rapidez de v_2 respecto a la banda móvil. a) ¿Cuánto tiempo le toma a la mujer viajar la distancia L? b) ¿Cuánto tiempo le toma al hombre viajar esta distancia?

45. ¿Cuánto tiempo le toma a un automóvil que viaja en el carril izquierdo de una carretera a 60.0 km/h alcanzar (emparejarse) a otro automóvil que viaja en el carril derecho a 40.0 km/h cuando al inicio las defensas frontales de los automóviles están separadas 100 m?

46. Se puede emplear cualquier sistema de coordenadas que quiera para resolver un problema del movimiento de proyectiles. Para demostrar la veracidad de este enunciado, considere una pelota lanzada de la parte superior de un edificio con una velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ a un ángulo θ respecto a la horizontal. Sea la altura del edificio 50.0 m, la velocidad horizontal inicial 9.00 m/s y la velocidad vertical inicial 12.0 m/s. Elija sus coordenadas de modo tal que el eje y positivo sea hacia arriba, el eje x hacia la derecha y el origen esté en el punto donde se libera la pelota. a) Con estas elecciones, encuentre la altura máxima de la pelota por encima del suelo y el tiempo que le toma alcanzar la altura máxima. b) Repita sus cálculos eligiendo el origen en la base del edificio.

47. Q|C Un saltador nórdico hace un salto en esquí de una rampa a un ángulo de 10.0° debajo de la horizontal, viajando 108 m de manera horizontal y 55.0 m de manera vertical antes de aterrizar. a) Ignorando los efectos de la fricción y los aerodinámicos, calcule la rapidez necesaria por el esquiador al salir de la rampa. b) Los saltadores nórdicos olímpicos pueden hacer esos saltos con una rapidez de 23.0 m/s, lo que es considerablemente menor que la respuesta encontrada en el inciso a). Explique cómo es eso posible.

48. S En un restaurante local un cliente desliza por el mostrador una taza para café vacía para que la vuelvan a llenar. La taza cae y choca con el suelo a una distancia d de la base del mostrador. Si la altura del mostrador es h, a) encuentre una expresión para el tiempo t que le toma a la taza caer al piso en términos de las variables h y g. b) ¿Con qué rapidez sale la taza del mostrador? Responda en términos de las variables d, g y h. c) En los mismos términos, ¿cuál es la rapidez de la taza inmediatamente antes de que choque con el suelo? d) En términos de h y d, ¿cuál es la dirección de la velocidad de la taza inmediatamente antes de que choque con el suelo?

49. M Los pueblos A y B en la figura P3.49 están separados 80.0 km. Una pareja acuerda conducir desde el pueblo A y reunirse con una pareja que conduce desde el pueblo B en el lago, L. Las dos parejas salen simultáneamente y conducen durante 2.50 h en las direcciones que se muestran, el automóvil 1 tiene una rapidez de 90.0 km/h. Si los dos automóviles llegan al mimo tiempo al lago, ¿cuál es la rapidez del automóvil 2?

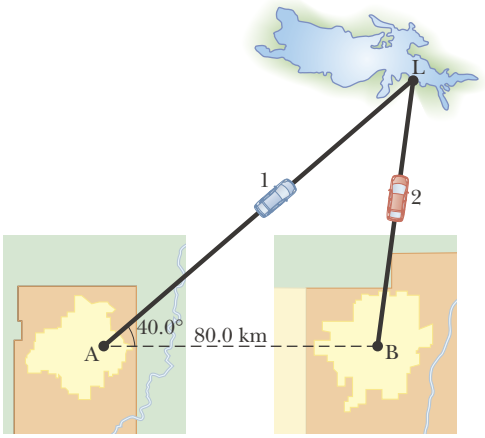


Figura P3.49

50. BIO Un salmón real tiene una rapidez bajo el agua de 3.58 km/h, pero puede saltar fuera del agua con una rapidez de 6.26 m/s. Para moverse corriente arriba y pasar una cascada, el salmón no tiene que saltar hasta la parte superior, sino solo hasta un punto en la cascada donde la rapidez del agua sea menor que 3.58 m/s, luego puede nadar hasta la cascada durante la distancia restante. Dado que el salmón debe progresar hacia adelante en el agua, suponga que puede nadar hasta la parte superior si la rapidez del agua es de 3.00 m/s. Si el agua tiene una rapidez de 1.50 m/s cuando pasa sobre una saliente, a) ¿qué tan lejos debajo de la saliente se moverá el agua con una rapidez de 3.00 m/s? (Observe que el agua experimenta un movimiento de proyectil una vez que deja la saliente). b) Si el salmón puede sal-

tar verticalmente hacia arriba desde la base de la cascada, ¿cuál es la altura máxima de la cascada que el salmón puede librar?

51. Un cohete se lanza a un ángulo de 53.0° arriba de la horizontal con una rapidez inicial de 100 m/s. El cohete se mueve durante 3.00 s a lo largo de su línea de movimiento inicial con una aceleración de 30.0 m/s^2. En este instante, sus motores fallan y el cohete procede a moverse como un proyectil. Encuentre a) la altitud máxima alcanzada por el cohete, b) su tiempo total de vuelo y c) su alcance horizontal.

52. W Dos remeros en canoas idénticas aplican el mismo esfuerzo remando y de aquí que mantienen la misma rapidez respecto al agua. Uno rema directamente corriente arriba (y se mueve corriente arriba), en tanto que el otro rema directamente corriente abajo. Con la corriente abajo como la dirección positiva, un observador en la orilla determina que las velocidades de las dos canoas son −1.2 m/s y +2.9 m/s, respectivamente. a) ¿Cuál es la rapidez del agua respecto a la orilla? b) ¿Cuál es la rapidez de cada canoa respecto al agua?

53. Si una persona puede saltar una distancia horizontal máxima (empleando un ángulo de proyección a 45°) de 3.0 m en la Tierra, ¿cuál sería su alcance máximo en la Luna, donde la aceleración en caída libre es $g/6$ y $g = 9.80$ m/s^2 b) Repita para Marte, donde la aceleración debida a la gravedad es 0.38 g.

54. Q|C Una camioneta de una granja se mueve al este con velocidad constante de 9.50 m/s sobre un tramo horizontal sin límite. Un niño de pie en la parte posterior de la camioneta lanza una lata de refresco hacia arriba (figura P3.54) y atrapa el proyectil en la misma ubicación en la plataforma de la camioneta, pero 16.0 m adelante del camino. a) En el marco de referencia de la camioneta, ¿a qué ángulo respecto a la vertical lanza la lata el niño? b) ¿Cuál es la rapidez inicial de la lata respecto a la camioneta? c) ¿Cuál es la forma de la trayectoria de la lata vista por el niño? Un sujeto en el suelo observa al niño lanzar la lata y atraparla. En este marco de referencia del observador, d) describa la forma de la trayectoria de la lata y e) determine la velocidad inicial de la lata.

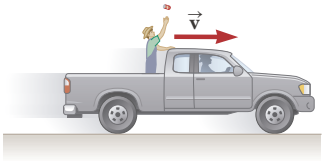


Figura P3.54

55. M Un jonrón se batea de tal forma que la pelota de béisbol apenas libra una pared de 21 m de altura, ubicada a 130 m del plato de home. La pelota se batea a un ángulo de 35° con la horizontal y la resistencia del aire es despreciable. Encuentre a) la rapidez inicial de la pelota, b) el tiempo que le toma a la pelota *a* llegar a la pared y c) las componentes de la velocidad y la rapidez de la pelota cuando llega a la pared (suponga que la pelota se batea a una altura de 1.0 m arriba del suelo).

56. Una pelota se lanza directamente hacia arriba y regresa a la mano del lanzador después de 3.00 s en el aire. Una segunda pelota lanzada a un ángulo de 30.0° con la horizontal alcanza la misma altura máxima que la primera pelota. a) ¿A qué rapidez se aventó la primera pelota? b) ¿Con qué rapidez se lanzó la segunda pelota?

57. Un mariscal de campo lanza un balón de fútbol americano hacia un receptor con una rapidez inicial de 20 m/s a un ángulo de 30° arriba de la horizontal. En ese instante el receptor está a 20 m del mariscal. En a) ¿qué dirección y b) con qué rapidez constante debe correr el receptor a fin de atrapar el balón al nivel que se lanzó?

58. Un jugador de básquetbol de 2.00 m de estatura se encuentra en la cancha a 10.0 m de la canasta, como en la figura P3.58. Si lanza el balón a un ángulo de 40.0° con la horizontal, ¿a qué rapidez inicial debe lanzar el balón de manera que pase por el aro sin rebotar del tablero? La altura de la canasta es 3.05 m.

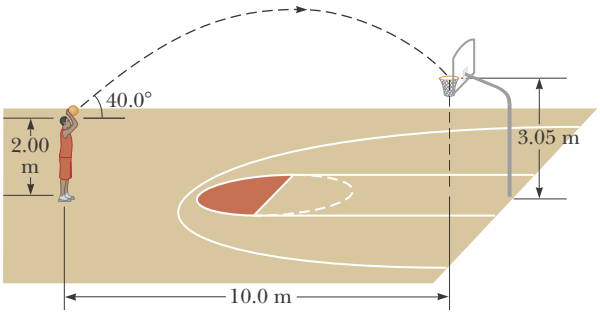


Figura P3.58

59. Q|C S En una demostración práctica muy popular, se dispara un proyectil a un blanco en caída como en la figura P3.59. El proyectil sale del rifle en el mismo instante que el blanco se deja caer del reposo. Suponiendo que el rifle inicialmente se apunta al blanco, demuestre que el proyectil dará en el blanco. (Una restricción de este experimento es que el proyectil debe alcanzar el blanco antes de que golpee el suelo.)

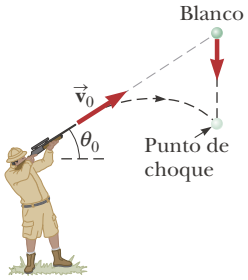


Figura P3.59

60. BIO La figura P3.60 ilustra la diferencia en las proporciones entre las anatomías de hombres (m) y mujeres (f). Los desplazamientos $\vec{\mathbf{d}}_{1m}$ y $\vec{\mathbf{d}}_{1f}$ desde la parte inferior de los pies hasta el ombligo tienen magnitudes de 104 cm y 84.0 cm, respectivamente. Los desplazamientos $\vec{\mathbf{d}}_{2m}$ y $\vec{\mathbf{d}}_{2f}$ tienen magnitudes de 50.0 cm y 43.0 cm, respectivamente. a) Encuentre la suma vectorial de los desplazamientos $\vec{\mathbf{d}}_{d1}$ y $\vec{\mathbf{d}}_{d2}$ en cada caso. b) La figura del hombre tiene una altura de 180 cm, la de la mujer 168 cm. Normalice los desplazamientos de cada figura

a una altura común de 200 cm y vuelva a formar las sumas vectoriales como en el inciso a). Luego encuentre la diferencia vectorial entre las dos sumas.

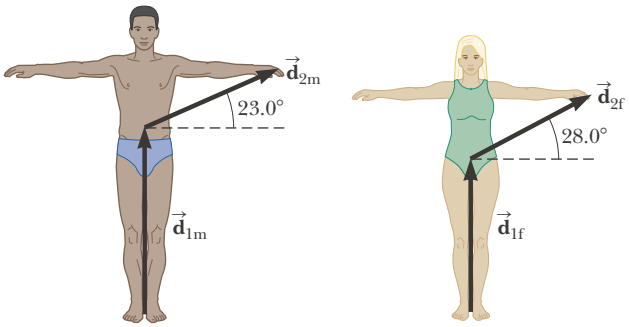


Figura P3.60

61. Q|C Al lanzar una pelota con un ángulo de 45°, una niña puede lanzarla una distancia horizontal máxima R en un campo a nivel. ¿Qué tan lejos puede lanzar la misma pelota verticalmente hacia arriba? Suponga que sus músculos proporcionan a la pelota la misma rapidez en cada caso. (¿Es válida esta suposición?)

62. S La ecuación de una parábola es $y = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c son constantes. Las coordenadas x y y de un proyectil lanzado desde el origen como función del tiempo están dadas por $x = v_{0x}t$ y $y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, donde v_{0x} y v_{0y} son las componentes de la velocidad inicial. a) Elimine t de estas dos ecuaciones y demuestre que la trayectoria de un proyectil es una parábola y que tiene la forma $y = ax + bx^2$. b) ¿Cuáles son los valores de a, b y c para el proyectil?

63. Un cazador desea cruzar un río que tiene un acho de 1.5 km y fluye con una rapidez de 5.0 km/h paralelo a sus riberas. El cazador utiliza un pequeño bote de motor que se mueve a una rapidez máxima de 12 km/h respecto al agua. ¿Cuál es el tiempo mínimo necesario para cruzar el río?

64. S Cuando los jardineros en el juego de béisbol lanzan la pelota, por lo general dejan que rebote una vez, con base en la teoría de que la pelota llega a su objetivo más rápido de esa manera. Suponga que, después de un rebote, la pelota rebota con el mismo ángulo θ que tenía cuando se liberó (como en la figura P3.64), pero pierde la mitad de su rapidez. a) Suponiendo que la pelota siempre se lanza con la misma rapidez inicial, ¿con qué ángulo θ se debe lanzar a fin de recorrer la misma distancia D con un rebote que una pelota lanzada hacia arriba a 45.0° sin rebote? b) Determine la razón de los tiempos para los lanzamientos con un rebote y sin rebote.

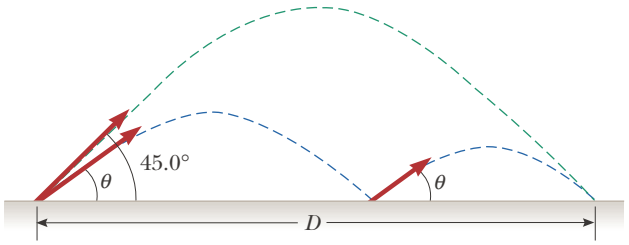


Figura P3.64

65. Un atrevido se dispara de un cañón a 45.0° con la horizontal con una rapidez inicial de 25.0 m/s. Una red se coloca a una distancia horizontal de 50.0 m del cañón. ¿A qué altura por encima del cañón se debe colocar la red para atrapar al atrevido?

66. BIO Un salmón real puede moverse corriente arriba más rápido saltando fuera del agua de manera periódica; este comportamiento se llama *cabeceo*. Suponga que un salmón salta fuera del agua con una rapidez de 6.26 m/s con un ángulo de 45°, vuela por el aire una distancia L, antes de regresar al agua y luego nada una distancia L bajo el agua con una rapidez de 3.58 m/s antes de iniciar otra maniobra de cabeceo. Determine la rapidez promedio del pez.

67. Q|C Un estudiante decide medir la velocidad de salida de un perdigón disparado de su rifle. Apunta el rifle horizontalmente. Coloca un blanco en una pared vertical a una distancia x del rifle. El perdigón da en el blanco a una distancia vertical y debajo del rifle. a) Demuestre que la posición del perdigón cuando viaja a través del aire está dada por $y = Ax^2$, donde A es una constante. b) Exprese la constante A en términos de la velocidad inicial (en la boca) y la aceleración en caída libre. c) Si $x = 3.00$ m y $y = 0.210$ m, ¿cuál es la rapidez inicial del perdigón?

68. Un bote de vela se dirige directamente al norte a una rapidez de 20 nudos (1 nudo = 0.514 m/s). El viento sopla hacia el este con una rapidez de 17 nudos. a) Determine la magnitud y dirección de la velocidad del viento si se mide en el bote. b) ¿Cuál es la componente de la velocidad del viento en la dirección paralela al movimiento del bote? (Consulte el problema 58 en el capítulo 4 para una explicación de cómo se puede mover un bote "contra el viento".)

69. Una pelota de golf con una rapidez inicial de 50.0 m/s aterriza exactamente a 240 m del lugar de despegue en un campo a nivel. a) Ignorando la fricción del aire, ¿cuáles *dos* ángulos de proyección lograrían este resultado? b) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la pelota, usando los dos ángulos determinados en el inciso a)?

70. Q|C Un arquitecto paisajista planea una cascada artificial en un parque de una ciudad. El agua que fluye a 0.750 m/s sale del extremo de un canal horizontal en la parte superior de una pared vertical con altura $h = 2.35$ m y cae hacia un estanque (figura P3.70). a) ¿Qué tan lejos de la pared caerá el agua? ¿Para vender su diseño al consejo de la ciudad, el arquitecto quiere construir un modelo a escala estándar, a un décimo del tamaño real. ¿Qué tan rápido debe fluir el agua en el canal del modelo?

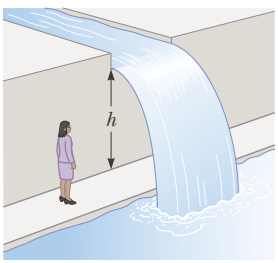


Figura P3.70

71. Una estrategia en una pelea con bolas de nieve es lanzar una bola con un ángulo alto sobre el nivel del

suelo. Luego, mientras su oponente observa esa bola de nieve, usted lanza una segunda bola a un ángulo bajo cronometrado para que llegue antes o al mismo tiempo que la primera. Suponga que las dos bolas de nieve se lanzan con una rapidez de 25.0 m/s. La primera se lanza con un ángulo de 70.0° respecto a la horizontal. a) ¿A qué ángulo se debe lanzar la segunda bola de nieve para que llegue al mismo punto que la primera? b) ¿Cuántos segundos después se debe lanzar la segunda bola de nieve después de la primera a fin de que las dos lleguen al mismo tiempo?

72. Una pistola de dardos se dispara mientras se sostiene horizontalmente a una altura de 1.00 m arriba del nivel del suelo al tiempo que se encuentra en reposo respecto al suelo. El dardo de la pistola viaja una distancia horizontal de 5.00 m. Un estudiante universitario sostiene la misma pistola en una posición horizontal mientras se desliza por una bajada a 45.0° a una rapidez constante de 2.00 m/s. ¿Qué tan lejos viajará el dardo si el estudiante dispara la pistola cuando se encuentra a 1.00 m de distancia del suelo?

73. El decidido coyote intenta una vez más capturar al elusivo correcaminos. El coyote lleva puesto un par nuevo de patines impulsados, que le proporcionan una aceleración constante horizontal de 15 m/s^2, como se muestra en la figura P3.73. El coyote parte del reposo a 70 m del borde de un precipicio en el instante que el correcaminos pasa a gran velocidad en la dirección del acantilado. a) Si el correcaminos se mueve con rapidez constante, encuentre la rapidez mínima que debe tener para llegar al acantilado antes que el coyote. b) Si el acantilado está a 100 m arriba de la base de un cañón, encuentre dónde cae el coyote en el cañón. (Suponga que sus patines aún funcionan cuando está en "vuelo" y que su componente horizontal de la aceleración permanece constante en 15 m/s^2).

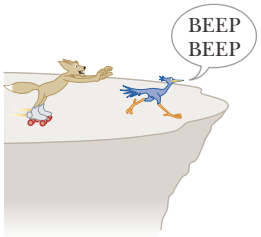


Figura P3.73

74. Una camioneta cargada con sandías de repente se detiene para evitar pasar sobre el borde de un puente destruido (figura P3.74). La parada rápida ocasiona que un número de sandías salga de la camioneta. Una sandía rueda sobre el borde con una rapidez inicial v_i = 10.0 m/s en la dirección horizontal. Una sección transversal del talud tiene la forma de una parábola con su vértice en el borde del camino y con la ecuación y^2 = (16.0 m) x, donde x y y están medidos en metros. ¿Cuáles son las coordenadas x y y de la sandía cuando se aplasta sobre el talud?

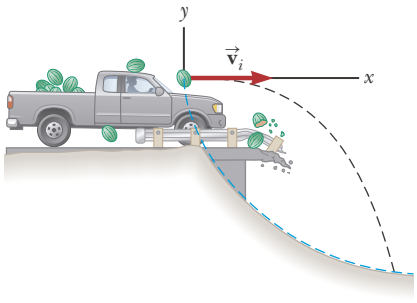


Figura P3.74 La curva discontinua color azul muestra la forma parabólica del talud.

Una escaladora depende de una variedad de fuerzas diferentes para superar la fuerza de la gravedad y llegar a la cima. Sus músculos ejercen fuerzas sobre las rocas y en su propio cuerpo, las fuerzas de fricción estática la ayudan a mantener su agarre y le permiten moverse. Las líneas de seguridad y las fuerzas de tensión que ejercen garantizan la seguridad contra una caída. La escaladora ilustra la tercera ley del movimiento de manera continua: al ejercer una fuerza hacia abajo sobre la roca, la roca ejerce una fuerza igual y opuesta sobre ella, impulsándola por el acantilado escarpado.

Greg Epperson/Shutterstock.com

4 Las leyes del movimiento

4.1 Fuerzas

4.2 Primera ley de Newton

4.3 Segunda ley de Newton

4.4 Tercera ley de Newton

4.5 Aplicaciones de las leyes de Newton

4.6 Fuerzas de fricción

La mecánica clásica describe la relación entre el movimiento de los objetos que encontramos en nuestro mundo cotidiano y las fuerzas que actúan sobre ellos. Siempre que el sistema en estudio no involucre objetos comparables en tamaño a un átomo o que viajen cerca de la rapidez de la luz, la mecánica clásica proporciona una descripción excelente de la naturaleza.

Este capítulo presenta las tres leyes del movimiento de Newton y su ley de la gravedad. Las tres leyes son simples y razonables. La primera establece que debe aplicarse una fuerza a un objeto a fin de cambiar su velocidad. Cambiar la velocidad de un objeto significa acelerarlo, lo que implica una relación entre fuerza y aceleración. Esta relación, la segunda ley, establece que la fuerza neta sobre un objeto es igual a la masa del objeto por su aceleración. Por último, la tercera ley dice que cuando se empuja algo, se tiene una reacción cuya fuerza es igual en la dirección opuesta. Estas son las tres leyes en forma resumida.

Las tres leyes de Newton, junto con su invención del cálculo, abrieron grandes vías de investigación y descubrimiento que se utilizan de forma rutinaria en la actualidad en casi todas las áreas de las matemáticas, la ciencia, la ingeniería y la tecnología. La teoría de la gravitación universal de Newton tuvo un impacto similar, iniciando una revolución en la mecánica celeste y en la astronomía que continúa hasta el presente. Con el advenimiento de esta teoría, las órbitas de los planetas se podían calcular con alta precisión y comprender las mareas. La teoría incluso condujo a la predicción de las "estrellas oscuras", ahora llamadas agujeros negros, más de dos siglos antes de que se observara alguna evidencia de su existencia.[1] Las tres leyes del movimiento de Newton, junto con su ley de la gravitación, se consideran entre los logros más grandes de la mente humana.

[1]En 1783, John Michell combinó la teoría de la luz y la teoría de la gravitación de Newton, prediciendo la existencia de "estrellas oscuras" de las cuales ni la luz podía escapar.

4.1 Fuerzas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir la diferencia entre fuerzas de contacto y fuerzas de campo.
2. Identificar las cuatro fuerzas de campo y describir sus funciones en las interacciones de la materia.

Juergen Hasenkopf/Alamy

Figura 4.1 Una jugadora de tenis aplica con su raqueta una fuerza de contacto a la pelota, acelerándola y dirigiéndola hacia la cancha abierta.

Por lo general una **fuerza** se concibe como empujar o jalar un objeto, tal vez rápido, como cuando se golpea una pelota de tenis con una raqueta (como en la figura 4.1). Podemos golpear la pelota con rapideces diferentes y dirigirla hacia zonas distintas de la cancha del oponente. Eso significa que podemos controlar la magnitud de la fuerza aplicada y también su dirección; por lo tanto, la fuerza es una cantidad vectorial, al igual que la velocidad y la aceleración.

Si usted jala un resorte (figura 4.2a), este se estira. Si jala lo suficiente un carrito (figura 4.2b), este se mueve. Cuando patea un balón de fútbol americano (figura 4.2c), este se deforma un poco y se pone en movimiento. Todos son ejemplos de **fuerzas de contacto**, y se llaman así ya que resultan del contacto físico entre dos objetos.

Otra clase de fuerzas no implica ningún contacto físico directo. Los primeros científicos, entre ellos Newton, recelaban del concepto de fuerzas que actúan entre dos objetos desconectados. No obstante, Newton utilizó este concepto de "acción a distancia" en su ley de la gravedad, donde una masa en una ubicación, como el Sol, afecta el movimiento de un objeto distante como la Tierra a pesar de no haber una conexión física evidente entre ambos. Para superar la dificultad conceptual asociada con una acción a una distancia, Michael Faraday (1791-1867) presentó el concepto de *campo*. Las fuerzas correspondientes de denominan **fuerzas de campo**. De acuerdo con este enfoque, un objeto de masa M, como el Sol, tiene una influencia invisible que se expande por el espacio. Un segundo objeto de masa m, como la Tierra, interactúa con el *campo* del Sol, no directamente con el Sol en sí. Por lo tanto, la fuerza de atracción gravitacional entre dos objetos, ilustrada en la figura 4.2d, es un ejemplo de una fuerza de campo. La fuerza de la gravedad mantiene los objetos unidos a la Tierra y también da origen a lo que denominamos el *peso* de estos objetos.

Otro ejemplo común de una fuerza de campo es la fuerza que una carga eléctrica ejerce sobre otra (figura 4.2e). Un tercer ejemplo es la fuerza ejercida por un imán de barra sobre una pieza de hierro (figura 4.2f).

Todas las fuerzas fundamentales conocidas en la naturaleza son fuerzas de campo. Estas son, en orden decreciente, 1) la fuerza nuclear fuerte entre las partículas subatómicas, 2) las fuerzas electromagnéticas entre cargas eléctricas, 3) la fuerza nuclear débil que se origina en ciertos procesos de desintegración radioactiva y 4) la fuerza gravitacional entre los objetos. La fuerza fuerte evita que el núcleo de un átomo se separe debido a la fuerza eléctrica repulsiva de los protones. La fuerza débil interviene en la mayoría de los procesos radioactivos y tiene una función importante en las reacciones nucleares que generan la salida de energía del Sol. Las fuerzas fuer-

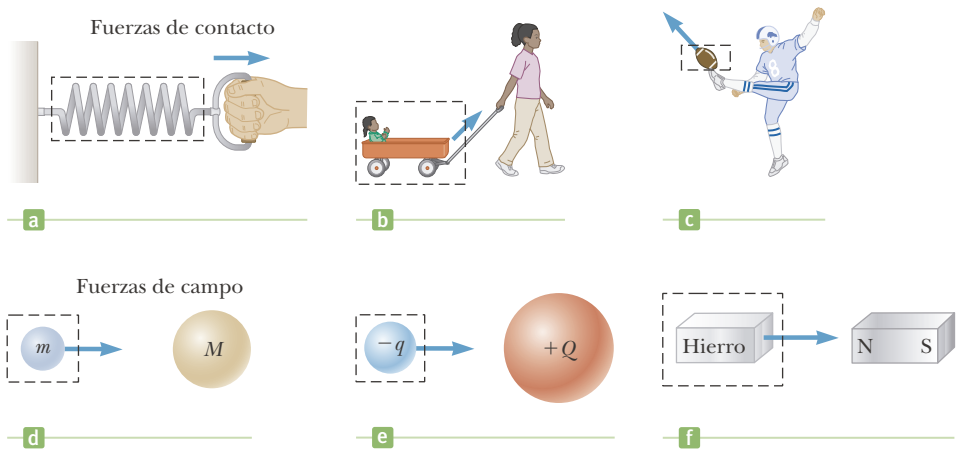


Figura 4.2 Ejemplos de fuerzas aplicadas a varios objetos. En cada caso, una fuerza actúa sobre el objeto rodeado por las líneas discontinuas. Algo en el entorno externo al área delimitada ejerce la fuerza.

tes y débiles operan solo en la escala nuclear, con un alcance muy corto del orden de 10^{-15} m. Fuera de este alcance no tienen influencia. Sin embargo, la física clásica solo trata con fuerzas gravitacionales y electromagnéticas, las cuales tienen un alcance infinito.

Las fuerzas ejercidas sobre un objeto pueden cambiar la forma de este último. Por ejemplo, al golpear una pelota de tenis con una raqueta, como en la figura 4.1, la pelota se deforma hasta cierto punto. Incluso los objetos que por lo general consideramos rígidos e inflexibles se deforman ante la acción de fuerzas externas. Con frecuencia las deformaciones son permanentes, como en el caso de una colisión entre automóviles.

4.2 Primera ley de Newton

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Explicar qué implica la primera ley acerca del movimiento de un objeto y las fuerzas que actúan sobre él.
2. Explicar los conceptos de masa e inercia y la relación entre ellos.

Considere un libro que se encuentra sobre una mesa. Es obvio que permanece en reposo si no se hace nada con él. Ahora imagine que el libro se empuja con una fuerza horizontal suficientemente grande para superar la fuerza de fricción entre el libro y la mesa, poniéndolo en movimiento. Dado que la magnitud de la fuerza aplicada sobrepasa la magnitud de la fuerza de fricción, el libro se acelera. Cuando se retira la fuerza aplicada (figura 4.3a), la fricción pronto desacelera el libro hasta que se detiene.

Ahora imagine que el libro se empuja sobre un piso liso y encerado. De nuevo llega al reposo una vez que la fuerza ya no se aplica, pero no tan rápido como antes. Por último, si el libro se mueve sobre una superficie horizontal sin fricción (figura 4.3b), continúa moviéndose en línea recta con velocidad constante hasta que choca con una pared o con algún otro obstáculo.

Aproximadamente en el año 1600, los científicos sentían que el estado natural de la materia era el de reposo. Sin embargo, Galileo, con base en experimentos (como el de un objeto que se mueve sobre una superficie sin fricción, como se acaba de describir), pensó y concluyó que **por naturaleza un objeto no se detiene una vez que se pone en movimiento, sino que continúa en su estado original de movimiento.** Este enfoque después se formalizó como la **primera ley del movimiento de Newton**:

Primera ley de Newton ▶

> Un objeto se mueve con una velocidad constante en magnitud y dirección a menos que una fuerza diferente de cero actúe sobre él.

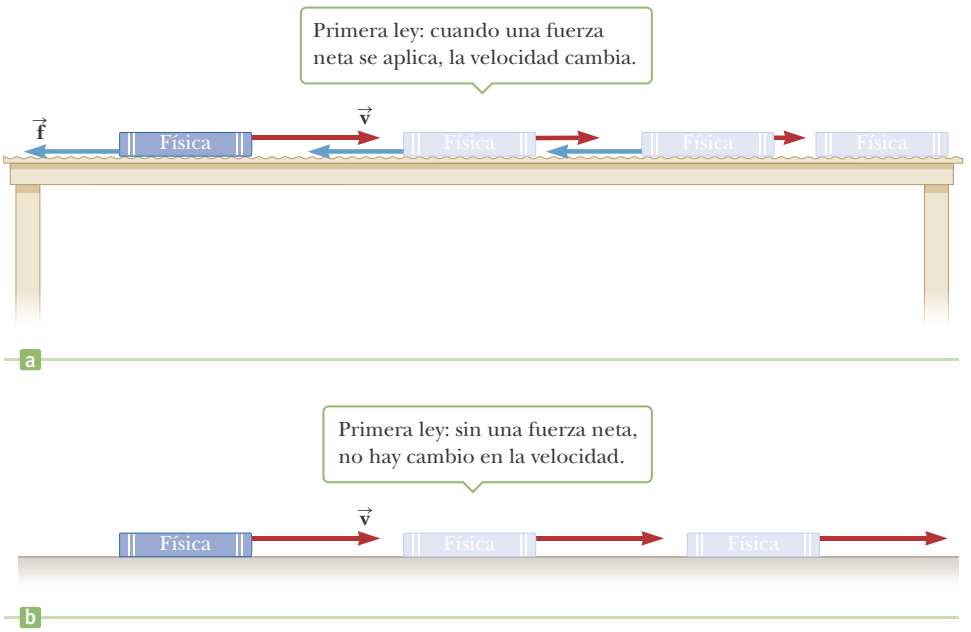


Figura 4.3 Primera ley del movimiento. a) Un libro se mueve a una velocidad inicial de $\vec{v}$ sobre una superficie con fricción. Dado que hay una fuerza de fricción que actúa de manera horizontal, el libro desacelera hasta el reposo. b) Un libro se mueve a velocidad $\vec{v}$ sobre una superficie sin fricción. En ausencia de una fuerza neta, el libro sigue moviéndose a velocidad v.

La fuerza neta sobre un objeto se define como la suma vectorial de todas las fuerzas externas ejercidas sobre él. Las fuerzas externas provienen del entorno del objeto. Si la velocidad de un objeto no cambia en magnitud o dirección, entonces su aceleración y la fuerza neta que actúa sobre él deben ser cero.

Las fuerzas internas se originan dentro del propio objeto y no pueden cambiar la velocidad de este (si bien pueden cambiar la razón de rotación del objeto, como se describe en el capítulo 8). Como resultado, las fuerzas internas no se incluyen en la segunda ley de Newton. En realidad, no es posible "empujarse uno mismo por su propio esfuerzo".

Una consecuencia de la primera ley es la posibilidad del viaje espacial. Después de algunos momentos de empuje poderoso, una nave avanza sin esfuerzo durante meses o años, su velocidad solo cambia lentamente con el tiempo ante la influencia relativamente débil del Sol y los planetas distantes.

Masa e inercia

Imagine que golpea una pelota de golf sobre su soporte con un palo. Si usted es un buen golfista, la pelota volará más de doscientas yardas por la calle. Ahora imagine que pone sobre el soporte una bola de boliche y la golpea con el mismo palo (un experimento que no recomendamos). Es probable que el palo se rompa, que usted se lastime la muñeca y que la bola de boliche caiga del soporte, ruede un poco y llegue al reposo.

A partir de este difícil experimento concluimos que, si bien la pelota y la bola resisten los cambios en su estado de movimiento, la bola presenta una resistencia mucho más eficaz. La tendencia de un objeto a continuar en su estado original de movimiento se denomina **inercia**.

Aunque la inercia es la tendencia de un objeto a continuar su movimiento en ausencia de una fuerza, la **masa** es una medida de la resistencia de un objeto a los cambios en su movimiento debidos a una fuerza. Entre mayor sea la masa de un cuerpo, menor será su aceleración bajo la acción de una fuerza aplicada dada. La unidad SI de la masa es el kilogramo. La masa es una cantidad escalar que sigue las reglas de la aritmética ordinaria.

La inercia se puede usar para explicar la operación del tipo de mecanismo de un cinturón de seguridad. El objetivo de este último es retener firmemente en su lugar a un pasajero en relación con un automóvil para evitar una lesión de gravedad en caso de un accidente. En la figura 4.4 se ilustra cómo opera un tipo de arnés de hombro. En condiciones normales, el trinquete gira libremente para permitir que el arnés se enrolle o desenrolle de la polea conforme el pasajero se mueva. En un accidente, el automóvil experimenta una gran aceleración y llega al reposo muy rápido. Debido a esta inercia, el bloque grande bajo el asiento continúa deslizándose hacia adelante por los rieles. La conexión con pasador entre el bloque y la barra ocasiona que la barra pivotee respecto a su centro y accione la rueda de trinquete. En este punto, la rueda se traba y el arnés ya no se desenrolla.

ND/Roger-Viollet/The Image Works

A menos que una fuerza externa actúe sobre él, un objeto en reposo permanecerá en reposo y uno en movimiento continuará en movimiento con velocidad constante. En este caso, la pared del edificio no ejerció sobre el tren una fuerza externa suficientemente grande para detenerlo.

APLICACIÓN

Cinturones de seguridad

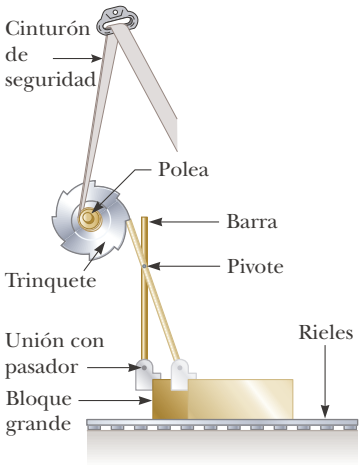


Figura 4.4 Configuración mecánica para el cinturón de seguridad de un automóvil.

4.3 Segunda ley de Newton

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Relacionar las aceleraciones y las fuerzas con la segunda ley del movimiento.
2. Convertir las fuerzas entre unidades SI y las del sistema inglés.
3. Usar la segunda ley para estudiar el movimiento de un objeto en aplicaciones elementales.
4. Aplicar la ley de la gravitación universal de Newton a los sistemas elementales.
5. Contrastar los conceptos de masa y peso.

Sugerencia 4.1 La fuerza causa cambios en el movimiento

El movimiento puede ocurrir aún en ausencia de fuerzas. La fuerza causa *cambios* en el movimiento.

La primera ley de Newton explica qué le sucede a un objeto sobre el que no actúa una fuerza neta. El objeto permanece en reposo o continúa moviéndose en una línea recta con rapidez constante. La segunda ley de Newton responde la pregunta de qué le sucede a un objeto que *sí* tiene una fuerza neta actuando sobre él.

Imagine que empuja un bloque de hielo por una superficie horizontal sin fricción. Cuando se ejerce cierta fuerza horizontal sobre el bloque, este se mueve con

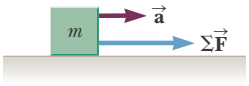


Figura 4.5 Segunda ley del movimiento. Para el bloque de masa m, la fuerza neta $\sum \vec{\mathbf{F}}$ que actúa sobre el bloque es igual a la masa m por el vector aceleración $\vec{\mathbf{a}}$.

una aceleración de, digamos, 2 m/s^2. Si usted duplica la fuerza aplicada, la aceleración aumenta al doble a 4 m/s^2. Al empujar tres veces más fuerte se triplica la aceleración, y así sucesivamente. De esas observaciones se concluye que **la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él**.

La masa también afecta la aceleración. Suponga que se apilan bloques de hielo idénticos uno sobre otro mientras se empuja el conjunto con una fuerza constante. Si la fuerza aplicada a un bloque produce una aceleración de 2 m/s^2, entonces la aceleración disminuye a la mitad de ese valor, 1 m/s^2 cuando se empujan dos bloques; a un tercio del valor inicial cuando se empujan tres bloques, y así sucesivamente. Se concluye que **la aceleración de un objeto es inversamente proporcional a su masa**. Estas observaciones se resumen en la **segunda ley de Newton**:

Segunda ley de Newton ▶

> La aceleración $\vec{\mathbf{a}}$ de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa.

Bridgeman-Giraudon/Art Resource, NY

Isaac Newton
Físico y matemático inglés (1642–1727)
Newton fue uno de los científicos más brillantes de la historia. Antes de cumplir 30 años de edad formuló los conceptos básicos y las leyes de la mecánica, descubrió la ley de la gravitación universal e inventó los métodos matemáticos del cálculo. Como consecuencia de sus teorías, Newton pudo explicar los movimientos de los planetas, el flujo y reflujo de las mareas, así como muchas características especiales de los movimientos de la Luna y la Tierra. También interpretó numerosas observaciones fundamentales respecto a la naturaleza de la luz. Sus contribuciones a las teorías físicas dominaron el pensamiento científico durante dos siglos y en la actualidad aún son importantes.

La constante de proporcionalidad es igual a uno, por lo que en términos matemáticos el enunciado anterior se puede escribir como

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\sum \vec{\mathbf{F}}}{m}$$

donde $\vec{\mathbf{a}}$ es la aceleración del objeto, m es su masa y $\sum \vec{\mathbf{F}}$ es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre él. Al multiplicar la ecuación por m, se tiene

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} \qquad [4.1]$$

Es común que los físicos se refieran a esta ecuación como '$F = ma$.' La figura 4.5 ilustra la relación entre la masa, la aceleración y la fuerza neta. La segunda ley es la ecuación vectorial, equivalente a las tres ecuaciones de componentes siguientes:

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z \qquad [4.2]$$

Cuando no hay una fuerza neta sobre un objeto, su aceleración es cero, lo que significa que la velocidad es constante.

Unidades de fuerza y masa

La unidad SI de fuerza es el **newton**. Cuando 1 newton de fuerza actúa sobre un objeto que tiene una masa de 1 kg, produce una aceleración de 1 m/s^2 en el objeto. A partir de esta definición y de la segunda ley de Newton, se observa que el newton se puede expresar en términos de las unidades fundamentales de masa, longitud y tiempo como

$$1\ \text{N} \equiv 1\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \qquad [4.3]$$

En el sistema inglés, la unidad de fuerza es la **libra**. La conversión de newtons a libras está dada por

$$1\ \text{N} = 0.225\ \text{lb} \qquad [4.4]$$

Las unidades de masa, aceleración y fuerza en los sistemas SI e inglés se resumen en la tabla 4.1.

Sugerencia 4.2 $m\vec{\mathbf{a}}$ no es una fuerza

La ecuación 4.1 *no* dice que el producto $m\vec{\mathbf{a}}$ es una fuerza. Todas las fuerzas ejercidas sobre un objeto se suman como vectores para generar la fuerza neta en el lado izquierdo de la ecuación. Esta fuerza neta luego se iguala al producto de la masa por la aceleración resultante del objeto. *No* incluya una "fuerza $m\vec{\mathbf{a}}$" en sus análisis.

Cuestionario rápido

4.1 ¿Cuáles de los enunciados siguientes son verdaderos? a) Un objeto se puede mover aun cuando una fuerza no actúe sobre él. b) Si un objeto no se mueve, ninguna fuerza externa actúa sobre él. c) Si una sola fuerza actúa sobre un objeto, este se acelera. d) Si un objeto acelera, una fuerza actúa sobre él. e) Si un objeto no acelera, ninguna fuerza externa actúa sobre él. f) Si la fuerza neta que actúa sobre un objeto tiene una dirección x positiva, el objeto se mueve en la dirección x positiva.

Tabla 4.1 Unidades de masa, aceleración y fuerza

Sistema	Masa	Aceleración	Fuerza
SI	kg	m/s^2	$N = kg \cdot m/s^2$
Inglés	slug	$pies/s^2$	$lb = slug \cdot pie/s^2$

EJEMPLO 4.1 Bote de aire

OBJETIVO Aplicar la segunda ley de Newton en una dimensión, junto con las ecuaciones cinemáticas.

PROBLEMA Un bote de aire cuya masa es 3.50×10^2 kg, incluido el pasajero, tiene un motor que produce una fuerza neta de 7.70×10^2 N, después de tomar en cuenta las fuerzas de resistencia (consulte la figura 4.6). **a)** Encuentre la aceleración del bote. **b)** Partiendo del reposo, ¿cuánto tiempo le toma al bote alcanzar una rapidez de 12.0 m/s? **c)** Después de alcanzar esa rapidez, el piloto apaga el motor y continúa a la deriva hasta detenerse a una distancia de 50.0 m. Encuentre la fuerza de resistencia, suponiendo que es constante.

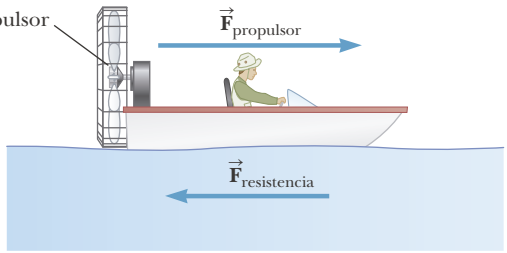


Figura 4.6 (Ejemplo 4.1)

ESTRATEGIA En el inciso a), aplique la segunda ley de Newton para encontrar la aceleración y en el inciso b) utilice la aceleración en la ecuación cinemática unidimensional para la velocidad. Cuando el motor se apaga en el inciso c), solo las fuerzas de resistencia actúan sobre el bote en la dirección x, por lo que la aceleración neta se puede determinar de $v^2 - v_0^2 = 2a\,\Delta x$. Luego la segunda ley de Newton da la fuerza de resistencia.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la aceleración del bote de aire.

Aplique la segunda ley de Newton y despeje la aceleración:

$$ma = F_{neta} \quad \rightarrow \quad a = \frac{F_{neta}}{m} = \frac{7.70 \times 10^2\ \text{N}}{3.50 \times 10^2\ \text{kg}}$$

$$= \boxed{2.20\ \text{m/s}^2}$$

b) Encuentre el tiempo necesario para alcanzar una velocidad de 12.0 m/s.

Aplique la ecuación cinemática de la velocidad:

$$v = at + v_0 = (2.20\ \text{m/s}^2)t = 12.0\ \text{m/s} \quad \rightarrow \quad t = \boxed{5.45\ \text{s}}$$

c) Determine la fuerza de resistencia después de que se apaga el motor.

Usando la cinemática, encuentre la aceleración neta debida a las fuerzas de resistencia:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\,\Delta x$$

$$0 - (12.0\ \text{m/s})^2 = 2a(50.0\ \text{m}) \quad \rightarrow \quad a = -1.44\ \text{m/s}^2$$

Sustituya la aceleración en la segunda ley de Newton y encuentre la fuerza de resistencia:

$$F_{resistencia} = ma = (3.50 \times 10^2\ \text{kg})(-1.44\ \text{m/s}^2) = \boxed{-504\ \text{N}}$$

COMENTARIOS El propulsor ejerce una fuerza sobre el aire, empujándolo hacia atrás del bote. Al mismo tiempo, el aire ejerce una fuerza sobre el propulsor y en consecuencia sobre el bote de aire. Las fuerzas siempre se encuentran en pares de este tipo, que en la sección siguiente se escriben en términos formales como la tercera ley del movimiento de Newton. La respuesta negativa para la aceleración en el inciso c) significa que el bote de aire desacelera.

PREGUNTA 4.1 ¿Cuáles otras fuerzas actúan sobre el bote de aire? Descríbalas.

EJERCICIO 4.1 Suponga que el piloto, de nuevo partiendo del reposo, abre el acelerador a la mitad. Con una aceleración constante, el bote recorre una distancia de 60.0 m en 10.0 s. Encuentre la fuerza neta que actúa sobre el bote.

RESPUESTA 4.20×10^2 N

Sugerencia 4.3 La segunda ley de Newton es una ecuación *vectorial*

Al aplicar la segunda ley de Newton, sume todas las fuerzas sobre el objeto como vectores y luego encuentre la aceleración vectorial resultante dividiendo entre m. No determine las magnitudes individuales de las fuerzas ni las sume como escalares.

EJEMPLO 4.2 Caballos jalando una barcaza

OBJETIVO Aplicar la segunda ley de Newton en un problema bidimensional.

PROBLEMA Dos caballos jalan una barcaza con masa de 2.00×10^3 kg a lo largo de un canal, como se muestra en la figura 4.7. El cable conectado al primer caballo forma un ángulo de $\theta_1 = 30.0°$ respecto a la dirección del canal, en tanto que el cable conectado al segundo caballo forma un ángulo de $\theta_2 = -45.0°$. Encuentre la aceleración inicial de la barcaza, que parte del reposo, si cada caballo ejerce una fuerza de magnitud 6.00×10^2 N sobre la barcaza. Ignore las fuerzas de resistencia sobre la barcaza.

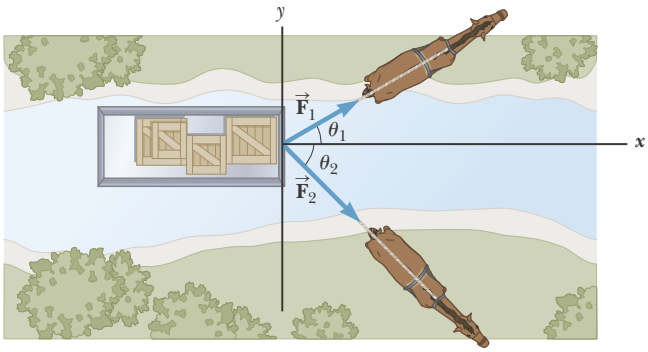


Figura 4.7 (Ejemplo 4.2)

ESTRATEGIA Aplicando la trigonometría encuentre la fuerza vectorial ejercida por cada caballo sobre la barcaza. Sume las componentes x para obtener la componente x de la fuerza resultante y luego haga lo mismo con las componentes y. Divida entre la masa de la barcaza para obtener la aceleración en las direcciones x y y.

SOLUCIÓN

Calcule las componentes x de las fuerzas ejercidas por los caballos.

$$F_{1x} = F_1 \cos\theta_1 = (6.00 \times 10^2 \text{ N}) \cos(30.0°) = 5.20 \times 10^2 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cos\theta_2 = (6.00 \times 10^2 \text{ N}) \cos(-45.0°) = 4.24 \times 10^2 \text{ N}$$

Encuentre la fuerza total en la dirección x sumando las componentes x:

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} = 5.20 \times 10^2 \text{ N} + 4.24 \times 10^2 \text{ N}$$
$$= 9.44 \times 10^2 \text{ N}$$

Calcule las componentes y de las fuerzas ejercidas por los caballos:

$$F_{1y} = F_1 \operatorname{sen}\theta_1 = (6.00 \times 10^2 \text{ N}) \operatorname{sen} 30.0° = 3.00 \times 10^2 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \operatorname{sen}\theta_2 = (6.00 \times 10^2 \text{ N}) \operatorname{sen}(-45.0°)$$
$$= -4.24 \times 10^2 \text{ N}$$

Encuentre la fuerza total en la dirección y sumando las componentes y:

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} = 3.00 \times 10^2 \text{ N} - 4.24 \times 10^2 \text{ N}$$
$$= -1.24 \times 10^2 \text{ N}$$

Obtenga las componentes de la aceleración dividiendo cada una de las componentes de la fuerza entre la masa:

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{9.44 \times 10^2 \text{ N}}{2.00 \times 10^3 \text{ kg}} = 0.472 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{-1.24 \times 10^2 \text{ N}}{2.00 \times 10^3 \text{ kg}} = -0.062\,0 \text{ m/s}^2$$

Calcule la magnitud de la aceleración:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(0.472 \text{ m/s}^2)^2 + (-0.062\,0 \text{ m/s}^2)^2}$$
$$= 0.476 \text{ m/s}^2$$

Calcule la dirección de la aceleración usando la función tangente:

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-0.062\,0 \text{ m/s}^2}{0.472 \text{ m/s}^2} = -0.131$$

$$\theta = \tan^{-1}(-0.131) = -7.46°$$

COMENTARIOS Observe que el ángulo se encuentra en el cuarto cuadrante, en el intervalo de la función tangente inversa, por lo tanto no es necesario sumar 180° a la respuesta. Los caballos ejercen una fuerza sobre la barcaza a través de la tensión en los cables, en tanto que la barcaza ejerce una fuerza igual y opuesta sobre los caballos, una vez más a través de los cables. Si eso no fuera cierto, los caballos se moverían con facilidad hacia adelante. Este ejemplo es otra ilustración de las fuerzas que actúan en pares.

PREGUNTA 4.2 Cierto o falso. En general, la magnitud de la aceleración de un objeto se determina por la magnitud de las fuerzas que actúan sobre él.

EJERCICIO 4.2 Repita el ejemplo 4.2, pero suponga que el primer caballo jala con un ángulo de 40.0° y el segundo con uno de −20.0°.

RESPUESTA 0.520 m/s^2, 10.0°

La fuerza gravitacional

La **fuerza gravitacional** es la fuerza de atracción mutua entre cualesquiera dos objetos en el Universo. Si bien puede ser muy fuerte entre los objetos que son muy grandes, es la más débil de las fuerzas fundamentales. Una buena demostración de qué tan débil es se puede efectuar con un globo pequeño. Cuando usted frota el globo contra su cabello le proporciona una carga eléctrica diminuta. Luego, mediante las fuerzas eléctricas, el globo puede adherirse a una pared, ¡resistiendo la atracción gravitacional de toda la Tierra!

Además de contribuir a la comprensión del movimiento, Newton estudió la gravedad de manera extensa. **La ley de la gravitación universal de Newton establece que cada partícula en el Universo atrae a otra con una fuerza que es directamente proporcional al producto de las masas de las partículas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.** Si las partículas tienen masas m_1 y m_2 y están separadas por una distancia r, como en la figura 4.8, la magnitud de la fuerza gravitacional F_g es

◀ Ley de la gravitación universal

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad [4.5]$$

donde $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ es la **constante universal de la gravitación**. En el capítulo 7 se examina con mayor detalle la fuerza gravitacional.

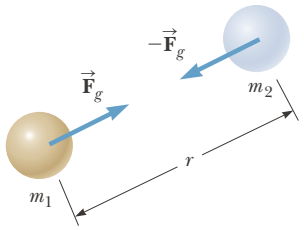


Figura 4.8 La fuerza gravitacional entre dos partículas es de atracción.

Peso

La magnitud de la fuerza gravitacional que actúa sobre un objeto de masa m se denomina **peso** w del objeto, dado por

$$w = mg \qquad [4.6]$$

donde g es la aceleración de la gravedad.
Unidad SI: newton (N)

De la ecuación 4.5, una definición alterna del peso de un objeto con masa m se puede escribir como

$$w = G\frac{M_E m}{r^2} \qquad [4.7]$$

donde M_E (E de *earth*) es la masa de la Tierra y r es la distancia del objeto al centro de la Tierra. Si el objeto se encuentra en reposo sobre la superficie de la Tierra, entonces r es igual al radio de la Tierra R_E. Dado que r^2 está en el denominador de la ecuación 4.7, el peso disminuye al aumentar r. Por lo tanto, el peso de un objeto en la cima de una montaña es menor que el peso del mismo objeto a nivel del mar.

Al comparar las ecuaciones 4.6 y 4.7, se deduce que

$$g = G\frac{M_E}{r^2} \qquad [4.8]$$

A diferencia de la masa, el peso no es una propiedad inherente de un objeto ya que puede tomar valores diferentes, dependiendo del valor de g en una posición dada. Si un objeto tiene una masa de 70.0 kg, por ejemplo, entonces su peso en una ubicación donde $g = 9.80\ \text{m/s}^2$ es $mg = 686$ N. En un globo a gran altura, donde g podría ser $9.76\ \text{m/s}^2$, el peso del objeto sería 683 N. El valor de g también varía ligeramente debido a la densidad de la materia en una localidad dada. **En este libro, a menos que se indique de otra forma, se entenderá que el valor de g es $9.80\ \text{m/s}^2$, que es su valor cerca de la superficie de la Tierra.**

La ecuación 4.8 es un resultado general que se puede usar para calcular la aceleración de un objeto que cae cerca de la superficie de cualquier objeto masivo si se conocen el radio y la masa del objeto más masivo. Usando los valores de la tabla 7.3 (p. 228), se puede demostrar que $g_{\text{Sol}} = 274\ \text{m/s}^2$ y $g_{\text{Luna}} = 1.62\ \text{m/s}^2$. Un hecho importante es que para los objetos esféricos, las distancias se calculan desde los centros de los objetos, una consecuencia de la ley de Gauss (que se explica en el capítulo 13), que es válida para las fuerzas gravitacionales y eléctricas.

NASA/Eugene Cernan

La unidad de soporte de vida sujeta a la parte posterior del astronauta Harrison Schmitt pesaba 300 lb en la Tierra y tenía una masa de 136 kg. Durante su entrenamiento se usó un modelo de 50 lb con una masa de 23 kg. Aunque el modelo tenía el mismo peso que la unidad real tendría en la Luna, la masa menor significaba que también tenía una inercia menor. El peso de la unidad lo ocasiona el campo gravitacional local, pero el astronauta también debe acelerar todo lo que carga para moverlo. En consecuencia, la unidad real que se usó en la Luna, con el mismo peso pero mayor inercia, era para el astronauta más difícil de manejar que el modelo en la Tierra.

Cuestionario rápido

4.2 ¿Cuál tiene más valor, un newton de oro en la Tierra o uno en la Luna? a) El newton de oro en la Tierra. b) El newton de oro en la Luna. c) El valor es el mismo.

4.3 Responda a cada afirmación, cierta o falsa: a) Ninguna fuerza de gravedad actúa sobre un astronauta en una estación espacial en órbita. b) A tres radios de la Tierra desde el centro de esta última, la aceleración de la gravedad es de 1/9 de su valor en la superficie. c) Si dos planetas idénticos, cada uno con gravedad superficial g y volumen V, se combinan en un planeta con volumen $2V$, la gravedad superficial del nuevo planeta es $2g$. d) Un kilogramo de oro tendría mayor valor en la Tierra que en la Luna.

EJEMPLO 4.3 Fuerzas de mundos distantes

OBJETIVO Calcular la magnitud de una fuerza gravitacional usando la ley de la gravitación de Newton.

PROBLEMA **a)** Encuentre la fuerza gravitacional ejercida por el Sol sobre un hombre de 70 kg ubicado en el ecuador de la Tierra al medio día, cuando el hombre está más cerca del Sol. **b)** Calcule la fuerza gravitacional del Sol sobre el hombre a media noche, cuando está más alejado del Sol. **c)** Calcule la diferencia en la aceleración debida al Sol entre el medio día y la media noche (para los valores consulte la tabla 7.3 en la página 228).

ESTRATEGIA Para obtener la distancia del Sol al hombre a medio día, reste el radio de la Tierra a la distancia solar. A media noche, súmelo. Retenga los dígitos suficientes de manera que el redondeo no remueva la pequeña diferencia entre las dos respuestas. Para el inciso a) reste la respuesta para b) a a) y divida entre la masa del hombre.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la fuerza gravitacional ejercida por el Sol sobre el hombre en el ecuador de la Tierra a medio día.

Escriba la ley de la gravitación, ecuación 4.5, en términos de la distancia del Sol a la Tierra r_S y del radio de la Tierra, R_E:

$$\textbf{1)}\quad F_{\text{Sol}}^{\text{medio día}} = \frac{mM_SG}{r^2} = \frac{mM_SG}{(r_S - R_E)^2}$$

Sustituya los valores en 1) y retenga dos dígitos adicionales:

$$F_{\text{Sol}}^{\text{medio día}} = \frac{(70.0\ \text{kg})(1.991 \times 10^{30}\ \text{kg})(6.67 \times 10^{-11}\ \text{kg}^{-1}\text{m}^3/\text{s}^2)}{(1.496 \times 10^{11}\ \text{m} - 6.38 \times 10^{6}\ \text{m})^2}$$

$$= 0.415\ 40\ \text{N}$$

b) Calcule la fuerza gravitacional del Sol sobre el hombre a media noche.

Escriba la ley de la gravitación, esta vez sumando el radio de la Tierra:

$$\textbf{2)}\quad F_{\text{Sol}}^{\text{media noche}} = \frac{mM_SG}{r^2} = \frac{mM_SG}{(r_S + R_E)^2}$$

Sustituya los valores en 2):

$$F_{\text{Sol}}^{\text{media noche}} = \frac{(70.0\ \text{kg})(1.991 \times 10^{30}\ \text{kg})(6.67 \times 10^{-11}\ \text{kg}^{-1}\text{m}^3/\text{s}^2)}{(1.496 \times 10^{11}\ \text{m} + 6.38 \times 10^{6}\ \text{m})^2}$$

$$= 0.415\ 33\ \text{N}$$

c) Calcule la diferencia en la aceleración solar de la persona entre medio día y media noche.

Escriba una expresión para la diferencia en la aceleración y sustituya los valores:

$$a = \frac{F_{\text{Sol}}^{\text{medio día}} - F_{\text{Sol}}^{\text{media noche}}}{m} = \frac{0.415\ 19\ \text{N} - 0.415\ 12\ \text{N}}{70.0\ \text{kg}}$$

$$\cong 1 \times 10^{-6}\ \text{m/s}^2$$

COMENTARIOS La atracción gravitacional entre el Sol y los objetos en la Tierra se mide con facilidad y se ha aprovechado en los experimentos para determinar si la atracción gravitacional depende de la composición del objeto. La fuerza gravitacional en la Tierra debida a la Luna es mucho más débil que la debida al Sol. Es paradójico que el efecto de la Luna en las mareas sea de más del doble que el del Sol debido a que las mareas dependen de las *diferencias* en la fuerza gravita-

cional a través de la Tierra, y esas diferencias son mayores para la fuerza gravitacional de la Luna, ya que esta última se encuentra mucho más cerca de la Tierra que el Sol.

PREGUNTA 4.3 Marte está aproximadamente una vez y media más alejado del Sol que la Tierra. Sin hacer un cálculo explícito, estime con una cifra significativa la fuerza gravitacional del Sol sobre un hombre de 70.0 kg en Marte.

EJERCICIO 4.3 Durante una luna nueva, la Luna está directamente arriba a medio día. a) Encuentre la fuerza gravitacional ejercida por la Luna sobre una persona de 70.0 kg en el ecuador de la Tierra a medio día. b) Calcule la fuerza gravitacional de la Luna sobre la persona a media noche. c) Calcule la diferencia en la aceleración de la persona debida a la Luna entre medio día y media noche. *Nota:* La distancia de la Tierra a la Luna es de 3.84×10^8 m. La masa de la Luna es de 7.36×10^{22} kg.

RESPUESTAS a) 2.41×10^{-3} N; b) 2.25×10^{-3} N; c) 2.3×10^{-6} m/s^2

EJEMPLO 4.4 Peso en el planeta X

OBJETIVO Comprender el efecto de la masa y el radio de un planeta sobre el peso de un objeto en la superficie del planeta.

PROBLEMA Un astronauta en una misión espacial aterriza en un planeta que tiene tres veces la masa y el doble del radio de la Tierra. ¿Cuál es su peso w_X en este planeta como un múltiplo de su peso en la Tierra w_E?

ESTRATEGIA Escriba M_X y r_X, la masa y el radio del planeta, en términos de M_E y R_E, la masa y el radio de la Tierra, respectivamente y sustituya en la ley de la gravitación.

SOLUCIÓN

Del enunciado del problema, se tienen las relaciones siguientes:

$$M_X = 3M_E \quad r_X = 2R_E$$

Sustituya las expresiones anteriores en la ecuación 4.5 y simplifique, asociando de forma algebraica los términos que dan el peso en la Tierra:

$$w_X = G\frac{M_X m}{r_X^2} = G\frac{3M_E m}{(2R_E)^2} = \frac{3}{4}G\frac{M_E m}{R_E^2} = \frac{3}{4}w_E$$

COMENTARIOS Este problema muestra la interacción entre la masa y el radio de un planeta al determinar el peso de los objetos en su superficie. Aunque Júpiter tiene aproximadamente 300 veces la masa de la Tierra, el peso de un objeto en el radio planetario de Júpiter es solo un poco más de dos veces y media el peso del mismo objeto en la superficie de la Tierra.

PREGUNTA 4.4 El volumen de una roca tiene una masa aproximadamente tres veces la de un volumen similar de hielo. Suponga que un mundo se compone de hielo, en tanto que otro mundo con el mismo radio se compone de roca. Si g es la aceleración de la gravedad sobre la superficie del mundo de hielo, ¿cuál es la aceleración aproximada de la gravedad sobre el mundo de roca?

EJERCICIO 4.4 Un astronauta aterriza en Ganímedes, una luna gigante de Júpiter que es mayor que el planeta Mercurio. Ganímedes tiene un cuarentavo de la masa de la Tierra y dos quintos de su radio. Encuentre el peso del astronauta en Ganímedes en términos de su peso en la Tierra w_E.

RESPUESTA $w_G = (5/32)w_E$

4.4 Tercera ley de Newton

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Aplicar la tercera ley del movimiento a los sistemas simples, identificando, para cada fuerza, la fuerza de reacción adecuada.

En la sección 4.1 se determinó que una fuerza se ejerce sobre un objeto cuando entra en contacto con algún otro. Considere la tarea de clavar un clavo en un bloque de madera, por ejemplo, como se ilustra en la figura 4.9a (página 98). Para acelerarlo y clavarlo en el bloque, el martillo debe ejercer una fuerza neta sobre el clavo.

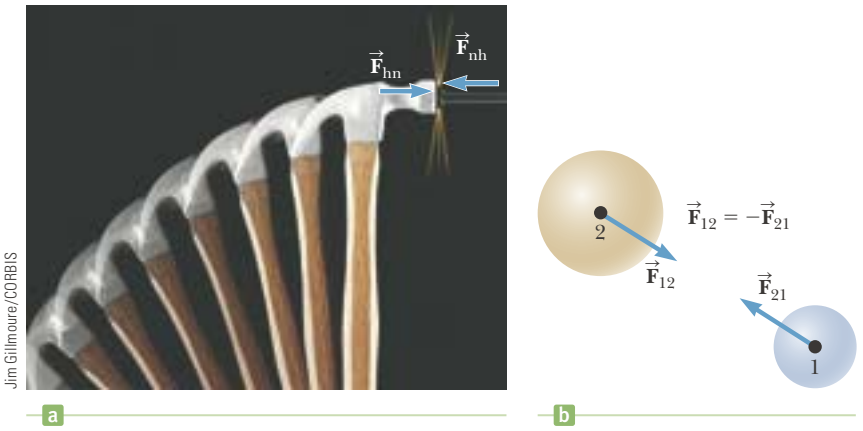


Figura 4.9 Tercera ley de Newton. a) La fuerza ejercida por el martillo sobre el clavo es igual en magnitud, pero opuesta en dirección a la fuerza ejercida por el clavo sobre el martillo. b) La fuerza $\vec{F}_{12}$ ejercida por el objeto 1 sobre el objeto 2 es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza $\vec{F}_{21}$ ejercida por el objeto 2 sobre el objeto 1.

Sin embargo, Newton reconoció que una fuerza individual aislada no podría existir. En su lugar, las **fuerzas en la naturaleza siempre existen en pares**. De acuerdo con Newton, cuando el clavo entra en el bloque por la fuerza ejercida por el martillo, este se desacelera y se detiene debido a la fuerza ejercida por el clavo.

Newton describió esas fuerzas en pares con su **tercera ley**:

Tercera ley de Newton ▶

> Si el objeto 1 y el objeto 2 interactúan, la fuerza $\vec{F}_{12}$ ejercida por el objeto 1 sobre el 2 es igual en magnitud, pero opuesta en dirección a la fuerza $\vec{F}_{21}$ ejercida por el objeto 2 sobre el 1.

Sugerencia 4.4 Pares acción-reacción

Al aplicar la tercera ley de Newton, recuerde que una acción y su fuerza de reacción siempre actúan sobre objetos *diferentes*. Dos fuerzas externas que actúan sobre el mismo objeto, incluso si son iguales en magnitud y opuestas en dirección, *no* pueden ser un par acción-reacción.

Esta ley, que se ilustra en la figura 4.9b, establece que **una fuerza individual aislada no puede existir**. La fuerza $\vec{F}_{12}$ ejercida por el objeto 1 sobre el objeto 2 en ocasiones se denomina *fuerza de acción*, y la fuerza $\vec{F}_{21}$ ejercida por el objeto 2 sobre el objeto 1 se denomina *fuerza de reacción*. En realidad, cualquiera puede designarse como fuerza de acción o reacción. **La fuerza de acción siempre es igual en magnitud a la fuerza de reacción y opuesta en dirección. En todos los casos, las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos diferentes**. Por ejemplo, la fuerza que actúa sobre un proyectil en caída libre es la fuerza de la gravedad ejercida por la Tierra sobre el proyectil, $\vec{F}_g$ y la magnitud de esta fuerza es su peso mg. La reacción a la fuerza $\vec{F}_g$ es la fuerza gravitacional ejercida por el proyectil sobre la Tierra, $\vec{F}_g{}' = -2\vec{F}_g$. La fuerza de reacción $\vec{F}_g{}'$ debe acelerar la Tierra hacia el proyectil, al igual que la fuerza de reacción $\vec{F}_g$ acelera el proyectil hacia la Tierra. Sin embargo, dado que la Tierra tiene una gran masa, su aceleración debida a esta fuerza de reacción es muy pequeña.

La tercera ley de Newton afecta de manera constante nuestras actividades en la vida cotidiana. Sin ella, no sería posible ninguna locomoción, ya sea a pie, en bicicleta o en un vehículo motorizado. Al caminar, por ejemplo, se ejerce una fuerza de fricción contra el suelo. La fuerza de reacción del suelo contra nuestro pie nos impulsa hacia adelante. De la misma manera, los neumáticos en una bicicleta ejercen una fuerza de fricción contra el suelo y la reacción del suelo empuja la bicicleta hacia adelante. Como se verá en breve, la fricción tiene una función muy grande en las fuerzas de reacción.

APLICACIÓN

Vuelo de un helicóptero

Como otro ejemplo de la tercera ley de Newton, considere un helicóptero. La mayoría de los helicópteros tienen un par de hélices grandes que giran en un plano horizontal arriba del fuselaje del vehículo y otro par más pequeño que gira en un plano vertical en la cola. Otros helicópteros tienen dos pares de hélices grandes encima del fuselaje que giran en direcciones opuestas. ¿Por qué los helicópteros siempre tienen dos pares de hélices? En el primer tipo de helicóptero, el motor aplica una fuerza a las hélices, lo que ocasiona que cambie su movimiento rotacional. Sin embargo, de acuerdo con la tercera ley de Newton, las hélices deben ejercer sobre el motor una fuerza de igual magnitud y en la dirección opuesta. Esta fuerza ocasionaría que el fuselaje del helicóptero girara en dirección opuesta a las hélices. Un helicóptero en rotación sería imposible de controlar; por lo tanto, se utiliza un segundo par de hélices. Las hélices pequeñas en la cola proporcionan una fuerza opuesta a la que tiende a girar el fuselaje del helicóptero, manteniéndolo orientado en una posición estable. En los helicópteros con dos pares de hélices grandes en

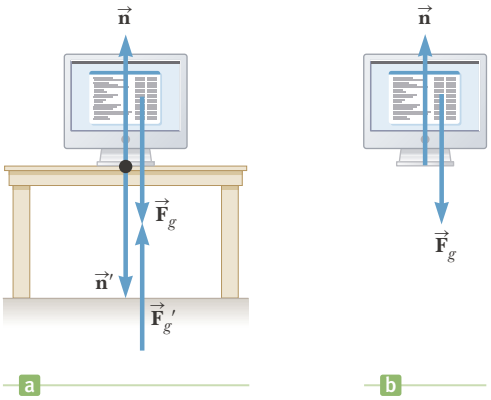


Figura 4.10 Cuando un monitor se encuentra sobre una mesa, las fuerzas que actúan sobre él son la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ ejercida por la mesa y la fuerza de la gravedad, $\vec{\mathbf{F}}_g$, como se ilustra en b). La reacción a $\vec{\mathbf{n}}$ es la fuerza ejercida por el monitor sobre la mesa, $\vec{\mathbf{n}}'$. La reacción a $\vec{\mathbf{F}}_g$ es la fuerza ejercida por el monitor sobre la Tierra, $\vec{\mathbf{F}}_g'$.

rotación opuesta, los motores aplican fuerzas en direcciones opuestas, por lo que no hay una fuerza neta que gire el helicóptero.

Como se mencionó antes, la Tierra ejerce una fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g$ sobre cualquier objeto. Si se trata de un monitor en reposo sobre una mesa, como en la figura 4.10a, la fuerza de reacción a $\vec{\mathbf{F}}_g$ es la fuerza gravitacional que el monitor ejerce sobre la Tierra, $\vec{\mathbf{F}}_g'$ El monitor no acelera hacia abajo ya que la mesa lo sostiene. Por lo tanto, la mesa ejerce una fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{n}}$, denominada **fuerza normal**, sobre el monitor. (*Normal*, un término técnico de las matemáticas que en este contexto significa "perpendicular".) La fuerza normal es una fuerza elástica que se origina de la cohesión de la materia y es de origen electromagnético. Equilibra la fuerza gravitacional que actúa sobre el monitor, evitando que caiga a través de la mesa y puede tener cualquier valor necesario, hasta el punto de romper la mesa. La reacción a $\vec{\mathbf{n}}$ es la fuerza ejercida por el monitor sobre la mesa, $\vec{\mathbf{n}}'$. Por lo tanto,

$$\vec{\mathbf{F}}_g = -\vec{\mathbf{F}}_g' \qquad \text{y} \qquad \vec{\mathbf{n}} = -\vec{\mathbf{n}}'$$

Las fuerzas $\vec{\mathbf{n}}$ y $\vec{\mathbf{n}}'$ tienen la misma magnitud que $\vec{\mathbf{F}}_g$. Observe que las fuerzas que actúan sobre el monitor son $\vec{\mathbf{F}}_g$ y $\vec{\mathbf{n}}$, como se muestra en la figura 4.10b. Las dos fuerzas de reacción $\vec{\mathbf{F}}_g'$ y $\vec{\mathbf{n}}'$, son ejercidas por el monitor sobre otros objetos. Recuerde que las dos fuerzas en un par acción-reacción siempre actúan sobre dos objetos diferentes.

Como el monitor no acelera en ninguna dirección ($\vec{\mathbf{a}} = 0$), se deduce de la segunda ley de Newton que $m\vec{\mathbf{a}} = 0 = \vec{\mathbf{F}}_g + \vec{\mathbf{n}}$. Sin embargo, $F_g = -mg$, por lo tanto $n = mg$, un resultado útil.

Sugerencia 4.5 Igual y opuesta pero no es una fuerza de reacción

Un error común en la figura 4.10b es considerar la fuerza normal sobre el objeto como una fuerza de reacción a la fuerza de gravedad, ya que en ese caso estas dos fuerzas son iguales en magnitud y opuestas en dirección. Sin embargo, ¡eso es imposible, dado que actúan sobre el mismo objeto!

Cuestionario rápido

4.4 Un automóvil deportivo pequeño choca de frente con un camión masivo. La fuerza de impacto mayor (en magnitud) actúa sobre a) el automóvil, b) el camión, c) ninguno, la fuerza es la misma sobre los dos. ¿Cuál vehículo experimenta la aceleración con mayor magnitud? d) el automóvil, e) el camión, f) las aceleraciones son iguales.

APLICACIÓN

Vehículos que chocan

EJEMPLO 4.5 Acción–reacción y los patinadores sobre hielo

OBJETIVO Ilustrar la tercera ley del movimiento de Newton.

PROBLEMA Un hombre de masa $M = 75.0$ kg y una mujer de masa $m = 55.0$ kg se encuentran uno frente a la otra en una pista de hielo; los dos llevan puestos sus patines para hielo. La mujer empuja al hombre con una fuerza horizontal de $F = 85.0$ N en la dirección x positiva. Suponga que el hielo no tiene fricción. **a)** ¿Cuál es la aceleración del hombre? **b)** ¿Cuál es la fuerza de reacción que actúa sobre la mujer? **c)** Calcule la aceleración de la mujer.

ESTRATEGIA Los incisos a) y c) son simples aplicaciones de la segunda ley. Una aplicación de la tercera ley resuelve el inciso b).

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) ¿Cuál es la aceleración del hombre?

Escriba la segunda ley para el hombre: $Ma_M = F$

Determine la aceleración del hombre y sustituya los valores: $a_M = \frac{F}{M} = \frac{85.0\ \text{N}}{75.0\ \text{kg}} = 1.13\ \text{m/s}^2$

b) ¿Cuál es la fuerza de reacción que actúa sobre la mujer?

Aplique la tercera ley del movimiento de Newton, determinando que la fuerza de reacción R que actúa sobre la mujer tiene la misma magnitud y dirección opuesta: $R = -F = -85.0\ \text{N}$

c) Calcule la aceleración de la mujer.

Escriba la segunda ley de Newton para la mujer: $ma_W = R = -F$

Despeje la aceleración de la mujer y sustituya los valores: $a_W = \frac{-F}{m} = \frac{-85.0\ \text{N}}{55.0\ \text{kg}} = -1.55\ \text{m/s}^2$

COMENTARIOS Observe que las fuerzas son iguales y opuestas entre sí, pero las aceleraciones no lo son dado que las dos masas difieren una de la otra.

PREGUNTA 4.5 Nombre otras dos fuerzas que actúan sobre el hombre y las dos fuerzas de reacción que aparecen con ellas.

EJERCICIO 4.5 Un astronauta en caminata espacial cuya masa total es de 148 kg ejerce una fuerza de 265 N sobre un satélite en flotación libre con masa de 635 kg, empujándolo en la dirección x opuesta. a) ¿Cuál es la fuerza de reacción ejercida por el satélite sobre el astronauta? Calcule la aceleración b) del astronauta y c) del satélite.

RESPUESTAS a) −265 N; b) $-1.79\ \text{m/s}^2$; c) $0.417\ \text{m/s}^2$

Figura 4.11 La segunda ley de Newton aplicada a una cuerda da $T - T' = ma$. Sin embargo, si $m = 0$, entonces $T = T'$. Por lo tanto, la tensión en una cuerda sin masa es la misma en todos los puntos de la cuerda.

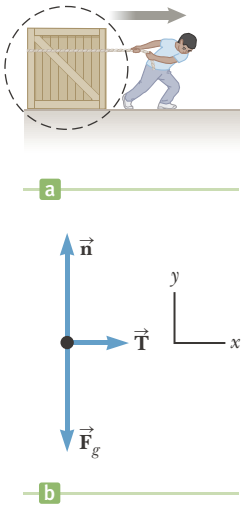


Figura 4.12 a) Se jala una caja hacia la derecha sobre una superficie sin fricción. b) Diagrama de cuerpo libre que representa las fuerzas ejercidas sobre la caja.

4.5 Aplicaciones de las leyes de Newton

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Dibujar diagramas de cuerpo libre para los sistemas físicos.
2. Aplicar la segunda ley a un objeto en equilibrio.
3. Aplicar la segunda ley a un objeto en aceleración.
4. Aplicar la segunda ley a sistemas de dos objetos.

En esta sección se aplican las leyes de Newton a los objetos que se mueven bajo la influencia de fuerzas externas constantes. Se supone que los objetos se comportan como partículas, por lo que no es necesario considerar la posibilidad de un movimiento rotacional. También se desprecian cualesquiera efectos de fricción y las masas de cualesquiera cuerdas o cadenas implicadas. Con estas aproximaciones, la magnitud de la fuerza ejercida a lo largo de una cuerda, denominada **tensión**, es la misma en todos los puntos en la cuerda. Esto se ilustra en la cuerda de la figura 4.11, donde se muestran las fuerzas $\vec{\mathbf{T}}$ y $\vec{\mathbf{T}}'$ que actúan sobre ella. Si la cuerda tiene una masa m, entonces la segunda ley de Newton aplicada a la cuerda nos da $T - T' = ma$. Sin embargo, si la masa m se considera despreciable como en los siguientes ejemplos, entonces $T = T'$.

Cuando se aplica la ley de Newton a un objeto, nos interesan solo las fuerzas que actúan *sobre el objeto*. Por ejemplo, en la figura 4.10b, las únicas fuerzas externas que actúan sobre el monitor son $\vec{\mathbf{n}}$ y $\vec{\mathbf{F}}_g$. Las reacciones a estas fuerzas, $\vec{\mathbf{n}}'$ y $\vec{\mathbf{F}}_g'$, actúan sobre la mesa y sobre la Tierra, respectivamente, y no aparecen en la segunda ley de Newton aplicada al monitor.

Considere una caja que se jala hacia la derecha sobre una superficie horizontal y sin fricción, como en la figura 4.12a. Suponga que desea encontrar la aceleración de la caja y la fuerza que la superficie ejerce sobre ella. La fuerza horizontal ejercida sobre la caja actúa a través de la cuerda. La fuerza que la cuerda ejerce sobre la caja se denota por $\vec{\mathbf{T}}$ (ya que es una fuerza de tensión). La magnitud de $\vec{\mathbf{T}}$ es igual a la tensión en la cuerda. Lo que queremos decir con las palabras "tensión en la cuerda"

es solo la fuerza leída por una báscula de resorte cuando la cuerda en cuestión se corta y se inserta la báscula entre los extremos cortados. En la figura 4.12a se traza un círculo discontinuo para enfatizar la importancia de aislar la caja de su entorno.

Dado que solo nos interesa el movimiento de la caja, debemos ser capaces de identificar todas las fuerzas que actúan sobre ella. Estas fuerzas se ilustran en la figura 4.12b. Además de representar la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$, el diagrama de fuerzas para la caja incluye la fuerza de gravedad $\vec{\mathbf{F}}_g$ ejercida por la Tierra y la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ ejercida por el piso. Un diagrama como ese se denomina **diagrama de cuerpo libre**, ya que el entorno se reemplaza por una serie de fuerzas sobre un cuerpo que de otra manera sería libre. La construcción de un diagrama de cuerpo libre correcto es un paso esencial en la aplicación de las leyes de Newton. ¡Es seguro que un diagrama incorrecto generará respuestas incorrectas!

Sugerencia 4.6 Diagramas de cuerpo libre

El *paso más importante* al resolver un problema con la segunda ley de Newton es dibujar el diagrama de cuerpo libre correcto. Incluya solo las fuerzas que actúan de manera directa sobre el objeto de interés.

Las *reacciones* a las fuerzas que se listaron (la fuerza ejercida por la cuerda sobre la mano que realiza la acción de tirar, la fuerza ejercida por la caja sobre la Tierra y la fuerza ejercida por la caja sobre el piso) no se incluyen en el diagrama de cuerpo libre dado que actúan sobre otros objetos y no sobre la caja. En consecuencia, no influyen de forma directa sobre el movimiento de la caja. Solo se consideran las fuerzas que actúan de manera directa sobre la caja.

Sugerencia 4.7 Una partícula en equilibrio

Una fuerza neta cero sobre una partícula *no* significa que la partícula no se mueve. Significa que la partícula no *acelera*. Si la partícula tiene una velocidad inicial diferente de cero y sobre ella actúa una fuerza neta cero, continúa moviéndose con la misma velocidad.

Ahora apliquemos la segunda ley de Newton a la caja. Primero se elige un sistema de coordenadas apropiado. En este caso es conveniente usar el que se muestra en la figura 4.12b, con el eje x horizontal y el eje y vertical. Se puede aplicar la segunda ley de Newton en la dirección x, en la dirección y o en las dos, dependiendo de lo que se pida en un problema. La segunda ley de Newton aplicada a la caja en las direcciones x y y produce las dos ecuaciones siguientes:

$$ma_x = T \qquad ma_y = n - mg = 0$$

A partir de estas ecuaciones se encuentra que la aceleración en la dirección x es constante, dada por $a_x = T/m$ y que la fuerza normal está dada por $n = mg$. Dado que la aceleración es constante, se pueden aplicar las ecuaciones cinemáticas para obtener información adicional acerca de la velocidad y el desplazamiento del objeto.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Segunda ley de Newton

Los problemas que comprenden la segunda ley de Newton pueden ser complejos. El protocolo siguiente divide el proceso de resolución en objetivos intermedios más pequeños.

1. **Lea** el problema cuidadosamente al menos una vez.
2. **Dibuje** un esquema del sistema, identifique el objeto de interés primario e indique las fuerzas con flechas.
3. **Designe** cada fuerza en el esquema de una forma que le recuerde qué cantidad física representa la designación (por ejemplo, T para tensión).
4. **Dibuje** un diagrama de cuerpo libre del objeto de interés, con base en el esquema con designaciones. Si se incluyen objetos adicionales, dibuje diagramas de cuerpo libre separados para ellos. Elija las coordenadas convenientes para cada objeto.
5. **Aplique la segunda ley de Newton.** Las componentes x y y de la segunda ley de Newton se deben tomar de la ecuación vectorial y escribir de manera individual. Esto por lo general resulta en dos ecuaciones y dos incógnitas.
6. **Despeje** la cantidad desconocida que se quiere calcular y sustituya los números.

En el caso especial del equilibrio, el proceso anterior se simplifica dado que la aceleración es cero.

Objetos en equilibrio

Se dice que los objetos que están en reposo o en movimiento con velocidad constante están en equilibrio. Como $\vec{\mathbf{a}} = 0$, la segunda ley de Newton aplicada a un objeto en equilibrio da

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = 0 \qquad [4.9]$$

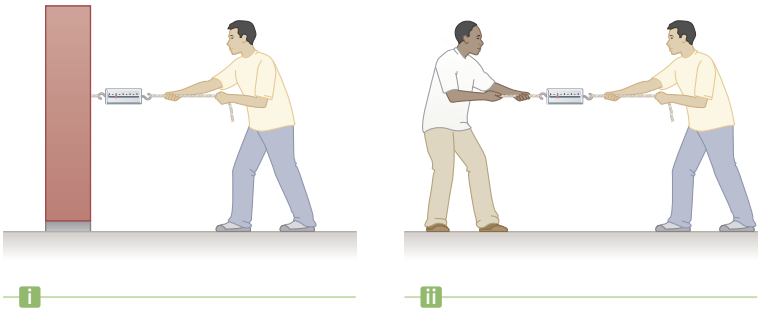


Figura 4.13 (Cuestionario rápido 4.5) i) Una persona jala con una fuerza de magnitud F sobre una báscula de resorte sujeta a una pared. ii) Dos personas jalan con fuerzas de magnitud F en direcciones opuestas sobre una báscula de resorte sujeta entre dos cuerdas.

Este enunciado significa que la suma *vectorial* de todas las fuerzas (la fuerza neta) que actúan sobre un objeto en equilibrio es cero. La ecuación 4.9 es equivalente al conjunto de ecuaciones componentes dadas por

$$\sum F_x = 0 \qquad \text{y} \qquad \sum F_y = 0 \tag{4.10}$$

No se considerarán los problemas tridimensionales en este libro, pero la extensión de la ecuación 4.10 para un problema tridimensional se puede efectuar sumando una tercera ecuación: $\Sigma F_z = 0$.

Cuestionario rápido

4.5 Considere las dos situaciones que se muestran en la figura 4.13, en las cuales no hay aceleración. En los dos casos los hombres jalan con una fuerza de magnitud F. ¿Es la lectura en la báscula en el inciso i) de la figura a) mayor que, b) menor que o c) igual a la lectura en la parte ii)?

EJEMPLO 4.6 Un semáforo en reposo

OBJETIVO Utilizar la segunda ley en un problema de equilibrio que requiere dos diagramas de cuerpo libre.

PROBLEMA Un semáforo que pesa 1.00×10^2 N cuelga de un cable vertical atado a otros cables que están sujetos a un soporte, como en la figura 4.14a. Los cables superiores forman ángulos de 37.0° y 53.0° con la horizontal. Encuentre la tensión en cada uno de los tres cables.

ESTRATEGIA Hay tres incógnitas, por lo que se necesita generar tres ecuaciones que las relacionen, las cuales se pueden resolver después. Se puede obtener una ecuación aplicando la segunda ley de Newton al semáforo, el cual tiene fuerzas solo en la dirección y. Se pueden obtener otras dos ecuaciones aplicando la segunda ley al nodo que une los cables, una ecuación para la componente x y la otra para la componente y.

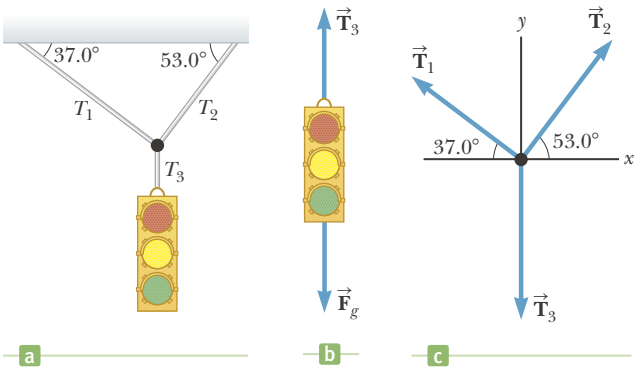


Figura 4.14 (Ejemplo 4.6) a) Semáforo suspendido por cables. b) Fuerzas que actúan sobre el semáforo. c) Diagrama de cuerpo libre para el nodo de unión de los cables.

SOLUCIÓN

Encuentre T_3 de la figura 4.14b, usando la condición de equilibrio:

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad T_3 - F_g = 0$$
$$T_3 = F_g = 1.00 \times 10^2 \text{ N}$$

Usando la figura 4.14c, descomponga las tres fuerzas de tensión en componentes y por conveniencia, construya una tabla:

Fuerza	Componente x	Componente y
$\vec{\mathbf{T}}_1$	$-T_1 \cos 37.0°$	$T_1 \operatorname{sen} 37.0°$
$\vec{\mathbf{T}}_2$	$T_2 \cos 53.0°$	$T_2 \operatorname{sen} 53.0°$
$\vec{\mathbf{T}}_3$	0	-1.00×10^2 N

Aplique las condiciones para el equilibrio al nodo, empleando las componentes en la tabla:

1) $\sum F_x = -T_1 \cos 37.0° + T_2 \cos 53.0° = 0$

2) $\sum F_y = T_1 \operatorname{sen} 37.0° + T_2 \operatorname{sen} 53.0° - 1.00 \times 10^2 \text{ N} = 0$

Hay dos ecuaciones y quedan dos incógnitas. Despeje T_2 de la ecuación 1):

$$T_2 = T_1 \left(\frac{\cos 37.0°}{\cos 53.0°} \right) = T_1 \left(\frac{0.799}{0.602} \right) = 1.33 T_1$$

Sustituya el resultado para T_2 en la ecuación 2):

$$T_1 \operatorname{sen} 37.0° + (1.33 T_1)(\operatorname{sen} 53.0°) - 1.00 \times 10^2 \text{ N} = 0$$

$$T_1 = 60.1 \text{ N}$$

$$T_2 = 1.33 T_1 = 1.33(60.1 \text{ N}) = 79.9 \text{ N}$$

COMENTARIOS Es muy fácil cometer errores en esta clase de problemas. Una forma de evitarlos es siempre medir el ángulo de un vector desde la dirección x positiva. Luego las funciones trigonométricas del ángulo automáticamente darán los signos correctos para las componentes. Por ejemplo, T_1 forma un ángulo de $180° - 37° = 143°$ respecto al eje x positivo y su componente x, $T_1 \cos 143°$, es negativa, como debe ser.

PREGUNTA 4.6 ¿Cómo cambiarían las respuestas si se colocara un segundo semáforo debajo del primero?

EJERCICIO 4.6 Suponga que el semáforo cuelga de manera que las tensiones T_1 y T_2 son iguales a 80.0 N. Encuentre los nuevos ángulos que forman respecto al eje x (por simetría, estos ángulos serán iguales).

RESPUESTA Los dos ángulos son 38.7°.

EJEMPLO 4.7 Trineo sobre una colina sin fricción

OBJETIVO Usar la segunda ley y la fuerza normal en un problema de equilibrio.

PROBLEMA Un trineo está sujeto a un árbol sobre una colina cubierta de nieve sin fricción, como se muestra en la figura 4.15a. Si el trineo pesa 77.0 N, encuentre la magnitud de la fuerza de tensión $\vec{\mathbf{T}}$ ejercida por la cuerda sobre el trineo y la de la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ ejercida por la colina sobre el trineo.

ESTRATEGIA Cuando un objeto está sobre una colina es conveniente usar coordenadas inclinadas, como en la figura 4.15b, de manera que la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ esté en la dirección y y la fuerza de tensión $\vec{\mathbf{T}}$ esté en la dirección x. En ausencia de fricción, la colina no ejerce fuerza sobre el trineo en la dirección x. Dado que el trineo está en reposo, las condiciones para el equilibrio, $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$, se aplican, dando dos ecuaciones con dos incógnitas, la tensión y la fuerza normal.

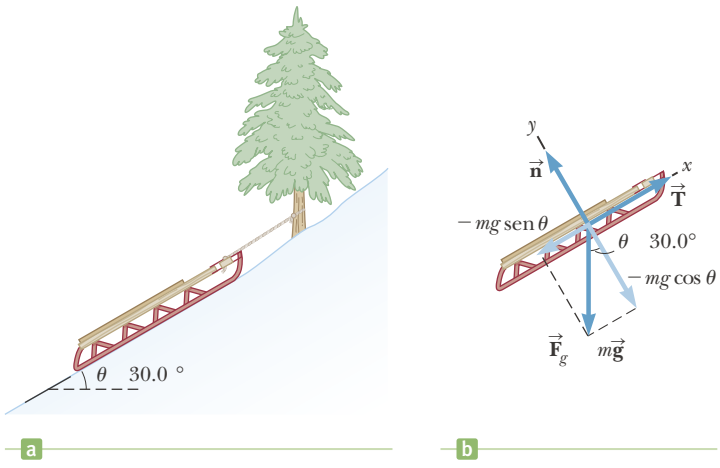


Figura 4.15 (Ejemplo 4.7) a) Trineo atado a un árbol sobre una colina sin fricción. b) Diagrama de fuerzas que actúan sobre el trineo.

SOLUCIÓN

Aplique la segunda ley de Newton al trineo, con $\vec{\mathbf{a}} = 0$:

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{T}} + \vec{\mathbf{n}} + \vec{\mathbf{F}}_g = 0$$

(*Continúa*)

Extraiga la componente x de esta ecuación para determinar T. La componente x de la fuerza normal es cero y el peso del trineo está dado por $mg = 77.0$ N.

$$\sum F_x = T + 0 - mg \operatorname{sen}\theta = T - (77.0\ \text{N}) \operatorname{sen} 30.0^\circ = 0$$
$$T = 38.5\ \text{N}$$

Escriba la componente y de la segunda ley de Newton. La componente y de la tensión es cero, por lo que esta ecuación dará la fuerza normal.

$$\sum F_y = 0 + n - mg\cos\theta = n - (77.0\ \text{N})(\cos 30.0^\circ) = 0$$
$$n = 66.7\ \text{N}$$

COMENTARIOS A diferencia de su valor sobre una superficie horizontal, n es menor que el peso del trineo cuando este se encuentra sobre la colina. Esto se debe a que solo parte de la fuerza de gravedad (la componente x) actúa para jalar hacia abajo al trineo por la colina. La componente y de la fuerza de gravedad equilibra la fuerza normal.

PREGUNTA 4.7 Considere el mismo escenario sobre una colina con una pendiente más aguda. La magnitud de la tensión en la cuerda, ¿sería mayor, menor o permanecería igual? ¿De qué manera afectaría la fuerza normal?

EJERCICIO 4.7 Suponga que un niño con peso w se sube al trineo. Si la fuerza de tensión se mide y es 60.0 N, encuentre el peso del niño y la magnitud de la fuerza normal que actúa sobre el trineo.

RESPUESTAS $w = 43.0$ N, $n = 104$ N

Cuestionario rápido

4.6 Para la mujer que se jala hacia adelante sobre el trineo en la figura 4.16, ¿es la magnitud de la fuerza normal ejercida por el suelo sobre el trineo a) igual al peso total de la mujer más el trineo, b) mayor que el peso total, c) menor que el peso total o d) posiblemente mayor que o menor que el peso total, dependiendo del tamaño del peso en relación con la tensión en la cuerda?

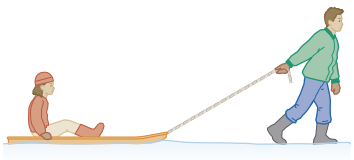


Figura 4.16 (Cuestionario rápido 4.6)

Objetos acelerados y la segunda ley de Newton

Cuando una fuerza neta actúa sobre un objeto este acelera y para analizar el movimiento se usa la segunda ley de Newton.

EJEMPLO 4.8 Movimiento de una caja

OBJETIVO Aplicar la segunda ley del movimiento para un sistema que no está en equilibrio, junto con una ecuación cinemática.

PROBLEMA El peso combinado de la caja y de la plataforma rodante en la figura 4.17 es 3.00×10^2 N. Si el hombre jala la cuerda con una fuerza constante de 20.0 N, ¿cuál es la aceleración del sistema (caja más plataforma) y qué tan lejos se moverá en 2.00 s? Suponga que el sistema parte del reposo y que no hay fuerzas de fricción que se opongan al movimiento.

ESTRATEGIA Se puede determinar la aceleración del sistema a partir de la segunda ley de Newton. Dado que la fuerza ejercida en el sistema es constante, su aceleración también lo es. Por lo tanto, se puede aplicar una ecuación cinemática para encontrar la distancia recorrida en 2.00 s.

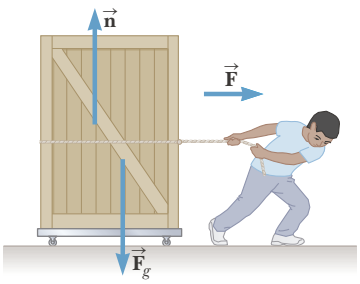


Figura 4.17 (Ejemplo 4.8)

SOLUCIÓN

Encuentre la masa del sistema de la definición de peso, $w = mg$:

$$m = \frac{w}{g} = \frac{3.00 \times 10^2\ \text{N}}{9.80\ \text{m/s}^2} = 30.6\ \text{kg}$$

Encuentre la aceleración del sistema de la segunda ley:

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{20.0\ \text{N}}{30.6\ \text{kg}} = 0.654\ \text{m/s}^2$$

Utilice la cinemática para determinar la distancia recorrida en 2.00 s, con $v_0 = 0$:

$$\Delta x = \tfrac{1}{2} a_x t^2 = \tfrac{1}{2}(0.654\ \text{m/s}^2)(2.00\ \text{s})^2 = 1.31\ \text{m}$$

COMENTARIOS Observe lo siguiente: se supone que la fuerza constante de 20.0 N aplicada actúa en el sistema en todo momento durante su movimiento. Si se removiera la fuerza en algún instante, el sistema continuaría moviéndose con velocidad constante y por lo tanto, con aceleración cero. Los rodillos tienen un efecto que en este caso se ignoró.

PREGUNTA 4.8 ¿Qué efecto tiene duplicar el peso en la aceleración y el desplazamiento?

EJERCICIO 4.8 Una persona jala una caja de 50.0 kg a partir del reposo ejerciendo una fuerza horizontal constante, y desplazando la caja 3.00 m en 2.00 s. Encuentre la fuerza que la persona ejerce sobre la caja (ignore la fricción).

RESPUESTA 75.0 N

EJEMPLO 4.9 El automóvil sin control

OBJETIVO Aplicar la segunda ley y ecuaciones cinemáticas a un problema que comprende un objeto que se mueve sobre un plano inclinado.

PROBLEMA **a)** Un automóvil de masa m se encuentra en un camino de acceso helado inclinado en un ángulo $\theta = 20.0°$, como se muestra en la figura 4.18a. Determine la aceleración del automóvil, suponiendo que el plano inclinado no tiene fricción. **b)** Si la longitud del camino de acceso es 25.0 m y el automóvil parte del reposo en la parte de arriba, ¿cuánto tiempo le toma llegar al fondo? **c)** ¿Cuál es la velocidad del automóvil al final del camino?

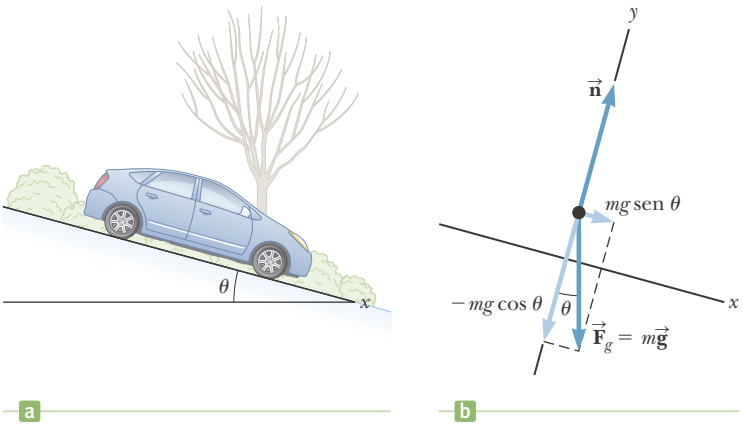


Figura 4.18 (Ejemplo 4.9)

ESTRATEGIA Elija coordenadas inclinadas como en la figura 4.18b de manera que la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ esté en la dirección y positiva, perpendicular al camino de acceso, y el eje x positivo esté hacia abajo de la pendiente. Entonces la fuerza de gravedad $\vec{\mathbf{F}}_g$ tiene una componente x, mg sen θ y una componente y, mg cos θ. Las componentes de la segunda ley de Newton forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para la aceleración por el plano inclinado, a_x y la fuerza normal. Los incisos b) y c) se pueden resolver con las ecuaciones cinemáticas.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la aceleración del automóvil.

Aplique la segunda ley de Newton al automóvil: $$m\vec{\mathbf{a}} = \sum \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_g + \vec{\mathbf{n}}$$

Extraiga las componentes x y y de la segunda ley:

$$\textbf{1)} \quad ma_x = \sum F_x = mg \operatorname{sen} \theta$$

$$\textbf{2)} \quad 0 = \sum F_y = -mg \cos \theta + n$$

Divida la ecuación 1) entre m y sustituya los valores dados: $$a_x = g \operatorname{sen} \theta = (9.80 \text{ m/s}^2) \operatorname{sen} 20.0° = \boxed{3.35 \text{ m/s}^2}$$

b) Encuentre el tiempo que le toma al automóvil llegar al final.

Use la ecuación 3.11b para el desplazamiento, con $v_{0x} = 0$: $$\Delta x = \tfrac{1}{2} a_x t^2 \quad \rightarrow \quad \tfrac{1}{2}(3.35 \text{ m/s}^2) t^2 = 25.0 \text{ m}$$

$$t = \boxed{3.86 \text{ s}}$$

c) Determine la rapidez del automóvil en el fondo del camino de acceso.

Use la ecuación 3.11a para la velocidad, de nuevo con $v_{0x} = 0$: $$v_x = a_x t = (3.35 \text{ m/s}^2)(3.86 \text{ s}) = \boxed{12.9 \text{ m/s}}$$

COMENTARIOS Observe que la respuesta final para la aceleración depende solo de g y del ángulo θ, no de la masa. La ecuación 2), que da la fuerza normal, no es útil aquí, pero es esencial cuando la fricción tiene un efecto.

PREGUNTA 4.9 Si el automóvil se encuentra estacionado sobre una pendiente menos inclinada, ¿cómo se afectará el tiempo requerido para que el automóvil se deslice hasta el fondo de la cuesta? Explique.

EJERCICIO 4.9 **a)** Suponga que un disco de hockey se desliza por una rampa sin fricción con una aceleración de 5.00 m/s^2. ¿Qué ángulo forma la rampa respecto a la horizontal? **b)** Si la rampa tiene una longitud de 6.00 m, ¿cuánto

(*Continúa*)

tiempo le toma al disco llegar al fondo? **c)** Ahora suponga que la masa del disco se duplica. ¿Cuál es su nueva aceleración por la rampa?

RESPUESTAS **a)** 30.7°; **b)** 1.55 s; **c)** no cambia, 5.00 m/s^2

EJEMPLO 4.10 Peso de un pez en un elevador

OBJETIVO Explorar el efecto de la aceleración sobre el peso aparente de un objeto.

PROBLEMA Una mujer pesa un pez con una báscula de resorte sujeta a la parte superior de un elevador, como se muestra en las figuras 4.19a y 4.19b. Mientras el elevador está en reposo, ella registra un peso de 40.0 N **a)** ¿Cuál es la lectura del peso en la báscula si el elevador acelera hacia arriba a 2.00 m/s^2 **b)** ¿Cuál es la lectura de la báscula si el elevador acelera hacia abajo a 2.00 m/s^2, como en la figura 4.19b? **c)** Si el cable del elevador se rompe, ¿cuál es la lectura en la báscula?

ESTRATEGIA Escriba la segunda ley de Newton para el pez, incluyendo la fuerza $\vec{\mathbf{T}}$ ejercida por la báscula de resorte y la fuerza de la gravedad, $m\vec{\mathbf{g}}$. La báscula no mide el peso real, mide la fuerza T que ejerce sobre el pez, por lo que en cada caso despeje esta fuerza, que es el peso aparente según su medición por la báscula.

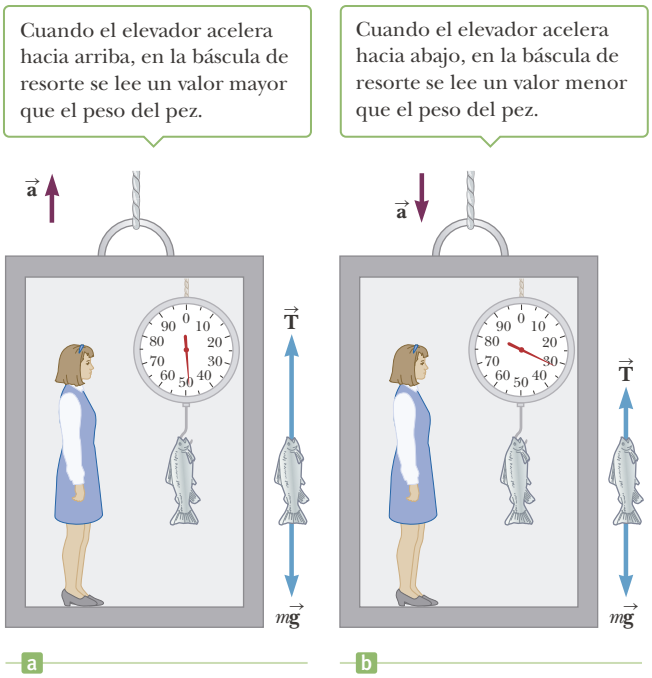


Figura 4.19 (Ejemplo 4.10)

SOLUCIÓN

a) Encuentre las lecturas de la báscula cuando el elevador acelera hacia arriba, como en la figura 4.19a.

Aplique la segunda ley de Newton al pez, con la dirección hacia arriba como la positiva:

$$ma = \sum F = T - mg$$

Despeje T:

$$T = ma + mg = m(a + g)$$

Encuentre la masa del pez a partir de su peso de 40.0 N:

$$m = \frac{w}{g} = \frac{40.0\ \text{N}}{9.80\ \text{m/s}^2} = 4.08\ \text{kg}$$

Calcule el valor de T, sustituyendo $a = +2.00$ m/s^2:

$$T = m(a + g) = (4.08\ \text{kg})(2.00\ \text{m/s}^2 + 9.80\ \text{m/s}^2) = 48.1\ \text{N}$$

b) Encuentre la lectura de la báscula cuando el elevador acelera hacia abajo, como en la figura 4.19b.

El análisis es el mismo, el único cambio es la aceleración, que ahora es negativa: $a = -2.00$ m/s^2.

$$T = m(a + g) = (4.08\ \text{kg})(-2.00\ \text{m/s}^2 + 9.80\ \text{m/s}^2) = 31.8\ \text{N}$$

c) Determine la lectura de la báscula después de que el cable se rompe.

Ahora $a = -9.80$ m/s^2, la aceleración debida a la gravedad:

$$T = m(a + g) = (4.08\ \text{kg})(-9.80\ \text{m/s}^2 + 9.80\ \text{m/s}^2) = 0\ \text{N}$$

COMENTARIOS ¡Observe la importancia de tener los signos correctos en este problema! Las aceleraciones incrementan o disminuyen el peso aparente de un objeto. Los astronautas experimentan cambios muy grandes en su peso aparente, desde varias veces su peso normal durante el acenso hasta la ingravidez en caída libre.

PREGUNTA 4.10 Partiendo del reposo, un elevador acelera hacia arriba, alcanzando y manteniendo una velocidad constante a partir de entonces hasta que llega al piso deseado, cuando empieza a desacelerar. Describa la lectura de la báscula durante este tiempo.

EJERCICIO 4.10 Encuentre la aceleración inicial de un cohete si los astronautas a bordo experimentan ocho veces su peso normal durante un ascenso vertical inicial. (*Sugerencia:* en este ejercicio, la fuerza en la báscula se reemplaza por la fuerza normal.)

RESPUESTA 68.6 m/s^2

EJEMPLO 4.11 Máquina de Atwood

OBJETIVO Usar la segunda ley para resolver un problema simple de dos cuerpos de manera simbólica.

PROBLEMA Dos objetos con masa m_1 y m_2 con $m_2 > m_1$, están conectados por una cuerda ligera inextensible y cuelgan de una polea sin fricción, como en la figura 4.20a. La cuerda y la polea tienen masas despreciables. Encuentre la magnitud de la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda.

ESTRATEGIA La masa más pesada, m_2, acelera hacia abajo, en la dirección y negativa. Como la cuerda no se puede estirar, las aceleraciones de las dos masas son iguales en magnitud, pero *opuestas* en dirección, de manera que a_1 es positiva y a_2 es negativa, y $a_2 = -a_1$. Sobre cada masa actúa una fuerza de tensión $\vec{\mathbf{T}}$ con dirección hacia arriba y una fuerza de gravedad con dirección hacia abajo. La figura 4.20b muestra los diagramas de cuerpo libre para las dos masas. La segunda ley de Newton para cada masa, junto con la ecuación que relaciona las aceleraciones, constituye un conjunto de tres ecuaciones para las tres incógnitas: a_1, a_2 y T.

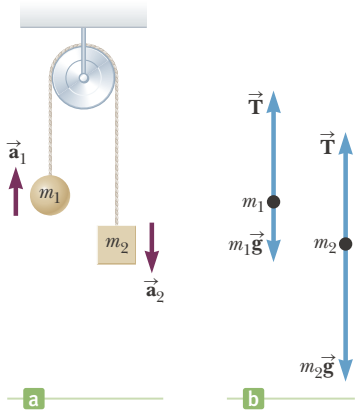


Figura 4.20 (Ejemplo 4.11) Máquina de Atwood. a) Dos objetos suspendidos conectados por una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción. b) Diagramas de cuerpo libre para los objetos.

SOLUCIÓN

Aplique la segunda ley a cada uno de los dos objetos de manera individual:

1) $m_1a_1 = T - m_1g$ **2)** $m_2a_2 = T - m_2g$

Sustituya $a_2 = -a_1$ en la ecuación 2) y multiplique los dos lados por -1:

3) $m_2a_1 = -T + m_2g$

Sume las ecuaciones 1) y 3) y despeje a_1:

$$(m_1 + m_2)a_1 = m_2g - m_1g$$

$$a_1 = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)g$$

Sustituya este resultado en la ecuación 1) para encontrar T:

$$T = \left(\frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}\right)g$$

COMENTARIOS La aceleración del segundo objeto es la misma que la del primero, pero negativa. Cuando m_2 es muy grande comparada con m_1, la aceleración del sistema se aproxima a g, como se esperaba, ya que m_2 cae casi libremente bajo la influencia de la gravedad. En efecto, m_2 solo está ligeramente restringida por la masa mucho más ligera m_1.

PREGUNTA 4.11 ¿Cómo se utilizaría esta máquina simple para elevar objetos demasiado pesados para que los levante una persona?

EJERCICIO 4.11 Suponga en la misma configuración de Atwood que otra cuerda se encuentra en la parte inferior de m_1 y se aplica una fuerza constante f, retardando el movimiento hacia arriba de m_1. Si $m_1 = 5.00$ kg y $m_2 = 10.00$ kg, ¿qué valor de f reducirá la aceleración del sistema en 50 por ciento?

RESPUESTA 24.5 N

4.6 Fuerzas de fricción

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Explicar los orígenes físicos de las fuerzas de fricción.
2. Aplicar el concepto de la fuerza de fricción cinética.
3. Aplicar el concepto de la fuerza de fricción estática.
4. Aplicar el método del sistema a problemas con cuerpos múltiples.

Un objeto que se mueve sobre una superficie o a través de un medio viscoso como aire o agua encuentra una resistencia cuando interactúa con su entorno. Esta resistencia se denomina **fricción**. Las fuerzas de fricción son esenciales en nuestra vida cotidiana. La fricción hace posible manipular y sostener cosas, conducir un automóvil, caminar y correr. Incluso estar de pie en un lugar sería imposible sin la fricción, ya que un desplazamiento ligero ocasionaría de inmediato que nos resbaláramos y cayéramos.

Imagine que usted llenó un bote de plástico para la basura con desechos de su jardín y quiere arrastrar el bote por su patio de concreto. Si aplica una fuerza horizontal externa $\vec{\mathbf{F}}$ al bote, actuando hacia la derecha como se muestra en la figura 4.21a, el bote permanece estacionario si $\vec{\mathbf{F}}$ es pequeña. La fuerza que contrarresta $\vec{\mathbf{F}}$ y evita que el bote se mueva actúa hacia la izquierda, opuesta a la dirección de $\vec{\mathbf{F}}$ y se denomina **fuerza de fricción estática**, $\vec{\mathbf{f}}_s$. Mientras el bote no se mueva, $\vec{\mathbf{f}}_s = -\vec{\mathbf{F}}$. Si $\vec{\mathbf{F}}$ aumenta, $\vec{\mathbf{f}}_s$ también aumenta. De igual forma, si $\vec{\mathbf{F}}$ disminuye, $\vec{\mathbf{f}}_s$, disminuye. Con experimentos se ha demostrado que la fuerza de fricción se origina de la naturaleza de las dos superficies. Debido a su rugosidad, solo hay contacto en algunos puntos.

Si se incrementa la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}$, como en la figura 4.21b, el bote de basura termina por deslizarse. Cuando el bote está a punto de deslizarse, f_s es máxima, como se muestra en la figura 4.21c. Cuando F es mayor que $f_{s,\text{máx}}$, el bote está en movimiento, la fuerza de fricción es menor que $f_{s,\text{máx}}$ (figura 4.21c). Denominamos a la fuerza de fric-

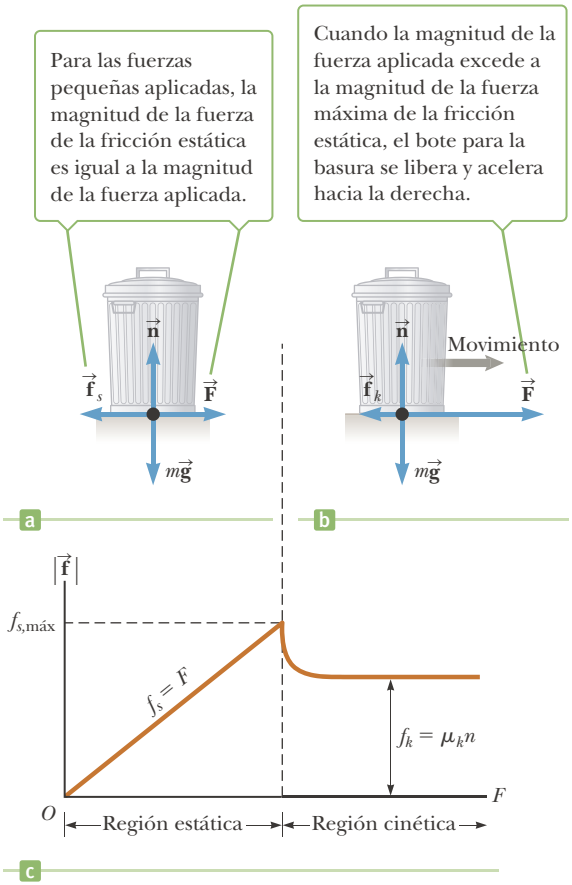


Figura 4.21 a) y b) Cuando se jala un bote para la basura, la dirección de la fuerza de fricción ($\vec{\mathbf{f}}_s$, en el inciso a) y $\vec{\mathbf{f}}_k$ en el inciso b) entre el bote y una superficie rugosa es opuesta a la dirección de la fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$. c) Gráfica de la magnitud de la fuerza de fricción *versus* la fuerza aplicada. Observe que $f_{s,\text{máx}} > f_k$.

ción para un objeto en movimiento **fuerza de fricción cinética**, $\vec{\mathbf{f}}_k$. La fuerza neta $F - f_k$ en la dirección x produce una aceleración hacia la derecha, de acuerdo con la segunda ley de Newton. Si $F = f_k$, la aceleración es cero y el bote se mueve hacia la derecha con rapidez constante. Si la fuerza aplicada se suspende, la fuerza de fricción que actúa hacia la izquierda proporciona al bote aceleración en la dirección $-x$ y al final lo lleva al reposo, de nuevo en consistencia con la segunda ley de Newton.

De forma experimental, para una buena aproximación, $f_{s,\text{máx}}$ y f_k para un objeto sobre una superficie son proporcionales a la fuerza normal ejercida por la superficie sobre el objeto. Las observaciones experimentales se pueden resumir así:

- La magnitud de la fuerza de fricción estática entre cualesquiera dos superficies en contacto puede tener los valores

$$f_s \leq \mu_s n \qquad [4.11]$$

  donde la constante adimensional μ_s se denomina **coeficiente de fricción estática** y n es la magnitud de la fuerza normal ejercida por una superficie sobre la otra. La ecuación 4.11 también es válida para $f_s = f_{s,\text{máx}} \equiv \mu_s n$ cuando un objeto se encuentra a punto de deslizarse. Esta situación se denomina *movimiento inminente*. La desigualdad estricta es válida cuando la componente de la fuerza aplicada paralela a las superficies es menor que $\mu_s n$.
- La magnitud de la fuerza de fricción cinética que actúa entre dos superficies es

$$f_k = \mu_k n \qquad [4.12]$$

  donde μ_k es el **coeficiente de fricción cinética**.
- Los valores de μ_k y μ_s, dependen de la naturaleza de las superficies, pero μ_k por lo general es menor que μ_s. En la tabla 4.2 se listan algunos de los valores reportados.
- La dirección de la fuerza de fricción ejercida por una superficie sobre un objeto es opuesta al movimiento actual (fricción cinética) o al movimiento inminente (fricción estática) del objeto en relación con la superficie.
- Los coeficientes de fricción son casi independientes del área de contacto entre las superficies.

Si bien el coeficiente de fricción cinética varía con la rapidez del objeto, se ignorarán esas variaciones. La naturaleza aproximada de las ecuaciones 4.11 y 4.12 se demuestra con facilidad al intentar deslizar por un plano inclinado un objeto con aceleración constante. En especial cuando se trata de rapideces bajas, es probable que el movimiento se caracterice por episodios alternos de retención y deslizamiento.

Sugerencia 4.8 Use el signo igual en situaciones limitadas

En la ecuación 4.11 el signo de igual se usa *solo* cuando las superficies están a punto de liberarse y comienzan a deslizarse. No caiga en la trampa común de emplear $f_s = \mu_s n$ en *cualquier* situación estática.

Tabla 4.2 Coeficiente de fricción[a]

	μ_s	μ_k
Acero sobre acero	0.74	0.57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Caucho sobre concreto	1.0	0.8
Madera sobre madera	0.25–0.5	0.2
Vidrio sobre vidrio	0.94	0.4
Madera encerada sobre nieve húmeda	0.14	0.1
Madera encerada sobre nieve seca	—	0.04
Metal sobre metal (lubricado))	0.15	0.06
Hielo sobre hielo	0.1	0.03
Teflón sobre Teflón	0.04	0.04
Articulaciones sinoviales en humanos	0.01	0.003

[a]Todos los valores son aproximados.

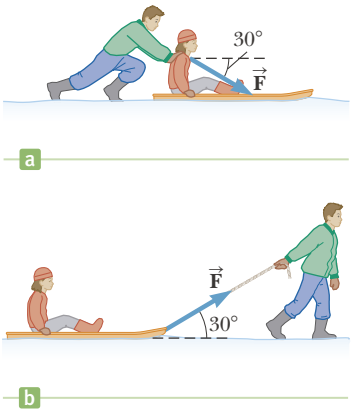


Figura 4.22 (Cuestionario rápido 4.9)

Cuestionario rápido

4.7 Si presiona con su mano un libro plano contra una pared vertical, ¿en qué dirección se ejerce la fuerza de fricción por la pared sobre el libro? a) hacia abajo b) hacia arriba c) fuera la pared d) hacia la pared

4.8 Una caja se encuentra en el centro de la plataforma de una camioneta. Cuando la camioneta acelera hacia el este, la caja se mueve con ella, sin deslizarse sobre la plataforma. ¿En qué dirección se ejerce la fuerza de fricción sobre la caja por la plataforma?

4.9 Suponga que su amiga está sentada sobre un trineo y le pide que la mueva por un campo plano y horizontal. Usted tiene la opción de a) empujarla desde atrás aplicando una fuerza hacia abajo sobre sus hombros a 30° debajo de la horizontal (figura 4.22a) o b) colocar una cuerda en el frente del trineo y jalar con fuerza con un ángulo de 30° por encima de la horizontal (figura 4.22b). ¿Cuál opción será más fácil y por qué?

EJEMPLO 4.12 Un bloque sobre una rampa

OBJETIVO Aplicar el concepto de fricción estática a un objeto en reposo sobre un plano inclinado.

PROBLEMA Suponga que un bloque con masa de 2.50 kg está en reposo sobre una rampa. Si el coeficiente de fricción estática entre el bloque y la rampa es 0.350, ¿cuál es el ángulo máximo que la rampa puede formar con la horizontal antes de que el bloque empiece a deslizarse hacia abajo?

ESTRATEGIA Esta es una aplicación de la segunda ley de Newton que comprende un objeto en equilibrio. Elija coordenadas inclinadas, como en la figura 4.23. Use el hecho de que el bloque está a punto de deslizarse cuando la fuerza de fricción estática toma su valor máximo, $f_s = \mu_s n$.

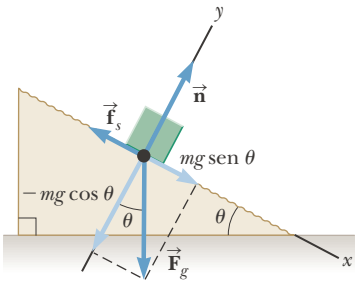


Figura 4.23 (Ejemplo 4.12)

SOLUCIÓN

Escriba las leyes de Newton para un sistema estático en forma de componentes. La fuerza de la gravedad tiene dos componentes, al igual que en los ejemplos 4.7 y 4.9.

1) $\sum F_x = mg \operatorname{sen} \theta - \mu_s n = 0$

2) $\sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$

Reacomode la ecuación 2) para obtener una expresión para la fuerza normal n:

$$n = mg \cos \theta$$

Sustituya la expresión para n en la ecuación 1) y despeje $\tan \theta$:

$$\sum F_x = mg \operatorname{sen} \theta - \mu_s mg \cos \theta = 0 \quad \rightarrow \quad \tan \theta = \mu_s$$

Aplique la función tangente inversa para obtener la respuesta: $\tan \theta = 0.350 \quad \rightarrow \quad \theta = \tan^{-1}(0.350) = 19.3°$

COMENTARIOS Es interesante que el resultado final solo dependa del coeficiente de fricción estática. También observe la similitud de las ecuaciones 1) y 2) con las ecuaciones desarrolladas en los ejemplos 4.7 y 4.9. El reconocimiento de esos patrones es clave para resolver los problemas de forma exitosa.

PREGUNTA 4.12 ¿Cómo afecta un coeficiente de fricción estática mayor el ángulo máximo?

EJERCICIO 4.12 La rampa en el ejemplo 4.12 se hace rugosa y se repite el experimento. **a)** ¿Cuál es el nuevo coeficiente de fricción estática si el ángulo máximo resulta ser 30.0°? **b)** Encuentre la fuerza de fricción estática máxima que actúa sobre el bloque.

RESPUESTA **a)** 0.577; **b)** 12.2 N

EJEMPLO 4.13 El disco de hockey deslizante

OBJETIVO Aplicar el concepto de fricción cinética.

PROBLEMA Cuando se golpea un disco de hockey (como el de la figura 4.24) con un bastón, se le da una rapidez inicial de 20.0 m/s sobre un lago congelado. El disco permanece sobre el hielo y se desliza 1.20×10^2 m, desacelerando de forma constante hasta que llega al reposo. Determine el coeficiente de fricción cinética entre el disco y el hielo.

ESTRATEGIA El disco aminora su movimiento "de forma continua", lo que significa que la aceleración es constante. En consecuencia, se puede usar la ecuación cinemática $v^2 = v_0{}^2 + 2a\Delta x$ para encontrar a, la aceleración en la dirección x. Luego las componentes x y y de la segunda ley de Newton dan dos ecuaciones y dos incógnitas para el coeficiente de fricción cinética, μ_k, y la fuerza normal n.

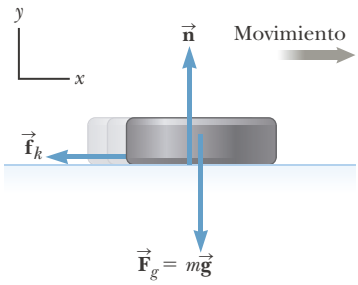


Figura 4.24 (Ejemplo 4.13) *Después* de que se da al disco una velocidad inicial hacia la derecha, las fuerzas externas que actúan sobre él son la fuerza de gravedad $\vec{\mathbf{F}}_g$, la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ y la fuerza de fricción cinética, $\vec{\mathbf{f}}_k$.

SOLUCIÓN

Despeje la aceleración a de la ecuación cinemática independiente del tiempo:

$$v^2 = v_0{}^2 + 2a\Delta x$$
$$a = \frac{v^2 - v_0{}^2}{2\Delta x}$$

Sustituya $v = 0$, $v_0 = 20.0$ m/s y $\Delta x = 1.20 \times 10^2$ m. Observe el signo negativo en la respuesta: $\vec{\mathbf{a}}$ es opuesta a $\vec{\mathbf{v}}$:

$$a = \frac{0 - (20.0 \text{ m/s})^2}{2(1.20 \times 10^2 \text{ m})} = -1.67 \text{ m/s}^2$$

Encuentre la fuerza normal de la componente y de la segunda ley:

$$\sum F_y = n - F_g = n - mg = 0$$
$$n = mg$$

Obtenga una expresión para la fuerza de fricción cinética y sustitúyala en la componente x de la segunda ley:

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg$$
$$ma = \sum F_x = -f_k = -\mu_k mg$$

Despeje μ_k y sustituya los valores:

$$\mu_k = -\frac{a}{g} = \frac{1.67 \text{ m/s}^2}{9.80 \text{ m/s}^2} = 0.170$$

COMENTARIOS Observe que el problema se divide en tres partes: cinemática, segunda ley de Newton en la dirección y y luego la ley de Newton en la dirección x.

PREGUNTA 4.13 ¿Cómo cambiaría la respuesta si un astronauta golpeara el disco sobre una zona de hielo en Marte, donde la aceleración de la gravedad es $0.35g$, conservando iguales las demás cantidades dadas?

EJERCICIO 4.13 Un cohete experimental aterriza con esquíes sobre el lecho de un lago seco. Viaja a 80.0 m/s cuando hace contacto con el lago, ¿qué tan lejos se desliza antes de llegar al reposo? Suponga que el coeficiente de fricción cinética entre los esquíes y el lecho es de 0.600.

RESPUESTA 544 m

El método del sistema

Los problemas con dos cuerpos con frecuencia pueden tratarse como objetos individuales y resolverse con un método del sistema. Cuando los objetos están conectados rígidamente (digamos, con una cuerda de masa despreciable que no se estira) este método puede simplificar el análisis en gran medida. Cuando los dos cuerpos se consideran juntos, una o más de las fuerzas terminan convirtiéndose en fuerzas que son internas al sistema, en vez de ser fuerzas externas que afectan a cada uno de los cuerpos de manera individual. Los dos métodos se usan en el ejemplo 4.14.

EJEMPLO 4.14 Objetos conectados

OBJETIVO Usar el método general y el método del sistema para resolver un problema de dos cuerpos conectados que comprende la gravedad y la fricción.

PROBLEMA **a)** Un bloque con masa $m_1 = 4.00$ kg y una bola con masa $m_2 = 7.00$ kg están conectados por medio de una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin masa y sin fricción, como se muestra en la figura 4.25a. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es de 0.300. Encuentre la aceleración de los dos objetos y la tensión en la cuerda. **b)** Verifique la respuesta para la aceleración usando el método del sistema.

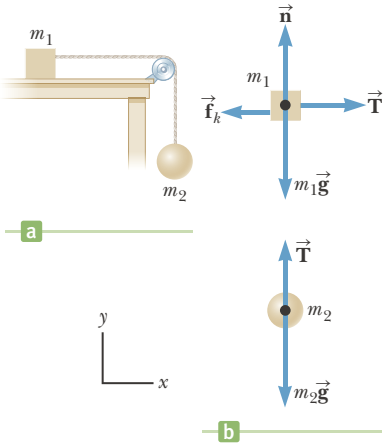


Figura 4.25 (Ejemplo 4.14) a) Dos objetos conectados por una cuerda ligera que pasan sobre una polea sin fricción. b) Diagramas de fuerzas para los objetos.

ESTRATEGIA Para resolver problemas de objetos conectados se aplica la segunda ley de Newton a cada objeto por separado. Los diagramas de fuerzas para el bloque y la bola se muestran en la figura 4.25b, con la dirección $x+$ hacia la derecha y la dirección $y+$ hacia arriba. La magnitud de la aceleración para los dos objetos tiene el mismo valor, $|a_1| = |a_2| = a$. El bloque con masa m_1 se mueve en la dirección x positiva y la bola con masa m_2 se mueve en la dirección y negativa, por lo tanto $a_1 = -a_2$. Usando la segunda ley de Newton es posible desarrollar dos ecuaciones que incluyan las incógnitas T y a que pueden resolverse de manera simultánea. En el inciso b) trate las dos masas como un solo objeto, con la fuerza de la gravedad sobre la bola incrementando la rapidez combinada del objeto y la fuerza de fricción sobre el bloque retardándola. Entonces las fuerzas de tensión se vuelven internas y no aparecen en la segunda ley.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la aceleración de los objetos y la tensión en la cuerda.

Escriba las componentes de la segunda ley de Newton para el bloque de masa m_1:

$$\sum F_x = T - f_k = m_1 a_1 \quad \sum F_y = n - m_1 g = 0$$

La ecuación para la componente y da $n = m_1 g$. Sustituya este valor para n y $f_k = \mu_k n$ en la ecuación para la componente x:

$$\textbf{1)} \quad T - \mu_k m_1 g = m_1 a_1$$

Aplique a la bola la segunda ley de Newton, recordando que $a_2 = -a_1$:

$$\sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_2 = -m_2 a_1$$
$$\textbf{2)} \quad T - m_2 g = -m_2 a_1$$

Reste la ecuación 2) a la ecuación 1), eliminando T y dejando una ecuación en la que se puede despejar a_1:

$$m_2 g - \mu_k m_1 g = (m_1 + m_2) a_1$$
$$a_1 = \frac{m_2 g - \mu_k m_1 g}{m_1 + m_2}$$

Sustituya los valores dados para obtener la aceleración:

$$a_1 = \frac{(7.00\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) - (0.300)(4.00\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)}{(4.00\ \text{kg} + 7.00\ \text{kg})}$$
$$= \boxed{5.17\ \text{m/s}^2}$$

Sustituya el valor para a_1 en la ecuación 1) para encontrar la tensión T:

$$T = \boxed{32.4\ \text{N}}$$

b) Encuentre la aceleración usando el método del sistema, donde el sistema consiste de los dos bloques.

Aplique la segunda ley de Newton al sistema y despeje a:

$$(m_1 + m_2) a = m_2 g - \mu_k n = m_2 g - \mu_k m_1 g$$
$$a = \boxed{\frac{m_2 g - \mu_k m_1 g}{m_1 + m_2}}$$

COMENTARIOS Aunque el método del sistema parece ser rápido y fácil, solo se aplica en casos especiales y no proporciona información acerca de las fuerzas internas, como la tensión. Para encontrar la tensión se debe considerar el diagrama de cuerpo libre de uno de los bloques por separado como se hizo en el inciso a) del ejemplo 4.14.

PREGUNTA 4.14 Si la masa m_2 se incrementa, ¿la aceleración del sistema aumenta, disminuye o permanece igual? ¿La tensión aumenta, disminuye o permanece igual?

EJERCICIO 4.14 ¿Qué sucede si se coloca una masa adicional a la bola del ejemplo 4.14? ¿Qué tan grande debe ser esta masa para aumentar la aceleración hacia abajo en 50%? ¿Por qué no es posible agregar suficiente masa para duplicar la aceleración?

RESPUESTA 14.0 kg. No es posible duplicar la aceleración a 10.3 m/s^2 simplemente al suspender más masa ya que todos los objetos, sin importar su masa, caen libremente a 9.8 m/s^2 cerca de la superficie de la Tierra.

EJEMPLO 4.15 Dos bloques y una cuerda

OBJETIVO Aplicar la segunda ley de Newton y la fricción estática a un sistema de dos cuerpos.

PROBLEMA Un bloque con masa de $m = 5.00$ kg se encuentra encima de un segundo bloque cuya masa es $M = 10.0$ kg. Una persona coloca una cuerda al bloque inferior y jala el sistema de manera horizontal sobre una superficie sin fricción, como en la figura 4.26a. La fricción entre los dos bloques evita que el de 5.00 kg se deslice y caiga. Si el coeficiente de fricción estática es de 0.350 **a)** ¿qué fuerza máxima se puede ejercer con la cuerda en el bloque de 10.0 kg sin ocasionar que el de 5.00 kg se deslice? **b)** Use el método del sistema para calcular la aceleración.

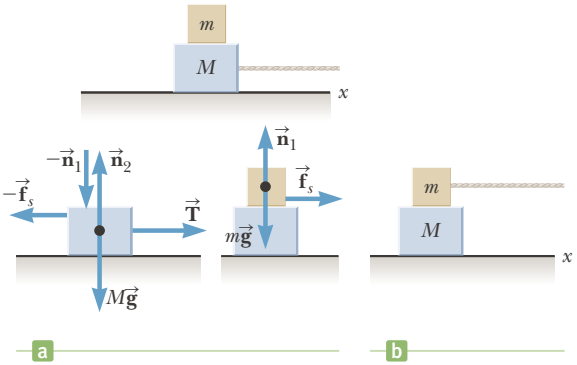


Figura 4.26 a) (Ejemplo 4.15) b) (Ejercicio 4.15)

ESTRATEGIA Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada bloque. La fuerza de fricción estática causa que el bloque superior se mueva horizontalmente y la fuerza máxima corresponde a $f_s = \mu_s n$. Esa misma fricción estática retarda el movimiento del bloque inferior. En tanto el bloque superior no se deslice, la aceleración de los dos bloques es la misma. Escriba la segunda ley de Newton para cada bloque y elimine la aceleración a por sustitución, despejando la tensión T. Una vez que conozca la tensión, use el enfoque del sistema para calcular la aceleración.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la fuerza máxima que se puede ejercer con la cuerda.

Escriba las dos componentes de la segunda ley de Newton para el bloque superior.

componente x: $ma = \mu_s n_1$
componente y: $0 = n_1 - mg$

Despeje n_1 de la componente y, sustituya el resultado en la componente x y luego despeje a:

$$n_1 = mg \quad \rightarrow \quad ma = \mu_s mg \quad \rightarrow \quad a = \mu_s g$$

Escriba la componente x de la segunda ley de Newton para el bloque inferior:

$$\text{1)} \quad Ma = -\mu_s mg + T$$

Sustituya la expresión para $a = \mu_s g$ en la ecuación 1) y despeje la tensión T:

$$M\mu_s g = T - \mu_s mg \quad \rightarrow \quad T = (m + M)\mu_s g$$

Ahora evalúe para obtener la respuesta:

$$T = (5.00 \text{ kg} + 10.0 \text{ kg})(0.350)(9.80 \text{ m/s}^2) = 51.5 \text{ N}$$

b) Utilice el método del sistema para calcular la aceleración.

Escriba la segunda ley para la componente x de la fuerza en el sistema:

$$(m + M)a = T$$

Despeje la aceleración y sustituya los valores:

$$a = \frac{T}{m + M} = \frac{51.5 \text{ N}}{5.00 \text{ kg} + 10.0 \text{ kg}} = 3.43 \text{ m/s}^2$$

(*Continúa*)

COMENTARIOS Observe que la componente y para el bloque de 10.0 kg no se necesitó ya que no había fricción entre ese bloque y la superficie subyacente. También es interesante notar que la fuerza de fricción estática aceleró el bloque superior. La aceleración del sistema también podría haberse calculado con $a = \mu_s g$. ¿El resultado concuerda con la respuesta encontrada por el método del sistema?

PREGUNTA 4.15 ¿Qué pasaría si la fuerza de tensión excediera 51.5 N?

EJERCICIO 4.15 Suponga que ahora la cuerda se coloca en el bloque superior en el ejemplo 4.15 (consulte la figura 4.26b). Encuentre la fuerza máxima que se puede aplicar por la cuerda en el bloque superior sin ocasionar que el bloque superior se deslice.

RESPUESTA 25.7 N

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 4.1 Automóviles y fricción

Las fuerzas de fricción son importantes en el análisis del movimiento de automóviles y de otros vehículos con ruedas. ¿De qué modo esas fuerzas ayudan y dificultan el movimiento de un automóvil?

EXPLICACIÓN Existen varios tipos de fuerzas de fricción que se deben considerar, las principales son la fuerza de fricción entre los neumáticos y la superficie del camino y la fuerza retardadora producida por la resistencia del aire.

Suponiendo que el automóvil es un vehículo de tracción en los cuatro neumáticos de masa m, cuando cada neumático gira para impulsar al vehículo hacia adelante ejerce una fuerza hacia atrás sobre el camino. La reacción ante esta fuerza hacia atrás es una fuerza hacia adelante $\vec{\mathbf{f}}$ ejercida por el camino sobre el neumático (figura 4.27). Si suponemos que la misma fuerza hacia adelante $\vec{\mathbf{f}}$ se ejerce sobre cada neumático, la fuerza neta hacia adelante sobre el automóvil es $4\vec{\mathbf{f}}$ y por lo tanto la aceleración del automóvil es $\vec{\mathbf{a}} = 4\vec{\mathbf{f}}/m$.

La fricción entre el camino y las ruedas del automóvil en movimiento por lo general es fricción estática, a menos que el automóvil derrape.

Cuando el automóvil está en movimiento, también se debe considerar la fuerza de la resistencia del aire, $\vec{\mathbf{R}}$, que actúa en la dirección opuesta a la velocidad del automóvil. Por lo tanto, la fuerza neta ejercida sobre el automóvil es $4\vec{\mathbf{f}} - \vec{\mathbf{R}}$, por lo que la aceleración de automóvil es $\vec{\mathbf{a}} = (4\vec{\mathbf{f}} - \vec{\mathbf{R}})/m$. Con rapideces de manejo normales, la magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ es proporcional a la primera potencia de la rapidez, $R = bv$, donde b es una constante, por lo que la fuerza de la resistencia del aire aumenta cuando se incrementa la rapidez. Cuando R es igual a $4f$, la aceleración es cero y el automóvil se mueve a una rapidez constante. Para minimizar esta fuerza resistiva, los automóviles de carreras con frecuencia tienen perfiles muy bajos y contornos aerodinámicos. ■

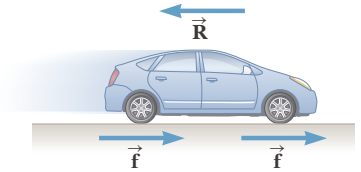


Figura 4.27 (Aplicación de la física 4.1) Las fuerzas horizontales que actúan sobre el automóvil son las fuerzas *hacia adelante* $\vec{\mathbf{f}}$ ejercida por el camino sobre cada neumático y la fuerza de la resistencia del aire $\vec{\mathbf{R}}$, la cual actúa en sentido *opuesto* a la velocidad del vehículo (los neumáticos del automóvil ejercen una fuerza hacia atrás sobre el camino que no se muestra en el diagrama.)

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 4.2 Resistencia al avance del aire

La resistencia al avance del aire no siempre es indeseable. ¿Cuáles son algunas aplicaciones que dependen de ella?

EXPLICACIÓN Considere una paracaidista de caída libre que baja en picada a través del aire, como en la figura 4.28. A pesar de caer desde una altura de varios miles de metros, ella nunca excede una rapidez de alrededor de 120 millas por hora. Esto se debe a que, además de la fuerza de gravedad hacia abajo $m\vec{\mathbf{g}}$ también hay una fuerza hacia arriba de la resistencia del aire, $\vec{\mathbf{R}}$. Antes de que ella alcance una rapidez constante final, la magnitud de $\vec{\mathbf{R}}$ es menor que su peso. Conforme su rapidez hacia abajo aumenta, la fuerza de la resistencia del aire aumenta. La suma vectorial de la fuerza de la gravedad y de la fuerza de la resistencia del aire da una fuerza total que disminuye con el tiempo, por lo que su aceleración disminuye. Una vez que las dos fuerzas se equilibran una a la otra, la fuerza neta es cero; por lo tanto la aceleración es cero y ella alcanza una **rapidez terminal**.

La rapidez terminal por lo general es suficientemente alta para ser fatal en caso de un impacto, aunque ha habido historias extraordinarias de supervivencia. En un caso, un hombre cayó de espaldas sobre un campo recién arado y sobrevivió (sin embargo, se fracturó casi todos los huesos del cuerpo). En otro caso, una azafata sobrevivió a una caída desde 30 000 pies en un banco de nieve. En estos casos, las personas no hubieran tenido la oportunidad de sobrevivir sin los efectos de la resistencia al avance del aire.

Guy Sauvage/Science Source

Figura 4.28 (Aplicación de la física 4.2)

Los paracaídas y parapentes crean una fuerza de arrastre mucho mayor debido a su extensa longitud y pueden reducir la rapidez terminal a algunos metros por segundo. Algunos entusiastas del deporte han desarrollado trajes especiales con alas, lo que permite una planeación larga hasta el suelo. En cada caso, un área de sección transversal mayor intercepta más aire, lo que crea una resistencia del aire mayor, por lo que la rapidez terminal es menor.

La resistencia al avance del aire también es importante en los viajes espaciales. Sin ella, el retorno a la Tierra requeriría una cantidad de combustible considerable. La resistencia al avance del aire ayuda a desacelerar cápsulas y naves espaciales, y se han propuesto capturas aéreas para viajes a otros planetas. Estas técnicas reducen de manera significativa los requerimientos de combustible al usar la resistencia al avance del aire para reducir la rapidez de la nave espacial. ■

RESUMEN

4.1 Fuerzas

Existen cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza conocidas: 1) la fuerza nuclear fuerte entre partículas subatómicas; 2) las fuerzas electromagnéticas entre cargas eléctricas; 3) las fuerzas nucleares débiles y 4) la fuerza gravitacional entre los objetos. Estas fuerzas en conjunto se denominan fuerzas de campo. La física clásica solo trata con las fuerzas gravitacional y electromagnética.

Las fuerzas como la de fricción o la de un bate que golpea una pelota se denominan fuerzas de contacto. En un nivel fundamental, las fuerzas de contacto tienen una naturaleza electromagnética.

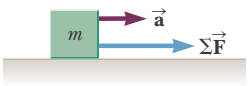
4.2 Primera ley de Newton

La **primera ley de Newton** establece que un objeto se mueve a velocidad constante a menos que una fuerza actué sobre él.

La tendencia de un objeto a mantener su estado original de movimiento se denomina **inercia**. La **masa** es la cantidad física que mide la resistencia de un objeto a los cambios en su velocidad.

4.3 Segunda ley de Newton

La **segunda ley de Newton** establece que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa. La fuerza neta que actúa sobre un objeto es igual al producto de su masa por su aceleración:



Una fuerza neta $\sum \vec{\mathbf{F}}$ que actúa sobre una masa m crea una aceleración proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la masa.

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} \qquad [4.1]$$

La ley de la gravitación universal de Newton es

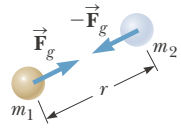
$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad [4.5]$$

El **peso** w de un objeto es la magnitud de la fuerza de gravedad ejercida sobre ese objeto y está dada por

$$w = mg \qquad [4.6]$$

donde $g = F_g/m$ es la aceleración de la gravedad.

La resolución de problemas con la segunda ley de Newton comprende determinar todas las fuerzas que actúan en un sistema y escribir la ecuación 4.1 para la componente x y para la componente y, por separado. Estas dos ecuaciones se resuelven de forma algebraica para las cantidades desconocidas.



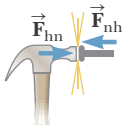
La fuerza de gravedad entre cualesquiera dos objetos es proporcional a sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos.

4.4 Tercera ley de Newton

La **tercera ley de Newton** establece que, si dos objetos interactúan, la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ ejercida por el objeto 1 en el objeto 2 es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ ejercida por el objeto 2 en el objeto 1:

$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = -\vec{\mathbf{F}}_{21}$$

Una fuerza aislada no puede ocurrir en la naturaleza.



La tercera ley de Newton en acción: el martillo impulsa el clavo hacia adelante en la pared y el clavo desacelera la cabeza del martillo hasta el reposo con una fuerza igual y opuesta.

4.5 Aplicaciones de las leyes de Newton

Un **objeto en equilibrio** no tiene fuerza externa neta que actúe sobre él y la segunda ley, en forma de componentes, implica que $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$ para ese objeto. Estas dos ecuaciones son útiles para resolver problemas en estática, donde los objetos están en reposo o moviéndose con velocidad constante.

Un objeto bajo aceleración requiere las mismas dos ecuaciones, pero con los términos de la aceleración incluidos: $\Sigma F_x = ma_x$ y $\Sigma F_y = ma_y$. Cuando la aceleración es constante, las ecuaciones de la cinemática pueden suplementar la segunda ley de Newton.

4.6 Fuerzas de fricción

La magnitud de la fuerza máxima de fricción estática, $f_{s,\text{máx}}$ entre un objeto y una superficie es proporcional a la magnitud de la fuerza normal que actúa en el objeto. Esta fuerza máxima ocurre cuando el objeto está a punto de deslizarse. En general,

$$f_s \leq \mu_s n \qquad [4.11]$$

donde μ_s es el **coeficiente de fricción estática**. Cuando un objeto se desliza sobre una superficie, la dirección de la fuerza de fricción cinética, $\vec{\mathbf{f}}_k$, en el objeto es opuesta a la dirección del movimiento del objeto con relación a la superficie y proporcional a la magnitud de la fuerza normal. La magnitud de $\vec{\mathbf{f}}_k$ es

$$f_k = \mu_k n \qquad [4.12]$$

donde μ_k es el **coeficiente de fricción cinética**. En general, $\mu_k < \mu_s$.

La resolución de problemas que implican fricción es un asunto de usar estas dos fuerzas de fricción en la segunda ley de Newton. La fuerza de fricción estática se debe manejar con cuidado ya que se refiere a una fuerza máxima, la cual no siempre se requiere en un problema.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de física** Un jugador de hockey golpea un disco, dándole una velocidad inicial de 10.0 m/s en la dirección x positiva. El disco desacelera de forma uniforme a 6.00 m/s cuando ha recorrido 40.0 m. a) ¿Cuál es la aceleración del disco? b) ¿A qué velocidad viaja después de 2.00 s? c) ¿Cuánto tiempo le toma recorrer 40.0 m? (Consulte la sección 2.5.)
2. Cuatro fuerzas actúan sobre un objeto, dadas por $\vec{\mathbf{A}}$ = 40.0 N al este, $\vec{\mathbf{B}}$ = 50.0 N al norte, $\vec{\mathbf{C}}$ = 70.0 N al oeste y $\vec{\mathbf{D}}$ = 90.0 N al sur. a) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza neta sobre el objeto? b) ¿Cuál es la dirección de la fuerza? (Consulte las secciones 3.2 y 4.3.)
3. Una fuerza de 30.0 N se aplica en la dirección x positiva a un bloque con masa de 8.00 kg, en reposo sobre una superficie sin fricción. a) ¿Cuál es la aceleración del bloque? b) ¿Qué tan rápido va después de 6.00 s? (Consulte las secciones 2.5 y 4.3.)
4. ¿Cuál sería la aceleración de la gravedad en una superficie de un mundo con una masa del doble de la Tierra y con el doble de su radio? (Consulte la sección 4.3.)
5. Dos monos se agarran de una sola enredadera de masa despreciable que cuelga verticalmente de un árbol; un mono se encuentra algunos metros más arriba que el otro. El mono de arriba tiene una masa de 20.0 kg y el de abajo tiene una masa de 10.0 kg. ¿Cuál es la razón de la tensión en la parte de la enredadera que se encuentra por encima del mono que está más arriba y la tensión en la parte de la enredadera entre los dos monos? (Consulte la sección 4.5.)
6. Dos cuerdas idénticas que forman un ángulo θ = 30.0° respecto a la vertical soportan un bloque de masa m = 15.0 kg (figura EP4.6). ¿Cuál es la tensión en cada una de las cuerdas? (Consulte la sección 4.5.)

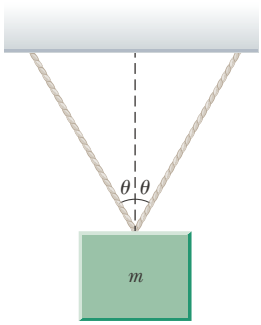


Figura EP4.6

7. Calcule la fuerza normal sobre un bloque de 15.0 kg en las circunstancias siguientes: a) El bloque reposa sobre una superficie plana. b) El bloque reposa sobre una superficie inclinada con un ángulo de 30.0° respecto a la horizontal. c) El bloque reposa sobre el piso de un elevador que acelera hacia arriba a 3.00 m/s^2. d) El bloque se encuentra sobre una superficie plana y sobre él se ejerce una fuerza de 125 N a un ángulo de 30.0° por encima de la horizontal (consulte la sección 4.5).
8. Una fuerza horizontal de 95.0 N se aplica a una caja de 60.0 kg que se encuentra sobre una superficie plana rugosa. Si la caja acelera a 1.20 m/s^2, ¿cuál es la magnitud de la fuerza de fricción cinética que actúa sobre la caja? (Consulte la sección 4.5.)
9. Un automóvil con masa de 875 kg viaja a 30.0 m/s cuando el conductor aplica el freno, de manera que bloquea las ruedas. El automóvil derrapa durante 5.60 s en la dirección x positiva antes de llegar al reposo. a) ¿Cuál es la aceleración del automóvil? b) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que actuó sobre el automóvil durante este tiempo? c) ¿Qué tan lejos viajó el automóvil? (Consulte las secciones 2.5 y 4.5.)
10. Un bloque con masa de 12.0 kg se desliza a una velocidad inicial de 8.00 m/s en la dirección x positiva. La superficie tiene un coeficiente de fricción cinética de 0.300. a) ¿Cuál es la fuerza de fricción cinética que actúa sobre el bloque? b) ¿Cuál es la aceleración del bloque? c) ¿Qué tan lejos se deslizará antes de llegar al reposo? (Consulte las secciones 2.5 y 4.6.)
11. Una persona ejerce una fuerza horizontal de 112 N sobre un refrigerador que tiene una masa de 42.0 kg. Si el refrigerador no se mueve, ¿cuál es el coeficiente de fricción estática mínimo entre el refrigerador y el suelo? (Consulte la sección 4.6.)
12. Una máquina de Atwood (figura 4.20) consiste en dos masas, una de 3.00 kg y la otra de 8.00 kg. Cuando se libera del reposo, ¿cuál es la aceleración del sistema? (Consulte la sección 4.6.)
13. Un bloque con masa m_1 = 16 kg se encuentra sobre una mesa sin fricción a la izquierda de un segundo bloque con masa m_2 = 24 kg, los dos bloques están atados por una cuerda horizontal (figura EP4.13). Si una fuerza horizontal de 120 N se aplica sobre el bloque m_2 en la dirección x positiva, a) utilice el método del sistema para encontrar la aceleración de los dos bloques. b) ¿Cuál es la tensión en la cuerda que conecta a los dos bloques? (Consulte la sección 4.6.)

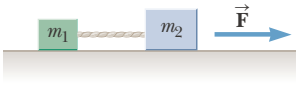


Figura EP4.13

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Una pasajera sentada en la parte posterior de un autobús afirma que se lesionó cuando el conductor frenó de manera repentina, ocasionando que una maleta volara hacia ella desde el frente del autobús. Si usted fuera el juez en este caso, ¿qué orden judicial daría? Explique.
2. Un explorador espacial se mueve por el espacio alejado de cualquier planeta. Luego nota que hay una roca grande, que se tomó como muestra de un planeta extraño, flotando alrededor de la cabina de la nave. ¿Debe empujarla suavemente o patearla hacia el compartimento de carga? Explique.

3. a) Si el oro se vendiera según su peso, ¿preferiría comprarlo en Denver o en el Death Valley? b) Si se vendiera según su masa, ¿en cuál de las dos ubicaciones preferiría comprarlo? ¿Por qué?

4. Si usted empuja una caja pesada que está en reposo, debe ejercer cierta fuerza para iniciar su movimiento. Una vez que la caja se desliza, ¿por qué una fuerza menor mantiene su movimiento?

5. Una persona sostiene una pelota en su mano. a) Identifique todas las fuerzas externas que actúan sobre la pelota y la reacción a cada una. b) Si se deja caer la pelota, ¿qué fuerza se ejerce sobre ella cuando cae? Identifique la fuerza de reacción en este caso (desprecie la resistencia del aire).

6. Una fisicoculturista se sube a una báscula de baño. a) Conforme levanta y baja una barra con pesas, ¿qué le pasa a la lectura en la báscula? b) Suponga que ella es suficientemente fuerte para en realidad *lanzar* la barra hacia arriba. ¿Cómo varía la lectura en la báscula?

7. a) ¿Qué fuerza ocasiona que un automóvil se mueva? b) ¿Un avión impulsado por una hélice? c) ¿Un bote de remos?

8. Si solo una fuerza actúa en un objeto, ¿puede estar en equilibrio? Explique.

9. En la película *Lo que sucedió aquella noche* (*It Happened One Night*; Columbia Pictures, 1934), Clark Gable se encuentra de pie en un autobús estático enfrente de Claudette Colbert, que está sentada. De repente el autobús empieza a moverse hacia adelante y Clark cae en el regazo de Claudette. ¿Por qué sucedió esto?

10. Analice el movimiento de una roca que se deja caer en el agua en términos de su rapidez y aceleración conforme cae. Suponga que sobre la roca actúa una fuerza resistiva que se incrementa conforme aumenta la velocidad de la roca.

11. Identifique los pares acción-reacción en las situaciones siguientes: a) una persona da un paso, b) una bola de nieve golpea a una niña en la espalda, c) un jugador de béisbol atrapa una pelota, d) una ráfaga de viento golpea una ventana.

12. Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada uno de los objetos siguientes: a) un proyectil en movimiento con resistencia del aire, b) un cohete que despega de la plataforma de lanzamiento con sus motores en operación, c) un atleta corriendo a lo largo de una pista horizontal.

13. En una competencia de tirar de una cuerda entre dos atletas, cada uno jala sobre la cuerda con una fuerza de 200 N. ¿Cuál es la tensión en la cuerda? Si esta no se mueve, ¿qué fuerza horizontal ejerce cada atleta contra el suelo?

14. Suponga que usted conduce un automóvil con gran rapidez. ¿Por qué debe evitar frenar de manera repentina si desea detenerse en la distancia más corta posible? (Los automóviles más modernos tienen frenos antibloqueo que evitan este problema.)

15. Un bloque se desliza hacia abajo por un plano inclinado sin fricción, ¿cuál de las afirmaciones siguientes es cierta? a) Su rapidez y aceleración aumentan. b) Su rapidez y aceleración permanecen constantes. c) Su rapidez aumenta y su aceleración permanece constante. d) Su rapidez y aceleración disminuyen. e) Su rapidez aumenta y su aceleración disminuye.

16. Una caja permanece inmóvil después de que se ha colocado sobre una rampa inclinada con un ángulo respecto a la horizontal. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes debe ser cierta acerca de la magnitud de la fuerza de fricción que actúa sobre la caja? a) Es mayor que el peso de la caja. b) Es al menos igual que el peso de la caja. c) Es igual que $\mu_s n$. d) Es mayor que la componente de la fuerza gravitacional que actúa hacia abajo de la rampa. e) Es igual que la componente de la fuerza gravitacional que actúa hacia abajo de la rampa.

17. En la fotografía en la página 91, una locomotora atravesó el muro de una estación ferroviaria. Durante la colisión, ¿qué se puede decir acerca de la fuerza ejercida por la locomotora sobre el muro? a) Fue mayor que la fuerza que el muro pudo ejercer sobre la locomotora. (b) Tuvo la misma magnitud que la fuerza ejercida por el muro sobre la locomotora. c) Fue menor que la fuerza ejercida por el muro sobre la locomotora. d) No se puede decir que el muro "ejerce" una fuerza, ya que se derrumbó.

18. Si un objeto está en equilibrio, ¿cuál de las afirmaciones siguientes no es cierta? a) La rapidez del objeto permanece constante. b) La aceleración del objeto es cero. c) La fuerza neta que actúa sobre el objeto es cero. d) El objeto debe estar en reposo. e) La velocidad es constante.

19. Un camión cargado con arena acelera por una carretera. La fuerza de impulsión sobre el camión permanece constante. ¿Qué le sucede a la aceleración del camión cuando su remolque tiene una fuga de arena a una razón constante por un agujero en su fondo? a) Disminuye a una razón constante. b) Aumenta a una razón constante. c) Aumenta y luego disminuye. d) Disminuye y luego aumenta. e) Permanece constante.

20. Una caja grande de masa m se coloca en la parte posterior de un camión pero no se sujeta. Cuando el camión acelera hacia adelante con una aceleración a, la caja permanece en reposo en relación con el camión. ¿Qué fuerza ocasiona que la caja acelere hacia adelante? a) la fuerza normal b) la fuerza de la gravedad c) la fuerza de fricción entre la caja y el piso del camión d) la fuerza "ma" e) ninguna de estas.

21. De las afirmaciones siguientes, ¿cuáles son ciertas? a) El peso de un astronauta es el mismo en la Luna que en la Tierra. b) La masa de un astronauta es la misma en la Estación Espacial Internacional que en la Tierra. c) La gravedad de la Tierra no tiene efecto sobre los astronautas dentro de la Estación Espacial Internacional. d) La masa de un astronauta es mayor en la Tierra que en la Luna. e) Ninguna de estas afirmaciones es cierta.

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos

GP denota problemas guiados

M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign

Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual

S denota un problema de razonamiento simbólico

W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

4.1 Fuerzas

4.2 Primera ley de Newton

4.3 Segunda ley de Newton

4.4 Tercera ley de Newton

1. El invertebrado más pesado es el calamar gigante, cuyo peso se estima en aproximadamente 2 toneladas repartidas sobre su longitud de 70 pies. ¿Cuál es su peso en newtons?

2. Un pateador de futbol americano acelera un balón desde el reposo hasta una rapidez de 10 m/s durante el tiempo en el que su dedo gordo está en contacto con el balón (aproximadamente 0.20 s). Si el balón tiene una masa de 0.50 kg, ¿qué fuerza promedio ejerce el pateador sobre el balón?

3. Un objeto de 6 kg experimenta una aceleración de 2.0 m/s^2. a) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza resultante que actúa sobre él? b) Si esta misma fuerza se aplica a un objeto de 4.0 kg, ¿qué aceleración se produce?

4. Q|C Se ejercen una o más fuerzas externas sobre cada objeto delimitado en el rectángulo discontinuo que se muestra en la figura 4.2. Identifique la reacción ante cada una de estas fuerzas.

5. Una bolsa de azúcar pesa 5.00 lb en la Tierra. ¿Cuánto pesaría en newtons en la Luna, donde la aceleración en caída libre es una sexta parte de la correspondiente a la Tierra? Repita para Júpiter, donde g es 2.64 veces la correspondiente a la Tierra. Encuentre la masa de la bolsa de azúcar en kilogramos en cada una de las tres ubicaciones.

6. Un tren de carga tiene una masa de 1.5×10^7 kg. Si la locomotora puede ejercer un tiro constante de 7.5×10^5 N, ¿cuánto tiempo toma incrementar la rapidez del tren del reposo a 80 km/h?

7. Una persona de 75 kg que se encuentra de pie sobre una báscula en un elevador observa que cuando el elevador sube, en la báscula se leen 825 N. ¿Cuál es la aceleración del elevador?

8. Q|C Considere una esfera metálica sólida (E) de algunos centímetros de diámetro y una pluma (P). Para cada cantidad en la lista que sigue, indique si la cantidad es la misma, mayor o menor en el caso de E o en el de P. Explique en cada caso por qué dio esa respuesta. Esta es la lista: a) la fuerza gravitacional, b) el tiempo que le tomará caer una distancia dada en el aire, c) el tiempo que le tomará caer una distancia dada en el vacío, d) la fuerza total sobre el objeto cuando cae en el vacío.

9. BIO Cuando un pez salta verticalmente hacia afuera del agua, suponga que solo dos fuerzas significativas actúan sobre él: una fuerza hacia arriba F ejercida por la aleta de cola y la fuerza hacia abajo debida a la gravedad. Un salmón real récord tiene una longitud de 1.50 m y una masa de 61.0 kg. Si este pez se mueve hacia arriba a 3.00 m/s cuando su cabeza primero rompe la superficie del agua y tiene una rapidez hacia arriba de 6.00 m/s después de que dos tercios de su longitud han dejado la superficie, suponga una aceleración constante y determine a) la aceleración del salmón y b) la magnitud de la fuerza F durante este intervalo.

10. W Una bala de 5.0 g sale de un rifle con una rapidez de 320 m/s. ¿Qué fuerza (que se supone es constante) se ejerce sobre la bala mientras viaja por el cañón de 0.82 m de longitud del rifle?

11. Un bote se mueve por el agua y dos fuerzas actúan sobre él. Una es un empuje hacia adelante de 2000 N por el agua sobre el propulsor y la otra es una fuerza resistiva de 1800 N debida al agua alrededor de la proa. a) ¿Cuál es la aceleración del bote de 1000 kg? b) Si parte del reposo, ¿qué tan lejos se moverá el bote en 10.0 s? c) ¿Cuál será su velocidad al final de ese tiempo?

12. Dos fuerzas se aplican a un automóvil en un esfuerzo para moverlo, como se muestra en la figura P4.12. a) ¿Cuál es el vector resultante de estas dos fuerzas? b) Si el automóvil tiene una masa de 3000 kg, ¿qué aceleración tiene? Desprecie la fricción.

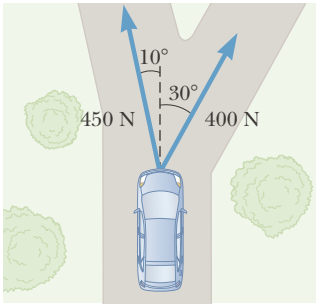


Figura P4.12

13. Un automóvil de 970 kg parte del reposo sobre un camino horizontal y acelera hacia el este durante 5.00 s cuando alcanza una rapidez de 25.0 m/s. ¿Cuál es la fuerza promedio ejercida en el automóvil durante este tiempo?

14. S Un objeto de masa m se deja caer desde el techo de un edificio de altura h. Mientras el objeto cae, un viento que sopla paralelo a la fachada del edificio ejerce una fuerza horizontal constante F sobre el objeto. a) ¿Cuánto tiempo le toma al objeto chocar con el suelo? Exprese el tiempo t en términos de g y h. b) Encuentre una expresión en términos de m y F para la aceleración a_x del objeto en la dirección horizontal (tomada como la dirección x positiva). c) ¿Qué tan lejos se desplaza el objeto de forma horizontal antes de chocar con el suelo? Responda en términos de m, g, F y h. d) Encuentre la magnitud de la aceleración del objeto mientras cae, usando las variables F, m y g.

15. Después de caer desde una altura de 30 m, una pelota de 0.50 kg rebota hacia arriba, alcanzando una altura de 20 m. Si el contacto entre la pelota y el suelo duró 2.0 ms, ¿qué fuerza promedio se ejerció sobre la pelota?
16. M La fuerza ejercida por el viento sobre las velas de un bote es de 390 N al norte. El agua ejerce una fuerza de 180 N al este. Si el bote (incluida su tripulación) tiene una masa de 270 kg, ¿cuál es la magnitud y la dirección de su aceleración?

4.5 Aplicaciones de las leyes de Newton

17. Q|C a) Encuentre la tensión en cada cable que soporta al ladrón de 600 N en la figura P4.17. b) Suponga que el cable horizontal se reubicará más arriba sobre la pared. La tensión en el otro cable, ¿aumentaría, disminuiría o permanecería igual? ¿Por qué?

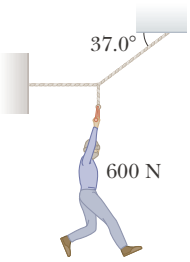


Figura P4.17

18. BIO Cierto ortodontista utiliza un frenillo dental de alambre para alinear los dientes de un paciente, como se muestra en la figura P4.18. La tensión en el alambre se ajusta para que tenga una magnitud de 18.0 N. Determine la magnitud de la fuerza neta ejercida por el alambre sobre los dientes chuecos.

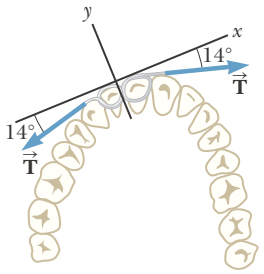


Figura P4.18

19. Un comedero para aves de 150 N cuelga de tres cables, como se muestra en la figura P4.19. Determine la tensión en cada cable.
20. BIO La pierna y el yeso en la figura P4.20 pesan 220 N (w_1). Determine el peso w_2 y el ángulo α necesario de manera que la pierna y el yeso no ejerzan ninguna fuerza sobre la articulación de la cadera.

Figura P4.19

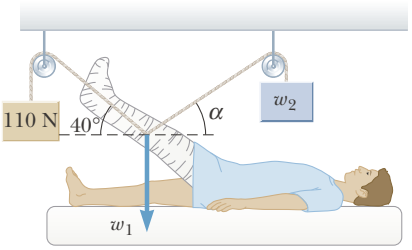


Figura P4.20

21. Dos bloques cada uno de masa $m = 3.50$ kg están sujetos a la parte superior de un elevador como en la figura P4.21. a) Si el elevador tiene una aceleración hacia arriba $a = 1.60$ m/s^2, encuentre las tensiones T_1 y T_2 en las cuerdas superior e inferior. b) Si las cuerdas pueden superar una tensión máxima de 85.0 N, ¿qué aceleración máxima puede tener el elevador antes de que la cuerda superior se rompa?

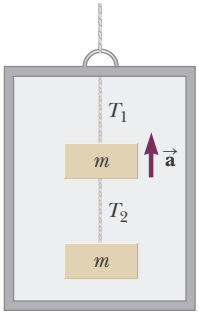


Figura P4.21
(Problemas 21 y 22)

22. S Dos bloques de masa m están sujetos a la parte superior de un elevador como en la figura P4.21. El elevador tiene una aceleración hacia arriba a. Las cuerdas tienen masa despreciable. a) Encuentre las tensiones T_1 y T_2 en las cuerdas superior e inferior en términos de m, a y g. b) Compare las dos tensiones y determine cuál cuerda se romperá primero si a se hace suficientemente grande. c) ¿Cuáles son las tensiones si el cable que soporta el elevador se rompe?
23. La distancia entre dos postes telefónicos es de 50.0 m. Cuando un pájaro de 1.00 kg se coloca sobre el cable telefónico a la mitad entre los postes, el cable se cuelga 0.200 m. Dibuje un diagrama de cuerpo libre del pájaro. ¿Cuánta tensión produce el pájaro en el cable? Ignore el peso del cable.
24. Los sistemas que se muestran en la figura P4.24 están en equilibrio. Si las básculas de resorte se calibran en newtons, ¿cuál es su lectura? Ignore las masas de las poleas y de las cuerdas y suponga que las poleas y el plano inclinado en la figura P4.24 no tienen fricción.

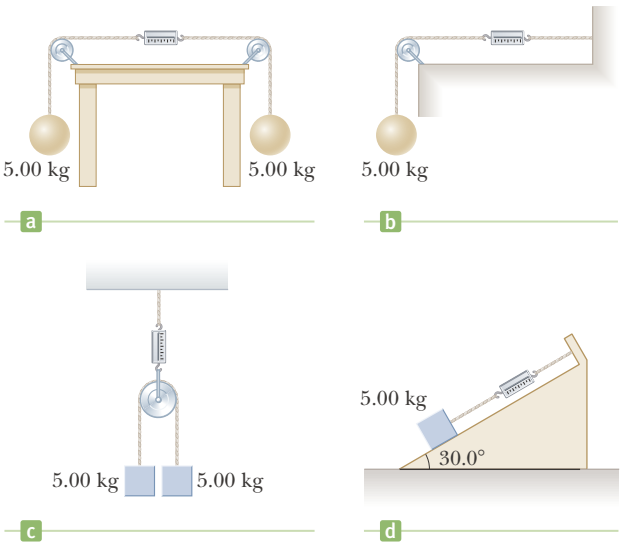


Figura P4.24

25. W Una cubeta con agua de 5.0 kg se eleva desde un pozo con una cuerda. Si la aceleración hacia arriba de la cubeta es de 3.0 m/s^2, encuentre la fuerza ejercida por la cuerda sobre la cubeta.

26. Una caja cuya masa es de $m = 32$ kg se encuentra sobre la plataforma de un camión y está sujeta con una cuerda a la parte posterior de la cabina como en la figura P4.26. La cuerda puede soportar una tensión máxima de 68 N antes de romperse. Ignorando la fricción entre la caja y el camión, encuentre la aceleración máxima que el camión puede tener antes de que la cuerda se rompa.

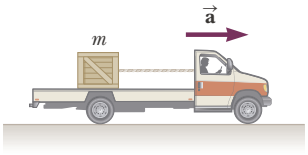


Figura P4.26

27. S Dos bloques de masas m y $2m$ se mantienen en equilibrio sobre un plano inclinado sin fricción como en la figura P4.27. En términos de m y θ, encuentre a) la magnitud de la tensión T_1 en la cuerda superior y b) la magnitud de la tensión T_2 en la cuerda inferior que conecta los dos bloques.

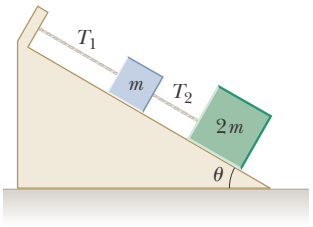


Figura P4.27

28. Dos cajas de embalaje cuyas masas son 10.0 kg y 5.00 kg están conectadas por una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción como en la figura P4.28. La caja de 5.00 kg se encuentra sobre una superficie lisa inclinada a un ángulo de 40.0°. Encuentre a) la aceleración de la caja de 5.00 kg y b) la tensión en la cuerda.

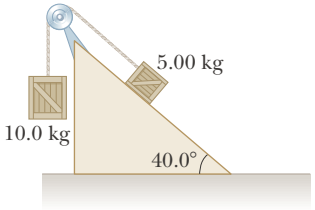


Figura P4.28

29. M Suponga que los tres bloques que se representan en la figura P4.29 se mueven sobre una superficie sin fricción y una fuerza de 42 N actúa como se muestra sobre el bloque de 3.0 kg. Determine a) la aceleración impartida a este sistema, b) la tensión en la cuerda que conecta los bloques de 3.0 kg y 1.0 kg y c) la fuerza ejercida por el bloque de 1.0 kg sobre el bloque de 2.0 kg.

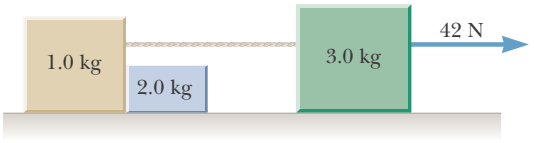


Figura P4.29

30. Un bloque de masa $m = 5.8$ kg se jala hacia arriba por un plano inclinado con $\theta = 25°$ como se muestra en la figura P4.30, con una fuerza de magnitud $F = 32$ N. a) Encuentre la aceleración del bloque si el plano inclinado no tiene fricción. b) Determine la aceleración del bloque si el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano inclinado es de 0.10.

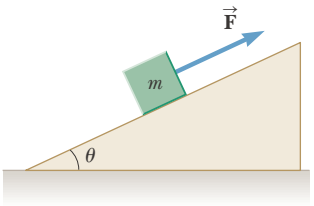


Figura P4.30

31. BIO Una configuración similar a la que se muestra en la figura P4.31 con frecuencia se utiliza en los hospitales para soportar y aplicar una fuerza de tracción a una pierna lesionada. a) Determine la fuerza de tensión en la cuerda que soporta la pierna. b) ¿Cuál es la fuerza de tracción ejercida sobre la pierna? Suponga que la fuerza de tracción es horizontal.

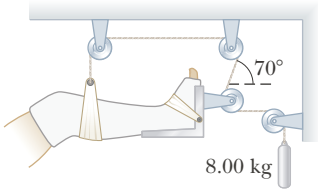


Figura P4.31

32. GP Dos bloques de masas m_1 y m_2 ($m_1 > m_2$) se encuentran sobre una mesa sin fricción, haciendo contacto. Una fuerza horizontal de magnitud F se aplica al bloque de masa m_1 en la figura P4.32. a) Si P es la magnitud de la fuerza de contacto entre los bloques, dibuje los diagramas de cuerpo libre para cada bloque. b) ¿Cuál es la fuerza neta sobre el sistema que consiste en los dos bloques? c) ¿Cuál es la fuerza neta que actúa sobre m_1? d) ¿Cuál es la fuerza neta que actúa sobre m_2? e) Escriba las componentes x de la segunda ley de Newton para cada bloque. f) Resuelva el sistema resultante de dos ecuaciones con dos incógnitas, expresando la aceleración a y la fuerza de contacto P en términos de las masas y la fuerza. g) ¿Cómo cambiarían las respuestas si la fuerza se hubiera aplicado a m_2? (*Sugerencia:* utilice simetría; ¡no calcule!) ¿La fuerza de contacto es mayor, menor o la misma en este caso? ¿Por qué?

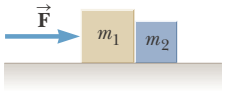


Figura P4.32

33. Un planeador de 276 kg se jala, con un avión a reacción de 1 950 kg, a lo largo de una pista horizontal con una aceleración de $\vec{a} = 2.20\ \text{m/s}^2$ hacia la derecha como en la figura P4.33. Encuentre a) el empuje proporcionado por los motores del avión y b) la magnitud de la tensión en el cable que conecta el avión y el planeador.

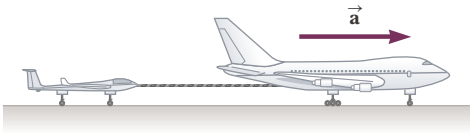


Figura P4.33

34. Q|C En la figura P4.34, la cuerda ligera, tensa y no estirable B une el bloque 1 con el bloque 2 de masa mayor. La cuerda A ejerce una fuerza sobre el bloque 1 para que acelere hacia adelante. a) ¿Cuál es la diferencia entre la magnitud de la fuerza ejercida por la cuerda A sobre el bloque 1 y la magnitud de la fuerza ejercida por la cuerda B sobre el bloque 2? b) ¿Cuál es

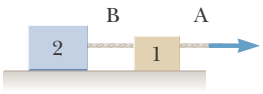


Figura P4.34

la diferencia en la aceleración del bloque 1 y la aceleración del bloque 2? c) ¿Ejerce la cuerda B una fuerza sobre el bloque 1? Explique su respuesta.

35. Q|C a) Un elevador de masa m que se mueve hacia arriba tiene dos fuerzas que actúan sobre él: la fuerza hacia arriba de tensión en el cable y la fuerza hacia abajo debida a la gravedad. Cuando el elevador acelera hacia arriba, ¿cuál es mayor, T o w? b) Cuando el elevador se mueve a una velocidad constante hacia arriba, ¿cuál es mayor T o w? c) Cuando el elevador se mueve hacia arriba, pero la aceleración se da hacia abajo, ¿cuál es mayor, T o w? d) Si el elevador tiene una masa de 1 500 kg y una aceleración hacia arriba de 2.5 m/s^2. Encuentre T. ¿Es consistente su respuesta con la respuesta al inciso a)? e) El elevador en el inciso d) ahora se mueve con una velocidad constante hacia arriba de 10 m/s. Determine T. ¿Es consistente su respuesta con la del inciso b)? f) Al haberse movido inicialmente hacia arriba con una velocidad constante, el elevador comienza a acelerar hacia abajo a 1.50 m/s^2. Encuentre T. ¿Es consistente su respuesta con su respuesta al inciso c)?

36. W Un objeto con masa $m_1 = 5.00$ kg se encuentra sobre una mesa horizontal sin fricción; está conectado a un cable que pasa sobre una polea y luego a un objeto suspendido con masa $m_2 = 10.0$ kg, como se muestra en la figura P4.36. Determine a) la aceleración de cada objeto y b) la tensión en el cable.

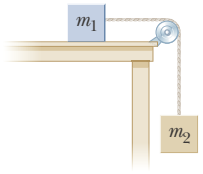


Figura P4.36
(Problemas 36, 40 y 45)

37. Un automóvil de 1 000 kg jala un remolque de 300 kg. Juntos, el automóvil y el remolque tienen una aceleración de 2.15 m/s^2 en la dirección x positiva. Ignorando las fuerzas de fricción sobre el remolque, determine a) la fuerza neta sobre el automóvil, b) la fuerza neta sobre el remolque, c) la magnitud y dirección de la fuerza ejercida por el remolque sobre el automóvil y d) la fuerza resultante ejercida por el automóvil sobre el camino.

38. Dos objetos con masas de 3.00 kg y 5.00 kg están conectados por una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción, como en la figura P4.38. Determine a) la tensión en la cuerda, b) la aceleración de cada objeto y c) la distancia que cada objeto se moverá en el primer segundo del movimiento si los dos objetos parten del reposo.

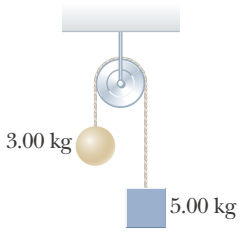


Figura P4.38

4.6 Fuerzas de fricción

39. Un trabajador portuario que carga cajas en un barco encuentra que una caja de 20.0 kg, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal, requiere una fuerza horizontal de 75 N para ponerse en movimiento. Sin embargo, después de que la caja está en movimiento, se requiere una fuerza horizontal de 60 N para que siga moviéndose con rapidez constante. Encuentre los coeficientes de fricción estática y cinética entre la caja y el piso.

40. En la figura P4.36, $m_1 = 10$ kg y $m_2 = 4.0$ kg. El coeficiente de fricción estática entre m_1 y la superficie horizontal es 0.50 y el coeficiente de fricción cinética es 0.30. a) Si el sistema se libera del reposo, ¿cuál será su aceleración? b) Si el sistema se pone en movimiento con m_2 moviéndose hacia abajo, ¿cuál será la aceleración del sistema?

41. Por el piso plano se empuja una caja de 1 000 N con rapidez constante y una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ de 300 N a un ángulo de 20.0° por debajo de la horizontal, como se muestra en la figura P4.41a. a) ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el piso? b) Si la fuerza de 300 N empuja el bloque a un ángulo de 20.0° arriba de la horizontal, como en la figura P4.41b, ¿cuál es la aceleración de la caja? Suponga que el coeficiente de fricción es el mismo que el determinado en el inciso a).

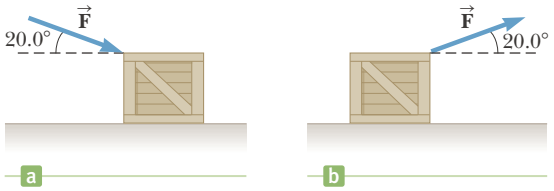


Figura P4.41

42. Q|C S Un bloque de masa $3m$ se coloca sobre una superficie horizontal sin fricción y un segundo bloque de masa m se coloca encima del primer bloque. Las superficies de los bloques son rugosas. Una fuerza constante de magnitud F se aplica al primer bloque como en la figura P4.42. a) Construya los diagramas de cuerpo libre para cada bloque. b) Identifique la fuerza horizontal que ocasiona que el bloque de masa m acelere. c) Suponga que el bloque de arriba no se desliza por el bloque de abajo y determine la aceleración de cada bloque en términos de m y F.

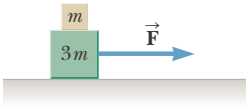


Figura P4.42

43. Considere un camión grande que lleva una carga pesada, como vigas de acero. Un peligro significativo para el conductor es que la carga puede deslizarse hacia adelante, aplastando la cabina, si el camión se detiene de repente en un accidente o incluso al frenar. Suponga, por ejemplo, que una carga de 10 000 kg se encuentra sobre la plataforma de un camión de 20 000 kg que se mueve a 12.0 m/s. Suponga que la carga no está sujeta al camión y que tiene un coeficiente de fricción estática de 0.500 con la plataforma del camión. a) Calcule la distancia de parada mínima en la cual la carga no se deslizará hacia adelante en relación con el camión. b) ¿Algún dato es innecesario para encontrar la solución?

44. Una caja de masa 45.0 kg se transporta sobre la plataforma plana de una camioneta. El coeficiente de

fricción estática entre la caja y la plataforma plana de la camioneta es 0.350 y el coeficiente de fricción cinética es 0.320. a) La camioneta acelera hacia adelante sobre terreno plano. ¿Cuál es la aceleración máxima que la camioneta puede tener de manera que la caja no se deslice en relación con la plataforma plana de la camioneta? b) La camioneta apenas excede esta aceleración, y la caja se desliza a lo largo de la plataforma. ¿Cuál es la aceleración de la caja en relación con el suelo?

45. M Los objetos con masas $m_1 = 10.0$ kg y $m_2 = 5.00$ kg están conectados por una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción como en la figura P4.36. Si, cuando el sistema parte del reposo, m_2 cae 1.00 m en 1.20 s, determine el coeficiente de fricción cinética entre m_1 y la mesa.

46. S A un disco de hockey golpeado por un palo se le da una rapidez inicial v_0 en la dirección x positiva. El coeficiente de fricción cinética entre el hielo y el disco es μ_k. a) Obtenga una expresión para la aceleración del disco. b) Use el resultado del inciso a) para obtener una expresión para la distancia d que el disco se desliza. La respuesta solo debe estar en términos de las variables v_0, μ_k y g.

47. W El coeficiente de fricción estática entre la caja de 3.00 kg y el plano inclinado a 35.0° de la figura P4.47 es 0.300. ¿Qué fuerza mínima $\vec{\mathbf{F}}$ se debe aplicar a la caja perpendicular al plano inclinado para evitar que se deslice hacia abajo por el plano?

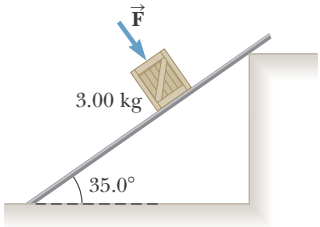


Figura P4.47

48. Una estudiante decide mover una caja con libros hacia su dormitorio al jalarla con una cuerda. Jala con una fuerza de 80.0 N y un ángulo de 25.0° por encima de la horizontal. La caja tiene una masa de 25.0 kg y el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el piso es de 0.300. a) Encuentre la aceleración de la caja. b) Luego la estudiante jala la caja hacia arriba por una pendiente de 10.0°, manteniendo su fuerza de 80.0 N dirigida 25.0° por la línea del plano inclinado. Si el coeficiente de fricción no cambia, ¿cuál es la nueva aceleración de la caja?

49. Q|C Un objeto que cae bajo la fuerza de la gravedad está sometido a la fuerza de fricción de la resistencia del aire. La magnitud de esta fuerza es aproximadamente proporcional a la rapidez del objeto, la cual se puede escribir como $f = bv$. Suponga $b = 15$ kg/s y $m = 50$ kg. a) ¿Cuál es la rapidez terminal que alcanza el objeto mientras cae? b) ¿Depende su respuesta al inciso a) de la rapidez inicial del objeto? Explique.

50. Un automóvil viaja a 50.0 km/h en una carretera plana. a) Si el coeficiente de fricción entre el camino y los neumáticos en un día lluvioso es de 0.100, ¿cuál es la distancia mínima en que se detendrá el automóvil? b) ¿Cuál es la distancia de parada cuando la superficie está seca y el coeficiente de fricción es de 0.600?

51. Un bloque de 3.00 kg parte del reposo en la parte superior de un plano inclinado a 30.0° y se desliza 2.00 m por el plano en 1.50 s. Encuentre a) la aceleración del bloque, b) el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano inclinado, c) la fuerza de fricción que actúa sobre el bloque y d) la rapidez del bloque después de que se ha deslizado 2.00 m.

52. Un bloque de 15.0 lb se encuentra sobre un piso horizontal. a) ¿Qué fuerza ejerce el piso en el bloque? b) Una cuerda se ata al bloque y pasa verticalmente sobre una polea. En el otro extremo se coloca un objeto de 10.0 lb suspendido libremente. ¿Ahora cuál es la fuerza ejercida por el piso sobre el bloque de 15.0 lb? c) Si el objeto de 10.0 lb en el inciso b) se reemplaza por un objeto de 20.0 lb, ¿cuál es la fuerza ejercida por el piso en el bloque de 15.0 lb?

53. Para cumplir con un requerimiento del Servicio Postal, el calzado de los empleados debe tener un coeficiente de fricción estática de 0.500 o mayor sobre una superficie de baldosas específica. Un zapato atlético común tiene un coeficiente de 0.800. En una emergencia, ¿cuál es el intervalo de tiempo mínimo en el cual una persona que parte del reposo puede moverse 3.00 m sobre la superficie con baldosas si lleva puesto a) calzado que cumple con el mínimo del Servicio Postal y b) un calzado atlético común?

54. Objetos de masas $m_1 = 4.00$ kg y $m_2 = 9.00$ kg están conectados con una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción como en la figura P4.54. El objeto m_1 se mantiene en reposo sobre el piso y m_2 reposa sobre un plano inclinado fijo que tiene $\theta = 40.0°$. Los objetos se liberan del reposo y m_2 se desliza 1.00 m por el plano inclinado en 4.00 s. Determine a) la aceleración de cada objeto, b) la tensión en la cuerda y c) el coeficiente de fricción cinética entre m_2 y el plano inclinado.

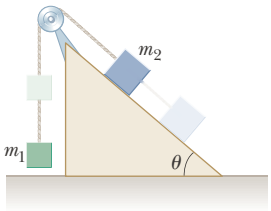


Figura P4.54

55. BIO La persona en la figura P4.55 pesa 170 lb. Cada muleta forma un ángulo de 22.0° con la vertical (como se ve de frente). La mitad del peso de la persona está apoyada en las muletas, la otra mitad en las fuerzas verticales ejercidas por el suelo sobre sus pies. Suponiendo que la persona se encuentra en reposo y que la fuerza ejercida por el suelo sobre las muletas actúa a lo largo de estas, determine a) el coeficiente de fricción menor posible entre las muletas y el suelo y b) la magnitud de la fuerza de compresión soportada por cada muleta.

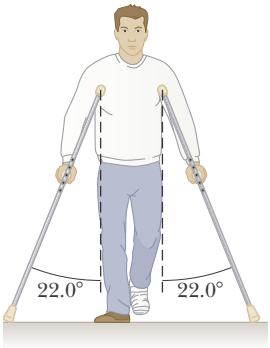


Figura P4.55

Problemas adicionales

56. Como protesta contra las decisiones del ampáyer, un pitcher de béisbol lanza una pelota al aire directamente hacia arriba con una rapidez de 20.0 m/s. En el proceso, mueve su mano a una distancia de 1.50 m. Si la pelota tiene una masa de 0.150 kg, encuentre la fuerza que ejerce sobre la pelota para darle esta rapidez hacia arriba.

57. Q|C Tres objetos están conectados sobre una mesa como se muestra en la figura P4.57. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque de masa m_2 y la mesa es 0.350. Los objetos tienen masas de $m_1 = 4.00$ kg, $m_2 = 1.00$ kg y $m_3 = 2.00$ kg como se muestra y las poleas no tienen fricción. a) Dibuje un diagrama de las fuerzas sobre cada objeto. b) Determine la aceleración de cada objeto, incluyendo su dirección. c) Determine la tensión en las dos cuerdas. d) Si la parte superior de la mesa estuviera lisa, ¿la tensión aumentaría, disminuiría o permanecería igual? Explique.

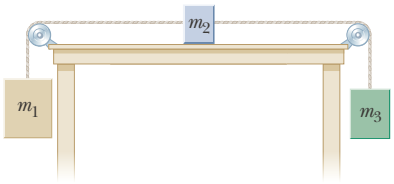


Figura P4.57

58. La fuerza ejercida por el viento sobre un bote es aproximadamente perpendicular a la vela y proporcional a la componente de la velocidad del viento perpendicular a la vela. Para el bote de 800 kg que se muestra en la figura P4.58, la fuerza que el viento ejerce sobre él es

$$F_{\text{vela}} = \left(550 \frac{\text{N}}{\text{m/s}}\right) v_{\text{viento}_\perp}$$

El agua ejerce una fuerza a lo largo de la quilla (fondo) del bote que evita que se mueva hacia los lados, como se muestra en la figura. Una vez que el bote empieza a moverse hacia adelante, el agua también ejerce sobre él una fuerza de arrastre hacia atrás, que se opone al movimiento hacia adelante. Si un viento de 17 nudos (1 nudo = 0.514 m/s) sopla al este, ¿cuál es la aceleración inicial del bote?

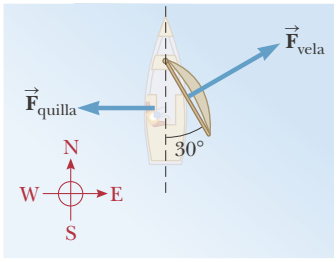


Figura P4.58

59. a) ¿Cuál es la fuerza resultante ejercida por los dos cables que soportan el semáforo en la figura P4.59? b) ¿Cuál es el peso del semáforo?

60. a) ¿Cuál es la fuerza de fricción mínima requerida para mantener en equilibrio el sistema de la figura P4.60? b) ¿Qué coeficiente de fricción estática entre el bloque de 100 N y la mesa asegura que estén en equilibrio? c) Si el coeficiente de fricción cinética entre el bloque de 100 N y la mesa es 0.250, ¿qué peso suspendido debe reemplazar al peso de 50.0 N para permitir que el sistema se mueva con una rapidez constante una vez que se pone en movimiento?

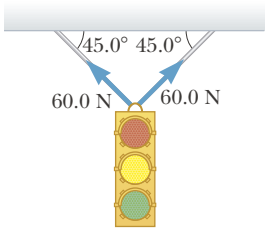


Figura P4.59

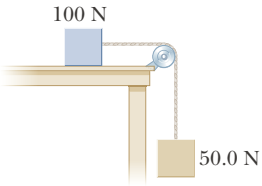


Figura P4.60

61. Un niño se lanza colina bajo sobre un trineo, alcanzando una superficie plana en el fondo con una rapidez de 7.0 m/s. Si el coeficiente de fricción entre los rieles del trineo y la nieve es 0.050 y el niño y el trineo juntos pesan 600 N, ¿qué tan lejos viaja el trineo sobre la superficie a nivel antes de llegar al reposo?

62. Una mujer en un aeropuerto remolca su maleta de 20.0 kg con rapidez constante, jalando una correa con un ángulo θ arriba de la horizontal (figura P4.62). Ella jala la correa con una fuerza de 35.0 N y la fuerza de fricción sobre la maleta es de 20.0 N. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre de la maleta. b) ¿Qué ángulo forma la correa con la horizontal? c) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza normal que el suelo ejerce sobre la maleta?

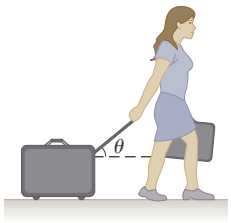


Figura P4.62

63. Q|C Una caja se encuentra sobre la parte posterior de una camioneta. El coeficiente de fricción estática entre la caja y la plataforma de la camioneta es 0.300. a) Cuando la camioneta acelera hacia adelante, ¿qué fuerza acelera la caja? b) Encuentre la aceleración máxima que puede tener la camioneta antes de que la caja se deslice.

64. Tres objetos están conectados con cuerdas ligeras como se muestra en la figura P4.64. La cuerda que conecta el objeto de 4.00 kg con el de 5.00 kg pasa por una polea sin fricción. Determine a) la aceleración de cada objeto y b) la tensión en las dos cuerdas.

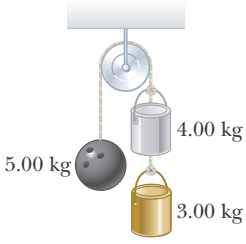


Figura P4.64

65. M Un plano sin fricción tiene una longitud de 10.0 m y está inclinado 35.0°. Un trineo parte en el fondo con una rapidez inicial de 5.00 m/s hacia arriba por el plano. Cuando el trineo alcanza el punto en el cual se detiene momentáneamente, un segundo trineo se libera desde la parte superior del plano inclinado con una rapidez inicial v_i. Los dos trineos alcanzan el fondo del plano inclinado en el mismo momento. a) Determine la distancia que el primer trineo recorrió

hacia arriba por el plano inclinado. b) Determine la rapidez inicial del segundo trineo.

66. Un clavadista de altura con masa de 70.0 kg da un paso fuera de un trampolín de 10.0 m arriba del agua y cae vertical respecto al agua, partiendo del reposo. Si su movimiento hacia abajo se detiene 2.00 s después de que sus pies primero tocan el agua, ¿qué fuerza promedio hacia arriba ejerció el agua sobre él?

67. Un bloque de aluminio de 2.00 kg y un bloque de cobre de 6.00 kg están conectados por una cuerda ligera sobre una polea sin fricción. Se permite que los dos bloques se muevan sobre una cuña de acero fija (con ángulo $\theta = 30.0°$), como se muestra en la figura P4.67. Utilizando la tabla 4.2, determine a) la aceleración de los dos bloques y b) la tensión en la cuerda.

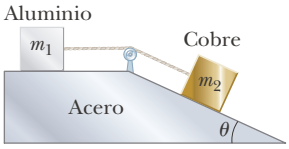


Figura P4.67

68. S Un objeto de masa m_1 cuelga de una cuerda que pasa sobre una polea muy ligera P_1 fija, como se muestra en la figura P4.68. La cuerda está conectada a una polea secundaria muy ligera P_2. Una segunda cuerda pasa alrededor de esta polea con un extremo unido a una pared y el otro a un objeto de masa m_2 sobre una mesa horizontal sin fricción. a) Si a_1 y a_2 son las aceleraciones de m_1 y m_2, respectivamente, ¿cuál es la relación entre estas aceleraciones? Encuentre expresiones para b) las tensiones en las cuerdas y c) las aceleraciones a_1 y a_2 en términos de las masas m_1, m_2 y g.

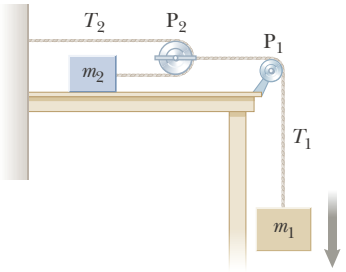


Figura P4.68

69. Dos cajas con fruta sobre una superficie sin fricción están conectadas con una cuerda ligera como en la figura P4.69, donde $m_1 = 10$ kg y $m_2 = 20$ k. Una fuerza de 50 N se aplica a la caja de 20 kg. a) Determine la aceleración de cada caja y la tensión en la cuerda. b) Repita el problema para el caso en que el coeficiente de fricción cinética entre cada caja y la superficie es 0.10.

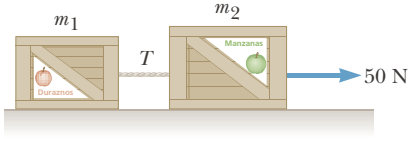


Figura P4.69

70. Q|C *Medición de coeficientes de fricción.* Una moneda se coloca en el borde de un libro que se encuentra sobre una mesa y ese borde se levanta hasta que la moneda apenas se desliza por la inclinación, como se muestra en la figura P4.70. Se mide el ángulo de la inclinación, θ_c, denominado ángulo crítico. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para la moneda cuando está a punto de deslizarse e identifique todas las fuerzas que actúan sobre ella. Su diagrama de cuerpo libre debe incluir una fuerza de fricción estática actuando hacia arriba de la inclinación. b) ¿La magnitud de la fuerza de fricción es igual a $\mu_s n$ para los ángulos menores que θ_c? Explique. ¿Qué puede decir definitivamente acerca de la magnitud de la fuerza de fricción para cualquier ángulo $\theta \leq \theta_c$? c) Demuestre que el coeficiente de fricción estática está dado por $\mu_s = \tan \theta_c$. d) Una vez que la moneda empieza a deslizarse por la inclinación, el ángulo se puede ajustar a un nuevo valor $\theta_c' \leq \theta_c$ tal que la moneda se mueva por la inclinación con rapidez constante. ¿De qué modo la observación le permite obtener el coeficiente de fricción cinética?

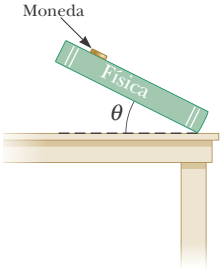


Figura P4.70

71. Q|C Un pescador empuja su bote con una pértiga buscando su próxima captura. Empuja de forma paralela a la longitud de la pértiga ligera, ejerciendo una fuerza de 240 N sobre el fondo de un lago poco profundo. La pértiga se encuentra en el plano vertical que contiene la quilla del bote. En un instante, la pértiga forma un ángulo de 35.0° con la vertical y el agua ejerce una fuerza de arrastre horizontal de 47.5 N sobre el bote, opuesta a su velocidad hacia adelante de magnitud 0.857 m/s. La masa del bote incluidos su carga y el pescador es de 370 kg. a) El agua ejerce verticalmente una fuerza de flotación hacia arriba sobre el bote. Encuentre la magnitud de esta fuerza. b) Suponga que las fuerzas son constantes sobre un intervalo breve. Determine la velocidad del bote 0.450 s después del momento descrito. c) Si el ángulo de la pértiga respecto a la vertical aumenta, pero la fuerza ejercida contra el fondo permaneciera igual ¿qué le pasaría a la fuerza de flotación y a la aceleración del bote?

72. Q|C Una cuerda con masa m_r está atada a un bloque con masa m_b como en la figura P4.72. La cuerda y el bloque reposan sobre una superficie horizontal sin fricción. La cuerda no se estira. El extremo libre de la cuerda se jala hacia la derecha con una fuerza horizontal F. a) Dibuje diagramas de cuerpo libre para la cuerda y el bloque, observando que la tensión en la cuerda no es uniforme. b) Encuentre la aceleración del sistema en términos de m_b, m_r y F. c) Encuentre la magnitud de la fuerza que ejerce la cuerda sobre el bloque. d) ¿Qué le sucede a la fuerza sobre el bloque cuando la masa de la cuerda tiende a cero? ¿Qué puede establecer acerca de la tensión en una cuerda *ligera* uniendo un par de objetos en movimiento?

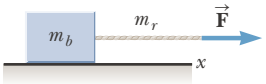


Figura P4.72

73. Una furgoneta acelera colina abajo (figura P4.73), partiendo del reposo a 30.0 m/s en 6.00 s. Durante la aceleración, un juguete (m = 0.100 kg) cuelga de una cuerda del techo de la furgoneta. La aceleración es tal que la cuerda permanece perpendicular al techo. Determine a) el ángulo θ y b) la tensión en la cuerda.

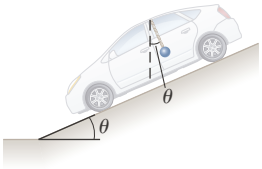


Figura P4.73

74. Un estudiante de física inquisitivo, deseando combinar el placer con la curiosidad científica, sube a un carro de una montaña rusa y se sienta en una báscula de baño (usted **no intente esto** en una montaña rusa; se prohíbe subir con paquetes sueltos y pesados). El fondo del asiento en el carro de la montaña rusa está en un plano paralelo a la pista. El asiento tiene un respaldo perpendicular y un cinturón de seguridad que se ajusta alrededor del pecho del estudiante en un plano paralelo al fondo del asiento. El estudiante levanta los pies del piso de manera que la báscula indica su peso, 200 lb, cuando el coche está horizontal. En un punto durante el paseo, el carro cambia de dirección con fricción despreciable por una pendiente recta inclinada a 30.0° debajo de la horizontal. ¿Cuál es la lectura de la báscula en ese punto?

75. Un paracaídas que se coloca en un automóvil de carreras, cuyo peso es de 8 820 N, se abre al final de una carrera de un cuarto de milla cuando el automóvil viaja a 35 m/s. ¿Qué fuerza de retardo total debe proporcionar el paracaídas para detener el automóvil en una distancia de 1 000 m?

76. M En el despegue de un aeroplano, la acción combinada del aire alrededor de los motores y las alas ejerce una fuerza de 8 000 N sobre el aeroplano, dirigida hacia arriba a un ángulo de 65.0° sobre la horizontal. El aeroplano sube con velocidad constante en la dirección vertical mientras continúa acelerando en la dirección horizontal. a) ¿Cuál es el peso del aeroplano? b) ¿Cuál es su aceleración horizontal?

77. La tabla emparedada entre otras dos tablas en la figura P4.77 pesa 95.5 N. Si el coeficiente de fricción entre las tablas es 0.663, ¿cuál debe ser la magnitud de las fuerzas de compresión (supuestas horizontales) que actúan sobre los dos lados de la tabla central para evitar que se deslice?

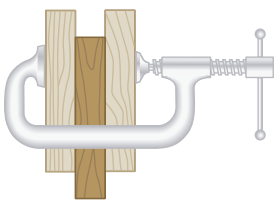


Figura P4.77

78. Un trineo que pesa 60.0 N se jala horizontalmente por la nieve de manera que el coeficiente de fricción cinética entre el trineo y la nieve es 0.100. Un pingüino que pesa 70.0 N da un paseo en el trineo, como en la figura P4.78. Si el coeficiente de fricción estática entre el pingüino y el trineo es 0.700, encuentre la fuerza horizontal máxima que se puede ejercer sobre el trineo antes de que el pingüino se deslice hacia afuera.

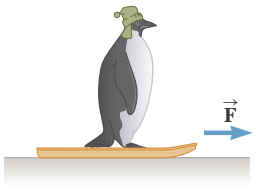


Figura P4.78

79. Una persona de 72 kg está sobre una báscula de resorte en un elevador. Partiendo del reposo, el elevador asciende, obteniendo su rapidez máxima de 1.2 m/s en 0.80 s. El elevador viaja con esta rapidez constante durante 5.0 s, experimenta una aceleración *negativa* máxima durante 1.5 s y luego llega al reposo. Cuál es la lectura en la báscula de resorte a) ¿antes de que el elevador empiece a moverse? b) ¿Durante los primeros 0.80 s del ascenso del elevador? c) ¿Mientras el elevador viaja a rapidez constante? d) ¿Durante la aceleración negativa del elevador?

80. Un mago jala un mantel de debajo de un tarro de 200 g ubicado a 30.0 cm del borde del mantel. El mantel ejerce una fuerza de fricción de 0.100 N sobre el tarro y se jala con una aceleración constante de 3.00 m/s^2. ¿Cuánto se mueve el tarro en relación con la parte superior de la mesa horizontal antes de que el mantel esté completamente fuera del tarro? Observe que el mantel se mueve más de 30 cm en relación con la parte superior de la mesa durante el proceso.

81. Un niño ingenioso quiere alcanzar una manzana sin subir al árbol. Sentado en una silla que está atada a una cuerda que pasa sobre una polea sin fricción (figura P4.81), el niño jala del extremo libre de la cuerda con tal fuerza que en la báscula de resorte se tiene una lectura de 250 N. El peso real del niño es de 320 N y la silla pesa 160 N. Sus pies no tocan el suelo. a) Demuestre que la aceleración del sistema es *hacia arriba* y determine su magnitud. b) Encuentre la fuerza que ejerce el niño sobre la silla.

Figura P4.81

82. Un helicóptero contra incendios transporta un recipiente de 620.0 kg de agua en el extremo de un cable de 20.0 m de longitud. Al volar de regreso de un incendio a una rapidez constante de 40.0 m/s, el cable forma un ángulo de 40.0° respecto a la vertical. Determine la fuerza ejercida por la resistencia del aire sobre el recipiente.

83. S Una caja que pesa F_g es empujada por una fuerza $\vec{\mathbf{P}}$ sobre un piso horizontal como se muestra en la figura P4.83. El coeficiente de fricción estática es μ_s y $\vec{\mathbf{P}}$ está dirigida a un ángulo θ debajo de la horizontal. a) Demuestre que el valor mínimo de P que moverá la caja está dado por

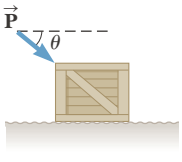


Figura P4.83

$$P = \frac{\mu_s F_g \sec\theta}{1 - \mu_s \tan\theta}$$

b) Encuentre la condición sobre θ en términos de μ_s para la cual el movimiento de la caja es imposible para cualquier valor de P.

84. Q|C En la figura P4.84 las poleas y la cuerda son ligeras, todas las superficies carecen de fricción y la cuerda no se estira. a) ¿Cuál es la aceleración del bloque 1 en comparación con la aceleración del bloque 2? Explique su razonamiento, b) La masa del bloque 2 es $m_2 = 1.30$ kg deduzca una expresión para la aceleración del bloque que tiene masa m_2 como una función de la masa del bloque 1, m_1. c) ¿Qué predice el resultado en el inciso b) si m_1 es mucho menor que 1.30 kg? d) ¿Qué predice el resultado en el inciso b) si m_1 tiende al infinito? e) En este último caso, ¿cuál es la tensión en la cuerda? f) ¿Podría usted anticipar las respuestas a los incisos c), d) y e) sin responder primero el inciso b). Explique.

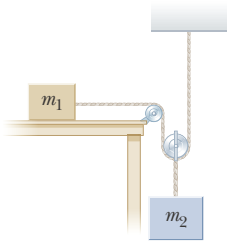


Figura P4.84

85. S ¿Qué fuerza horizontal se debe aplicar al bloque grande de masa M que se muestra en la figura P4.85 de manera que los bloques permanezcan estacionarios en relación a M? Suponga que todas las superficies y la polea no tienen fricción. Observe que la fuerza ejercida por la cuerda acelera a m_2.

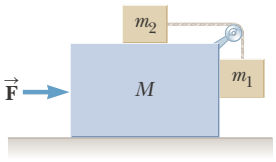


Figura P4.85

Chris Vuille

Al regular sus saltos un estudiante realiza trabajo en el sistema saltador-estudiante, aumentando su altura con cada salto. El trabajo se transforma en energía potencial gravitacional en su altura máxima, se convierte en energía cinética mientras cae y se almacena como energía potencial en el resorte después hacer contacto con el suelo.

Energía 5

La *energía* es uno de los conceptos más importantes en el mundo de la ciencia. En la vida cotidiana la energía se asocia con el combustible necesario para el transporte y la calefacción, con la electricidad para la iluminación y los aparatos electrodomésticos, y con los alimentos que consumimos. Sin embargo, estas asociaciones no nos dicen qué *es* la energía, solo lo que *hace*, y que producirla requiere combustible. Por lo tanto, nuestro objetivo en este capítulo es desarrollar una mejor comprensión de la energía y cómo cuantificarla.

La energía está presente en el Universo en una variedad de formas, como energía mecánica, química, electromagnética y nuclear. Incluso la masa inerte de la materia cotidiana contiene una gran cantidad de energía. Si bien la energía se puede transformar de una forma a otra, todas las observaciones y los experimentos hasta la fecha sugieren que la cantidad total de energía en el Universo nunca cambia. Esto también es cierto para un sistema aislado, que es un conjunto de objetos que pueden intercambiar energía entre sí, pero no con el resto del Universo. Si una forma de energía en un sistema aislado disminuye, entonces otra forma de energía en ese sistema debe aumentar. Por ejemplo, si el sistema consiste en un motor conectado a una batería, esta última convierte la energía química en energía eléctrica y el motor convierte la energía eléctrica en mecánica. La comprensión de cómo cambia la energía de una forma a otra es esencial en todas las ciencias.

En este capítulo se trata principalmente a la *energía mecánica*, que es la suma de la *energía cinética*, la energía asociada con el movimiento, y la *energía potencial*, la energía asociada con una posición relativa. Usar un método de energía para resolver ciertos problemas con frecuencia es mucho más fácil que usar fuerzas y las tres leyes de Newton. Estos dos métodos tan diferentes se unen mediante el concepto de *trabajo*.

5.1 Trabajo

5.2 Energía cinética y el teorema del trabajo y la energía

5.3 Energía potencial gravitacional

5.4 Energía potencial de resortes

5.5 Sistemas y conservación de energía

5.6 Potencia

5.7 Trabajo realizado por una fuerza variable

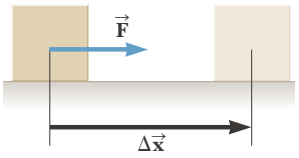


Figura 5.1 Una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ en la misma dirección que el desplazamiento, $\Delta\vec{\mathbf{x}}$, realiza el trabajo $F\Delta x$.

5.1 Trabajo

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Contrastar con un ejemplo el concepto de trabajo en la física y el concepto comúnmente aceptado.
2. Calcular el trabajo realizado por una fuerza sobre un objeto en contextos básicos.

El trabajo tiene en la física un significado diferente del que tiene en el uso cotidiano. En la definición de la física, un autor de un libro de física realiza poco trabajo al mecanografiar en una computadora. En cambio, un albañil puede realizar mucho trabajo colocando ladrillos de concreto. En física se realiza trabajo solo si un objeto se mueve y tiene un desplazamiento mientras se le aplica una fuerza. Si la fuerza o el desplazamiento se duplican, el trabajo se duplica. Si se duplican los dos, el trabajo se cuadruplica. La realización del trabajo implica la aplicación de una fuerza sobre un objeto mientras este se mueve por una distancia dada.

La definición de trabajo W se podría tomar como

Definición intuitiva de trabajo ▶

$$W = Fd \qquad [5.1]$$

donde F es la magnitud de la fuerza que actúa sobre el objeto y d es la magnitud del desplazamiento del objeto. Sin embargo, esa definición solo proporciona la magnitud del trabajo realizado sobre un objeto cuando la fuerza es constante y paralela al desplazamiento, que debe estar a lo largo de una línea. Se requiere una definición más sofisticada.

En la figura 5.1 se muestra un bloque que experimenta un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{x}}$ a lo largo de una línea recta mientras se somete a una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ en la misma dirección. Tenemos la definición siguiente:

Trabajo realizado por una fuerza constante durante un desplazamiento lineal ▶

El trabajo W realizado sobre un objeto por una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ durante un desplazamiento lineal a lo largo del eje x es

$$W = F_x\Delta x \qquad [5.2]$$

donde F_x es la componente x de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ y $\Delta x = x_f - x_i$ es el desplazamiento del objeto.

Unidad SI: joule (J) = newton · metro (N · m) = kg · m²/s²

Observe que en una dimensión, $\Delta x = x_f - x_i$ es una cantidad vectorial como se definió en el capítulo 2; no una magnitud, como se podría inferir de las definiciones de un vector y su magnitud en el capítulo 3. Por lo tanto, Δx puede ser positiva o negativa. El trabajo como se define en la ecuación 5.2 es riguroso para los desplazamientos de cualquier objeto a lo largo del eje x mientras una fuerza constante actúa sobre él y, por lo tanto, es adecuado para muchos problemas en una dimensión. El trabajo es un número positivo si F_x y Δx son positivas o negativas, caso en el cual, como se analiza en la sección siguiente, el trabajo aumenta la energía mecánica del objeto. Si F_x es positiva y Δx es negativa, o viceversa, entonces el trabajo es negativo, y el objeto pierde energía mecánica. La definición en la ecuación 5.2 funciona aun cuando la fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ no sea paralela al eje x. El trabajo solo es realizado por la parte de la fuerza que actúa paralela a la dirección del movimiento del objeto.

Sugerencia 5.1 El trabajo es una cantidad escalar

El trabajo es un número simple (un escalar, no un vector), por lo que no hay una dirección asociada con él. La energía y la transferencia de energía también son escalares.

Es fácil ver la diferencia entre la definición de la física y la definición cotidiana de trabajo. El autor aplica muy poca fuerza sobre los botones de un teclado, creando solo desplazamientos pequeños; por lo tanto, realiza poco trabajo físico. El albañil debe ejercer fuerzas mucho mayores sobre los bloques de concreto y moverlos distancias significativas, de modo que realiza una cantidad mucho mayor de trabajo. Sin embargo, incluso las tareas extenuantes quizá no constituyan trabajo de acuerdo con la definición de la física. El chofer de un camión, por ejemplo, puede conducir durante varias horas; pero si no ejerce una fuerza, entonces $F_x = 0$ en la ecuación 5.2 y no realiza ningún trabajo. De manera similar, un estudiante que presiona contra una pared durante horas en un ejercicio isométrico tampoco realiza un trabajo, ya que el desplazamiento

en la ecuación 5.2, Δx, es cero.[1] Atlas, de la mitología griega, soporta el mundo sobre sus hombros, pero eso tampoco contaría como trabajo en la definición física.

El trabajo es una cantidad escalar (un número en lugar de un vector) y, en consecuencia, es más fácil de manejar. No hay una dirección asociada con él. Además, no depende de manera explícita del tiempo, lo que puede ser una ventaja en los problemas que comprendan solo velocidades y posiciones. Dado que las unidades del trabajo son las de fuerza y distancia, la unidad SI es el **newton-metro** (N · m). Otro nombre para el newton-metro es el **joule (J)**. La unidad de trabajo en el sistema inglés es la **libra-pie**, ya que en él las distancias se miden en pies y las fuerzas en libras.

Una definición alternativa útil relaciona el trabajo realizado sobre un objeto con el ángulo que forma el desplazamiento respecto a la fuerza. Esta definición aprovecha el triángulo que se muestra en la figura 5.2. Las componentes del vector $\vec{\mathbf{F}}$ se pueden escribir como $F_x = F\cos\theta$ y $F_y = F\,\text{sen}\,\theta$. Sin embargo, solo la componente x, que es paralela a la dirección del movimiento, hace una contribución diferente de cero al trabajo realizado sobre el objeto.

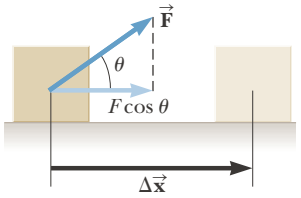


Figura 5.2 Una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ ejercida con un ángulo θ respecto al desplazamiento, $\Delta\vec{\mathbf{x}}$, realiza un trabajo $(F\cos\theta)\Delta x$.

El trabajo W realizado sobre un objeto por una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ durante un desplazamiento lineal $\Delta\vec{\mathbf{x}}$ es

$$W = (F\cos\theta)d \qquad [5.3]$$

donde d es la magnitud del desplazamiento y θ es el ángulo entre los vectores $\vec{\mathbf{F}}$ y $\Delta\vec{\mathbf{x}}$.

Unidad SI: joule (J)

◀ Trabajo por una fuerza constante en un ángulo respecto al desplazamiento

La definición en la ecuación 5.3 también se puede usar de manera más general cuando el desplazamiento no ocurre específicamente a lo largo del eje x o de cualquier otro eje.

En la figura 5.3 una persona lleva una cubeta con agua de forma horizontal a velocidad constante. La fuerza hacia arriba ejercida por la mano de la persona sobre la cubeta es perpendicular a la dirección del movimiento; por lo tanto, no realiza trabajo sobre la cubeta. Esto también puede verse a partir de la ecuación 5.3 ya que el ángulo entre la fuerza ejercida por la mano y la dirección de movimiento es de 90°, lo que da $\cos 90° = 0$ y $W = 0$. De manera similar, la fuerza de la gravedad no realiza trabajo sobre la cubeta.

Figura 5.3 No se realiza trabajo sobre una cubeta cuando se mueve de manera horizontal ya que la fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ es perpendicular al desplazamiento.

El trabajo siempre requiere un sistema de más de un objeto. Por ejemplo, un clavo no puede realizar trabajo en sí mismo, pero un martillo puede realizar trabajo sobre el clavo al introducirlo en una tabla. En general, un objeto puede moverse bajo la influencia de varias fuerzas externas. En ese caso, el trabajo neto realizado sobre el objeto cuando experimenta algún desplazamiento es solo la suma de la cantidad de trabajo realizado por cada fuerza.

El trabajo puede ser positivo o negativo. En la definición de trabajo en la ecuación 5.3, F y d son magnitudes, que nunca son negativas. Por lo tanto, el trabajo es positivo o negativo dependiendo de si $\cos\theta$ es positivo o negativo. Esto, a su vez, depende de la dirección de $\vec{\mathbf{F}}$ en relación con la dirección de $\Delta\vec{\mathbf{x}}$. Cuando estos vectores apuntan en la misma dirección, el ángulo entre ellos es 0°; por lo tanto, $\cos 0° = +1$ y el trabajo es positivo. Por ejemplo, cuando un estudiante levanta una caja como en la figura 5.4, el trabajo que realiza sobre la caja es positivo ya que la fuerza que ejerce sobre ella es hacia arriba, en la misma dirección que el desplazamiento. Sin embargo, al bajar la caja lentamente el estudiante aún ejerce una fuerza hacia arriba sobre ella, pero el movimiento ocurre hacia abajo. Dado que los vectores $\vec{\mathbf{F}}$ y $\Delta\vec{\mathbf{x}}$ ahora tienen direcciones opuestas, el ángulo entre ellos es de 180°, y $\cos 180° = -1$ y el trabajo realizado por el estudiante es negativo. En general, cuando la parte de $\vec{\mathbf{F}}$ paralela a $\Delta\vec{\mathbf{x}}$ apunta en la misma dirección que $\Delta\vec{\mathbf{x}}$, el trabajo es positivo; de lo contrario, es negativo.

Sugerencia 5.2 El trabajo es realizado *por algo sobre algo más*

El trabajo no ocurre por sí mismo. Es realizado *por* algo en el entorno *sobre* el objeto de interés.

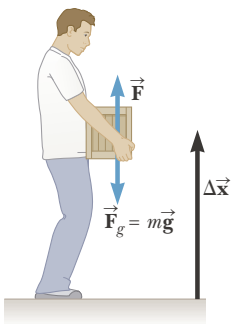


Figura 5.4 El estudiante realiza un trabajo positivo cuando levanta la caja del piso, ya que la fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ tiene la misma dirección que el desplazamiento. Cuando baja la caja al piso, realiza un trabajo negativo.

Ya que en las ecuaciones 5.1 a 5.3 se supone una fuerza constante tanto en dirección como en magnitud, solo son casos especiales de una definición de trabajo más general, el realizado por una fuerza variable, que se trata de forma breve en la sección 5.7.

[1]En realidad, sí se gasta energía mientras se hacen ejercicios isométricos dado que los músculos se contraen y relajan de forma continua en el proceso. Este movimiento muscular interno califica como trabajo de acuerdo con la definición en física.

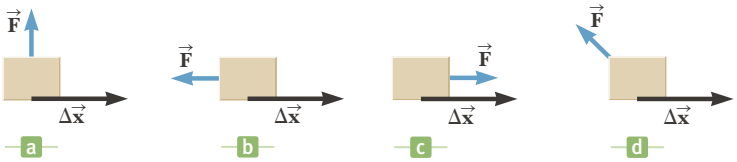


Figura 5.5 (Cuestionario rápido 5.1) Una fuerza $\vec{F}$ se ejerce sobre un objeto que experimenta un desplazamiento $\Delta\vec{x}$ hacia la derecha. Tanto la magnitud de la fuerza como el desplazamiento son los mismos en los cuatro casos.

Cuestionario rápido

5.1 En la figura 5.5 a)-d), un bloque se mueve hacia la derecha en la dirección x positiva a través del desplazamiento $\Delta\vec{x}$ mientras está bajo la influencia de una fuerza con la misma magnitud $\vec{F}$. ¿Cuál de los siguientes es el orden correcto de la cantidad de trabajo realizado por la fuerza $\vec{F}$, de más positivo a más negativo? a) d, c, a, b; b) c, a, b, d; c) c, a, d, b

EJEMPLO 5.1 En trineo a través del Yukón

OBJETIVO Aplicar las definiciones básicas del trabajo realizado por una fuerza constante.

PROBLEMA Un esquimal que regresa de un viaje de pesca exitoso jala un trineo cargado con salmón. La masa total del trineo y el salmón es de 50.0 kg y el esquimal ejerce una fuerza de magnitud 1.20×10^2 N sobre el trineo al jalar la cuerda. **a)** ¿Cuánto trabajo realiza sobre el trineo si la cuerda está horizontal respecto al suelo ($\theta = 0°$ en la figura 5.6) y jala el trineo 5.00 m? **b)** ¿Cuánto trabajo realiza sobre el trineo si $\theta = 30.0°$ y jala el trineo la misma distancia? (Trate el trineo como una partícula puntual, por lo que los detalles como el punto de sujeción de la cuerda no tienen efecto). **c)** En una posición coordenada de 12.4 m, el esquimal suprime la fuerza aplicada. Una fuerza de fricción de 45.0 N entre el hielo y el trineo llevan a este último al reposo en una posición coordenada de 18.2 m. ¿Cuánto trabajo realiza la fricción sobre el trineo?

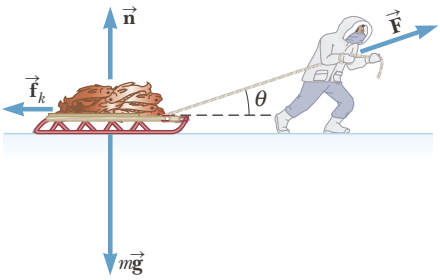


Figura 5.6 (Ejemplos 5.1 y 5.2) Un esquimal que jala un trineo con una cuerda en un ángulo θ respecto a la horizontal.

ESTRATEGIA Sustituya los valores dados de F y Δx en las ecuaciones básicas para el trabajo, ecuaciones 5.2 y 5.3.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el trabajo realizado cuando la fuerza es horizontal.

Use las ecuaciones 5.2, sustituyendo los valores dados:

$$W = F_x \Delta x = (1.20 \times 10^2 \text{ N})(5.00 \text{ m}) = 6.00 \times 10^2 \text{ J}$$

b) Determine el trabajo realizado cuando la fuerza se ejerce con un ángulo de 30°.

Use la ecuación 5.3, de nuevo sustituyendo los valores dados:

$$W = (F\cos\theta)d = (1.20 \times 10^2 \text{ N})(\cos 30°)(5.00 \text{ m}) = 5.20 \times 10^2 \text{ J}$$

c) ¿Cuánto trabajo realiza una fuerza de fricción de 45.0 N sobre el trineo cuando viaja de una posición coordenada de 12.4 m a 18.2 m?

Use la ecuación 5.2, con F_x reemplazada por f_k:

$$W_{\text{fric}} = F_x \Delta x = f_k(x_f - x_i)$$

Sustituya $f_k = -45.0$ N y las posiciones coordenadas inicial y final en x_i y x_f:

$$W_{\text{fric}} = (-45.0 \text{ N})(18.2 \text{ m} - 12.4 \text{ m}) = -2.6 \times 10^2 \text{ J}$$

COMENTARIOS La fuerza normal $\vec{n}$, la fuerza gravitacional $m\vec{g}$ y la componente hacia arriba de la fuerza aplicada *no* realizan trabajo sobre el trineo ya que son perpendiculares al desplazamiento. La masa del trineo no intervino en este caso, pero es importante cuando se deban calcular los efectos de la fricción, y en la sección siguiente, donde se introduce el teorema trabajo-energía.

Unless otherwise noted, all content on this page is © Cengage Learning.

PREGUNTA 5.1 ¿Cómo cambia la respuesta para el trabajo realizado por la fuerza aplicada si la carga se duplica? Explique.

EJERCICIO 5.1 Suponga que el esquimal empuja el mismo trineo de 50.0 kg por un terreno con una fuerza de 50.0 N. a) Si realiza un trabajo de 4.00×10^2 J sobre el trineo mientras ejerce la fuerza de manera horizontal, ¿cuál es la distancia que debe haberlo empujado? b) Si ejerce la misma fuerza con un ángulo de 45.0° respecto a la horizontal y mueve el trineo por la misma distancia, ¿cuánto trabajo realiza sobre el trineo?

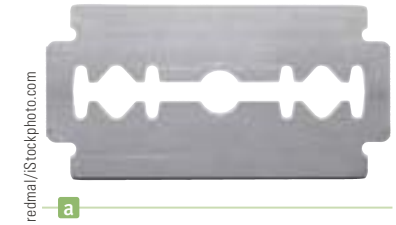
RESPUESTAS a) 8.00 m; b) 283 J

Trabajo y fuerzas disipativas

El *trabajo friccional* es en extremo importante en la vida cotidiana ya que es imposible realizar casi cualquier otra clase de trabajo sin él. El esquimal en el último caso, por ejemplo, depende de la fricción superficial para jalar su trineo. De lo contrario, la cuerda se deslizaría de sus manos y no ejercería fuerza sobre el trineo, mientras que sus pies se resbalarían y caería de bruces. Los automóviles no funcionarían sin fricción, ni las bandas transportadoras ni nuestro tejido muscular.

El trabajo que se realiza al empujar o jalar un objeto es la aplicación de una sola fuerza. La fricción, por otro lado, es un proceso complejo causado por numerosas interacciones microscópicas sobre toda el área de las superficies en contacto. Considere un bloque metálico que se desliza sobre una superficie metálica. Los "dientes" microscópicos en el bloque encuentran irregularidades igualmente microscópicas en la superficie subyacente. Al presionar entre sí, los dientes se deforman, se calientan y se sueldan a la superficie opuesta. Es preciso realizar un trabajo para romper estos enlaces temporales y eso ocasiona un gasto de energía de movimiento del bloque, que se analizará en la sección siguiente. La energía perdida por el bloque calienta tanto al bloque como a su entorno, con cierta energía convertida en sonido.

La fuerza de fricción de dos objetos en contacto y en movimiento relativo uno de otro siempre disipa energía en estas formas relativamente complejas. Para nuestros fines, la frase "trabajo realizado por fricción" denotará el efecto de estos procesos solo sobre la energía mecánica.


redmal/iStockphoto.com

a

McCrone Associates, Inc./Custom Medical Stock Photo

b

El borde de una navaja para rasurar parece liso a la vista, pero bajo un microscopio se confirma que tiene numerosas irregularidades.

EJEMPLO 5.2 Más paseos en trineo

OBJETIVO Calcular el trabajo realizado por la fricción cuando un objeto se somete a la aplicación de una fuerza.

PROBLEMA Suponga que en el ejemplo 5.1 el coeficiente de fricción cinética entre el trineo cargado de 50.0 kg y la nieve es 0.200. **a)** El esquimal jala de nuevo el trineo 5.00 m, ejerciendo una fuerza de 1.20×10^2 con un ángulo de 0°. Encuentre el trabajo realizado sobre el trineo por la fricción y el trabajo neto. **b)** Repita el cálculo si la fuerza aplicada se ejerce con un ángulo de 30.0° con la horizontal.

ESTRATEGIA Consulte la figura 5.6. El trabajo friccional depende de la magnitud del coeficiente de fricción cinética, de la fuerza normal y del desplazamiento. Utilice la componente y de la segunda ley de Newton para determinar la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$, calcule el trabajo realizado por la fricción utilizando las definiciones y súmelo con el resultado del ejemplo 5.1a) para obtener el trabajo neto sobre el trineo. El inciso b) se resuelve de manera similar, pero la fuerza normal es menor ya que tiene la ayuda de la fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}_{ap}$ para soportar la carga.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el trabajo realizado por la fricción sobre el trineo y el trabajo neto, si la fuerza aplicada es horizontal.

Primero, obtenga la fuerza normal de la componente y de la segunda ley de Newton, que solo comprende la fuerza normal y la fuerza de la gravedad:

$$\sum F_y = n - mg = 0 \quad \rightarrow \quad n = mg$$

Utilice la fuerza normal para calcular el trabajo realizado por la fricción:

$$\begin{aligned} W_{\text{fric}} &= -f_k \Delta x = -\mu_k n \Delta x = -\mu_k mg \Delta x \\ &= -(0.200)(50.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(5.00 \text{ m}) \\ &= -4.90 \times 10^2 \text{ J} \end{aligned}$$

(*Continúa*)

Sume el trabajo de la fricción al trabajo realizado por la fuerza aplicada del ejemplo 5.1 para obtener el trabajo neto (las fuerzas normal y de gravedad son perpendiculares al desplazamiento, por lo tanto no contribuyen):

$$\begin{aligned} W_{\text{neto}} &= W_{\text{ap}} + W_{\text{fric}} + W_n + W_g \\ &= 6.00 \times 10^2\,\text{J} + (-4.90 \times 10^2\,\text{J}) + 0 + 0 \\ &= \boxed{1.10 \times 10^2\,\text{J}} \end{aligned}$$

b) Vuelva a calcular el trabajo friccional y el trabajo neto si la fuerza aplicada se ejerce en un ángulo de 30.0°.

Encuentre la fuerza normal de la componente y de la segunda ley de Newton:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= n - mg + F_{\text{ap}} \operatorname{sen}\theta = 0 \\ n &= mg - F_{\text{ap}} \operatorname{sen}\theta \end{aligned}$$

Utilice la fuerza normal para calcular el trabajo realizado por la fricción:

$$\begin{aligned} W_{\text{fric}} &= -f_k \Delta x = -\mu_k n \Delta x = -\mu_k (mg - F_{\text{ap}} \operatorname{sen}\theta)\,\Delta x \\ &= -(0.200)(50.0\ \text{kg} \cdot 9.80\ \text{m/s}^2 \\ &\quad -1.20 \times 10^2\ \text{N}\ \operatorname{sen} 30.0^\circ)(5.00\ \text{m}) \\ W_{\text{fric}} &= \boxed{-4.30 \times 10^2\,\text{J}} \end{aligned}$$

Sume esta respuesta al resultado del ejemplo 5.1b) para obtener el trabajo neto (una vez más, las fuerzas normal y de la gravedad no contribuyen):

$$\begin{aligned} W_{\text{neto}} &= W_{\text{ap}} + W_{\text{fric}} + W_n + W_g \\ &= 5.20 \times 10^2\,\text{J} - 4.30 \times 10^2\,\text{J} + 0 + 0 = \boxed{9.0 \times 10^1\,\text{J}} \end{aligned}$$

COMENTARIOS Lo más importante que se debe observar es que ejercer la fuerza aplicada en ángulos diferentes puede afectar de forma drástica el trabajo realizado sobre el trineo. Jalar hacia el ángulo óptimo (11.3° en este caso) resultará en el mayor trabajo neto para la misma fuerza aplicada.

PREGUNTA 5.2 ¿Cómo cambia el trabajo neto en cada caso si el desplazamiento se duplica?

EJERCICIO 5.2 a) El esquimal empuja el mismo trineo de 50.0 kg sobre el suelo plano con una fuerza de 1.75×10^2 N ejercida de forma horizontal, moviéndolo una distancia de 6.00 m sobre terreno nuevo. Si el trabajo neto realizado sobre el trineo es 1.50×10^2 J, encuentre el coeficiente de fricción cinética. b) Repita el ejercicio con los mismos datos, determinando el coeficiente de fricción cinética, pero suponga que la fuerza se aplica hacia arriba con un ángulo de 45.0° con la horizontal.

RESPUESTAS a) 0.306; b) 0.270

5.2 Energía cinética y el teorema del trabajo y la energía

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la energía cinética y deducir el teorema del trabajo y la energía.
2. Aplicar el teorema del trabajo y la energía en contextos físicos elementales.
3. Categorizar las fuerzas como conservativas o no conservativas.

La resolución de problemas usando la segunda ley de Newton puede ser difícil si las fuerzas que intervienen son complicadas. Una alternativa es relacionar la rapidez de un objeto con el trabajo neto que las fuerzas externas realizan sobre él. Si es posible calcular el trabajo neto para un desplazamiento dado, es fácil evaluar el cambio en la rapidez del objeto.

En la figura 5.7 se muestra un objeto de masa m que se mueve hacia la derecha bajo la acción de una fuerza neta constante $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$, que también se dirige hacia la derecha. Dado que la fuerza es constante, sabemos por la segunda ley de Newton que el objeto se mueve con una aceleración constante $\vec{\mathbf{a}}$. Si el objeto se desplaza Δx, el trabajo realizado por $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$ sobre el objeto es

$$W_{\text{neto}} = F_{\text{neta}}\,\Delta x = (ma)\,\Delta x \qquad [5.4]$$

En el capítulo 2 se determinó que la relación siguiente es válida cuando un objeto experimenta una aceleración constante:

$$v^2 = v_0^{\,2} + 2a\Delta x \qquad \text{o} \qquad a\,\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$$

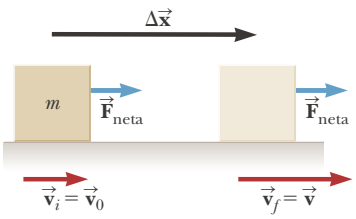


Figura 5.7 Un objeto experimenta un desplazamiento y un cambio en la velocidad bajo la acción de una fuerza neta constante $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$.

Se puede sustituir esta expresión en la ecuación 5.4 para obtener

$$W_{\text{neto}} = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2}\right)$$

o bien

$$W_{\text{neto}} = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2 \qquad [5.5]$$

Por lo tanto el trabajo realizado sobre un objeto es igual al cambio en una cantidad de la forma $\frac{1}{2}mv^2$. Dado que este término lleva unidades de energía y que implica la rapidez del objeto, se puede interpretar como la energía asociada con el movimiento del objeto, lo que conduce a la definición siguiente:

◀ Energía cinética

La **energía cinética** ***EC*** de un objeto de masa m que se mueve con una rapidez v es

$$EC \equiv \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad [5.6]$$

Unidad SI: joule (J) = kg · m²/s²

Al igual que el trabajo, la energía cinética es una cantidad escalar. Utilizando esta definición en la ecuación 5.5, se llega a un resultado importante conocido como **teorema del trabajo y la energía**:

◀ Teorema del trabajo y la energía

El trabajo realizado sobre un objeto es igual al cambio en la energía cinética del objeto:

$$W_{\text{neto}} = EC_f - EC_i = \Delta EC \qquad [5.7]$$

donde el cambio en la energía cinética se debe en su totalidad al cambio en rapidez del objeto.

La condición sobre la rapidez es necesaria ya que el trabajo que deforma o que ocasiona que el objeto se caliente invalida la ecuación 5.7, aunque en la mayoría de las circunstancias permanece aproximadamente correcta. A partir de esa ecuación, un trabajo neto positivo W_{neto} significa que la energía cinética final EC_f es mayor que la energía cinética inicial EC_i. Esto, a su vez, significa que la rapidez final del objeto es mayor que su rapidez inicial. Por lo tanto, un trabajo neto positivo aumenta la rapidez de un objeto y un trabajo neto negativo disminuye su rapidez.

También es posible invertir la ecuación 5.7 y considerar la energía cinética como el trabajo que un objeto en movimiento puede realizar en la acción de llegar al reposo. Por ejemplo, suponga que un martillo está a punto de golpear un clavo, como en la figura 5.8. El martillo en movimiento tiene energía cinética y por lo tanto puede realizar trabajo sobre el clavo. El trabajo realizado sobre el clavo es $F\Delta x$, donde F es la fuerza neta promedio ejercida sobre el clavo y Δx es la distancia a la que se introduce el clavo en la pared. Ese trabajo, más pequeñas cantidades de energía transportadas por calor y sonido, es igual al cambio en la energía cinética del martillo, ΔEC.

Por conveniencia, el teorema del trabajo y la energía se dedujo por la suposición de que la fuerza neta que actuaba sobre el objeto era constante. Una deducción más general, usando el cálculo, demostraría que la ecuación 5.7 es válida en todas las circunstancias, incluyendo la aplicación de una fuerza variable.

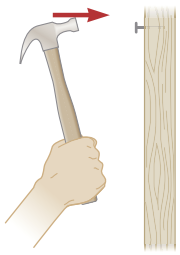


Figura 5.8 El martillo en movimiento tiene energía cinética y puede realizar trabajo sobre el clavo, clavándolo en la pared.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 5.1 Dejando marcas de derrape

Suponga que un automóvil que viaja a una rapidez v derrapa una distancia d después de que su freno se bloquea. Estime qué tan lejos derraparía si viajara a una rapidez $2v$ cuando se bloqueó el freno.

EXPLICACIÓN Suponga por simplicidad que la fuerza de fricción cinética entre el automóvil y la superficie del camino es constante y la misma a ambas rapideces. A partir del teorema del trabajo y la energía, la fuerza neta ejercida sobre el automóvil por el desplazamiento del automóvil, $F_{\text{neta}}\Delta x$, es igual en magnitud a su energía cinética inicial, $\frac{1}{2}mv^2$. Cuando la rapidez se duplica, la energía cinética del automóvil se cuadruplica. Por lo tanto, para una fuerza de fricción aplicada dada, la distancia recorrida debe aumentar cuatro veces cuando la rapidez inicial se duplica y la distancia estimada en que el automóvil derrapa es $4d$. ■

EJEMPLO 5.3 Análisis de una colisión

OBJETIVO Aplicar el teorema del trabajo y la energía con una fuerza conocida.

PROBLEMA El conductor de un automóvil de 1.00×10^3 kg que viaja en una carretera interestatal a 35.0 m/s (casi 80 mi/h) aplica el freno de manera repentina para evitar chocar con un segundo vehículo enfrente de él, que llegó al reposo debido a una congestión vehicular adelante (figura 5.9). Después de aplicar el freno, una fuerza de fricción cinética constante de magnitud 8.00×10^3 N actúa sobre el automóvil. Ignore la resistencia del aire. **a)** ¿A qué distancia mínima se debe aplicar el freno para evitar una colisión con el otro vehículo? **b)** Si la distancia entre los vehículos inicialmente es de solo 30 m, ¿a qué rapidez ocurriría la colisión?

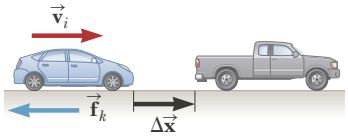


Figura 5.9 (Ejemplo 5.3) Un vehículo que frena justo antes de un accidente.

ESTRATEGIA Calcule el trabajo neto, el cual implica solo la fricción cinética, las fuerzas normal y de la gravedad son perpendiculares al movimiento. Luego iguale el trabajo neto con el cambio en la energía cinética. Para obtener la distancia mínima en el inciso a), se toma la rapidez final v_f como cero, justo cuando el vehículo que frena alcanza la parte posterior del que está en reposo. Despeje la incógnita, Δx. Para el inciso b) proceda de forma similar, excepto que la incógnita es la velocidad final v_f.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la distancia de parada mínima.

Aplique el teorema del trabajo y la energía al automóvil:
$$W_{\text{neto}} = \tfrac{1}{2}mv_f{}^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$

Sustituya una expresión para el trabajo friccional y establezca $v_f = 0$:
$$-f_k\Delta x = 0 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$

Sustituya $v_i = 35.0$ m/s, $f_k = 8.00 \times 10^3$ N y $m = 1.00 \times 10^3$ kg. Calcule Δx:
$$-(8.00 \times 10^3\ \text{N})\,\Delta x = -\tfrac{1}{2}(1.00 \times 10^3\ \text{kg})(35.0\ \text{m/s})^2$$
$$\Delta x = \boxed{76.6\ \text{m}}$$

b) A una distancia dada de 30.0 m, el automóvil está demasiado cerca del otro vehículo. Encuentre la rapidez en el momento del impacto.

Escriba el teorema del trabajo y la energía:
$$W_{\text{neto}} = W_{\text{fric}} = -f_k\Delta x = \tfrac{1}{2}mv_f{}^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$

Multiplique por $2/m$ y reacomode los términos, despejando la velocidad final v_f:
$$v_f^2 = v_i^2 - \frac{2}{m}f_k\Delta x$$
$$v_f^2 = (35.0\ \text{m/s})^2 - \left(\frac{2}{1.00 \times 10^3\ \text{kg}}\right)(8.00 \times 10^3\ \text{N})(30.0\ \text{m})$$
$$= 745\ \text{m}^2/\text{s}^2$$
$$v_f = \boxed{27.3\ \text{m/s}}$$

COMENTARIOS Este cálculo ilustra cuán importante es permanecer alerta en una carretera, manteniendo una distancia de parada adecuada en todo momento. Toma aproximadamente un segundo reaccionar ante las luces de frenado del automóvil que se encuentra enfrente de usted. En una vía rápida, su automóvil puede viajar más de 30 m antes de que usted pueda aplicar el freno. El tráfico saturado, que a menudo se presenta en las vías rápidas que están cerca de las ciudades grandes, es muy inseguro.

PREGUNTA 5.3 De manera cualitativa, ¿cómo modificaría la respuesta para el cambio en la velocidad final en el inciso b) si llueve durante el incidente? Explique.

EJERCICIO 5.3 Un perito mide las marcas de derrape rectas con una longitud de 27.0 m en la investigación de un accidente. Suponiendo una fuerza de fricción y la misma masa del automóvil que en el problema anterior, ¿cuál fue la rapidez mínima del automóvil cuando el freno se bloqueó?

RESPUESTA 20.8 m/s

Fuerzas conservativas y no conservativas

Hay dos categorías generales de fuerzas. La primera se denomina **fuerza conservativa**. La gravedad es probablemente el mejor ejemplo. Para comprender el origen del nombre, considere una clavadista que sube hasta la parte superior de una plataforma de 10 m. La clavadista tiene que realizar un trabajo contra la gravedad al subir. Una vez arriba, sin embargo, puede recuperar el trabajo como energía cinética

al efectuar un clavado. Su rapidez justo antes de chocar con el agua le dará una energía cinética igual al trabajo que realizó contra la gravedad al subir la plataforma, menos el efecto de algunas fuerzas no conservativas, como la resistencia del aire y la fricción muscular interna.

Una **fuerza no conservativa** por lo general es disipadora, lo que significa que tiende a dispersar de forma aleatoria la energía de los cuerpos sobre los que actúa. Esta dispersión de energía con frecuencia toma la forma de calor o sonido. La fricción cinética y la resistencia al avance del aire son buenos ejemplos. Las fuerzas propulsoras, como la fuerza ejercida por un motor a reacción sobre un avión o por una hélice en un submarino, también son no conservativas.

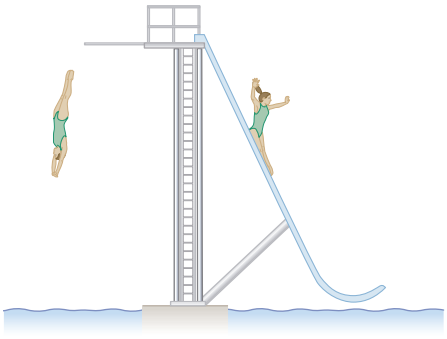


Figura 5.10 Dado que el campo gravitacional es conservativo, la clavadista vuelve a ganar como energía cinética el trabajo que realizó contra la gravedad al subir por la escalera. Al deslizarse por el tobogán sin fricción se tiene el mismo resultado.

El trabajo realizado contra una fuerza no conservativa no se puede recuperar con facilidad. Arrastrar los objetos sobre una superficie rugosa es una acción que requiere trabajo. Cuando el esquimal del ejemplo 5.2 arrastró el trineo por un terreno con coeficiente de fricción diferente de cero, el trabajo neto fue menor que en el caso sin fricción. La energía faltante se fue en calentar el trineo y su entorno. Como se verá en el estudio de la termodinámica, no es posible evitar esas pérdidas ni recuperar toda la energía; por lo tanto esas fuerzas se denominan no conservativas.

Otra forma de caracterizar las fuerzas conservativas y no conservativas es medir el trabajo realizado por una fuerza sobre un objeto que viaja entre dos puntos a lo largo de trayectorias diferentes. El trabajo realizado por la gravedad sobre alguien que se desliza por un tobogán sin fricción, como en la figura 5.10, es el mismo que el realizado sobre alguien que efectúa un clavado desde la misma altura. Esta igualdad no es válida para las fuerzas no conservativas. Por ejemplo, deslizar un libro directamente desde el punto Ⓐ al punto Ⓓ en la figura 5.11 requiere cierta cantidad de trabajo contra la fricción, pero deslizar el libro a lo largo de los otros tres trayectos del cuadrado, de Ⓐ a Ⓑ, Ⓑ a Ⓒ y por último de Ⓒ a Ⓓ, requiere tres veces más trabajo. Esta observación inspira la definición siguiente de fuerza conservativa:

◀ Fuerza conservativa

> Una fuerza es conservativa si el trabajo que realiza moviendo un objeto entre dos puntos es el mismo sin importar qué trayectoria se tome.

Como hemos visto, las fuerzas no conservativas no tienen esta propiedad. El teorema del trabajo y la energía, la ecuación 5.7, se puede reescribir en términos del trabajo realizado por fuerzas conservativas W_c y del trabajo realizado por fuerzas no conservativas W_{nc} dado que el trabajo neto es solo la suma de estas dos:

$$W_{nc} + W_c = \Delta EC \qquad [5.8]$$

Resulta que las fuerzas conservativas tienen otra propiedad útil: el trabajo que realizan se puede tomar como algo llamado **energía potencial**, una cantidad que depende solo de los puntos inicial y final de una curva, no de la trayectoria tomada.

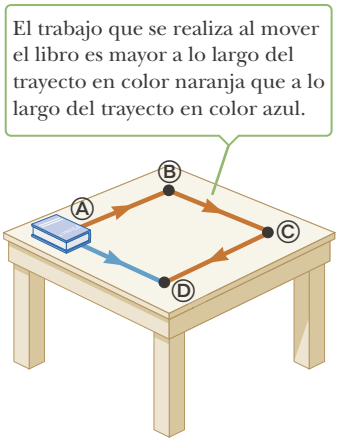


Figura 5.11 Debido a que la fricción es una fuerza no conservativa, un libro que se empuja a lo largo de los tres segmentos Ⓐ–Ⓑ, Ⓑ–Ⓒ y Ⓒ–Ⓓ requiere tres veces el trabajo que empujar el libro directamente de Ⓐ a Ⓓ.

5.3 Energía potencial gravitacional

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Comprender la relación entre la energía potencial gravitacional y el trabajo gravitacional.
2. Aplicar la conservación de la energía mecánica para resolver problemas.
3. Ampliar y aplicar el teorema del trabajo y la energía a los problemas que implican la gravedad.

Un objeto con energía cinética (energía de movimiento) puede realizar trabajo sobre otro objeto, igual que un martillo en movimiento puede clavar un clavo en una pared. Un ladrillo en un estante alto también puede realizar trabajo: puede caer del estante, acelerar hacia abajo y golpear un clavo perfectamente, clavándolo en las duelas. Se dice que el ladrillo tiene **energía potencial** asociada con él, debido a que desde su ubicación en el estante potencialmente puede realizar trabajo.

La energía potencial es una propiedad de un **sistema**, no de un objeto único, ya que se debe a la posición relativa de los objetos que interactúan en el sistema, como

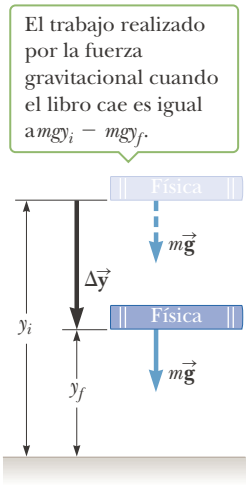


Figura 5.12 Un libro de masa m cae desde una altura y_i hasta una altura y_f.

la posición del clavadista en la figura 5.10 en relación a la Tierra. En este capítulo se define un sistema como un conjunto de objetos que interactúan por medio de fuerzas u otros procesos que son internos al sistema. Resulta que la energía potencial es otra forma de considerar el trabajo realizado por las fuerzas conservativas.

Trabajo gravitacional y energía potencial

Utilizar el teorema del trabajo y la energía en los problemas que implican la gravitación requiere calcular el trabajo realizado por la gravedad. Para la mayoría de las trayectorias, digamos, para una pelota que recorre un arco parabólico, determinar el trabajo realizado sobre la pelota requiere técnicas sofisticadas del cálculo. Por fortuna, para los campos conservativos existe una alternativa simple: la energía potencial.

La gravedad es una fuerza conservativa y para cada fuerza conservativa se puede encontrar una expresión especial denominada función de la energía potencial. La evaluación de esa función en cualesquiera dos puntos en la trayectoria de movimiento de un objeto y la determinación de la diferencia dará el negativo del trabajo realizado por esa fuerza entre esos dos puntos. También es ventajoso que la energía potencial, igual que el trabajo y la energía cinética, sea una cantidad escalar.

Nuestro primer paso es encontrar el trabajo realizado por la gravedad sobre un objeto cuando se mueve de una posición a otra. El negativo de ese trabajo es el cambio en la energía potencial gravitacional del sistema y a partir de esa expresión, se puede identificar la función de la energía potencial.

En la figura 5.12, un libro de masa m cae desde una altura y_i hasta una altura y_f, donde la coordenada y positiva representa la posición sobre el suelo. Se ignora la fuerza de la fricción del aire, por lo tanto la única fuerza que actúa sobre el libro es la gravitación. ¿Cuánto trabajo se realiza? La magnitud de la fuerza es mg y la del desplazamiento es $\Delta y = y_i - y_f$ (un número positivo), en tanto que $\vec{\mathbf{F}}$ y $\Delta\vec{\mathbf{y}}$ apuntan hacia abajo, por lo tanto el ángulo entre ellos es cero. Aplicamos la definición de trabajo en la ecuación 5.3, con $d = y_i - y_f$:

$$W_g = Fd\cos\theta = mg(y_i - y_f)\cos 0^\circ = -mg(y_f - y_i) \qquad [5.9]$$

La factorización del signo menos fue deliberada, para clarificar la conexión siguiente para la energía potencial. La ecuación 5.9 para el trabajo gravitacional es válida para cualquier objeto, sin importar su trayectoria en el espacio, ya que la fuerza gravitacional es conservativa. Ahora, W_g aparecerá como el trabajo realizado por la gravedad en el teorema del trabajo y la energía. En el resto de esta sección suponga por simplicidad que solo se trata con sistemas que comprenden la gravedad y las fuerzas no conservativas. Entonces la ecuación 5.8 se puede escribir como

$$W_{\text{neto}} = W_{nc} + W_g = \Delta EC$$

donde W_{nc} es el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas. Sustituyendo la expresión para W_g de la ecuación 5.9, se obtiene

$$W_{nc} - mg(y_f - y_i) = \Delta EC \qquad [5.10a]$$

Luego, se suma $mg(y_f - y_i)$ en los dos lados:

$$W_{nc} = \Delta EC + mg(y_f - y_i) \qquad [5.10b]$$

Ahora, por definición, se hará la conexión entre el trabajo gravitacional y la energía potencial gravitacional.

Energía potencial gravitacional ▶

La energía potencial gravitacional de un sistema que consta de la Tierra y un objeto de masa m cerca de la superficie de la Tierra está dada por

$$EP \equiv mgy \qquad [5.11]$$

donde g es la aceleración de la gravedad y y es la posición vertical de la masa en relación con la superficie de la Tierra (o algún otro punto de referencia).

Unidad SI: joule (J)

En esta definición, es común que se tome $y = 0$ para que corresponda con la superficie de la Tierra, pero eso no estrictamente necesario, como se analiza en la subsección siguiente. Resulta que solo importan las *diferencias* en la energía potencial.

Por lo tanto, la energía potencial gravitacional asociada con un objeto ubicado cerca de la superficie de la Tierra es el peso del objeto mg por su posición vertical y arriba de la Tierra. A partir de esta *definición*, tenemos la relación entre el trabajo gravitacional y la energía potencial gravitacional.

$$W_g = -(EP_f - EP_i) = -(mgy_f - mgy_i) \qquad [5.12]$$

El trabajo realizado por la gravedad es uno y el mismo que el negativo del cambio en energía potencial gravitacional.

Por último, usando la relación en la ecuación 5.12 en la ecuación 5.10b, se obtiene una extensión del teorema del trabajo y la energía:

$$W_{nc} = (EC_f - EC_i) + (EP_f - EP_i) \qquad [5.13]$$

Esta ecuación dice que el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas, W_{nc}, es igual al cambio en la energía cinética más el cambio en la energía potencial gravitacional.

La ecuación 5.13 resultará ser válida en general, incluso cuando otras fuerzas conservativas además de la gravedad estén presentes. El trabajo realizado por estas fuerzas conservativas adicionales de nuevo se remodelará como cambios en la energía potencial y aparecerá en el lado derecho junto con la expresión para la energía potencial gravitacional.

Sugerencia 5.3 La energía potencial toma dos

La energía potencial siempre toma un sistema de al menos dos objetos que interactúan, por ejemplo, la Tierra y una pelota de béisbol conectadas por la fuerza gravitacional.

Niveles de referencia para la energía potencial gravitacional

Al resolver problemas que comprenden energía potencial, es importante elegir una ubicación en la cual se establece esa energía igual a cero. Dada la forma de la ecuación 5.11, esto es lo mismo que elegir el lugar donde $y = 0$. La elección es completamente arbitraria ya que la cantidad importante es la *diferencia* en la energía potencial y esta diferencia será la misma sin importar la elección del nivel cero. Sin embargo, una vez que se elige esta posición, debe permanecer fija para un problema dado.

Mientras que siempre es posible elegir la superficie de la Tierra como la posición de referencia para la energía potencial cero, es común que el enunciado de un problema sugiera cuál posición conveniente utilizar. Como ejemplo, considere un libro en varias ubicaciones posibles, como en la figura 5.13. Cuando el libro está en Ⓐ, un nivel cero natural para la energía potencial es la superficie de la mesa. Cuando el libro está en Ⓑ, el piso podría ser un nivel de referencia más conveniente. Por último, una ubicación como Ⓒ, donde el libro se sostiene fuera de una ventana, sugeriría elegir la superficie de la Tierra como el nivel de energía potencial cero. Sin embargo, la elección no hace diferencia: cualquiera de los tres niveles podría usarse como el nivel cero, sin importar si el libro está en Ⓐ, Ⓑ o Ⓒ. El ejemplo 5.4 ilustra este punto importante.

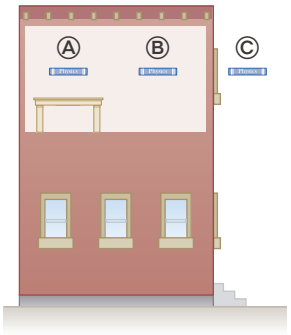


Figura 5.13 Cualquier nivel de referencia, la parte superior de la mesa, el piso de la habitación o el suelo afuera del edificio, se pueden usar para representar la energía potencial gravitacional cero en el sistema libro-Tierra.

■ EJEMPLO 5.4 Encere sus esquíes

OBJETIVO Calcular el cambio en energía potencial gravitacional para diferentes elecciones del nivel de referencia.

PROBLEMA Una esquiadora de 60.0 kg se encuentra arriba de una pendiente, como se muestra en la figura 5.14. En el punto inicial Ⓐ, ella está a 10.0 m verticalmente arriba del punto Ⓑ. **a)** Estableciendo el nivel cero para la energía potencial gravitacional en Ⓑ, encuentre la energía potencial gravitacional de este sistema cuando la esquiadora se encuentra en Ⓐ y luego en Ⓑ. Por último, determine el cambio en energía potencial del sistema esquiadora-Tierra cuando la esquiadora va del punto Ⓐ al punto Ⓑ. **b)** Repita este problema con el nivel cero en el punto Ⓐ. **c)** Repita, de nuevo, con el nivel cero 2.00 m más alto que el punto Ⓑ.

ESTRATEGIA Siga la definición y tenga cuidado con los signos. Ⓐ es el punto inicial, con energía potencial gravitacional EP_i, y Ⓑ es el punto final, con la energía potencial gravitacional PE_f. La ubicación elegida para $y = 0$ es también el punto cero para la energía potencial, ya que $EP = mgy$.

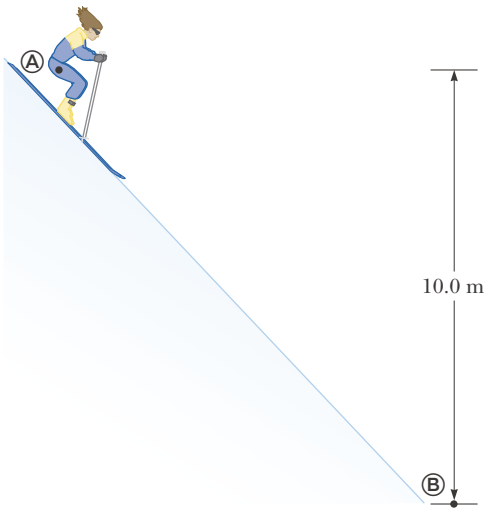


Figura 5.14 (Ejemplo 5.4)

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) Sea $y = 0$ en Ⓑ. Calcule la energía potencial en Ⓐ y en Ⓑ y calcule el cambio en energía potencial.

Encuentre EP_i, la energía potencial en Ⓐ, de la ecuación 5.11: $EP_i = mgy_i = (60.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(10.0\text{ m}) = 5.88 \times 10^3\text{ J}$

$EP_f = 0$ en Ⓑ por elección. Determine la diferencia en la energía potencial entre Ⓐ y Ⓑ: $EP_f - EP_i = 0 - 5.88 \times 10^3\text{ J} = -5.88 \times 10^3\text{ J}$

b) Repita el problema si $y = 0$ en Ⓐ, el nuevo punto de referencia, por lo tanto $EP = 0$ en Ⓐ.

Encuentre EP_f, observando que el punto Ⓑ ahora está en $y = -10.0$ m:

$$EP_f = mgy_f = (60.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(-10.0\text{ m}) = -5.88 \times 10^3\text{ J}$$

$$EP_f - EP_i = -5.88 \times 10^3\text{ J} - 0 = -5.88 \times 10^3\text{ J}$$

c) Repita el problema, si $y = 0$ está dos metros arriba de Ⓑ.

Encuentre EP_i, la energía potencial en Ⓐ: $EP_i = mgy_i = (60.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(8.00\text{ m}) = 4.70 \times 10^3\text{ J}$

Encuentre EP_f, la energía potencial en Ⓑ:

$$EP_f = mgy_f = (60.0\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(-2.00\text{ m}) = -1.18 \times 10^3\text{ J}$$

Calcule el cambio en energía potencial:

$$EP_f - EP_i = -1.18 \times 10^3\text{ J} - 4.70 \times 10^3\text{ J} = -5.88 \times 10^3\text{ J}$$

COMENTARIOS Estos cálculos muestran que el cambio en la energía potencial gravitacional cuando la esquiadora va de la parte de arriba de la pendiente al fondo es -5.88×10^3 J, *sin importar el nivel cero seleccionado.*

PREGUNTA 5.4 Si el ángulo de la pendiente se incrementa, el cambio de energía potencial gravitacional ¿a) aumenta, b) disminuye, c) permanece igual?

EJERCICIO 5.4 Si el nivel cero para la energía potencial gravitacional se selecciona a la mitad de la pendiente, 5.00 m arriba del punto Ⓑ, determine la energía potencial inicial, la energía potencial final y el cambio en energía potencial cuando la esquiadora va del punto Ⓐ al Ⓑ en la figura 5.14.

RESPUESTA 2.94 kJ, −2.94 kJ, −5.88 kJ

Gravedad y conservación de energía mecánica

Los principios de conservación tienen una función muy importante en la física. **Cuando una cantidad física se conserva, el valor numérico de la cantidad permanece igual en todo el proceso físico.** Aunque la forma de la cantidad puede cambiar de alguna manera, **su valor final es el mismo que su valor inicial**.

La energía cinética *EC* de un objeto que cae solo bajo la influencia de la gravedad cambia de manera constante, como cambia la energía potencial gravitacional *EP*. Entonces, es obvio que estas cantidades no se conservan. Sin embargo, debido a que se supone que todas las fuerzas no conservativas están ausentes, se puede establecer $W_{nc} = 0$ en la ecuación 5.13. Reacomodando la ecuación, se llega al resultado muy interesante siguiente.

$$EC_i + EP_i = EC_f + EP_f \qquad [5.14]$$

De acuerdo con esta ecuación, **la suma de la energía cinética y la energía potencial gravitacional permanece constante en todo momento y de aquí que sea una cantidad conservada**. Se denota la energía mecánica total por $E = EC + EP$, y se dice que **la energía mecánica total se conserva**.

Para mostrar cómo funciona este concepto, considere lanzar una roca de un acantilado, ignorando las fuerzas de resistencia al avance. Conforme la roca cae, su rapidez se incrementa; por lo tanto su energía cinética aumenta. Cuando la roca se aproxima al suelo, la energía potencial del sistema roca-Tierra disminuye. Cualquier energía potencial que se pierde cuando la roca se mueve hacia abajo aparece como energía cinética y la ecuación 5.14 indica que sin fuerzas no conservativas como la resis-

Sugerencia 5.4 Principios de conservación

Hay muchas leyes de conservación como la conservación de la energía mecánica en los sistemas aislados, como en la ecuación 5.14. Por ejemplo, la cantidad de movimiento, la cantidad de movimiento angular y la carga eléctrica son cantidades que se conservan, como se verá más adelante. Las cantidades que se conservan pueden cambiar de forma durante las interacciones físicas, pero su suma total para un sistema nunca cambia.

tencia al avance del aire, el intercambio de energía es exactamente igual. Esto es cierto para todas las fuerzas no conservativas, no solo para la gravedad.

> En cualquier sistema aislado de objetos que interactúan solo a través de fuerzas conservativas, la energía mecánica total $E = EC + EP$, del sistema, permanece igual en todo momento

◀ Conservación de la energía mecánica

Si la fuerza de gravedad es la *única* fuerza que realiza trabajo dentro de un sistema, entonces el principio de conservación de la energía mecánica toma la forma

$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f \qquad [5.15]$$

Esta forma de la ecuación es particularmente útil para resolver problemas que explícitamente implican solo una masa y la gravedad. En ese caso especial, que ocurre con frecuencia, observe que la masa se cancela en la ecuación. Sin embargo, eso solo es posible debido a que cualquier cambio en la energía cinética de la Tierra en respuesta al campo gravitacional del objeto de masa m se ha ignorado (correctamente). En general, debe haber términos de energía cinética para cada objeto en el sistema y los términos de la energía potencial gravitacional para cada par de objetos. Es preciso agregar términos adicionales cuando estén presentes otras fuerzas conservativas, como pronto se verá.

Cuestionario rápido

5.2 Tres pelotas idénticas se lanzan desde la parte superior de un edificio, todas con la misma rapidez inicial. La primera pelota se lanza horizontalmente, la segunda con algún ángulo arriba de la horizontal y la tercera a algún ángulo debajo de la horizontal, como en la figura 5.15. Ignorando la resistencia del aire, clasifique las rapideces de las pelotas cuando llegan al suelo, de la más rápida a la más lenta. a) 1, 2, 3; b) 2, 1, 3; c) 3, 1, 2; d) Las tres pelotas chocan con el suelo a la misma rapidez.

5.3 Bob, de masa m, se lanza desde la rama de un árbol al mismo tiempo que Esther, también de masa m, comienza su descenso por un tobogán sin fricción. Si los dos inician a la misma altura arriba del suelo, ¿cuál de las afirmaciones siguientes es cierta acerca de sus energías cinéticas cuando llegan al suelo?

a) La energía cinética de Bob es mayor que la de Esther.

b) La energía cinética de Esther es mayor que la de Bob.

c) Ellos tienen la misma energía cinética.

d) La respuesta depende de la forma del tobogán.

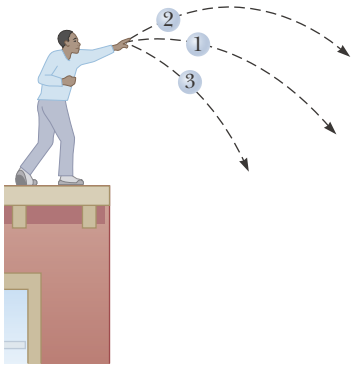


Figura 5.15 (Cuestionario rápido 5.2) Un estudiante lanza tres pelotas idénticas desde la parte superior de un edificio, cada una con la misma rapidez pero a un ángulo inicial diferente.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Aplicación de la conservación de la energía mecánica

Siga los pasos siguientes cuando aplique la conservación de la energía mecánica a los problemas que involucren a la gravedad.

1. **Defina el sistema**, incluyendo todos los cuerpos que interactúan. Verifique la ausencia de fuerzas no conservativas.
2. **Elija una ubicación para $y = 0$**, el punto cero para la energía potencial gravitacional.
3. **Seleccione el cuerpo de interés e identifique dos puntos**, un punto donde tiene información dada y el otro donde quiere encontrar algo acerca del cuerpo de interés.
4. **Escriba la ecuación de la conservación de la energía**, ecuación 5.15, para el sistema. **Identifique la cantidad desconocida** de interés.
5. **Despeje la cantidad desconocida**, que por lo general es una rapidez o bien una posición, y sustituya los valores conocidos.

Como se afirmó antes, por lo común es mejor realizar el álgebra con símbolos que primero sustituir los números conocidos, ya que es más fácil verificar los símbolos por errores posibles. La excepción es cuando una cantidad es claramente cero, caso en el cual una sustitución inmediata simplifica en gran medida el álgebra resultante.

EJEMPLO 5.5 Clavadista de plataforma

OBJETIVO Utilizar la conservación de la energía para calcular la rapidez de un cuerpo que cae directo hacia abajo en presencia de la gravedad.

PROBLEMA Un clavadista de masa m se lanza desde un trampolín a 10.0 m de la superficie del agua, como en la figura 5.16. Ignore la resistencia. **a)** Utilice la conservación de la energía mecánica para encontrar su rapidez 5.00 m arriba de la superficie del agua. **b)** Determine su rapidez cuando hace contacto con el agua.

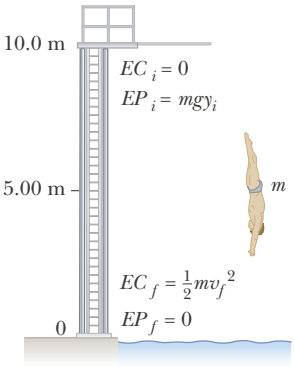


Figura 5.16 (Ejemplo 5.5) El cero de la energía potencial gravitacional se toma de la superficie del agua.

ESTRATEGIA Consulte la estrategia para resolver problemas. Paso 1: el sistema consiste en el clavadista y la Tierra. Cuando el clavadista se lanza, solo la fuerza de la gravedad actúa sobre él (ignorando la resistencia al avance del aire), por lo tanto la energía mecánica del sistema se conserva y se puede utilizar la conservación de la energía en los dos incisos a) y b). Paso 2: Elija $y = 0$ para la superficie del agua. Paso 3: En el inciso a), $y = 10.0$ m y $y = 5.00$ m son los puntos de interés, en tanto que en el inciso b), $y = 10.0$ m y $y = 0$ m son de interés.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez del clavadista a medio camino, en $y = 5.00$ m.

Paso 4: escriba la ecuación de conservación de la energía y suministre los términos apropiados:

$$EP_i + EP_i = EC_f + EC_f$$
$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$$

Paso 5: sustituya $v_i = 0$, cancele la masa m y despeje v_f:

$$0 + gy_i = \tfrac{1}{2}v_f^2 + gy_f$$
$$v_f = \sqrt{2g(y_i - y_f)} = \sqrt{2(9.80\ \text{m/s}^2)(10.0\ \text{m} - 5.00\ \text{m})}$$
$$v_f = 9.90\ \text{m/s}$$

b) Determine la rapidez del clavadista en la superficie del agua, $y = 0$.

Use el mismo procedimiento que en el inciso a), tomando $y_f = 0$:

$$0 + mgy_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + 0$$
$$v_f = \sqrt{2gy_i} = \sqrt{2(9.80\ \text{m/s}^2)(10.0\ \text{m})} = 14.0\ \text{m/s}$$

COMENTARIOS Observe que la rapidez a medio camino no es la mitad de la rapidez final. Otro punto interesante es que la respuesta final no depende de la masa. Esa en realidad es una consecuencia de ignorar el cambio en energía cinética de la Tierra, la cual es válida cuando la masa del objeto, el clavadista en este caso, es mucho menor que la masa de la Tierra. En realidad, la Tierra también cae hacia el clavadista, reduciendo la rapidez final, pero la reducción es tan pequeña que nunca sería posible medirla.

PREGUNTA 5.5 De forma cualitativa, ¿cómo cambiarían las respuestas si el clavadista corre y después se lanza por el extremo del trampolín?

EJERCICIO 5.5 Suponga que el clavadista salta del trampolín, dejándolo con una rapidez inicial de 3.50 m/s hacia arriba. Utilice la conservación de la energía para encontrar su rapidez cuando hace contacto con el agua.

RESPUESTA 14.4 m/s

EJEMPLO 5.6 El insecto saltador

OBJETIVO Utilizar la conservación de la energía mecánica y los conceptos de balística en dos dimensiones para calcular una rapidez.

PROBLEMA Un saltamontes poderoso se lanza con un ángulo de 45° por encima de la horizontal y sube hasta una altura máxima de 1.00 m durante el salto (consulte la figura 5.17). ¿Con qué rapidez v_i dejó el suelo? Ignore la resistencia del aire.

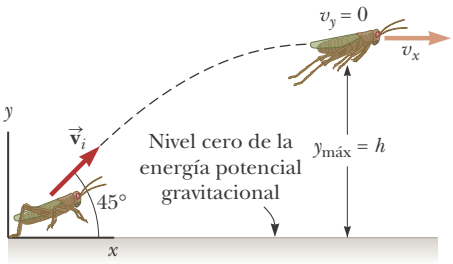


Figura 5.17 (Ejemplo 5.6)

ESTRATEGIA Este problema se puede resolver con la conservación de la energía y la relación entre la velocidad inicial y su componente x. Además del origen, el otro punto de interés es la altura máxima $y = 1.00$ m, donde el saltamontes tiene una velocidad v_x solo en la dirección x. Luego la conservación de la energía da una ecuación con dos incógnitas: la rapidez inicial v_i y la rapidez a altura máxima, v_x. Sin embargo, dado que no hay fuerzas la dirección x, v_x es la misma que la componente x de la velocidad inicial.

SOLUCIÓN

Use la conservación de la energía: $\frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$

Sustituya $y_i = 0$, $v_f = v_x$ y $y_f = h$: $\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + mgh$

Multiplique cada lado por $2/m$, obteniendo una ecuación y dos incógnitas: **(1)** $v_i^2 = v_x^2 + 2gh$

Elimine v_x sustituyendo $v_x = v_i \cos 45°$ en la ecuación 1), despejando v_i y sustituyendo los valores conocidos:

$$v_i^2 = (v_i \cos 45°)^2 + 2gh = \tfrac{1}{2}v_i^2 + 2gh$$
$$v_i = 2\sqrt{gh} = 2\sqrt{(9.80\ \text{m/s}^2)(1.00\ \text{m})} = 6.26\ \text{m/s}$$

COMENTARIOS La respuesta final es un valor sorprendentemente alto e ilustra qué tan fuertes son los insectos en relación con su tamaño.

PREGUNTA 5.6 Manteniendo iguales todas las cantidades dadas, ¿cómo cambiaría la respuesta si el ángulo inicial fuera menor? ¿Por qué?

EJERCICIO 5.6 Una catapulta lanza una roca a un ángulo de 30.0° respecto a la horizontal. Encuentre la altura máxima obtenida si la rapidez de la roca en su punto más alto es 30.0 m/s.

RESPUESTA 15.3 m

Gravedad y fuerzas no conservativas

Cuando intervienen las fuerzas no conservativas junto con la gravitación, se debe usar el teorema del trabajo y la energía completo, a menudo con técnicas del capítulo 4. La solución de problemas requiere el procedimiento básico de la estrategia para resolver los problemas de conservación de energía en la sección anterior. La única diferencia se encuentra en sustituir la ecuación 5.13, la ecuación del trabajo y la energía con energía potencial, por la ecuación 5.15.

Sugerencia 5.5 ¡No use el trabajo realizado por la fuerza de gravedad *y* la energía potencial gravitacional!

La energía potencial gravitacional es solo otra forma de incluir el trabajo realizado por la fuerza de gravedad en el teorema del trabajo y la energía. ¡No use las dos en la misma ecuación o la contará dos veces!

EJEMPLO 5.7 ¡El bombardero!

OBJETIVO Utilizar el teorema del trabajo y la energía con energía potencial gravitacional para calcular el trabajo realizado por una fuerza no conservativa.

PROBLEMA Los toboganes casi no tienen fricción, por eso proporcionan a los estudiantes aburridos emociones a gran rapidez (figura 5.18). Uno de esos toboganes, *Der Stuka*, llamado así por los atemorizantes bombarderos en picada alemanes de la Segunda Guerra Mundial, tiene 72.0 pies de altura (21.9 m), se encuentra en Six Flags, en Dallas, Texas, y en Wet'n Wild, en Orlado, Florida. **a)** Determine la rapidez de una mujer de 60.0 kg en el fondo de ese tobogán, suponiendo que no hay fricción. **b)** Si se cronometra la trayectoria de la mujer a 18.0 m/s en el fondo del tobogán, encuentre el trabajo realizado por la fricción sobre la mujer.

ESTRATEGIA El sistema consiste en la mujer, la Tierra y el tobogán. La fuerza normal, siempre perpendicular al desplazamiento, no realiza trabajo. Sea que $y = 0$ m representa el fondo del tobogán. Los dos puntos de interés son $y = 0$ m y $y = 21.9$ m. Sin fricción, $W_{nc} = 0$ y se puede aplicar la conservación de la energía mecánica, ecuación 5.15. Para el inciso b), use la ecuación 5.13, sustituya dos velocidades y dos alturas, y despeje W_{nc}.

Wet'n Wild Orlando

Figura 5.18 (Ejemplo 5.7) Si el tobogán no tiene fricción, la rapidez de la mujer en el fondo depende solo de la altura del tobogán, no de la trayectoria que toma.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez de la mujer en el fondo del tobogán, suponiendo que no hay fricción.

Escriba la ecuación 5.15, para la conservación de la energía:

$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$$

Inserte los valores $v_i = 0$ y $v_f = 0$:

$$0 + mgy_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + 0$$

Despeje v_f y sustituya valores para g y y_i:

$$v_f = \sqrt{2gy_i} = \sqrt{2(9.80\ \text{m/s}^2)(21.9\ \text{m})} = 20.7\ \text{m/s}$$

b) Encuentre el trabajo realizado por la fricción sobre la mujer si $v_f = 18.0\ \text{m/s} < 20.7\ \text{m/s}$.

Escriba la ecuación 5.13, sustituyendo las expresiones para las energías cinética y potencial:

$$W_{nc} = (EC_f - EC_i) + (EP_f - EP_i)$$
$$= (\tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2) + (mgy_f - mgy_i)$$

Sustituya $m = 60.0\ \text{kg}$, $v_f = 18.0\ \text{m/s}$ y $v_i = 0$, y despeje W_{nc}:

$$W_{nc} = [\tfrac{1}{2} \cdot 60.0\ \text{kg} \cdot (18.0\ \text{m/s})^2 - 0]$$
$$+ [0 - 60.0\ \text{kg} \cdot (9.80\ \text{m/s}^2) \cdot 21.9\ \text{m}]$$
$$W_{nc} = -3.16 \times 10^3\ \text{J}$$

COMENTARIOS La rapidez determinada en el inciso a) es la misma que si la mujer cayera verticalmente una distancia de 21.0 m, lo que es consistente con nuestra intuición en el cuestionario rápido 5.3. El resultado del inciso b) es negativo dado que el sistema pierde energía mecánica. La fricción transforma parte de la energía mecánica en energía térmica y ondas mecánicas, absorbidas en parte por el sistema y en parte por el entorno.

PREGUNTA 5.7 Si el tobogán tuviera fricción, ¿la forma del tobogán afectaría la respuesta final? Explique.

EJERCICIO 5.7 Suponga que un tobogán similar al *Der Stuka* tiene una altura de 35.0 m, pero con pendiente recta, inclinada a 45.0° respecto a la horizontal. a) Encuentre la rapidez de una mujer de 60.0 kg en el fondo del tobogán, suponiendo que no hay fricción. b) Si la mujer tiene una rapidez de 20.0 m/s en el fondo, determine el cambio en energía mecánica debido a la fricción y c) la magnitud de la fuerza de fricción, supuesta constante.

RESPUESTAS a) 26.2 m/s; b) -8.58×10^3 J; c) 173 N

EJEMPLO 5.8 Vaya a esquiar

OBJETIVO Combinar la conservación de la energía mecánica con el teorema del trabajo y la energía incluyendo la fricción sobre una superficie horizontal.

PROBLEMA Un esquiador parte del reposo en la cima de un plano inclinado con una altura de 20.0 m, como en la figura 5.19. En el fondo del plano, el esquiador encuentra una superficie horizontal donde el coeficiente de fricción cinética entre los esquíes y la nieve es 0.210. **a)** Encuentre la rapidez del esquiador en el fondo. **b)** ¿Qué tan lejos viaja el esquiador sobre la superficie horizontal antes de llegar al reposo? Ignore la resistencia del aire.

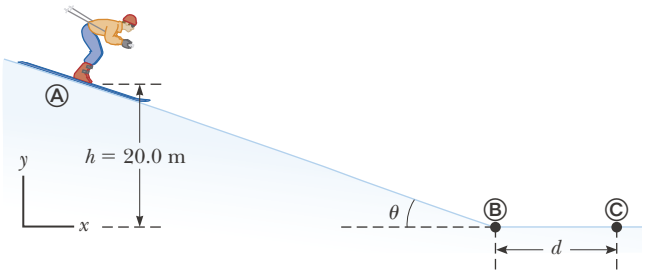


Figura 5.19 (Ejemplo 5.8) El esquiador se desliza por la pendiente y luego hacia una superficie plana, deteniéndose después de viajar una distancia d desde el fondo de la colina.

ESTRATEGIA Ir hacia abajo por el plano inclinado sin fricción no es físicamente diferente que ir hacia abajo por el tobogán del ejemplo anterior y se maneja de la misma manera, usando la conservación de la energía mecánica para determinar la rapidez $v_Ⓑ$ en el fondo. En la superficie plana y rugosa, utilice el teorema del trabajo y la energía, ecuación 5.13, con $W_{nc} = W_{\text{fric}} = -f_k d$ donde f_k es la magnitud de la fuerza de fricción y d es la distancia recorrida sobre la superficie horizontal antes de llegar al reposo.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez del esquiador en el fondo.

Siga el procedimiento que se usó en el inciso a) del ejemplo anterior cuando el esquiador se mueve desde arriba, punto Ⓐ, hasta el fondo, punto Ⓑ:

$$v_Ⓑ = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.80\ \text{m/s}^2)(20.0\ \text{m})} = 19.8\ \text{m/s}$$

b) Determine la distancia recorrida sobre la superficie horizontal y rugosa.

Aplique el teorema del trabajo y la energía cuando el esquiador se mueve de Ⓑ a Ⓒ:

$$W_{\text{neto}} = -f_k d = \Delta EC = \tfrac{1}{2}mv_{©}^2 - \tfrac{1}{2}mv_{Ⓑ}^2$$

Sustituya $v_{©} = 0$ y $f_k = \mu_k n = \mu_k mg$:

$$-\mu_k mgd = -\tfrac{1}{2}mv_{Ⓑ}^2$$

Despeje d:

$$d = \frac{v_{Ⓑ}^2}{2\mu_k g} = \frac{(19.8\ \text{m/s})^2}{2(0.210)(9.80\ \text{m/s}^2)} = \boxed{95.2\ \text{m}}$$

COMENTARIOS Sustituyendo la expresión simbólica $v_{Ⓑ} = \sqrt{2gh}$ en la ecuación para la distancia d muestra que d es linealmente proporcional a h: al duplicar la altura se duplica la distancia recorrida.

PREGUNTA 5.8 Proporcione dos razones de que los esquiadores por lo general se pongan en cuclillas cuando bajan por una pendiente.

EJERCICIO 5.8 Encuentre la distancia horizontal que el esquiador viaja antes de llegar al reposo si el plano inclinado también tiene un coeficiente de fricción cinética igual a 0.210. Suponga que $\theta = 20.0°$.

RESPUESTA 40.3 m

5.4 Energía potencial de resortes

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Comprender las relaciones entre la energía potencial de resortes y el trabajo realizado por estos últimos.
2. Ampliar y aplicar la energía potencial de resortes utilizando el teorema del trabajo y la energía.

Los resortes son elementos importantes en la tecnología moderna y se encuentran en las máquinas de todo tipo, relojes, juguetes, automóviles y trenes. Los resortes se presentan en esta sección y luego se estudian con más detalle en el capítulo 13.

El trabajo realizado por una fuerza aplicada al estirar o comprimir un resorte se puede recuperar quitando dicha fuerza; por lo tanto, igual que la gravedad, la fuerza de un resorte es conservativa, siempre y cuando sea posible ignorar las pérdidas a través de la fricción interna del resorte. Eso significa que en el teorema del trabajo y la energía se puede encontrar y usar una función de energía potencial.

En la figura 5.20a se muestra un resorte en su posición de equilibrio, no está comprimido ni estirado. Al empujar un bloque contra el resorte como en la figura 5.20b, este se comprime una distancia x. Aunque x parece ser simplemente una coordenada, para los resortes también representa un desplazamiento desde la posición de equilibrio, la cual, para nuestros fines, siempre se tomará como $x = 0$. De manera experimental, resulta que duplicar un desplazamiento dado requiere duplicar la fuerza, y triplicarlo precisa triplicar la fuerza. Esto significa que la fuerza ejercida por el resorte, F_s, debe ser proporcional al desplazamiento x, o

$$F_s = -kx \qquad [5.16]$$

donde k es una constante de proporcionalidad, la *constante del resorte*, que tiene unidades de newtons por metro. La ecuación 5.16 se denomina **ley de Hooke**, en honor de Sir Robert Hooke, quien descubrió la relación. La fuerza F_s con frecuencia de denomina *fuerza de restauración* ya que el resorte siempre ejerce una fuerza en la dirección opuesta al desplazamiento de su extremo, tendiendo a restaurar la posición original de todo lo que está unido al resorte. Para los valores positivos de x, la fuerza es negativa, y apunta de regreso al equilibrio en $x = 0$, y para los valores negativos de x, la fuerza es positiva, de nuevo apuntando hacia $x = 0$. Para un resorte flexible, k es un número pequeño (aproximadamente 100 N/m), en tanto que para un resorte rígido k es grande (aproximadamente 10 000 N/m). El valor de la constante del resorte k se determina considerando cómo se formó el resorte, su composición material y el espesor del alambre. El signo menos asegura que la fuerza del resorte siempre se dirige de regreso hacia el punto de equilibrio.

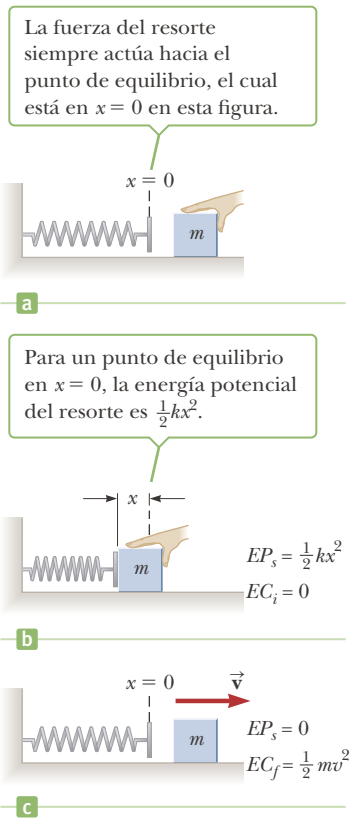


Figura 5.20 a) Un resorte en equilibrio, no comprimido ni estirado. b) Un bloque de masa m sobre una superficie sin fricción se empuja contra el resorte. c) Cuando el bloque se libera, la energía almacenada en el resorte se transfiere al bloque en forma de energía cinética.

Como en el caso de la gravitación, una energía potencial, denominada **energía potencial elástica**, se puede asociar con la fuerza del resorte. La energía potencial elástica es otra manera de observar el trabajo realizado por un resorte durante el movimiento ya que es igual al negativo del trabajo realizado por el resorte. También se puede considerar la energía almacenada que surge del trabajo realizado para comprimir o estirar el resorte.

Considere un resorte horizontal y una masa en la posición de equilibrio. El trabajo realizado por el resorte se determina cuando es comprimido por una fuerza aplicada del equilibrio a un desplazamiento x, como en la figura 5.20b. La fuerza del resorte apunta en la dirección opuesta al movimiento, por lo que se espera que el trabajo sea negativo. Cuando estudiamos la fuerza de gravedad constante cerca de la superficie de la Tierra, se determinó el trabajo realizado sobre un objeto multiplicando la fuerza gravitacional por el desplazamiento vertical del objeto. Sin embargo, este procedimiento no se puede usar con una fuerza variable como la fuerza de un resorte. En lugar de ello, se usa la fuerza promedio, $\overline{F}$:

$$\overline{F} = \frac{F_0 + F_1}{2} = \frac{0 - kx}{2} = -\frac{kx}{2}$$

Por lo tanto, el trabajo *realizado por la fuerza del resorte* es

$$W_s = \overline{F}x = -\tfrac{1}{2}kx^2$$

En general, cuando el resorte se estira o comprime de x_i a x_f, el trabajo realizado por este es

$$W_s = -(\tfrac{1}{2}kx_f^2 - \tfrac{1}{2}kx_i^2)$$

El trabajo realizado por un resorte se puede incluir en el teorema del trabajo y la energía. Suponga que la ecuación 5.13 ahora incluye el trabajo realizado por los resortes en el lado izquierdo. Entonces se escribe así

$$W_{nc} - (\tfrac{1}{2}\,kx_f^2 - \tfrac{1}{2}\,kx_i^2) = \Delta EC + \Delta EP_g$$

donde EP_g es la energía potencial gravitacional. Ahora se define la energía potencial elástica asociada con la fuerza del resorte, EP_r, por

$$EP_s \equiv \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad [5.17]$$

Al insertar esta expresión en la ecuación anterior y reacomodar los términos se obtiene la nueva forma del teorema del trabajo y la energía, incluyendo tanto la energía gravitacional como la potencial elástica:

$$W_{nc} = (EC_f - EC_i) + (EP_{gf} - EP_{gi}) + (EP_{sf} - EP_{si}) \qquad [5.18]$$

donde W_{nc} es el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas, EC es la energía cinética, EP_g es la energía potencial gravitacional y EP_r es la energía potencial elástica. La EP, que antes se usaba para designar solo a la energía potencial gravitacional, de aquí en adelante denotará la energía potencial total de un sistema, incluyendo las energías potenciales debidas a todas las fuerzas conservativas que actúan sobre dicho sistema.

Es importante recordar que el trabajo realizado por la gravedad y los resortes en cualquier sistema físico ya está incluido en el lado derecho de la ecuación 5.18 como energía potencial y no se debe incluir también en el lado izquierdo como trabajo.

En la figura 5.20c se muestra cómo se puede recuperar la energía potencial elástica almacenada. Cuando el bloque se libera, el resorte regresa rápidamente a su longitud original y la energía potencial elástica almacenada se convierte en la energía cinética del bloque. La energía potencial elástica almacenada en el resorte es cero cuando este se encuentra en la posición de equilibrio ($x = 0$). Como se da en la ecuación 5.17, la energía potencial también se almacena en el resorte cuando se estira. Además, la energía potencial elástica es máxima cuando el resorte ha alcanzado su compresión o extensión máximas. Por último, debido a que EP_r es proporcional a x^2, la energía potencial siempre es positiva cuando el resorte no está en la posición de equilibrio.

En ausencia de fuerzas no conservativas, $W_{nc} = 0$, por lo tanto el lado izquierdo de la ecuación 5.18 es cero y resulta una forma ampliada para la conservación de la energía mecánica:

$$(EC + EP_g + EP_s)_i = (EC + EP_g + EP_s)_f \qquad [5.19]$$

Los problemas que implican resortes, gravedad y otras fuerzas se manejan exactamente de la misma manera que se describió en la estrategia para resolver problemas sobre conservación de la energía mecánica, excepto que el punto de equilibrio de cualquier resorte debe definirse además del punto cero para la energía potencial gravitacional.

EJEMPLO 5.9 Un resorte horizontal

OBJETIVO Usar la conservación de la energía para calcular la rapidez de un bloque sobre un resorte horizontal con y sin fricción.

PROBLEMA Un bloque con masa de 5.00 kg está unido a un resorte horizontal con constante $k = 4.00 \times 10^2$ N/m, como en la figura 5.21. La superficie en la que el bloque reposa no tiene fricción. Si el bloque se jala a $x_i = 0.050$ m y se libera, **a)** encuentre la rapidez del bloque cuando primero alcanza el punto de equilibrio, **b)** encuentre la rapidez cuando $x = 0.025$ m y **c)** repita el inciso a) si la fricción actúa sobre el bloque, con coeficiente $\mu_k = 0.150$.

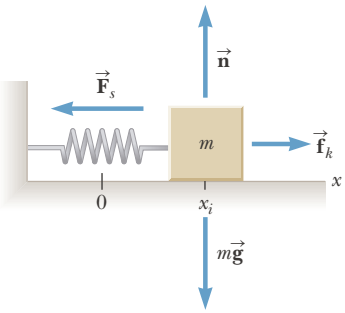


Figura 5.21 (Ejemplo 5.9) Una masa colocada a un resorte.

ESTRATEGIA En los incisos a) y b) no hay fuerzas conservativas, por lo que se puede aplicar la conservación de la energía, ecuación 5.19. En el inciso c) se necesitan la definición de trabajo y el teorema del trabajo y la energía para considerar la pérdida de energía mecánica debida a la fricción.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez del bloque en el punto de equilibrio.

Inicie con la ecuación 5.19:

$$(EC + EP_g + EP_s)_i = (EC + EP_g + EP_s)_f$$

Sustituya las expresiones para la energía cinética del bloque y la energía potencial e iguale los términos de la gravedad a cero:

$$\textbf{(1)} \quad \tfrac{1}{2}mv_i^2 + \tfrac{1}{2}kx_i^2 = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + \tfrac{1}{2}kx_f^2$$

Sustituya $v_i = 0$, $x_f = 0$, y multiplique por $2/m$:

$$\frac{k}{m}x_i^2 = v_f^2$$

Despeje v_f y sustituya los valores dados:

$$v_f = \sqrt{\frac{k}{m}}\,x_i = \sqrt{\frac{4.00 \times 10^2\ \text{N/m}}{5.00\ \text{kg}}}\,(0.050\ 0\ \text{m})$$

$$= 0.447\ \text{m/s}$$

b) Encuentre la rapidez del bloque en el punto a la mitad.

Establezca $v_i = 0$ en la ecuación 1) y multiplique por $2/m$:

$$\frac{kx_i^2}{m} = v_f^2 + \frac{kx_f^2}{m}$$

Despeje v_f y sustituya los valores dados:

$$v_f = \sqrt{\frac{k}{m}(x_i^2 - x_f^2)}$$

$$= \sqrt{\frac{4.00 \times 10^2\ \text{N/m}}{5.00\ \text{kg}}\left[(0.050\ \text{m})^2 - (0.025\ \text{m})^2\right]}$$

$$= 0.387\ \text{m/s}$$

c) Repita el inciso a), esta vez con fricción.

Aplique el teorema del trabajo y la energía. El trabajo realizado por la fuerza de gravedad y la fuerza normal es cero ya que estas fuerzas son perpendiculares al movimiento.

$$W_{\text{fric}} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2 + \tfrac{1}{2}kx_f^2 - \tfrac{1}{2}kx_i^2$$

Sustituya $v_i = 0$, $x_f = 0$ y $W_{\text{fric}} = -\mu_k n x_i$: $$-\mu_k n x_i = \tfrac{1}{2} m v_f^2 - \tfrac{1}{2} k x_i^2$$

Establezca $n = mg$ y despeje v_f: $$\tfrac{1}{2} m v_f^2 = \tfrac{1}{2} k x_i^2 - \mu_k m g x_i$$

$$v_f = \sqrt{\frac{k}{m} x_i^2 - 2\mu_k g x_i}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{4.00 \times 10^2 \text{ N/m}}{5.00 \text{ kg}} (0.050\,0 \text{ m})^2 - 2(0.150)(9.80 \text{ m/s}^2)(0.050\,0 \text{ m})}$$

$$v_f = 0.230 \text{ m/s}$$

COMENTARIOS La fricción o el arrastre por inmersión en un fluido amortigua el movimiento de un objeto unido a un resorte y con el tiempo lleva el objeto al reposo.

PREGUNTA 5.9 En el caso con fricción, ¿qué porcentaje de la energía mecánica se perdió para el momento en que la masa alcanzó primero el punto de equilibrio? (*Sugerencia:* utilice las respuestas de los incisos a) y c).

EJERCICIO 5.9 Suponga que el sistema de resorte en el ejemplo anterior inicia en $x = 0$ y que al objeto unido se le da una patada hacia la derecha, por lo que tiene una rapidez inicial de 0.600 m/s. a) ¿Qué distancia desde el origen recorre el objeto antes de llegar al reposo, suponiendo que la superficie no tiene fricción? b) ¿Cómo cambia la respuesta si el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.150$? (Use la formula cuadrática).

RESPUESTAS a) 0.0671 m; b) 0.0512 m

EJEMPLO 5.10 Acróbata circense

OBJETIVO Usar la conservación de la energía mecánica para resolver un problema unidimensional que comprende la energía potencial gravitacional y la energía potencial de un resorte.

PROBLEMA Una acróbata circense de 50.0 kg cae desde una altura de 2.00 metros directo hacia abajo en un trampolín con una fuerza constante de 8.00×10^3 N/m, como en la figura 5.22. ¿Qué distancia máxima comprime el resorte?

ESTRATEGIA No hay fuerzas no conservativas, por lo que se puede aplicar la conservación de la energía mecánica. En los dos puntos de interés, la posición inicial de la acróbata y el punto de compresión máxima del resorte, su velocidad es cero, por lo tanto los términos de energía cinética serán cero. Elija $y = 0$ como el punto de compresión máxima. Por lo que la energía potencial gravitacional es cero. Esta elección también significa que la posición inicial de la acróbata es $y_i = h + d$, donde h es la altura inicial de la acróbata arriba de la plataforma y d es la compresión máxima del resorte.

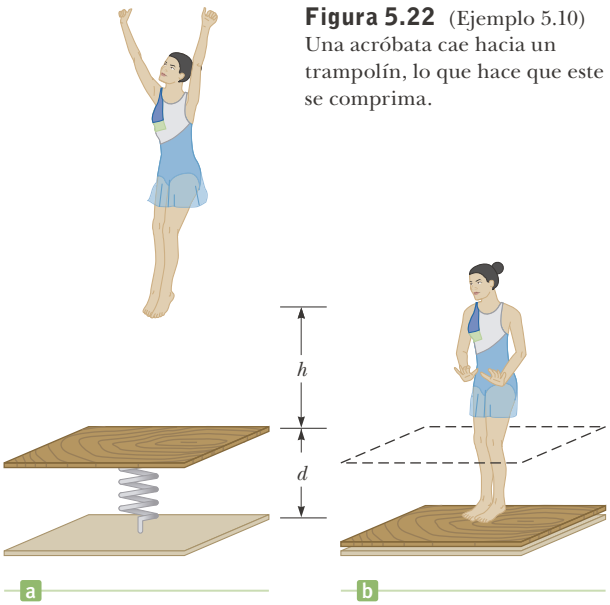


Figura 5.22 (Ejemplo 5.10) Una acróbata cae hacia un trampolín, lo que hace que este se comprima.

SOLUCIÓN

Utilice la conservación de la energía mecánica: **(1)** $$(EC + EP_g + EP_s)_i = (EC + EP_g + EP_s)_f$$

Los únicos términos diferentes de cero son la energía potencial gravitacional y la energía potencial final del resorte. $$0 + mg(h + d) + 0 = 0 + 0 + \tfrac{1}{2} k d^2$$

$$mg(h + d) = \tfrac{1}{2} k d^2$$

Sustituya las cantidades dadas y reacomode la ecuación en forma cuadrática estándar: $$(50.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ m} + d) = \tfrac{1}{2}(8.00 \times 10^3 \text{ N/m})\, d^2$$

$$d^2 - (0.123 \text{ m})d - 0.245 \text{ m}^2 = 0$$

Resuelva con la fórmula cuadrática (ecuación A.8): $$d = 0.560 \text{ m}$$

COMENTARIOS La otra solución, $d = -0.437$ m, se puede rechazar debido a que desde el inicio se eligió que d sería un número positivo. Un cambio en el centro de masa de la acróbata (digamos, al ponerse en cuclillas cuando hace contacto con el trampolín) también afecta la compresión del resorte, pero ese efecto se ignoró. Los amortiguadores con frecuencia

comprenden resortes y este ejemplo ilustra cómo funcionan. La acción del resorte de un amortiguador convierte una sacudida peligrosa en una desaceleración uniforme, cuando el exceso de energía cinética se convierte en la energía potencial del resorte.

PREGUNTA 5.10 ¿Es posible que la acróbata rebote a una altura mayor que su altura inicial? Si lo es, ¿de qué modo?

EJERCICIO 5.10 Un bloque de 8.00 kg cae directo hacia abajo desde una altura de 1.00 m, golpeando una plataforma con un resorte que tiene una fuerza constante de 1.00×10^3 N/m. Determine la compresión máxima del resorte.

RESPUESTA $d = 0.482$ m

EJEMPLO 5.11 Un bloque proyectado hacia arriba de un plano inclinado

OBJETIVO Usar la conservación de la energía mecánica para resolver un problema que comprende energía potencial gravitacional, la energía potencial de un resorte y una rampa.

PROBLEMA Un bloque de 0.500 kg reposa sobre una superficie horizontal sin fricción como en la figura 5.23. El bloque se presiona hacia atrás contra un resorte que tiene una constante de $k = 625$ N/m, comprimiendo el resorte en 10.0 cm hasta el punto Ⓐ. Luego el bloque se libera. **a)** Encuentre la distancia máxima d que el bloque recorre hacia arriba por el plano inclinado sin fricción si $\theta = 30.0°$. **b)** ¿Qué tan rápido va el bloque a la mitad de su altura máxima?

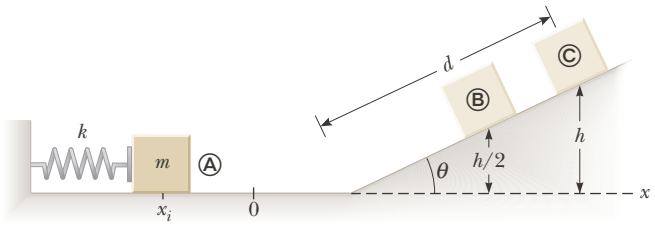


Figura 5.23 (Ejemplo 5.11)

ESTRATEGIA En ausencia de otras fuerzas, la conservación de la energía mecánica se aplica a los incisos a) y b). En el inciso a), el bloque parte del reposo y también está en reposo instantáneamente en la parte superior de la rampa, por lo que las dos energías cinéticas en Ⓐ y Ⓒ son cero. Observe que la pregunta pide una distancia d a lo largo de la rampa, no la altura h. En el inciso b), el sistema tiene tanto energía potencial cinética como gravitacional en Ⓑ.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la distancia que el bloque recorre hacia arriba de la rampa.

Aplique la conservación de la energía mecánica:

$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + \tfrac{1}{2}kx_i^2 = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f + \tfrac{1}{2}kx_f^2$$

Sustituya $v_i = v_f = 0$, $y_i = 0$, $y_f = h = d \operatorname{sen}\theta$ y $x_f = 0$:

$$\tfrac{1}{2}kx_i^2 = mgh = mgd \operatorname{sen}\theta$$

Despeje la distancia d, inserte los valores conocidos:

$$d = \frac{\tfrac{1}{2}kx_i^2}{mg\operatorname{sen}\theta} = \frac{\tfrac{1}{2}(625\ \text{N/m})(-0.100\ \text{m})^2}{(0.500\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)\operatorname{sen}(30.0°)}$$

$$= \boxed{1.28\ \text{m}}$$

b) Determine la velocidad a la mitad de la altura, $h/2$.
Observe que $h = d \operatorname{sen}\theta = (1.28\ \text{m}) \operatorname{sen} 30.0° = 0.640$ m.

Utilice la conservación de la energía de nuevo:

$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + \tfrac{1}{2}kx_i^2 = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f + \tfrac{1}{2}kx_f^2$$

Tome $v_i = 0$, $y_i = 0$, $y_i = 0$, $y_f = \frac{1}{2}h$ y $x_f = 0$, que da

$$\tfrac{1}{2}kx_i^2 = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mg\left(\tfrac{1}{2}h\right)$$

Multiplique por $2/m$ y despeje v_f:

$$\frac{k}{m}x_i^2 = v_f^2 + gh$$

$$v_f = \sqrt{\frac{k}{m}x_i^2 - gh}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{625\ \text{N/m}}{0.500\ \text{kg}}\right)(-0.100\ \text{m})^2 - (9.80\ \text{m/s}^2)(0.640\ \text{m})}$$

$$v_f = \boxed{2.50\ \text{m/s}}$$

COMENTARIOS Observe que no fue necesario calcular la velocidad ganada al soltar el resorte: solo se requirió la energía mecánica en los dos puntos de interés, donde el bloque estaba en reposo.

(*Continúa*)

PREGUNTA 5.11 Un resorte real continuará vibrando ligeramente después de que la masa lo ha dejado. ¿Cómo afecta esto la respuesta en el inciso a) y por qué?

EJERCICIO 5.11 Un bloque de 1.00 kg se dispara horizontalmente de un resorte, como en el ejemplo anterior, y recorre 0.500 m hacia arriba a lo largo de una rampa sin fricción antes de que llegue al reposo y se deslice de regreso hacia abajo. Si la rampa forma un ángulo de 45.0° respecto a la horizontal y el resorte se comprimió originalmente en 0.120 m, encuentre la constante del resorte.

RESPUESTA 481 N/m

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 5.2 Reconstrucción de un accidente

En ocasiones las personas que han tenido accidentes en automóviles hacen afirmaciones exageradas sobre el dolor crónico debido a las lesiones sutiles en el cuello y la espina dorsal. La probabilidad de una lesión se puede determinar al encontrar el cambio en la velocidad de un automóvil durante un accidente. Entre mayor sea el cambio en la velocidad, mayor será la posibilidad de que una persona sufra una lesión en la espina dorsal que resulte en dolor crónico. ¿Cómo se determinan las estimaciones confiables para este cambio en velocidad después de un accidente?

EXPLICACIÓN El metal y el plástico de un automóvil actúan de forma muy similar a un resorte, absorbiendo la energía cinética de un automóvil al flexionarse durante una colisión. Cuando la magnitud de la diferencia en la velocidad de dos automóviles es menor que 5 mi/h, es común que no haya un daño visible, ya que los parachoques están diseñados para absorber el impacto y regresar a su forma original en esas rapideces bajas. En las rapideces relativas mayores habrá un daño permanente en el vehículo. Aunque quizá la estructura de un automóvil no regrese a su forma original, aún se requiere cierta fuerza por metro para deformarla, al igual que se requiere cierta fuerza por metro para comprimir un resorte. Entre mayor sea la energía cinética original, mayor será la compresión de un automóvil durante una colisión y más grande será el daño. Al usar los datos obtenidos en las pruebas de impacto es posible obtener constantes de resorte efectivas para todos los modelos diferentes de automóviles y determinar las estimaciones confiables del cambio en la velocidad de un vehículo dado durante un accidente. La investigación médica ha establecido la probabilidad de un daño en la médula espinal en caso de un cambio en la velocidad dado y la velocidad estimada se puede usar para reducir los fraudes a las compañías de seguros. ■

5.5 Sistemas y conservación de energía

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar el teorema del trabajo y la energía en términos de la energía mecánica total.
2. Explicar las formas diferentes de energía y de transferencia de energía y dar ejemplos.
3. Explicar el principio general de la conservación de energía y explicar sus consecuencias.

Recuerde que el teorema del trabajo y la energía se puede escribir como

$$W_{nc} + W_c = \Delta EC$$

donde W_{nc} representa el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas y W_c es el trabajo realizado por las fuerzas conservativas en un contexto físico dado. Como se ha visto, cualquier trabajo realizado por las fuerzas conservativas, como la gravedad y los resortes, se puede cuantificar mediante cambios en energía potencial. Por lo tanto, el teorema del trabajo y la energía se puede escribir en la forma siguiente:

$$W_{nc} = \Delta EC + \Delta EP = (EC_f - EC_i) + (EP_f - EP_i) \qquad [5.20]$$

donde ahora, como se afirmó antes, *EP* incluye todas las energías potenciales. Esta ecuación se puede acomodar con facilidad a

$$W_{nc} = (EC_f + EP_f) - (EC_i + EP_i) \qquad [5.21]$$

Recuerde, sin embargo, que la energía mecánica total está dada por $E = EC + EP$. Al hacer esta sustitución en la ecuación 5.21, se encuentra que el trabajo realizado por todas las fuerzas no conservativas sobre un sistema es igual al cambio en la energía mecánica de ese sistema:

$$W_{nc} = E_f - E_i = \Delta E \qquad [5.22]$$

Si la energía mecánica cambia, tiene que ir a alguna parte. Puede salir del sistema e ir hacia el entorno circundante o bien permanecer en el sistema y convertirse en una forma no mecánica como energía térmica.

Un ejemplo simple es un bloque que se desliza por una superficie rugosa. La fricción crea energía térmica, absorbida en parte por el bloque y en parte por el entorno circundante. Cuando el bloque se calienta, algo denominado *energía interna* aumenta. La energía interna de un sistema está relacionada con su temperatura, la cual a su vez es una consecuencia de la actividad de sus partes, como el movimiento de los átomos en un gas o su vibración en un sólido (la energía interna se estudiará con más detalle en los capítulos 10-12).

La energía puede ser transferida entre un sistema no aislado y su entorno. Si se realiza trabajo positivo en el sistema, la energía se transfiere del entorno al sistema. Si se realiza trabajo negativo en el sistema, la energía se transfiere del sistema al entorno.

Hasta este punto hemos encontrado tres métodos para almacenar energía en un sistema: energía cinética, energía potencial y energía interna. Por otro lado, solo hemos visto una forma para transferir energía hacia un sistema o a partir de él: por medio del trabajo. Otros métodos se estudiarán en capítulos posteriores, pero se resumen a continuación:

- El **trabajo,** en el sentido mecánico de este capítulo, transfiere energía a un sistema al desplazarlo con una fuerza aplicada.
- El **calor** es el proceso de transferir energía por medio de colisiones microscópicas entre los átomos o las moléculas. Por ejemplo, una cuchara metálica dentro de una taza de café se calienta debido a que la energía cinética de las moléculas en el líquido se transfieren a la cuchara como energía interna.
- Las **ondas mecánicas** se transfieren creando una perturbación que se propaga a través del aire u otro medio. Por ejemplo, la energía en forma de sonido sale de su estéreo a través de los altoparlantes y entra a sus oídos para estimular el proceso de audición. Otros ejemplos de ondas mecánicas son las sísmicas y las olas de los océanos.
- La **transmisión eléctrica** transfiere energía a través de corrientes eléctricas. Así es como la energía entra a su estéreo o a cualquier otro dispositivo eléctrico.
- La **radiación electromagnética** transfiere energía en forma de ondas electromagnéticas como luz, microondas y ondas de radio. Ejemplos de este método de transferencia incluyen cocinar una papa en un horno de microondas y la energía de la luz viajando del Sol a la Tierra a través del espacio.

Conservación de la energía en general

BIO APLICACIÓN
Movimiento flagelar; bioluminiscencia

La característica más importante del método de la energía es la idea de que la energía se conserva; no se puede crear ni destruir, solo transferir de una forma a otra. Este es el principio de **conservación de la energía**.

El principio de conservación de la energía no está confinado a la física. En biología, las transformaciones de energía tienen lugar en una miríada de formas dentro de todos los organismos vivos. Un ejemplo es la transformación de energía química en energía mecánica que ocasiona que los flagelos muevan e impulsen a un organismo. Algunas bacterias utilizan energía química para producir luz (consulte la figura 5.24.) Aunque los mecanismos que producen estas emisiones de luz no se comprenden del todo, las criaturas vivas con frecuencia dependen de esta luz para su existencia. Por ejemplo, ciertos peces tienen debajo de sus ojos sacos llenos con bacterias emisoras de luz. La luz emitida atrae criaturas que se vuelven alimento para el pez.

Jan Hinsch/Science Photo Library/Photo Researchers, Inc.

Figura 5.24 Esta planta pequeña, que se encuentra en las cálidas aguas del sur, presenta luminiscencia, un proceso en el cual la energía química se convierte en luz. Las áreas de color rojo son clorofila, la cual es fluorescente cuando se irradia con luz color azul.

Cuestionario rápido

5.4 Un libro de masa m se proyecta con una rapidez v a través por una superficie horizontal. El libro se desliza hasta que se detiene debido a la fuerza de fricción entre el libro y la superficie. Ahora la superficie se inclina 30° y el libro se proyecta hacia arriba de la superficie con la misma rapidez inicial v. Cuando el libro llega al reposo, ¿cuál es la diferencia en la disminución en energía mecánica del sistema libro-Tierra con la correspondiente cuando el libro se deslizó sobre la superficie horizontal? a) Es la misma. b) Es mayor sobre la superficie inclinada. c) Es menor sobre la superficie inclinada. d) Se necesita más información.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 5.3 ¡Impacto de un asteroide!

Se ha culpado a un asteroide, cuyo diámetro aproximado era de 10 kilómetros, por la extinción de los dinosaurios hace 65 millones de años. ¿De qué modo un objeto relativamente pequeño, que podría caber en el campus de una universidad, pudo causar ese daño sobre la vasta biosfera de la Tierra?

EXPLICACIÓN Aunque un asteroide como ese es comparativamente pequeño, viaja con una rapidez muy alta en relación con la Tierra, por lo general en el orden de 40 000 m/s. Un asteroide esférico de 10 kilómetros de diámetro y compuesto principalmente de roca tiene una masa aproximada de 1 000 billones de kilogramos, una montaña de materia. La energía cinética de ese asteroide sería de cerca de 10^{24} J, o un billón de billones de joules. En contraste, la bomba atómica que devastó Hiroshima fue equivalente a 15 kilotones de TNT, aproximadamente 6×10^{13} J de energía. Al chocar con la Tierra, la enorme energía cinética del asteroide cambia a otras formas, como energía térmica, sonido y luz, ¡con una liberación de energía total mayor que 10 000 millones de explosiones como la de Hiroshima! Además de la devastación en el área de explosión inmediata y los incendios en todo un continente, las mareas gigantescas devastarían las regiones bajas en el mundo y el polvo bloquearía al Sol durante décadas.

Por esta razón, los impactos de los asteroides representan una amenaza para la vida en la Tierra. Los asteroides que son suficientemente grandes para ocasionar una extinción generalizada chocan con la Tierra solo cada 60 millones de años, aproximadamente. Se piensa que los asteroides más pequeños, de tamaño suficiente para ocasionar un daño severo a la civilización en una escala global, chocan con la Tierra en periodos que van de 5 000 a 10 000 años. Ha habido varios encuentros cercanos con esos asteroides en el siglo pasado, e incluso en la década pasada. En 1907, un asteroide pequeño o quizá el fragmento de un cometa chocó en Tunguska, Siberia, aniquilando una región de 60 kilómetros de diámetro. Si hubiera chocado en el norte de Europa, habrían perecido millones de personas.

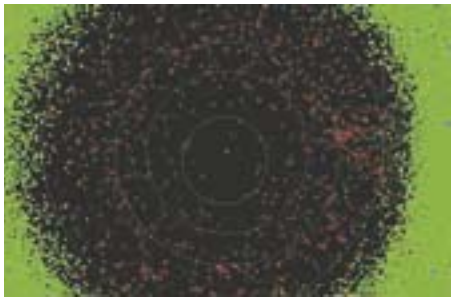

Gareth Williams, Minor Planet Center

Figura 5.25 Mapa de asteroides del sistema solar interno. Los círculos color violeta representan las órbitas de los planetas internos. Los puntos color verde representan asteroides que no se consideran peligrosos para la Tierra; los que se perciben como una amenaza se han representado con puntos rojos.

En la figura 5.25 se muestra un mapa de asteroides del sistema solar interno, aunque cada año se descubren más asteroides. ■

5.6 Potencia

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la potencia promedio y la potencia instantánea, y explicar su significado físico.
2. Calcular la potencia promedio en contextos físicos simples.
3. Calcular la potencia instantánea en contextos físicos simples.

La potencia, la razón a la cual se transfiere energía, es importante en el diseño y el uso de dispositivos prácticos, como los aparatos eléctricos y los motores de todo tipo. Sin embargo, el concepto de potencia es esencial cuando ocurre una transferencia de cualquier clase de energía. El punto es particularmente interesante para las criaturas vivas ya que el trabajo máximo por segundo (o la salida de potencia) de un animal varía en gran medida con la duración de la salida. La potencia se define como la razón de transferencia de energía con el tiempo:

Potencia promedio ▶

Si una fuerza externa realiza un trabajo W sobre un objeto en el intervalo de tiempo Δt, entonces la **potencia promedio** suministrada al objeto es el trabajo realizado entre el intervalo de tiempo, o

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} \qquad [5.23]$$

Unidad SI: watt (W = J/s)

En ocasiones es útil reescribir la ecuación 5.23 sustituyendo $W = F\Delta x$ y observando que $\Delta x/\Delta t$ es la velocidad promedio del objeto durante el tiempo Δt:

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F\Delta x}{\Delta t} = F\overline{v} \qquad [5.24]$$

De acuerdo con la ecuación 5.24, la potencia promedio es una fuerza constante por la velocidad promedio. La fuerza F es la componente de la fuerza en la dirección de la velocidad promedio. Una definición más general, denominada **potencia instantánea**, se puede escribir con un poco de cálculo y tiene la misma forma que la ecuación 5.24:

$$P = Fv \qquad [5.25]$$

◀ Potencia instantánea

En la ecuación 5.25 la fuerza F y la velocidad v deben ser paralelas, pero pueden cambiar con el tiempo. La unidad SI de la potencia es el joule por segundo (J/s), también denominada **watt**, nombrada en honor de James Watt:

$$1\ \text{W} = 1\ \text{J/s} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3 \qquad [5.26a]$$

La unidad de potencia en el sistema inglés es el caballo de fuerza (hp), donde

$$1\ \text{hp} \equiv 550\ \frac{\text{pie} \cdot \text{lb}}{\text{s}} = 746\ \text{W} \qquad [5.26b]$$

El caballo de fuerza fue definido primero Watt, quien necesitaba una unidad grande para clasificar la salida de potencia de su nueva invención, la máquina de vapor.

El watt es de uso común en las aplicaciones eléctricas, pero también se puede usar en otras áreas científicas. Por ejemplo, los motores de automóviles deportivos europeos se clasifican en kilowatts.

En la generación de potencia eléctrica, se acostumbra usar el kilowatt-hora como una medida de energía. Un kilowatt-hora (kWh) es la energía transferida en una hora a una razón constante de 1 kW = 1000 J/s. Por lo tanto,

$$1\ \text{kWh} = (10^3\ \text{W})(3\,600\ \text{s}) = (10^3\ \text{J/s})(3\,600\ \text{s}) = 3.60 \times 10^6\ \text{J}$$

Es importante darse cuenta de que un kilowatt-hora es una unidad de energía, *no* de potencia. Cuando usted paga su recibo de consumo de electricidad compra energía, y por eso en su recibo se lista un cargo por electricidad de aproximadamente 10 centavos/kWh. La cantidad de electricidad que usa un aparato electrodoméstico se puede calcular multiplicando su clasificación de potencia (por lo general se expresa en watts y es válida solo para los circuitos eléctricos domésticos normales) por el tiempo que opera el aparato. Por ejemplo, una bombilla eléctrica de 100 W (= 0.100 kW) "consume" 3.6×10^5 J de energía en una hora.

Sugerencia 5.6 ¿Cuál es la diferencia?

No confunda el símbolo que no se escribe en cursivas para watts, W, con el símbolo en cursivas W para trabajo. Un watt es una unidad, lo mismo que joules por segundo. Trabajo es un concepto y lleva unidades de joules.

EJEMPLO 5.12 Potencia suministrada por el motor de un elevador

OBJETIVO Aplicar la definición de potencia como el producto de fuerza por velocidad.

PROBLEMA La cabina de un elevador de 1.00×10^3 kg transporta una carga máxima de 8.00×10^2 kg. Una fuerza friccional constante de 4.00×10^3 N retarda su movimiento hacia arriba, como en la figura 5.26. ¿Qué potencia mínima, en kilowatts y en caballos de fuerza, debe suministrar el motor para levantar la cabina del elevador cargado por completo a una rapidez constante de 3.00 m/s?

ESTRATEGIA Para resolver este problema, se necesita determinar la fuerza que el motor del elevador debe suministrar mediante la fuerza de tensión en el cable, $\vec{\mathbf{T}}$. Al sustituir esta fuerza junto con la rapidez dada v en $P = Fv$ se obtiene la potencia deseada. La tensión en el cable, T, se puede determinar con la segunda ley de Newton.

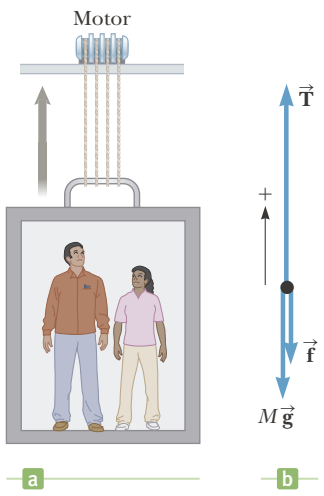


Figura 5.26 a) (Ejemplo 5.12) El motor ejerce una fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{T}}$ sobre el elevador. Una fuerza friccional $\vec{\mathbf{f}}$ y la fuerza de gravedad $M\vec{\mathbf{g}}$ actúan hacia abajo. b) Diagrama de cuerpo libre para la cabina del elevador.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

Aplique la segunda ley de Newton a la cabina del elevador: $\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$

La velocidad es constante, por lo que la aceleración es cero. Las fuerzas que actúan sobre la cabina del elevador son la fuerza de tensión en el cable, $\vec{\mathbf{T}}$, la fricción $\vec{\mathbf{f}}$ y la gravedad $M\vec{\mathbf{g}}$, donde M es la masa de la cabina del elevador.

$$\vec{\mathbf{T}} + \vec{\mathbf{f}} + M\vec{\mathbf{g}} = 0$$

Escriba la ecuación en términos de sus componentes:

$$T - f - Mg = 0$$

Despeje la tensión T de esta ecuación y evalúela:

$$T = f + Mg$$
$$= 4.00 \times 10^3\ \text{N} + (1.80 \times 10^3\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)$$
$$T = 2.16 \times 10^4\ \text{N}$$

Sustituya este valor de T para F en la ecuación de la potencia:

$$P = Fv = (2.16 \times 10^4\ \text{N})(3.00\ \text{m/s}) = 6.48 \times 10^4\ \text{W}$$
$$P = 64.8\ \text{kW} = \boxed{86.9\ \text{hp}}$$

COMENTARIOS La fuerza de fricción actúa para retardar el movimiento, lo que requiere más potencia. Para la cabina de un elevador que desciende, la fuerza de fricción en realidad puede reducir el requerimiento de potencia.

PREGUNTA 5.12 En general, los requerimientos de potencia mínima de la cabina de un elevador que asciende a velocidad constante ¿son a) mayores que, b) menores que o c) iguales que los requerimientos de potencia mínima de la cabina de un elevador que desciende a velocidad constante?

EJERCICIO 5.12 Suponga que la misma cabina del elevador con la misma carga desciende a 3.00 m/s. ¿Qué potencia mínima se requiere? (En este caso, el motor remueve energía de la cabina del elevador al no permitir que caiga libremente).

RESPUESTA 4.09×10^4 W = 54.9 hp

EJEMPLO 5.13 Carrera rápida de Shamu BIO

OBJETIVO Calcular la potencia promedio necesaria para aumentar la energía cinética de un objeto.

PROBLEMA Se sabe que las ballenas asesinas alcanzan una longitud de 32 pies y tienen una masa de más de 8000 kg. También son muy rápidas, ya que pueden acelerar hasta a 30 mi/h en algunos segundos. Ignorando la considerable fuerza de arrastre del agua, calcule la potencia promedio que una ballena asesina llamada Shamu con masa de 8.00×10^3 kg necesitaría generar para alcanzar una rapidez de 12.0 m/s en 6.00 s.

ESTRATEGIA Encuentre el cambio en la energía cinética de Shamu y use el teorema del trabajo y la energía para obtener el trabajo mínimo que Shamu tiene que realizar para efectuar este cambio. (Las fuerzas de fricción internas y externas aumentan la cantidad de energía necesaria.) Divida entre el tiempo transcurrido para obtener la potencia promedio.

SOLUCIÓN

Calcule el cambio en la energía cinética de Shamu. Mediante el teorema del trabajo y la energía, este es igual al trabajo mínimo que Shamu debe realizar:

$$\Delta EC = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot 8.00 \times 10^3\ \text{kg} \cdot (12.0\ \text{m/s})^2 - 0$$
$$= 5.76 \times 10^5\ \text{J}$$

Divida entre el tiempo transcurrido (ecuación 5.23), observando que $W = \Delta EC$:

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{5.76 \times 10^5\ \text{J}}{6.00\ \text{s}} = \boxed{9.60 \times 10^4\ \text{W}}$$

COMENTARIOS ¡Esta es una potencia suficiente para operar un edificio de oficinas de tamaño moderado! Los requerimientos reales son mayores debido a la fricción en el agua y en los tejidos musculares. Algo similar se puede hacer con la energía potencial gravitacional, como ilustra el ejercicio.

PREGUNTA 5.13 Si Shamu pudiera duplicar su velocidad en el doble de tiempo, ¿en qué factor cambiarían los requerimientos de potencia promedio?

EJERCICIO 5.13 ¿Qué potencia promedio mínima debe generar un niño de 35 kg al subir las escaleras hasta la parte superior del monumento a Washington? El trayecto hasta la cima de los casi 170 m del edificio le toma 10 minutos. Incluya solo el trabajo realizado contra la gravedad, ignorando la ineficiencia biológica.

RESPUESTA 97 W

EJEMPLO 5.14 Potencia de un bote de carreras

OBJETIVO Combinar la potencia, el teorema del trabajo y la energía y las fuerzas no conservativas con la cinemática en una dimensión.

PROBLEMA **a)** ¿Qué potencia promedio necesitaría un bote de carreras de 1.00×10^3 kg para pasar del reposo a 20.0 m/s en 5.00 s?, suponiendo que el agua ejerce una fuerza de arrastre constante de magnitud $f_d = 5.00 \times 10^2$ N y la aceleración es constante. **b)** Obtenga una expresión para la potencia instantánea en términos de la fuerza de arrastre f_d, la masa m, la aceleración a y el tiempo t.

ESTRATEGIA La potencia la da el motor, que crea una fuerza no conservativa. Use el teorema del trabajo y la energía junto con el trabajo realizado por el motor, W_{motor} y el trabajo realizado por la fuerza de arrastre, W_{arrastre} en el lado izquierdo. Utilice la cinemática unidimensional para encontrar la aceleración y luego el desplazamiento Δx. Despeje W_{motor} del teorema del trabajo y la energía, y divida entre el tiempo transcurrido para obtener la potencia promedio. En el inciso b), utilice la segunda ley de Newton para obtener un ejemplo para F_E y luego sustituya en la definición de potencia instantánea.

SOLUCIÓN

a) Escriba el teorema del trabajo y la energía:

$$W_{\text{neto}} = \Delta EC = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$

Coloque los dos términos de trabajo y tome $v_i = 0$:

$$\text{1)} \quad W_{\text{motor}} + W_{\text{arrastre}} = \tfrac{1}{2}mv_f^2$$

Para obtener el desplazamiento Δx, primero encuentre la aceleración usando la ecuación de la velocidad de la cinemática:

$$v_f = at + v_i \quad \rightarrow \quad v_f = at$$
$$20.0 \text{ m/s} = a(5.00 \text{ s}) \quad \rightarrow \quad a = 4.00 \text{ m/s}^2$$

Sustituya a en la ecuación cinemática independiente del tiempo y despeje Δx:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\,\Delta x$$
$$(20.0 \text{ m/s})^2 - 0^2 = 2(4.00 \text{ m/s}^2)\,\Delta x$$
$$\Delta x = 50.0 \text{ m}$$

Ahora que conocemos Δx, podemos determinar la energía mecánica perdida debido a la fuerza de arrastre:

$$W_{\text{arrastre}} = -f_d\,\Delta x = -(5.00 \times 10^2 \text{ N})(50.0 \text{ m}) = -2.50 \times 10^4 \text{ J}$$

Despeje de la ecuación 1) W_{motor}:

$$W_{\text{motor}} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - W_{\text{arrastre}}$$
$$= \tfrac{1}{2}(1.00 \times 10^3 \text{ kg})(20.0 \text{ m/s})^2 - (-2.50 \times 10^4 \text{ J})$$
$$W_{\text{motor}} = 2.25 \times 10^5 \text{ J}$$

Calcule la potencia promedio:

$$\overline{P} = \frac{W_{\text{motor}}}{\Delta t} = \frac{2.25 \times 10^5 \text{ J}}{5.00 \text{ s}} = 4.50 \times 10^4 \text{ W} = 60.3 \text{ hp}$$

b) Obtenga una expresión simbólica para la potencia instantánea:

Use la segunda ley de Newton:

$$ma = F_E - f_d$$

Despeje la fuerza ejercida por el motor, F_E:

$$F_E = ma + f_d$$

Sustituya la expresión para F_E y $v = at$ en la ecuación 5.25 para obtener la potencia instantánea:

$$P = F_E v = (ma + f_d)(at)$$
$$P = (ma^2 + af_d)t$$

COMENTARIOS De hecho, las fuerzas de arrastre por lo general aumentan cuando se incrementa la rapidez.

PREGUNTA 5.14 ¿Cuál es la diferencia entre la potencia instantánea al final de los 5.00 s y la potencia promedio?

EJERCICIO 5.14 ¿Qué potencia promedio se debe suministrar para empujar un bloque de 5.00 kg del reposo a 10.0 m/s en 5.00 s cuando el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es 0.250? Suponga que la aceleración es uniforme.

RESPUESTA 111 W

Energía y potencia en un salto vertical BIO

El salto estacionario consiste en dos partes: extensión y vuelo libre.[2] En la fase de extensión la persona salta hacia arriba desde una posición en cuclillas, enderezando las piernas y lanzando los brazos hacia arriba; la fase de vuelo libre ocurre cuando el

[2]Para más información sobre este tema, consulte E. J. Offenbacher, *American Journal of Physics*, **38,** 829 (1969).

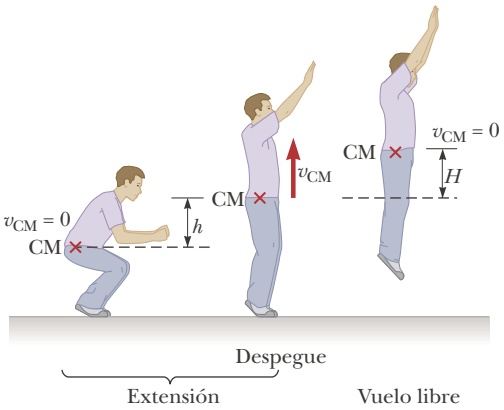


Figura 5.27 Extensión y vuelo libre en un salto vertical.

saltador deja el suelo. Dado que el cuerpo es un objeto extendido y diferentes partes se mueven con rapideces distintas, se describe el movimiento del saltador en términos de la posición y la velocidad del **centro de masa (CM)**, el cual es el punto en el cuerpo en el cual toda la masa se puede considerar concentrada. En la figura 5.27 se muestra la posición y la velocidad del centro de masa en etapas diferentes del salto.

Utilizando el principio de la conservación de la energía mecánica, se puede determinar H, el incremento máximo en altura del CM, en términos de la velocidad v_{CM} del CM en el despegue. Tomando PE_i, la energía potencial gravitacional del sistema saltador-Tierra justo cuando el saltador despega del suelo, como cero, y observando que la energía cinética EC_f del saltador en el pico es cero, se tiene

$$EP_i + EC_i = EP_f + EC_f$$

$$\tfrac{1}{2}mv_{CM}^2 = mgH \qquad \text{o} \qquad H = \frac{v_{CM}^2}{2g}$$

Se puede estimar v_{CM} suponiendo que la aceleración del centro de masa es constante durante la fase de extensión. Si la profundidad de h y el tiempo para la extensión es Δt, se tiene que $v_{CM} = 2\overline{v} = 2h/\Delta t$. Mediciones en un grupo de estudiantes universitarios varones muestran valores comunes de $h = 0.40$ m y $\Delta t = 0.25$ s, este último valor se establece por la rapidez fija con la cual se puede contraer un músculo. Sustituyendo, se obtiene

$$v_{CM} = 2(0.40 \text{ m})/(0.25 \text{ s}) = 3.2 \text{ m/s}$$

y

$$H = \frac{v_{CM}^2}{2g} = \frac{(3.2 \text{ m/s})^2}{2(9.80 \text{ m/s}^2)} = 0.52 \text{ m}$$

Las mediciones en este mismo grupo de estudiantes determinaron que H estaba entre 0.45 m y 0.61 m en todos los casos, lo que confirma la validez básica de nuestro cálculo simple.

Para relacionar los conceptos abstractos de energía, potencia y eficiencia con los seres humanos, es interesante calcular estos valores para el salto vertical. La energía cinética que se da al cuerpo en un salto es $EC = \frac{1}{2}mv_{CM}^2$ y para una persona con masa de 68 kg, la energía cinética es

$$EC = \tfrac{1}{2}(68 \text{ kg})(3.2 \text{ m/s})^2 = 3.5 \times 10^2 \text{ J}$$

Si bien esto parece un enorme gasto de energía, se puede realizar un cálculo simple para demostrar que los saltos y el ejercicio en general no son buenas formas de perder peso, a pesar de sus muchos beneficios para la salud. Debido a que los músculos son a lo sumo 25% eficientes en la producción de energía cinética a partir de la energía química (siempre producen mucha energía interna y energía cinética así como trabajo, por eso se transpira cuando se hace ejercicio), utilizan hasta cuatro veces los 350 J (aproximadamente 1 400 J) de energía química en un salto. Esta energía química al final proviene de los alimentos que comemos, con un contenido energético que se da en unidades de calo-

BIO APLICACIÓN

Dieta *versus* ejercicio en los programas de pérdida de peso

rías alimentarias y una caloría alimentaria es igual a 4200 J. Por lo tanto, ¡la energía total suministrada por el cuerpo como energía interna y energía cinética en un salto vertical es solo aproximadamente un tercio de una caloría alimentaria!

Por último, es interesante calcular la potencia mecánica promedio que se puede generar por el cuerpo en una actividad extenuante durante periodos breves. De aquí, se encuentra que

$$\overline{P} = \frac{EC}{\Delta t} = \frac{3.5 \times 10^2 \text{ J}}{0.25 \text{ s}} = 1.4 \times 10^3 \text{ W}$$

o $(1\,400 \text{ W})(1 \text{ hp}/746 \text{ W}) = 1.9 \text{ hp}$. Por lo tanto, los seres humanos pueden producir casi 2 hp de potencia mecánica durante periodos del orden de segundos. En la tabla 5.1 se muestran las salidas de potencia máxima de los seres humanos para varios periodos mientras se practican actividades de ciclismo y remo, en las cuales es posible medir con precisión la salida de potencia.

Tabla 5.1 Salida de potencia máxima de humanos durante varios periodos BIO

Potencia	Tiempo
2 hp, o 1 500 W	6 s
1 hp, o 750 W	60 s
0.35 hp, o 260 W	35 min
0.2 hp, o 150 W	5 h
0.1 hp, o 75 W (nivel diario seguro)	8 h

5.7 Trabajo realizado por una fuerza variable

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Analizar una gráfica de fuerza *versus* posición para determinar el trabajo realizado sobre un objeto por una fuerza variable.

Suponga que un objeto se desplaza a lo largo del eje x bajo la acción de una fuerza F_x que actúa en la dirección x y varía con la posición, como se muestra en la figura 5.28. El objeto se desplaza en la dirección del aumento de x desde $x = x_i$ a $x = x_f$. En esa situación, se puede utilizar la ecuación 5.2 para calcular el trabajo realizado por la fuerza ya que esta relación se aplica solo cuando $\vec{\mathbf{F}}$ es constante en magnitud y dirección. Sin embargo, si imaginamos que el objeto experimenta el desplazamiento *pequeño* Δx que se muestra en la figura 5.28a, entonces la componente x, F_x, de la fuerza es casi constante sobre este intervalo y el trabajo realizado por la fuerza para este desplazamiento pequeño se puede aproximar como

$$W_1 \cong F_x \, \Delta x \qquad [5.27]$$

Esta cantidad es solo el área del rectángulo sombreado en la figura 5.28a. Si imaginamos que la curva de F_x en función de x se divide en un número grande de tales intervalos, entonces el trabajo total realizado para el desplazamiento de x_i a x_f es aproximadamente igual a la suma de las áreas del gran número de rectángulos pequeños:

$$W \cong F_1 \Delta x_1 + F_2 \Delta x_2 + F_3 \Delta x_3 + \cdots \qquad [5.28]$$

Ahora imagine ir a través del mismo proceso con el doble de intervalos, cada uno de la mitad del tamaño original Δx. Entonces los rectángulos tienen anchos menores y

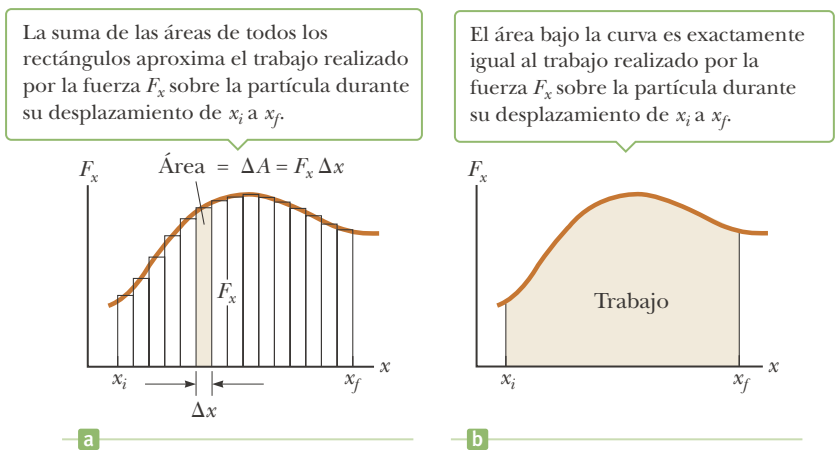


Figura 5.28 a) El trabajo realizado sobre una partícula por la componente F_x de la fuerza para el desplazamiento pequeño Δx es aproximadamente $F_x \Delta x$, el área del rectángulo sombreado. b) El ancho Δx de cada rectángulo se encoge a cero.

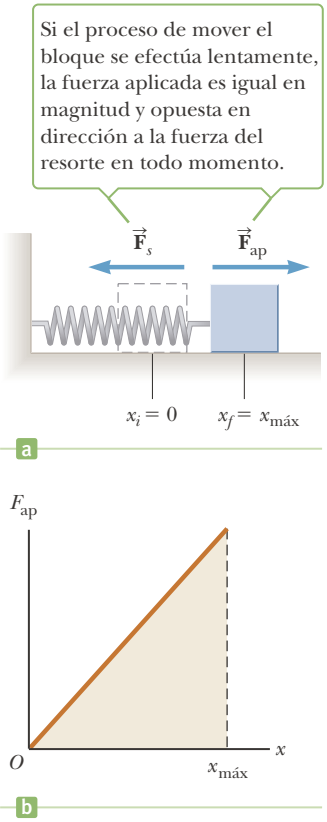


Figura 5.29 a) Un bloque que se jala de $x_i = 0$ a $x_f = x_{máx}$ sobre una superficie sin fricción por una fuerza $\vec{F}_{ap}$. b) Gráfica de F_{ap} *versus* x.

aproximarán mejor el área bajo la curva. Continuando con el proceso de incrementar el número de intervalos mientras se permite que su tamaño tienda a cero, el número de términos en la suma aumenta sin límite, pero el valor de la suma tiende a un valor definido igual al área bajo la curva delimitada por F_x y el eje x en la figura 5.28b. En otras palabras, **el trabajo realizado por una fuerza variable que actúa sobre un objeto que experimenta un desplazamiento es igual al área bajo la gráfica de F_x *versus* x.**

Un sistema físico común en el que una fuerza varía con la posición consiste en un bloque sobre una superficie horizontal sin fricción conectado a un resorte, como se analizó en la sección 5.4. Cuando el resorte se estira o comprime una distancia pequeña x de su posición de equilibrio $x = 0$, ejerce una fuerza sobre el bloque dada por $F_x = -kx$, donde k es la fuerza constante del resorte.

Ahora determinemos el trabajo realizado por un agente externo sobre el bloque cuando el resorte se estira *muy lentamente* de $x_i = 0$ a $x_f = x_{máx}$ como en la figura 5.29a. Este trabajo se puede calcular con facilidad observando que en cualquier valor del desplazamiento, la tercera ley de Newton indica que la fuerza aplicada $\vec{F}_{ap}$ es igual en magnitud a la fuerza del resorte $\vec{F}_s$ y actúa en la dirección opuesta, de manera que $F_{ap} = -(-kx) = kx$. Una gráfica de F_{ap} en función de x es una recta, como se muestra en la figura 5.29b. Por lo tanto, el trabajo realizado por esta fuerza aplicada al estirar el resorte de $x = 0$ a $x = x_{máx}$ es el área bajo la recta en esa figura, la cual en este caso es el área del triángulo sombreado:

$$W_{F_{ap}} = \tfrac{1}{2}kx_{máx}^2$$

Durante este mismo tiempo el resorte ha realizado exactamente la misma cantidad de trabajo, pero ese trabajo es negativo, ya que la fuerza del resorte apunta en la dirección opuesta al movimiento. La energía potencial del sistema es exactamente igual al trabajo realizado por la fuerza aplicada y tiene el mismo signo, por lo cual la energía potencial se considera como energía almacenada.

EJEMPLO 5.15 Trabajo requerido para estirar un resorte

OBJETIVO Aplicar el método gráfico para determinar el trabajo.

PROBLEMA Un extremo de un resorte horizontal ($k = 80.0$ N/m) se mantiene fijo mientras se aplica una fuerza externa al extremo libre, estirándolo lentamente de $x_Ⓐ = 0$ a $x_Ⓑ = 4.00$ cm. **a)** Determine el trabajo realizado por la fuerza aplicada sobre el resorte. **b)** Encuentre el trabajo adicional que se realiza al estirar el resorte de $x_Ⓑ = 4.00$ cm a $x_Ⓒ = 7.00$ cm.

ESTRATEGIA Para el inciso a), simplemente obtenga el área del triángulo menor en la figura 5.30, utilizando $A = \frac{1}{2}bh$, la mitad de la base por la altura. Para el inciso b), la forma más fácil de encontrar el trabajo adicional realizado de $x_Ⓑ = 4.00$ cm a $x_Ⓒ = 7.00$ cm es encontrar el área del nuevo triángulo mayor y restar el área del triángulo menor.

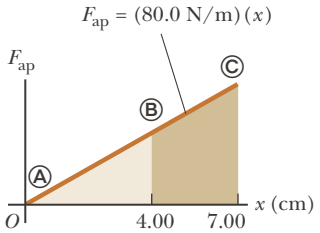


Figura 5.30 (Ejemplo 5.15) Gráfica de la fuerza ejercida que se requiere para estirar un resorte que sigue la ley de Hooke en función de la elongación del resorte.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el trabajo de $x_Ⓐ = 0$ cm a $x_Ⓑ = 4.00$ cm.

Calcule el área del triángulo menor:

$$W = \tfrac{1}{2}kx_Ⓑ^2 = \tfrac{1}{2}(80.0\ \text{N/m})(0.040\ \text{m})^2 = \boxed{0.064\,0\ \text{J}}$$

b) Determine el trabajo de $x_Ⓑ = 4.00$ cm a $x_Ⓒ = 7.00$ cm.

Calcule el área del triángulo mayor y reste el área del triángulo menor:

$$W = \tfrac{1}{2}kx_Ⓒ^2 - \tfrac{1}{2}kx_Ⓑ^2$$
$$W = \tfrac{1}{2}(80.0\ \text{N/m})(0.070\,0\ \text{m})^2 - 0.064\,0\ \text{J}$$
$$= 0.196\ \text{J} - 0.064\,0\ \text{J}$$
$$= \boxed{0.132\ \text{J}}$$

COMENTARIOS Solo las formas geométricas simples (rectángulos y triángulos) se pueden calcular de manera exacta con este método. Las formas más complejas requieren el cálculo o la técnica de conteo de cuadrados, que se ilustra en el siguiente ejemplo resuelto.

PREGUNTA 5.15 Cierto o falso: cuando se estiran resortes la mitad del desplazamiento requiere la mitad del trabajo.

EJERCICIO 5.15 ¿Cuánto trabajo se requiere para estirar este mismo resorte de $x_i = 5.00$ cm a $x_f = 9.00$ cm?

RESPUESTA 0.224 J

EJEMPLO 5.16 Estimación del trabajo contando cuadrados

OBJETIVO Usar el método gráfico y contar cuadrados para estimar el trabajo realizado por una fuerza.

PROBLEMA Suponga que la fuerza que se aplica para estirar una pieza gruesa de elástico cambia con la posición, como se indica en la figura 5.31a. Estime el trabajo realizado por la fuerza aplicada.

ESTRATEGIA Para determinar el trabajo, simplemente cuente el número de cuadrados que hay bajo la curva y multiplique ese número por el área de cada cuadrado. La curva pasará por la mitad de algunos cuadrados, y en este caso solo se debe contar una parte fraccionaria estimada.

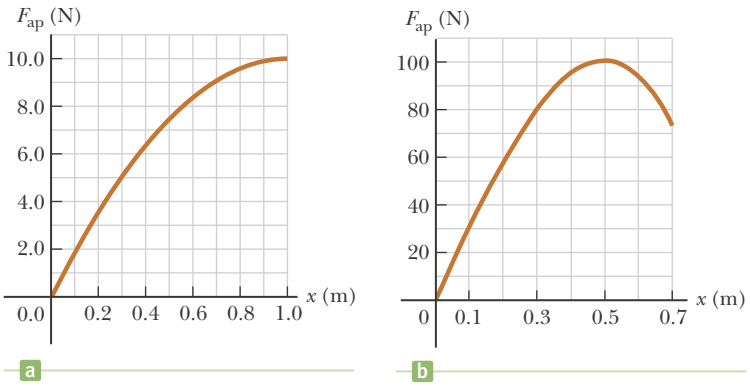


Figura 5.31 a) (Ejemplo 5.16) b) (Ejercicio 5.16)

SOLUCIÓN

Hay 62 cuadrados completos o casi completos bajo la curva, seis cuadrados que están casi a la mitad de la curva y un área triangular de $x = 0$ m a $x = 0.10$ m que es equivalente a un cuadrado, para un total de aproximadamente 66 cuadrados. Como el área de cada cuadrado es 0.10 J, el trabajo total realizado es aproximadamente 66×0.10 J $= 6.6$ J.

COMENTARIOS Matemáticamente existen muchos otros métodos para efectuar estas estimaciones, todos implican sumar regiones que aproximan el área. Para obtener una mejor estimación haga cuadrados más pequeños.

PREGUNTA 5.16 Al desarrollar una estimación ¿es necesario que todos los cuadrados tengan la misma longitud y ancho?

EJERCICIO 5.16 Suponga que la fuerza aplicada necesaria para jalar el cordel en un arco está dada por la figura 5.31b. Encuentre el trabajo realizado aproximado contando cuadrados.

RESPUESTA Aproximadamente 50 J (las respuestas individuales pueden variar).

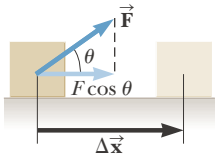
RESUMEN

5.1 Trabajo

El trabajo realizado sobre un objeto por una fuerza constante es

$$W = (F\cos\theta)d \qquad [5.3]$$

donde F es la magnitud de la fuerza, d es la magnitud del desplazamiento del objeto y θ es el ángulo entre la dirección de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ y el desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{x}}$. La resolución de problemas simples requiere sustituir los valores en esta ecuación. Los problemas más complejos, como los que involucran la fricción, con frecuencia requieren utilizar la segunda ley de Newton, $m\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$, para determinar fuerzas.



Una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ aplicada durante un desplazamiento $\Delta\vec{\mathbf{x}}$ realiza trabajo $(F\cos\theta)\,\Delta x$.

5.2 Energía cinética y el teorema del trabajo y la energía

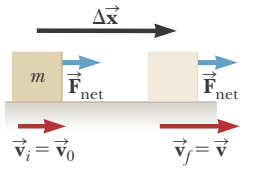
La energía cinética de un cuerpo con masa m y rapidez v está dada por

$$EC \equiv \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad [5.6]$$

El teorema del trabajo y la energía establece que el trabajo neto realizado sobre un objeto de masa m es igual al cambio en su energía cinética, o

$$W_{\text{neto}} = EC_f - EC_i = \Delta EC \qquad [5.7]$$

El trabajo y la energía de cualquier tipo llevan unidades de joules. La solución de problemas implica encontrar el trabajo realizado por cada fuerza que actúa sobre el objeto



El trabajo realizado por una fuerza neta $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$ sobre un objeto cambia la velocidad del objeto.

y sumando todas sus cantidades, lo cual es W_{neto}, y luego sustituir las cantidades conocidas en la ecuación 5.7, despejando la cantidad desconocida.

Las fuerzas conservativas son especiales: el trabajo realizado contra ellas se puede recuperar, se conserva. Un ejemplo es la gravedad: el trabajo que se realiza al subir un objeto hasta cierta altura se almacena de manera efectiva en el campo gravitacional y se puede recuperar en la energía cinética del objeto simplemente dejándolo caer. Las fuerzas no conservativas, como la fricción superficial y el arrastre, disipan la energía en una forma que no se puede recuperar con facilidad. Para tomar en cuenta esas fuerzas, se puede reescribir el teorema del trabajo y la energía como

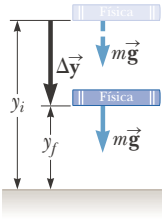
$$W_{nc} + W_c = \Delta EC \qquad [5.8]$$

donde W_{nc} es el trabajo realizado por fuerzas no conservativas y W_c es el trabajo realizado por fuerzas conservativas.

5.3 Energía potencial gravitacional

La fuerza gravitacional es un campo conservativo. La energía potencial gravitacional es otra forma de tomar en cuenta el trabajo gravitacional W_g:

$$W_g = -(EP_f - EP_i)$$
$$= -(mgy_f - mgy_i) \qquad [5.12]$$



El trabajo realizado por la fuerza gravitacional cuando el libro cae es igual as $mgy_i - mgy_f$.

Para encontrar el cambio en la energía potencial gravitacional cuando un objeto de masa m se mueve entre dos puntos en un campo gravitacional, sustituya los valores de las coordenadas y del objeto.

El teorema del trabajo y la energía se puede generalizar para incluir la energía potencial gravitacional.

$$W_{nc} = (EC_f - EC_i) + (EP_f - EP_i) \qquad [5.13]$$

El trabajo gravitacional y la energía potencial gravitacional no deben aparecer en el teorema del trabajo y la energía al mismo tiempo, solo uno o la otra, ya que son equivalentes. Igualando a cero el trabajo debido a fuerzas no conservativas y sustituyendo las expresiones para EC y EP, se puede obtener una forma de la conservación de la energía mecánica con gravitación:

$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f \qquad [5.15]$$

Para resolver problemas con esta ecuación, identifique dos puntos en el sistema, uno donde se conoce información y el otro donde se desea información. Sustituya y despeje la cantidad desconocida.

El trabajo realizado por otras fuerzas, como cuando están presentes las fuerzas de fricción, no siempre es cero. En ese caso, identifique dos puntos como antes, calcule el trabajo realizado para las otras fuerzas y despeje la incógnita en la ecuación 5.13.

5.4 Energía potencial de resortes

La fuerza de un resorte es conservativa y su energía potencial está dada por

$$EP_s \equiv \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad [5.17]$$

La energía potencial de un resorte se puede poner en el teorema del trabajo y la energía, el cual entonces es

$$W_{nc} = (EC_f - EC_i) + (EP_{gf} - EP_{gi}) + (EP_{sf} - EP_{si}) \qquad [5.18]$$

Cuando no hay fuerzas no conservativas, $W_{nc} = 0$ y la energía mecánica se conserva.

5.5 Sistemas y conservación de energía

El principio de la conservación de la energía establece que no es posible crear ni destruir la energía. Se puede transformar, pero el contenido de energía total de cualquier sistema aislado siempre es constante. Lo mismo es cierto, en general, para el Universo. El trabajo realizado por todas las fuerzas no conservativas que actúan sobre un sistema es igual al cambio en la energía mecánica total del sistema:

$$W_{nc} = (EC_f + EP_f) - (EC_i + EP_i) = E_f - E_i \qquad [5.21–5.22]$$

donde EP representa todas las energías potenciales presentes.

5.6 Potencia

La potencia promedio es la cantidad de energía transferida dividida entre el tiempo que toma la transferencia:

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} \qquad [5.23]$$

Esta expresión también se puede escribir

$$\overline{P} = F\overline{v} \qquad [5.24]$$

donde $\overline{v}$ es la velocidad promedio del objeto y F es constante y paralela a $\overline{v}$. La potencia instantánea está dada por.

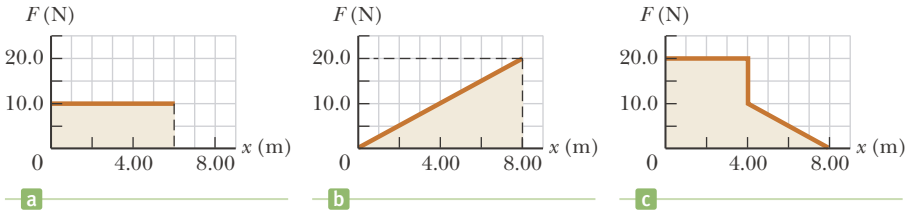
$$P = Fv \qquad [5.25]$$

donde F debe ser paralela a la velocidad v y las dos cantidades pueden cambiar con el tiempo. La unidad de la potencia es el watt (W = J/s). Para resolver problemas simples, sustituya las cantidades dadas en una de estas ecuaciones. Problemas más difíciles por lo general requieren encontrar el trabajo realizado sobre el objeto utilizando el teorema del trabajo y la energía o la definición de trabajo.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

WebAssign Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de física** Una grúa levanta una carga de ladrillos cuya masa es de 1570 kg, con una aceleración inicial de 1.60 m/s^2. Calcule la tensión en el cable (consulte la sección 4.5).
2. **Repaso de física** Una caja con masa de 20.0 kg reposa sobre una superficie plana. Si el coeficiente de fricción cinética entre la caja y la superficie es 0.400, **a)** calcule la fuerza normal y **b)** la magnitud de la fuerza de fricción cinética cuando una fuerza aplicada horizontal de 90.0 N mueve la caja. **c)** Calcule la fuerza normal y **d)** la magnitud de la fuerza de fricción cinética cuando la fuerza aplicada de 90.0 N se



EP5.4 Ejercicios 4 y 5.

ejerce con un ángulo de 35.0° arriba de la horizontal (consulte la sección 4.6).

3. Calcule el trabajo realizado por una fuerza aplicada de 75.0 sobre una caja si a) la fuerza se ejerce horizontalmente mientras se empuja la caja 5.00 m y b) la fuerza se ejerce a un ángulo de 35.0° arriba de la horizontal (consulte la sección 5.1).

4. En cada uno de los diagramas EP5.4a-EP5.4c, calcule el trabajo realizado por la gráfica de la fuerza en función de la posición (consulte la sección 5.7).

5. Suponga que en cada uno de los diagramas EP5.4a-EP5.4c, la fuerza se aplica a un bloque con masa de 5.00 kg que se encuentra en reposo sobre una superficie plana sin fricción. Calcule la rapidez del bloque en cada caso después de que se realiza el trabajo (consulte la sección 5.2).

6. Una caja de 4.00 kg que parte del reposo se desliza hacia abajo por una rampa rugosa de 6.00 m de longitud, inclinada a 30.0° debajo de la horizontal. La magnitud de la fuerza de fricción entre la caja y la rampa es 8.00 N. **a)** ¿Cuánto trabajo se realiza sobre la caja por fricción? **b)** ¿Cuál es el cambio en energía potencial de la caja al deslizarse hacia abajo de la rampa? **c)** ¿Cuál es la rapidez de la caja en el fondo del plano inclinado? (Consulte las secciones 5.2 y 5.3.)

7. Un esquiador sale de una rampa de esquí a 15.0 m/s con cierto ángulo θ. ¿A qué rapidez viaja cuando en su altura máxima de 4.50 m arriba del nivel del extremo de la rampa de esquí? (Ignore la fricción del aire.) (Consulte la sección 5.3.)

8. Un bloque con masa de 3.00 kg se coloca contra un resorte horizontal con constante $k = 875$ N/m y se empuja de manera que el resorte se comprime en 0.0700 m. **a)** ¿Cuál es la energía potencial del resorte del sistema bloque-resorte? **b)** Si ahora el bloque se libera y la superficie no tiene fricción, calcule la rapidez del bloque después de dejar el resorte (consulte la sección 5.4.)

9. ¿Qué potencia mecánica promedio debe generar un escalador de montañas de 70.0 kg para subir hasta la cima de una colina con altura de 325 m en 45.0 min? *Nota:* Debido a las ineficiencias en la conversión de energía química en energía mecánica, la cantidad que se calcula aquí es solo una fracción de la potencia que el cuerpo del escalador debe producir.

10. Un disco de hockey con masa de 0.170 kg se desliza por el hielo en la dirección x positiva con un coeficiente de fricción cinética de 0.150 entre el hielo y el disco. Si el disco se mueve con una rapidez inicial de 12.0 m/s, a) ¿cuál es la fuerza de fricción cinética? b) ¿Cuál es la aceleración del disco? c) ¿Cuánto tiempo le toma al disco llegar al reposo? d) ¿Qué distancia viaja el disco durante ese tiempo? e) ¿Qué trabajo total realiza la fricción en el disco? f) ¿Qué potencia promedio genera la fricción en el disco durante ese tiempo? g) ¿Qué potencia instantánea genera la fricción en el disco cuando la velocidad es 6.00 m/s? (Consulte las secciones 2.5, 4.6, 5.1 y 5.6.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Considere una competencia de tiro de una cuerda como en la figura PC5.1, en la cual dos equipos que jalan una cuerda están equilibrados de manera que no ocurre ningún movimiento. ¿Se realiza trabajo sobre la cuerda? ¿Sobre los concursantes? ¿Sobre el suelo? ¿Sobre algo?

Arthur Tilley/FPG/Getty Images

Figura PC5.1

2. BIO Durante una prueba del sistema cardiovascular, un paciente camina y corre sobre una caminadora. a) ¿Es equivalente la energía consumida por el paciente a la energía de caminar y correr sobre el suelo? Explique. b) ¿Qué efecto (si lo hay) ocurre al inclinar la cinta rodante? Explique.

3. a) Si la altura de un tobogán en un patio de juegos se mantiene constante, la longitud del tobogán o las protuberancias que pueda tener ¿harán alguna diferencia en la rapidez final de los niños que juegan en él? Suponga que el tobogán es suficientemente liso para considerarse sin fricción. b) Repita el inciso a), suponiendo que el tobogán sí tiene fricción.

4. a) ¿Puede ser negativa la energía cinética de un sistema? b) ¿Puede ser negativa la energía potencial gravitacional de un sistema? Explique.
5. Los caminos que suben por las montañas se forman en zigzag; un camino se entrelaza de un lado a otro a lo largo de la cara de la pendiente de manera que solo hay una subida ligera en cualquier tramo del camino. ¿Esta configuración requiere menos trabajo del que realiza un automóvil que escala la montaña en comparación con el que viaja sobre el camino directo hacia arriba por la pendiente? ¿Por qué se usan configuraciones en zigzag?
6. Una bola de boliche está suspendida del techo de una sala de conferencias por una cuerda fuerte. La pelota se aleja de su posición de equilibrio y se libera del reposo desde la punta de la nariz de la demostradora, como se muestra en la figura PC5.6. a) Si la demostradora permanece estacionaria, explique porqué la bola no la golpea en su giro de retorno. b) ¿Estaría segura esta demostradora si se diera a la bola un empujón desde su punto de partida en su nariz?

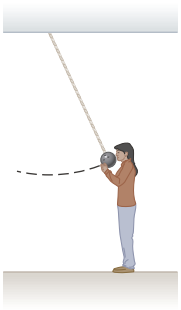


Figura PC5.6

7. Un péndulo simple oscila hacia adelante y hacia atrás, las fuerzas que actúan sobre el objeto suspendido son la fuerza de gravedad, la tensión en la cuerda de soporte y la resistencia del aire. a) ¿Cuál de estas fuerzas, si es que hay alguna, no realiza trabajo sobre el péndulo? b) ¿Cuál de estas fuerzas realiza trabajo negativo en todo momento durante el movimiento del péndulo? c) Describa el trabajo realizado por la fuerza de gravedad mientras el péndulo oscila.
8. Explique si cada uno de los agentes siguientes realiza algún trabajo y, si lo hacen, si el trabajo es positivo o negativo: a) un pollo que rasca el suelo, b) una persona que estudia, c) una grúa que levanta un depósito con concreto, d) la fuerza de la gravedad sobre el depósito en el inciso b), e) los músculos de la pierna de una persona en la acción de sentarse.
9. Cuando un mariscal de campo patea un balón, ¿realiza algún trabajo sobre este último mientras el dedo gordo de su pie está en contacto con él? ¿Realiza algún trabajo sobre el balón después de que este pierde contacto con su dedo gordo? ¿Hay algunas fuerzas que realizan trabajo sobre el balón mientras está en vuelo?
10. El conductor de un automóvil aplica el freno de manera repentina para no chocar contra un venado que cruza la carretera. ¿Qué le sucede a la energía cinética del automóvil cuando llega al reposo?
11. A un resorte que está suspendido verticalmente del techo se le coloca un peso; si este se desplaza hacia abajo de su posición de equilibrio y se libera, oscilará hacia arriba y abajo. a) Si se ignora la resistencia del aire, ¿se conservará la energía mecánica total del sistema (peso más Tierra más resorte)? b) ¿Cuántas formas de energía potencial hay para esta situación?
12. En este capítulo, hemos encontrado en la mayoría de las situaciones que las fuerzas friccionales tienden a reducir la energía cinética de un objeto. Sin embargo, las fuerzas friccionales en ocasiones pueden aumentar la energía cinética de un objeto. Describa algunas situaciones en las cuales la fricción ocasiona un aumento en energía cinética.
13. Suponga que usted reacomoda libros en una biblioteca. Levanta un libro del piso hasta el estante superior. La energía cinética del libro sobre el piso era cero y la energía cinética del libro sobre el estante superior es cero; por lo tanto, no hay cambio en la energía cinética. No obstante, usted realizó cierto trabajo al levantar el libro. ¿Se ha violado el teorema del trabajo y la energía?
14. Los pies de una persona de masa m ejercen una fuerza igual a mg sobre el piso y el piso ejerce una fuerza igual y opuesta hacia arriba sobre los pies, a la cual denominamos fuerza normal. Durante la fase de extensión de un salto vertical (consulte la página 154), los pies ejercen sobre el piso una fuerza que es mayor que mg, por lo que la fuerza normal es mayor que mg. Como usted aprendió en el capítulo 4, se puede usar este resultado y la segunda ley de Newton para calcular la aceleración del saltador:

$$a = F_{\text{neta}}/m = (n - mg)/m$$

A partir de las ideas acerca de la energía, sabemos que el trabajo se realiza sobre el saltador para darle su energía cinética. Pero la fuerza normal no puede realizar ningún trabajo aquí ya que los pies no experimentan desplazamiento. ¿Cómo se transfiere energía al saltador?
15. Un satélite de la Tierra se encuentra en órbita circular a una altitud de 500 km. Explique porqué el trabajo realizado por la fuerza gravitacional que actúa sobre el satélite es cero. Usando el teorema del trabajo y la energía, ¿qué puede decir acerca de la rapidez del satélite?
16. Mark y David cargan bloques de concreto, idénticos en la camioneta de David. Mark levanta su bloque de manera directa del suelo a la camioneta, en tanto que David desliza el suyo hacia arriba por una rampa sobre rodillos sin masa y sin fricción. ¿Cuál afirmación es cierta? a) Mark realiza más trabajo que David. b) Mark y David realizan la misma cantidad de trabajo. c) David realiza más trabajo que Mark. d) Ninguna de estas afirmaciones es necesariamente cierta ya que se desconoce el ángulo del plano inclinado. e) Ninguna de estas afirmaciones es necesariamente cierta ya que no se proporciona la masa de un bloque.
17. Si la rapidez de una partícula se duplica, ¿qué le sucede a su energía cinética? a) Se vuelve cuatro veces mayor. b) Se vuelve dos veces mayor. c) Se vuelve $\sqrt{2}$ veces mayor. d) No cambia. e) Se hace la mitad.
18. Un camión tiene el doble de masa que un automóvil. Los dos se mueven con la misma rapidez. Si la energía cinética del camión es K, ¿cuál es la energía cinética del automóvil? a) K/4; b) K/2; c) 0.71K; d) K; e) 2K
19. Si el trabajo neto sobre una partícula es cero, ¿cuál de las afirmaciones siguientes debe ser cierta? a) La velocidad es cero. b) La velocidad disminuye. c) La velocidad no cambia. d) La rapidez no cambia. e) Se necesita más información.

20. Un automóvil acelera uniformemente desde el reposo. Ignorando la fricción del aire, ¿cuándo requiere el automóvil la mayor potencia? a) Cuando el automóvil primero acelera del reposo, b) justo cuando el automóvil alcanza su rapidez máxima, c) cuando el automóvil alcanza la mitad de su rapidez máxima. d) La pregunta es engañosa ya que la potencia requerida es constante. e) Se necesita más información.

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos

GP denota problemas guiados

M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign

Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual

S denota un problema de razonamiento simbólico

W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

5.1 Trabajo

1. Un fisicoculturista levanta una pesa de 350 N desde el suelo hasta una posición sobre su cabeza, una distancia vertical de 2.00 m. ¿Cuánto trabajo realiza el fisicoculturista, suponiendo que mueve la pesa con rapidez constante?

2. En 1990 Walter Arfeuille de Bélgica levantó un objeto de 281.5 kg por una distancia de 17.1 cm utilizando solo sus dientes. a) ¿Cuánto trabajo realizó Arfeuille sobre el objeto? b) ¿Qué magnitud de la fuerza ejerció sobre el objeto durante el levantamiento, suponiendo que la fuerza fue constante?

3. El número récord de levantamientos de botes, incluyendo el bote y su tripulación de 10 integrantes, lo lograron Sami Heinonen y Juha Rasanen de Suecia en 2000. Levantaron una masa total de 653.2 kg aproximadamente 4 pulg del suelo un total de 24 veces. Estime el trabajo mecánico total realizado por los dos hombres al levantar el bote 24 veces, suponiendo que aplicaron la *misma* fuerza al bote durante cada levantamiento. (Ignore cualquier trabajo que puedan haber realizado permitiendo que el bote cayera de nuevo al suelo.)

4. Q|C Un comprador en un supermercado empuja un carrito con una fuerza de 35 N dirigida en un ángulo de 25° por debajo de la horizontal. La fuerza es apenas suficiente para superar varias fuerzas friccionales, por lo que el carrito se mueve con rapidez constante. a) Encuentre el trabajo realizado por el comprador cuando se mueve por un pasillo de 50.0 m de longitud. b) ¿Cuál es el *trabajo neto* realizado sobre el carrito? ¿Por qué? c) El comprador pasa al siguiente pasillo, empujando horizontalmente y manteniendo la misma rapidez que antes. Si el trabajo realizado por las fuerzas friccionales no cambia, ¿será mayor, menor o la misma fuerza aplicada por el comprador? ¿Qué hay acerca del trabajo realizado sobre el carrito por el comprador?

5. Q|C Partiendo del reposo, un bloque de 5.00 kg se desliza 2.50 m por un plano inclinado rugoso a 30°. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano es $\mu_k = 0.436$. Determine a) el trabajo realizado por la fuerza de gravedad, b) el trabajo realizado por la fuerza de fricción entre el bloque y el plano y c) el trabajo realizado por la fuerza normal. d) Cuantitativamente, ¿cómo cambiarían las respuestas si se utilizara una rampa más corta a un ángulo más agudo para salvar la misma altura vertical?

6. Una fuerza horizontal de 150 N se usa para empujar una caja de embalaje de 40.0 kg una distancia de 6.00 m sobre una superficie horizontal rugosa. Si la caja se mueve con una rapidez constante, encuentre a) el trabajo realizado por la fuerza de 150 N y b) el coeficiente de fricción cinética entre la caja y la superficie.

7. Un trineo cargado con ladrillos tiene una masa total de 18.0 kg y se jala a rapidez constante por una cuerda inclinada a 20.0° arriba de la horizontal. El trineo se mueve una distancia de 20.0 m sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción cinética entre el trineo y la superficie es 0.500. a) ¿Cuál es la tensión en la cuerda? b) ¿Cuánto trabajo realiza la cuerda sobre el trineo? c) ¿Cuál es la energía mecánica pérdida debido a la fricción?

8. M Un bloque de masa $m = 2.50$ kg se empuja una distancia $d = 2.20$ m a lo largo de una mesa horizontal sin fricción por una fuerza constante aplicada de magnitud $F = 16.0$ N dirigida a un ángulo $\theta = 25.0°$ debajo de la horizontal como se muestra en la figura P5.8. Determine el trabajo realizado por a) la fuerza aplicada, b) la fuerza normal ejercida por la mesa, c) la fuerza de gravedad y d) la fuerza neta sobre el bloque.

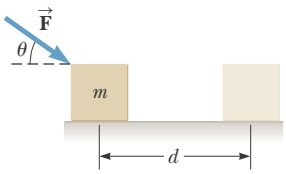


Figura P5.8

5.2 Energía cinética y el teorema del trabajo y la energía

9. Un mecánico empuja un automóvil de 2.50×10^3 kg del reposo a una rapidez de v, realizando 5 000 J de trabajo en el proceso. Durante este tiempo, el automóvil se mueve 25.0 m. Ignorando la fricción entre el automóvil y el camino, encuentre a) v y b) la fuerza horizontal ejercida sobre el automóvil.

10. Una bola de boliche de 7.00 kg se mueve a 3.00 m/s. ¿Qué tan rápido se debe mover una pelota de ping-pong de 2.45 g de manera que la bola y la pelota tengan la misma energía cinética?

11. Un corredor de 65.0 kg tiene una rapidez de 5.20 m/s en un instante durante una carrera de larga distancia. a) ¿Cuál es la energía cinética del corredor en este ins-

tante? b) Si duplica su rapidez para llegar a la línea de meta, ¿en qué factor cambia su energía cinética?

12. Q|C Un trabajador que empuja una caja de madera de 35.0 kg con una rapidez constante de 12.0 m a lo largo de un piso realiza un trabajo de 350 J aplicando una fuerza horizontal constante de magnitud F_0 sobre la caja. a) Determine el valor de F_0. b) Si el trabajador ahora aplica una fuerza mayor que F_0, describa el movimiento subsiguiente de la caja. c) Describa qué le pasaría a la caja si la fuerza aplicada es menor que F_0.

13. W Un corredor de base de 70 kg se barre hacia la segunda base cuando se mueve con una rapidez de 4.0 m/s. El coeficiente de fricción entre su ropa y la Tierra es 0.70. Se desliza de manera que su rapidez es cero, justo cuando llega a la base. a) ¿Cuánta energía mecánica se pierde debido a la fricción que actúa sobre el corredor? b) ¿Qué tan lejos se barre?

14. Un guepardo de 62 kg tiene una velocidad máxima de 32 m/s. a) ¿Cuál es su energía cinética máxima? b) Encuentre la rapidez del guepardo cuando su energía cinética es la mitad del valor determinado en el inciso a).

15. Una bala de 7.80 g que se mueve a 575 m/s penetra el tronco de un árbol hasta una profundidad de 5.50 cm. a) Aplique consideraciones de trabajo y energía para encontrar la fuerza friccional promedio que detiene la bala. b) Suponiendo que la fuerza friccional es constante, determine cuánto tiempo transcurre entre los momentos en que la bala entra en el árbol y en que deja de moverse.

16. Una partícula de 0.60 kg tiene una rapidez de 2.0 m/s en el punto A y una energía cinética de 7.5 J en el punto B. ¿Cuál es a) su energía cinética en A? b) ¿Su velocidad en el punto B? c) ¿El trabajo total realizado sobre la partícula cuando se mueve de A a B?

17. Un barco de pasajeros grande de masa 6.50×10^7 kg tiene una rapidez de 12.0 m/s en algún instante. a) ¿Cuál es la energía cinética del barco en este tiempo? b) ¿Cuánto trabajo se requiere para detenerlo? c) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza constante requerida para detenerlo cuando experimenta un desplazamiento de 2.50 km?

18. Una persona que empuja una caja de masa $m = 92.0$ kg con una rapidez de $v = 0.850$ m/s encuentra una superficie horizontal rugosa de longitud $\ell = 0.65$ m como en la figura P5.18. Si el coeficiente de fricción cinética entre la caja y la superficie rugosa es 0.358 y si la persona ejerce una fuerza horizontal constante de 275 N sobre la caja, encuentre a) la magnitud y dirección de la fuerza neta sobre la caja mientras está sobre la superficie rugosa, b) el trabajo neto realizado sobre la caja mientras está sobre la superficie rugosa y c) la rapidez de la caja cuando llega al final de la superficie rugosa.

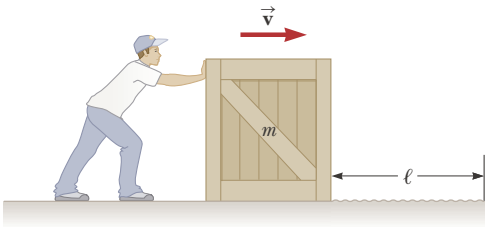


Figura P5.18

5.3 Energía potencial gravitacional

5.4 Energía potencial de resortes

19. Una piedra de 0.20 kg se mantiene a 1.3 m arriba del borde superior de un pozo de agua y luego se deja caer dentro de él. El pozo tiene una profundidad de 5.0 m. Tomando $y = 0$ en el borde superior del pozo, ¿cuál es la energía potencial gravitacional del sistema piedra-Tierra? a) antes de que la piedra se libere y b) cuando llega al fondo del pozo. c) ¿Cuál es el cambio en energía potencial gravitacional del sistema desde la liberación hasta llegar al fondo del pozo?

20. Cuando un objeto de 2.50 kg se cuelga verticalmente de cierto resorte ligero descrito por la ley de Hooke, el resorte se estira 2.76 cm. a) ¿Cuál es la fuerza constante del resorte? b) Si se quita el objeto de 2.50 kg, ¿qué tan lejos se estirará el resorte si un bloque de 1.25 kg se cuelga sobre él? c) ¿Cuánto trabajo debe realizar un agente externo, para estirar el mismo resorte 8.00 cm a partir de su posición sin estirar?

21. En un sistema de control, un acelerómetro consiste en un objeto de 4.70 g que se desliza sobre un riel horizontal calibrado. Un resorte con masa baja une el objeto con una brida en un extremo del riel. La grasa sobre el riel hace que la fricción sea insignificante, pero amortigua rápidamente las vibraciones del objeto que se desliza. Cuando se somete a una aceleración constante de 0.800 g, el objeto debe estar en una ubicación a 0.500 cm de su punto de equilibrio. Encuentre la fuerza constante del resorte requerida para que la calibración sea correcta.

22. GP Una atleta de 60.0 kg salta directo hacia arriba en el aire desde un trampolín con una rapidez inicial de 9.0 m/s. El objetivo de este problema es determinar la altura máxima que ella logra y su rapidez a la mitad de la altura. a) ¿Cuáles son los objetos que interactúan y cómo interactúan? b) Seleccione la altura a la cual la rapidez del objeto es 9.0 m/s cuando $y = 0$. ¿Cuál es su energía cinética en este punto? ¿Cuál es la energía potencial gravitacional asociada con la atleta? c) ¿Cuál es su energía cinética a altura máxima? ¿Cuál es la energía potencial gravitacional asociada con la atleta? d) Escriba una ecuación general para la conservación de la energía en este caso y despeje la altura máxima. Sustituya y obtenga una respuesta numérica. e) Escriba la ecuación general para la conservación de la energía y despeje la velocidad a la mitad de la altura máxima. Sustituya y obtenga una respuesta numérica.

23. M Un martinete de 2 100 kg se utiliza para hincar una viga I de acero en el suelo. El martinete cae 5.00 m antes de estar en contacto con la parte superior de la viga e hinca la viga 12.0 cm en el suelo cuando llega al reposo. Usando consideraciones de energía, calcule la fuerza promedio que ejerce la viga sobre el martinete mientras este se lleva al reposo.

24. S Dos bloques están conectados por una cuerda ligera que pasa sobre dos poleas sin fricción como en la figura P5.24. El bloque de masa m_2 está unido a un resorte de fuerza constante k y $m_1 > m_2$. Si el sistema

se libera del reposo y el resorte al inicio no está estirado o comprimido, encuentre una expresión para el desplazamiento máximo d de m_2.

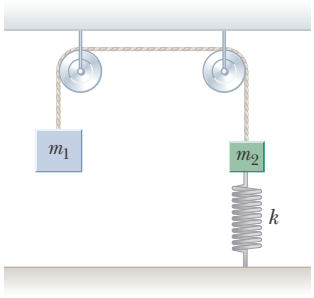


Figura P5.24

25. Un atrevido en una motocicleta sale del extremo de una rampa con una rapidez de 35.0 m/s como en la figura 5.25. Si su rapidez es de 33.0 m/s cuando llega al punto máximo de su trayectoria, ¿cuál es la altura máxima que alcanza? Ignore la fricción y la resistencia del aire.

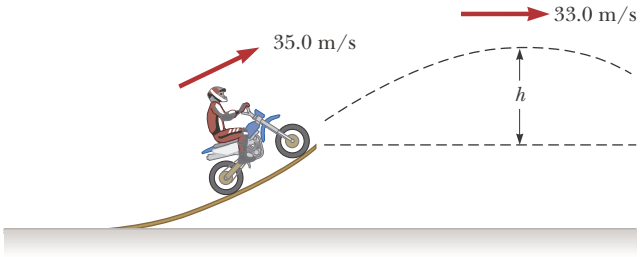


Figura P5.25

26. La suspensión de los camiones a menudo cuenta con "resortes auxiliares" que se accionan con las cargas altas. Una de esas configuraciones es un resorte de hojas con un resorte helicoidal ayudante montado sobre el eje, como se muestra en la figura P5.26. Cuando el resorte de hojas principal se comprime una distancia y_0, el resorte auxiliar se acciona y entonces ayuda a soportar cualquier carga adicional. Suponga que la constante del resorte de hojas es 5.25×10^5 N/m, que la constante del resorte auxiliar es 3.60×10^5 N/m y $y_0 = 0.500$ m. a) ¿Cuál es la compresión del resorte de hojas para una carga de 5.00×10^5 N? b) ¿Cuánto trabajo se realiza al comprimir los resortes?

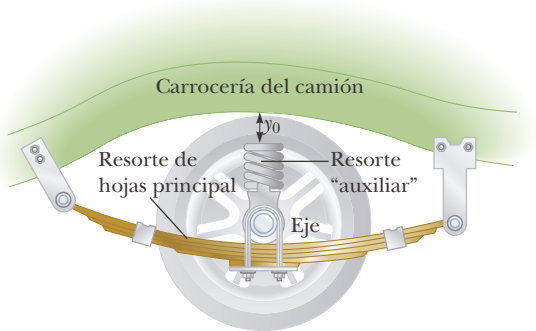


Figura P5.26

27. BIO Las dominadas son un ejercicio que se puede practicar para fortalecer los bíceps. En el caso de un varón de 75 kg, este músculo puede ejercer una fuerza de aproximadamente 800 N cuando se contrae una distancia de 7.5 cm.[3] ¿Cuánto trabajo pueden realizar los músculos del bíceps (uno en cada brazo) en una sola contracción? Compare esta cantidad de trabajo con la energía requerida para levantar 40 cm a una persona de 75 kg al realizar una dominada. ¿Considera que el bíceps es el único músculo que se activa al realizar una dominada?

28. BIO Una pulga puede saltar aproximadamente 0.5 m. Se ha afirmado que si una pulga fuera tan grande como un ser humano, ¡podría saltar sobre un edificio de 100 pisos! Cuando un animal salta, convierte el trabajo que realiza al contraer los músculos en energía potencial gravitacional (con algunos pasos intermedios). La fuerza máxima ejercida por un músculo es proporcional a su área transversal y el trabajo realizado por el músculo es esta fuerza por la longitud de contracción. Si se magnifica una pulga en un factor de 1 000, la sección transversal de su músculo aumentaría en $1\,000^2$ y la longitud de contracción aumentaría en 1 000. ¿Qué tan alto podría saltar esta "superpulga"? (No olvide que la masa de la "superpulga" también aumenta).

29. Un proyectil de 50.0 kg se dispara con un ángulo de 30.0° arriba de la horizontal con una rapidez promedio de 1.20×10^2 m/s desde la cima de un acantilado a 142 m arriba del suelo plano, donde el suelo se toma que es $y = 0$. a) ¿Cuál es la energía mecánica total inicial del proyectil? b) Suponga que el proyectil viaja a 85.0 m/s en su altura máxima de $y = 427$ m. ¿Cuánto trabajo ha realizado la fricción del aire sobre el proyectil? c) ¿Cuál es la rapidez del proyectil inmediatamente antes de que choque con el suelo si cuando va hacia abajo la fricción del aire realiza un trabajo sobre el proyectil igual a 1.5 por el trabajo que realizó cuando iba hacia arriba?

30. S Un proyectil de masa m se dispara horizontalmente con una rapidez inicial de v_0 desde una altura h arriba de una superficie desértica plana. Ignorando la fricción del aire, en el instante antes de que el proyectil golpee el suelo, encuentre lo siguiente en términos de m, v_0, h y g: a) el trabajo realizado por la fuerza de gravedad sobre el proyectil, b) el cambio en energía cinética del proyectil desde que se disparó y c) la energía cinética final del proyectil. d) ¿Cambian algunas de las respuestas si el ángulo inicial se modifica?

31. GP Un resorte horizontal unido a una pared tiene una fuerza constante de 850 N/m. Un bloque con masa de 1.00 kg está conectado al resorte y oscila libremente sobre una superficie horizontal sin fricción, como en la figura 5.20. El objetivo inicial de este problema es determinar la velocidad en el punto de equilibrio después que se libera el bloque. a) ¿Qué objetos constituyen el sistema y a través de qué fuerzas interactúan? b) ¿Cuáles son los puntos de interés? c) Encuentre la energía almacenada en el resorte cuando la masa se estira 6.00 cm del equilibrio y una vez más cuando la masa pasa por el equilibrio después de ser liberada del

[3] G. P. Pappas y otros (2002). "Nonuniform shortening in the biceps brachii during elbow flexion". *Journal of Applied Physiology* **92,** 2381, 2002.

reposo. d) Escriba la ecuación de conservación de la energía para esta situación y despeje la rapidez de la masa cuando pasa el equilibrio. Sustituya para obtener un valor numérico. e) ¿Cuál es la rapidez en el punto a la mitad? ¿Por qué no es la mitad de la rapidez en equilibrio?

5.5 Sistemas y conservación de energía

32. Un saltador con garrocha de 50.0 kg que corre a 10 m/s salta sobre la barra. Su velocidad cuando está encima de la barra es de 1.0 m/s. Ignore la resistencia del aire, así como también cualquier energía absorbida por la garrocha y determine su altitud cuando cruza la barra.

33. W Un niño y un trineo con una masa combinada de 50.0 kg se deslizan por una pendiente sin fricción. Si el trineo parte del reposo y tiene una rapidez de 3.00 m/s en el fondo, ¿cuál es la altura de la colina?

34. La ley de Hooke describe un resorte ligero de 35.0 cm, cuya longitud no se ha estirado. Cuando un extremo se une a la parte superior del marco de una puerta y del extremo se cuelga un objeto de 7.50 kg, la longitud del resorte es 41.5 cm. a) Encuentre su constante del resorte. b) La carga y el resorte se bajan. Dos personas jalan en direcciones opuestas los dos extremos del resorte, cada uno con una fuerza de 190 N. Determine la longitud del resorte en esta situación.

35. Q|C Un bloque de 0.250 kg a lo largo de una pista horizontal tiene una rapidez de 1.50 m/s inmediatamente antes de chocar con un resorte ligero de fuerza constante de 4.60 N/m ubicado en el extremo de la pista. a) ¿Cuál es la compresión máxima del resorte si la pista no tiene fricción? b) Si la pista *sí* tiene fricción, ¿la compresión máxima del resorte será mayor que, menor que o igual que el valor obtenido en el inciso a)?

36. Un bloque de masa $m = 5.00$ kg se libera del reposo del punto Ⓐ y se desliza sobre la pista sin fricción que se muestra en la figura P5.36. Determine a) la rapidez del bloque en los puntos Ⓑ y Ⓒ y b) el trabajo neto realizado por la fuerza gravitacional sobre el bloque cuando se mueve del punto Ⓐ al Ⓒ.

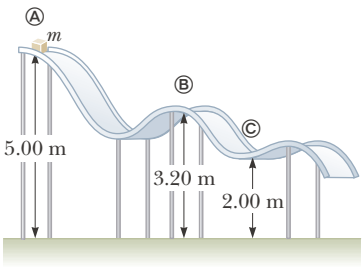


Figura P5.36

37. Tarzán cuelga de una liana de 30.0 m de longitud que al inicio se encuentra inclinada en un ángulo de 37.0° con la vertical. ¿Cuál es su rapidez en el fondo del giro a) si parte del reposo? b) ¿Si se empuja con una rapidez de 4.00 m/s?

38. S Dos bloques están conectados por una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción como en la figura P5.38. El sistema se libera del reposo mientras m_2 está en el piso y m_1 está a una distancia h sobre el piso. a) Suponiendo que $m_1 > m_2$, encuentre una expresión para la rapidez de m_1 justo cuando llega al piso. b) Tomando $m_1 = 6.5$ kg, $m_2 = 4.2$ kg y $h = 3.2$ m, evalúe su respuesta a los incisos a) y c) encuentre la rapidez de cada bloque cuando m_1 ha caído una distancia de 1.6 m.

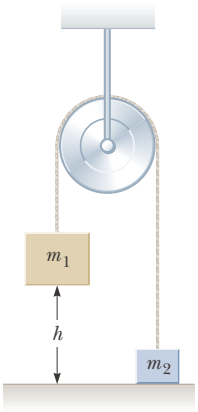


Figura P5.38

39. M El mecanismo de lanzamiento de un rifle de juguete consiste en un resorte de constante desconocida, como se muestra en la figura P5.39a. Si el resorte se comprime una distancia de 0.120 m y el rifle se dispara verticalmente como se muestra, este último puede lanzar un proyectil de 20.0 g desde el reposo hasta una altura máxima de 20.0 m sobre el punto de partida del proyectil. Ignorando todas las fuerzas resistivas, a) describa las transformaciones de energía mecánica que ocurren desde el tiempo en que el rifle se dispara hasta que el proyectil alcanza su altura máxima, b) determine la constante del resorte y c) encuentre la rapidez del proyectil cuando se mueve a través de la posición de equilibrio del resorte (donde $x = 0$), como se muestra en la figura P5.39b.

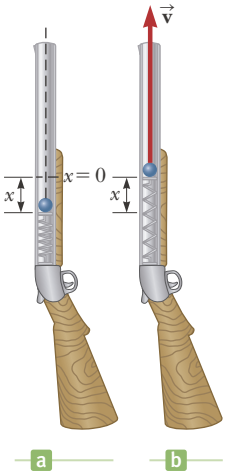


Figura P5.39

40. GP a) Un bloque con una masa m se jala sobre una superficie horizontal una distancia x con una fuerza constante $\vec{F}$ a un ángulo θ respecto a la horizontal. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la mesa es μ_k. ¿Es la fuerza ejercida por la fricción igual a $\mu_k mg$? Si no lo es, ¿cuál es la fuerza ejercida por la fricción? b) ¿Cuánto trabajo se realiza por la fuerza de fricción y por $\vec{F}$? (No olvide los signos.) c) Identifique todas las fuerzas que no realizan trabajo sobre el bloque. d) Sea $m = 2.00$ kg, $x = 4.00$ m, $\theta = 37.0°$, $F = 15.0$ N y $\mu_k = 0.400$ y encuentre las respuestas para los incisos a) y b).

41. Q|C a) Un niño se desliza por un tobogán acuático en un parque de diversiones desde una altura inicial h. Puede considerarse que el tobogán no tiene fricción debido al flujo de agua que pasa por él. ¿Se puede usar la ecuación para la conservación de la energía mecánica en el niño? b) ¿La masa del niño es un factor al determinar su rapidez en el fondo del tobogán? c) El niño se deja caer directamente hacia abajo en vez de seguir la rampa curva del tobogán. ¿En cuál caso viajará más rápido a nivel del suelo? d) Si hay fricción, ¿cómo se modificaría la ecuación de la conservación de la energía? e) Encuentre la rapidez máxima del

niño cuando el tobogán no tiene fricción si la altura inicial del tobogán es 12.0 m.

42. Q|C Un aeroplano con una masa de 1.50×10^4 kg se mueve a 60.0 m/s. Luego el piloto aumenta el empuje del motor a 7.50×10^4 N. La fuerza resistiva ejercida por el aire sobre el aeroplano tiene una magnitud de 4.00×10^4 N. a) ¿Es el trabajo realizado por el motor sobre el aeroplano igual al cambio en la energía cinética del aeroplano después de que viaja a través de alguna distancia por el aire? ¿Se conserva la energía mecánica? Explique. b) Encuentre la rapidez del aeroplano después que viaja 5.00×10^2 m. Suponga que el aeroplano está en vuelo a nivel en todo el movimiento.

43. El sistema que se muestra en la figura P5.43 se usa para levantar un objeto de masa $m = 76.0$ kg. Una fuerza constante hacia abajo de magnitud F se aplica al extremo suelto de la cuerda de manera que el objeto colgando se mueve hacia arriba con rapidez constante. Ignorando las masas de la cuerda y de las poleas, encuentre a) el valor requerido de F, b) las tensiones T_1, T_2 y T_3 y c) el trabajo realizado por la fuerza aplicada al levantar el objeto una distancia de 1.80 m.

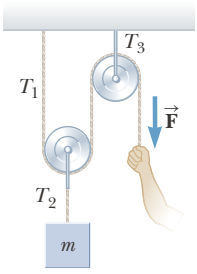


Figura P5.43

44. Un niño de 25.0 kg en un columpio de 2.00 m de longitud se libera del reposo cuando las cuerdas del columpio forman un ángulo de 30.0° con la vertical. a) Ignorando la fricción, encuentre la rapidez del niño en la posición más baja. b) Si la rapidez real del niño en la posición más baja es de 2.00 m/s, ¿cuál es la energía mecánica pérdida debido a la fricción?

45. Un automóvil de 2.1×10^3 kg parte del reposo en la parte superior de un camino de acceso de 5.0 m de longitud que está inclinado 20° respecto de la horizontal. Si una fuerza de fricción promedio de 4.0×10^3 N impide el movimiento, determine la rapidez del automóvil en la parte inferior del camino de acceso.

46. GP S Una niña de masa m parte del reposo y se desliza sin fricción desde una altura h a lo largo de un tobogán acuático en curva (figura P5.46). Si se lanza desde una altura $h/5$ hacia una alberca. a) ¿Se conserva la energía mecánica? ¿Por qué? b) Proporcione la energía potencial gravitacional asociada con la niña y su energía cinética en términos de mgh en las posiciones siguientes: en la parte superior del tobogán, en el punto de lanzamiento y en el punto donde aterriza en la alberca. c) Determine su rapidez inicial v_0 en el punto de lanzamiento en términos de g y h. d) Determine su altura máxima en el aire $y_{máx}$ en términos de h, g y la rapidez horizontal a esa altura, v_{0x}. e) Use la componente x de la respuesta al inciso c) para eliminar v_0 de la respuesta al inciso d), dando la altura $y_{máx}$ en términos de g, h y el ángulo de lanzamiento θ. f) ¿Sus respuestas serían las mismas si el tobogán tuviera fricción? Explique.

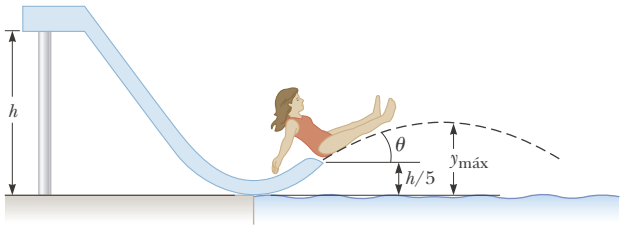


Figura P5.46

47. Un esquiador parte del reposo en la cima de una colina que tiene una inclinación de 10.5° respecto a la horizontal. La ladera tiene una longitud de 200 m y el coeficiente de fricción entre la nieve y los esquíes es 0.075. En el fondo de la colina, la nieve está plana y el coeficiente de fricción no cambia. ¿Qué tan lejos se desliza el esquiador a lo largo de la parte horizontal de la nieve antes de llegar al reposo?

48. En una presentación circense, un mono se amarra con correas a un trineo y a ambos se les da una rapidez inicial de 4.0 m/s hacia arriba por una pista inclinada a 20°. La masa combinada del mono y el trineo es de 20 kg y el coeficiente de fricción cinética entre el trineo y el plano inclinado es de 0.20. ¿Qué tan arriba del plano inclinado se mueven el mono y el trineo?

49. Un paracaidista de 80.0 kg salta de un globo a una altitud de 1 000 m y abre el paracaídas a una altitud de 200.0 m. a) Suponiendo que la fuerza de retardo total sobre el paracaidista es constante a 50.0 N con el paracaídas cerrado y constante a 3600 N con el paracaidista abierto, ¿cuál es la rapidez del paracaidista cuando aterriza sobre el suelo? b) ¿Considera que el paracaidista se lesionará? Explique. c) ¿A qué altura se debe abrir el paracaídas de manera que la rapidez final del paracaidista cuando aterrice en el suelo sea de 5.00 m/s? d) ¿Qué tan realista es la suposición de que la fuerza de retardo total es constante? Explique.

5.6 Potencia

50. W Un esquiador con masa de 70 kg es jalado por un cable motorizado. a) ¿Cuánto trabajo se requiere para jalarlo 60 m hacia arriba por una pendiente de 30° (que se supone no tiene fricción) a una rapidez constante de 2.0 m/s? b) ¿Qué potencia (expresada en hp) debe tener un motor para realizar esta tarea?

51. Tres trabajadores levantan un piano de 3.50 kN con rapidez constante hasta un departamento a 25.0 m arriba de la calle utilizando un sistema de polea sujeto al techo del edificio. Cada trabajador puede suministrar 165 W de potencia y el sistema de polea es 75% eficiente (de manera que 25% de la energía mecánica se pierde debido a la fricción en la polea). Ignorando la masa de la polea, encuentre el tiempo requerido para subir el piano desde la calle al departamento.

52. BIO Mientras corre, una persona disipa aproximadamente 0.60 J de energía mecánica por paso por kilogramo de masa corporal. Si una persona de 60 kg desarrolla una potencia de 70 W durante una carrera, ¿qué tan rápido corre? (Suponga que un paso de carrera tiene una longitud de 1.5 m).

53. El motor eléctrico de un modelo de tren a escala acelera el tren del reposo a 0.620 m/s en 21.0 ms. La masa total del tren es de 875 g. Determine la potencia promedio suministrada al tren durante su aceleración.

54. Cuando un automóvil se mueve con rapidez constante por una carretera, la mayor parte de la potencia gene-

rada por el motor se utiliza para compensar la energía mecánica perdida debido a las fuerzas friccionales que el aire y el camino ejercen sobre el automóvil. Si la potencia que genera un motor es de 175 hp, estime la fuerza friccional total que actúa sobre el automóvil cuando se mueve con una rapidez de 29 m/s. Un caballo de fuerza es igual a 746 W.

55. Un automóvil de modelo clásico acelera desde 0 hasta una rapidez v en 10 s. Un automóvil deportivo reciente y más poderoso con la misma masa acelera de 0 a $2v$ en el mismo periodo. Suponiendo que la energía que proviene del motor aparece solo como energía cinética de los automóviles, compare la potencia de los dos automóviles.

56. Cierta nube de lluvia a una altitud de 1.75 km contiene 3.20×10^7 kg de vapor de agua. ¿Cuánto tiempo le tomaría a una bomba de 2.70 kW subir la misma cantidad de agua de la superficie de la Tierra a la posición de la nube?

57. Un automóvil de 1.50×10^3 kg parte del reposo y acelera uniformemente a 18.0 m/s en 12.0 s. Suponga que la resistencia del aire permanece constante en 400 N durante este tiempo. Encuentre a) la potencia promedio desarrollada por el motor y b) la salida de potencia instantánea del motor en $t = 12.0$ s, justo antes de que el automóvil deja de acelerar.

58. Un elevador de 650 kg parte del reposo y se mueve hacia arriba durante 3.00 s con una aceleración constante hasta que alcanza su velocidad de crucero, 1.75 m/s. a) ¿Cuál es la potencia promedio del motor del elevador durante este periodo? b) ¿Cuál es la diferencia entre esta cantidad de potencia y la potencia durante un viaje hacia arriba con rapidez constante?

5.7 Trabajo realizado por una fuerza variable

59. M La fuerza que actúa sobre una partícula varía como en la figura P5.59. Encuentre el trabajo realizado por la fuerza cuando la partícula se mueve a) de $x = 0$ a $x = 8.00$ m, b) de $x = 8.00$ m a $x = 10.0$ m y c) de $x = 0$ a $x = 10.0$ m.

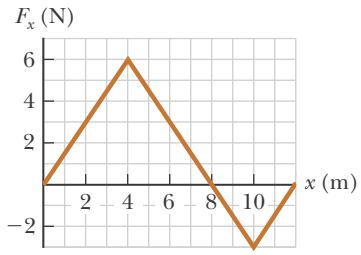


Figura P5.59

60. Un objeto con masa de 3.00 kg está sujeto a una fuerza F_x que varía con una posición que se muestra en la figura P5.60. Determine el trabajo realizado por la fuerza sobre el objeto cuando se mueve a) de $x = 0$ a $x = 5.00$ m, b) de $x = 5.00$ m a $x = 10.0$ m y c) de $x = 10.0$ m a $x = 15.0$ m. d) Si el objeto tiene una rapidez de 0.500 m/s en $x = 0$, encuentre su rapidez en $x = 5.00$ m y en $x = 15.0$ m.

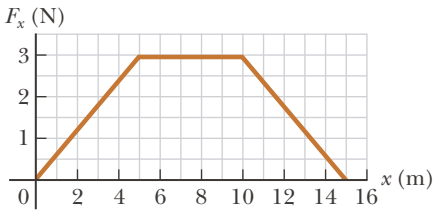


Figura P5.60

61. La fuerza que actúa sobre un objeto está dada por $F_x = (8x - 16)$ N, donde x está en metros. a) Trace una gráfica de esta fuerza en función de x de $x = 0$ a $x = 3.00$ m. b) De su gráfica, obtenga el trabajo neto realizado por la fuerza cuando el objeto se mueve de $x = 0$ a $x = 3.00$ m.

Problemas adicionales

62. Un jardinero lanza una pelota de béisbol de 0.150 kg con una rapidez de 40.0 m/s y un ángulo inicial de 30.0°. ¿Cuál es la energía cinética de la pelota en el punto más alto de su movimiento?

63. Una persona que pesa 700 N, hace una dominada, únicamente con los brazos. Durante los primeros 25.0 cm del levantamiento, cada brazo ejerce una fuerza hacia arriba de 355 N sobre el torso. Si el movimiento hacia arriba parte del reposo, ¿cuál es la velocidad de la persona en ese punto?

64. S Un niño parte del reposo y se desliza por un tobogán sin fricción como en la figura P5.64. La parte inferior de la pista está a una altura h arriba del suelo. Luego el niño sale de la pista de manera horizontal, golpeando el suelo a una distancia d como se muestra. Utilizando métodos de energía, determine la altura inicial H del niño en términos de h y d.

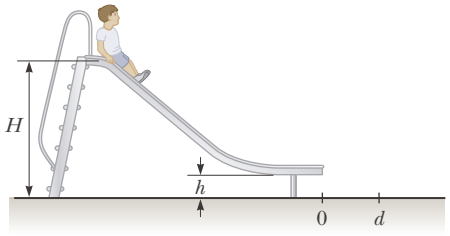


Figura P5.64

65. Un carro de una montaña rusa de masa 1.50×10^3 kg está inicialmente en la cima de una subida en el punto Ⓐ. Luego se mueve 35.0 m a un ángulo de 50.0° debajo de la horizontal hasta un punto más abajo Ⓑ. a) Determine la energía potencial del sistema cuando el coche está en los puntos Ⓐ y Ⓑ y el cambio en la energía potencial cuando el carro se mueve del punto Ⓐ al punto Ⓑ, suponiendo que $y = 0$ en el punto Ⓑ. b) Repita el inciso a), esta vez eligiendo $y = 0$ en el punto Ⓒ, el cual está 15.0 m abajo de la misma pendiente a partir del punto Ⓑ.

66. Una bola de masa m = 1.80 kg se libera del reposo a un altura h = 65.0 cm arriba de un resorte vertical ligero de fuerza constante k como en la figura P5.66a. La bola golpea la parte superior del resorte y lo comprime una distancia d = 9.00 cm como en la figura P5.66b. Desprecie

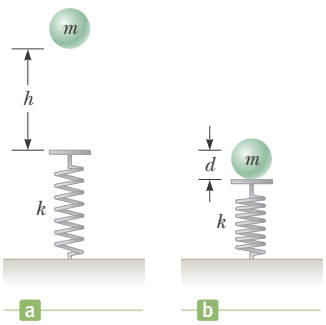


Figura P5.66

cualesquiera pérdidas de energía durante el choque, encuentre a) la rapidez de la bola justo cuando toca el resorte y b) la fuerza constante del resorte.

67. Un arquero jala el cordel de su arco hacia atrás 0.400 m ejerciendo una fuerza que aumenta de manera uniforme de cero a 230 N. a) ¿Cuál es la constante de resorte equivalente del arco? b) ¿Cuánto trabajo realiza el arquero al jalar el cordel?

68. Un bloque con masa de 12.0 kg se desliza del reposo por un plano inclinado sin fricción a 35.0° y lo detiene un resorte fuerte con $k = 3.00 \times 10^4$ N/m. El bloque se desliza 3.00 m desde el punto de liberación hasta el punto donde llega al reposo contra el resorte. Cuando el bloque llega al reposo, ¿cuánto se ha comprimido el resorte?

69. BIO a) Un hombre de 75.0 kg sale por una ventana y cae (del reposo) 1.0 m a una acera. ¿Cuál es su rapidez justo antes de que sus pies golpeen el pavimento? b) Si el hombre cae con sus rodillas y tobillos bloqueados, el único colchón para su caída es un asentamiento de aproximadamente 0.50 cm en las plantas de sus pies. Calcule la fuerza promedio que el suelo ejerce sobre él durante estos 0.50 cm de recorrido. Esta fuerza promedio es suficiente para dañar un cartílago en las articulaciones o romper huesos.

70. Una pistola de juguete utiliza un resorte para proyectar de manera horizontal una esfera de 5.3 g de caucho suave. La constante del resorte es 8.0 N/m, el barril de la pistola tiene una longitud de 15 cm y existe una fuerza friccional constante de 0.032 N entre el barril y el proyectil. ¿Con qué rapidez sale el proyectil del barril si el resorte se comprimió 5.0 cm para este lanzamiento?

71. Dos objetos ($m_1 = 5.00$ kg y $m_2 = 3.00$ kg) están unidos por un resorte delgado que pasa sobre una polea ligera sin fricción, como en la figura P5.71. El objeto de 5.00 kg se libera del reposo en un punto $h = 4.00$ m encima de la mesa. a) Determine la rapidez de cada objeto cuando uno pasa al otro. b) Determine la rapidez de cada objeto en el momento en que el de 5.00 kg golpea la mesa. c) ¿Cuánto más alto viaja el objeto de 3.00 kg después que el de 5.00 kg golpea la mesa?

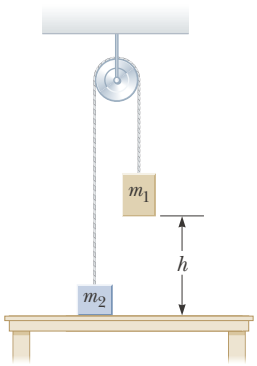


Figura P5.71

72. BIO En una biopsia con una aguja hueca se extrae de un paciente una tira angosta de tejido. En lugar de empujarla con la mano, para asegurar una entrada limpia se puede disparar la aguja hacia el cuerpo del paciente con un resorte. Suponga que la aguja tiene una masa de 5.60 g, que el resorte ligero tiene una fuerza constante de 375 N/m y que el resorte se comprime originalmente a 8.10 cm para proyectar la aguja de manera horizontal sin fricción. Después la punta de la aguja se mueve a través de 2.40 cm de piel y tejido suave, el cual ejerce una fuerza resistiva de 7.60 N sobre ella. Luego, la aguja corta 3.50 cm de un órgano, que ejerce una fuerza hacia atrás de 9.20 N sobre ella. Encuentre a) la rapidez máxima de la aguja y b) la rapidez a la cual una brida sobre el extremo posterior de la aguja choca y se detiene, calibrada para limitar la penetración a 5.90 cm.

73. Una partícula de 2.00×10^2 g se libera del reposo en el punto A en el interior de un tazón esférico liso de radio $R = 30.0$ cm (figura P5.73). Calcule a) su energía potencial gravitacional en A en relación con B, b) su energía cinética en B, c) su rapidez en B, d) su energía potencial en C en relación con B y e) su energía cinética en C.

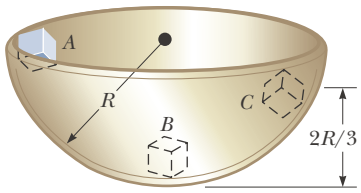


Figura P5.73 Problemas 73 y 74.

74. Q|C La partícula descrita en el problema 73 (figura P5.73) se libera del punto A en reposo. Su rapidez en B es 1.50 m/s. a) ¿Cuál es la energía cinética en B? b) ¿Cuánta energía mecánica se pierde como resultado de la fricción cuando la partícula va de A a B? c) ¿Es posible determinar μ a partir de estos resultados en una forma simple? Explique.

75. Un resorte ligero con constante de resorte de 1.20×10^3 N/m cuelga de un soporte elevado. De su extremo inferior cuelga un segundo resorte ligero, el cual tiene una constante de resorte de 1.80×10^3 N/m. Un objeto de 1.50 kg cuelga en reposo del extremo inferior del segundo resorte. a) Determine la distancia de la extensión total del par de resortes. b) Encuentre la constante de resorte efectiva del par de resortes como un sistema. Estos resortes se describen como configurados *en serie*. *Sugerencia:* Considere las fuerzas sobre cada resorte por separado.

76. S *Versión simbólica del problema 75* Un resorte ligero con constante de resorte k_1 cuelga de un soporte elevado. De su extremo inferior cuelga un segundo resorte ligero, el cual tiene una constante de resorte k_2. Un objeto de masa m cuelga en reposo del otro extremo del segundo resorte. a) Determine la distancia de la extensión total x del par de resortes en términos de los dos desplazamientos x_1 y x_2. b) Encuentre la constante de resorte efectiva del par de resortes como un sistema. Describimos estos resortes como configurados *en serie*.

77. BIO En términos de ahorro de energía, andar en bicicleta y caminar son medios de transporte mucho más eficientes que viajar en automóvil. Por ejemplo, cuando se desplaza a 10.0 mi/h, un ciclista utiliza la energía de los alimentos a una razón de aproximadamente 400 kcal/h más de lo que consumiría si simplemente estuviera sin moverse. (En la práctica de la fisiología, la potencia con frecuencia se mide en kcal/h en lugar de watts. En este caso, 1 kcal = 1 caloría de nutriólogo = 4186 J). Caminar a 3.00 mi/h requiere unas 220 kcal/h. Es interesante comparar estos valores con el

consumo energético requerido para viajar en automóvil. La gasolina produce aproximadamente 1.30×10^8 J/gal. Encuentre la economía en combustible en millas equivalentes por galón para una persona a) caminando y b) en bicicleta.

78. BIO De manera convencional la energía se mide en calorías así como en joules. Una caloría en nutrición es 1 kilocaloría, que se define en el capítulo 11 como 1 kcal = 4186 J. Metabolizar 1 gramo de grasa puede liberar 9.00 kcal. Una estudiante decide intentar perder peso con ejercicio. Planea subir y bajar las escaleras de un estadio de fútbol, tan rápido como pueda y tantas veces como sea necesario. ¿Esto es en sí mismo una forma práctica de perder peso? Para evaluar el programa, suponga que ella sube un tramo de 80 escalones, cada uno de 0.150 m de altura, en 65.0 s. Por simplicidad, ignore la energía que utiliza al bajar (que es pequeña). Suponga que una eficiencia común para los músculos humanos es 20.0%. Esto significa que cuando su cuerpo convierte 100 J al metabolizar grasa, 20 J realizan trabajo mecánico (en este caso, subir escaleras). El resto pasa como energía interna. Suponga que la masa de la estudiante es 50.0 kg. a) ¿Cuántas veces debe correr el tramo de escalones para perder 1 libra de grasa? b) ¿Cuál es su potencia de salida promedio, en watts y en caballos de fuerza, cuando corre hacia arriba por los escalones?

79. Un saltador con esquíes parte del reposo a 50.0 m arriba del suelo sobre una pista sin fricción y vuela fuera de la pista con un ángulo de 45.0° sobre la horizontal y a una altura de 10.0 m sobre el suelo. Ignore la resistencia del aire. a) ¿Cuál es su rapidez cuando deja la pista? b) ¿Cuál es la altitud máxima que alcanza después de dejar la pista? c) ¿Dónde aterriza en relación con el final de la pista?

80. Un bloque de 50.0 kg se empuja 3.0 m hacia arriba por una pared vertical con rapidez constante y una fuerza constante de magnitud F aplicada en un ángulo de $\theta = 30°$, como se muestra en la figura P5.80. Si el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la pared es de 0.30, determine el trabajo realizado por a) $\vec{\mathbf{F}}$, b) la fuerza de gravedad y c) la fuerza normal entre el bloque y la pared. d) ¿Cuánto aumenta la energía potencial gravitacional durante el movimiento del bloque?

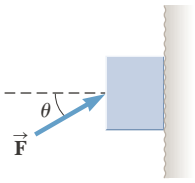


Figura P5.80

81. El juguete saltador de un niño (figura P5.81) almacena energía en un resorte ($k = 2.50 \times 10^4$ N/m). En la posición Ⓐ ($x_1 = -0.100$ m), la compresión del resorte es un máximo y el niño por el momento está en reposo. En la posición Ⓑ ($x = 0$), el resorte se relaja y el niño se mueve hacia arriba. En la posición Ⓒ, el niño de nuevo está momentáneamente en reposo en la parte superior del salto. Suponiendo que la masa combinada del niño y el saltador es de 25.0 kg, a) calcule la energía total del sistema si las dos energías potenciales son cero en $x = 0$, b) determine x_2, c) calcule la rapidez del niño en $x = 0$, d) determine el valor de x para el cual la energía cinética del sistema es un máximo y e) obtenga la rapidez hacia arriba máxima del niño.

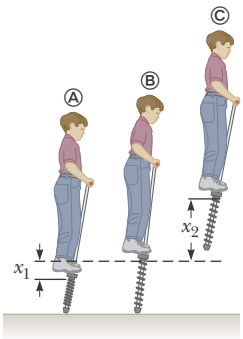


Figura P5.81

82. BIO Un colibrí puede suspenderse en el aire ya que cuando sus alas bajan, ejercen una fuerza hacia abajo sobre el aire. La tercera ley de Newton nos dice que el aire ejerce una fuerza igual y opuesta (hacia arriba) sobre las alas. El promedio de esta fuerza debe ser igual al peso del ave cuando está suspendida en el aire. Si las alas se mueven una distancia de 3.5 cm con cada recorrido y las alas se baten 80 veces por segundo, determine el trabajo realizado por las alas sobre el aire en 1 m si la masa del colibrí es de 3.0 g.

83. En el peligroso "deporte" de salto de bungee, un atrevido estudiante salta de un globo de aire caliente con una cuerda elástica especialmente diseñada atada a la cintura. La longitud sin estirar de la cuerda es de 25.0 m, el estudiante pesa 700 N y el globo está a 36.0 m arriba de la superficie de un río. Calcule la fuerza constante requerida de la cuerda si el estudiante debe detenerse con seguridad a 4.00 m encima del río.

84. Q|C Las masas de la jabalina, el disco y la bala son 0.80, 2.0 y 7.2 kg, respectivamente, y los lanzamientos récord en los eventos de pista correspondientes son aproximadamente de 98, 74 y 23 m, respectivamente. Ignorando la resistencia del aire, a) calcule las energías cinéticas iniciales mínimas que producirían estos lanzamientos y b) estime la fuerza promedio ejercida sobre cada objeto durante el lanzamiento, suponiendo que la fuerza actúa sobre una distancia de 2.0 m. c) ¿Sugieren sus resultados que la resistencia del aire es un factor importante?

85. Un camión sube una colina con velocidad constante en una carretera con una pendiente de 7.0°. Un paquete de 50.0 kg se encuentra en la plataforma del camión y no se desliza, debido a una fuerza de fricción estática. Durante un intervalo en el cual el camión recorre 340 m, a) ¿cuál es el trabajo neto realizado sobre el paquete? ¿Cuál es el trabajo realizado sobre el paquete por b) la fuerza de gravedad, c) la fuerza normal y d) la fuerza de fricción?

86. Una persona atrevida desea saltar el bungee desde un globo de aire caliente a 65.0 m de altura y a la mitad de un carnaval. Usará una pieza de cuerda elástica uniforme atada a un arnés alrededor de su cuerpo para detener su caída en un punto a 10.0 m arriba del suelo. Modele su cuerpo como una partícula y la cuerda como si tuviera masa despreciable y una fuerza de tensión descrita por la ley de Hooke. En una prueba preliminar, colgando en reposo desde una longitud de 5.00 m de la cuerda, el saltador determina que su peso corporal la estira 1.50 m. Él se lanzará del reposo en el punto donde el extremo superior de la sección más larga de la cuerda está atada al globo estacionario.

a) ¿Qué longitud de cuerda debe emplear? b) ¿Qué aceleración máxima experimentará?

87. M Una carreta cargada de mineral tiene una masa de 950 kg y rueda sobre rieles con fricción despreciable. Parte del reposo y es arrastrado por el conducto de una mina por un cable conectado a un malacate. El conducto está inclinado 30.0° arriba de la horizontal. La carreta acelera de forma uniforme con una rapidez de 2.20 m/s en 12.0 s y luego continúa con rapidez constante. a) ¿Qué potencia debe suministrar el motor del malacate cuando la carreta se mueve con rapidez constante? b) ¿Qué potencia máxima debe suministrar el motor? c) ¿Qué energía total se transfiere hacia afuera del motor por trabajo para el tiempo que la carreta se mueve afuera del extremo de la pista, la cual tiene una longitud de 1 250 m?

88. S Un objeto de masa m está suspendido de una cuerda de longitud L en la parte superior de un soporte que se encuentra en la plataforma de una camioneta, como se muestra en la figura P5.88a. La camioneta y el objeto al inicio se mueven hacia la derecha con una rapidez constante v_0. La camioneta llega al reposo después de chocar y pegarse a un parachoques, como en la figura P5.88b, y el objeto suspendido oscila con un ángulo θ. a) Demuestre que la rapidez inicial es $v_0 = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta)}$. b) Si $L = 1.20$ m y $\theta = 35.0°$, encuentre la rapidez inicial de la camioneta. (*Sugerencia:* la fuerza ejercida por la cuerda sobre el objeto no realiza trabajo sobre él).

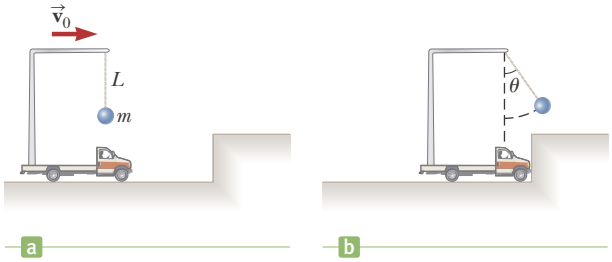


Figura P5.88

89. Tres objetos con masas $m_1 = 5.0$ kg, $m_2 = 10$ kg y $m_3 = 15$ kg, respectivamente, están unidos por resortes sobre poleas sin fricción como se indica en la figura P5.89. La superficie horizontal ejerce una fuerza de fricción de 30 N sobre m_2. Si el sistema se libera del reposo, utilice conceptos de energía para determinar la rapidez de m_3 después de que se mueve hacia abajo 4.0 m.

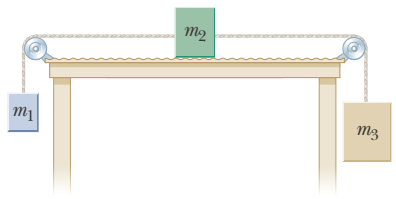


Figura P5.89

90. Un resorte ligero con fuerza constante de 3.85 N/m se comprime 8.00 cm cuando se mantiene entre un bloque de 0.250 kg a la izquierda y un bloque de 0.500 kg a la derecha, los dos en reposo sobre una superficie horizontal. El resorte ejerce una fuerza sobre cada bloque, que tiende a separarlos. Los bloques se liberan de forma simultánea del reposo. Encuentre la aceleración con la que cada bloque empieza a moverse, dado que el coeficiente de fricción cinética entre cada bloque y la superficie es a) 0, b) 0.100 y c) 0.462.

91. BIO Al practicar ciclismo como ejercicio aeróbico una mujer quiere que su ritmo cardiaco se encuentre entre 136 y 166 latidos por minuto. Suponga que su ritmo cardiaco es directamente proporcional a su salida de potencia mecánica. Ignore todas las fuerzas sobre el sistema mujer más bicicleta, excepto por la fricción estática hacia adelante sobre la rueda motriz de la bicicleta y una fuerza de resistencia del aire proporcional al cuadrado de la rapidez de la ciclista. Cuando su rapidez es 22.0 km/h, su ritmo cardiaco es 90.0 latidos por minuto. ¿En qué intervalo debe estar su rapidez de manera que su ritmo cardiaco esté en el intervalo que ella quiere?

92. Dos bloques, A y B (con masa de 50 y 100 kg, respectivamente), están unidos con una cuerda, como se muestra en la figura P5.92. La polea no tiene fricción y su masa es insignificante. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque A y el plano inclinado es $\mu_k = 0.25$. Determine el cambio en la energía cinética del bloque A cuando se mueve de Ⓒ a Ⓓ, una distancia de 20 m hacia arriba del plano inclinado (y el bloque B cae hacia abajo una distancia de 20 m) si el sistema parte del reposo.

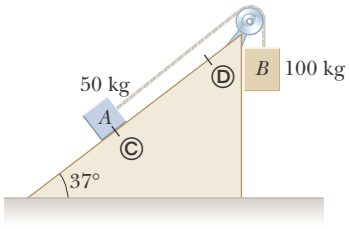


Figura P5.92

Los cohetes como el *Falcon 9* transforman una gran parte de su masa inicial en gas caliente por medio de reacciones químicas. Las moléculas energéticas del gas chocan con las paredes de la cámara de reacción, transfiriendo una cantidad de movimiento al resto del cohete antes de salir por la tobera de escape.

NASA/Tony Gray and Robert Murray

6 Cantidad de movimiento y choques

6.1 Cantidad de movimiento e impulso

6.2 Conservación de la cantidad de movimiento

6.3 Choques

6.4 Choques oblicuos

6.5 Propulsión de cohetes

¿Qué sucede cuando dos automóviles chocan? ¿Cómo afecta el impacto al movimiento de cada vehículo y qué principios básicos determinan la probabilidad de que alguien resulte lesionado de gravedad? ¿Cómo funcionan los cohetes y qué mecanismos se pueden usar para superar las limitaciones impuestas por la rapidez de escape? ¿Por qué tenemos que prepararnos cuando disparamos proyectiles pequeños con alta velocidad? Por último, ¿cómo podemos utilizar la física para mejorar nuestra destreza en el juego de golf?

Para responder estas preguntas se presenta la *cantidad de movimiento*. De forma intuitiva, será difícil detener a alguien o algo que tiene mucha cantidad de movimiento. En la política, el término es metafórico. En el sentido físico, entre más cantidad de movimiento tenga un objeto, más fuerza es preciso aplicar para detenerlo en un tiempo dado. Este concepto conduce a uno de los principios más poderosos en la física: la *conservación de la cantidad de movimiento*. Aplicando esta ley se pueden resolver problemas complejos de choques sin saber mucho acerca de las fuerzas que intervinen en el contacto. También podremos deducir información acerca de la fuerza promedio proporcionada en un impacto. Con la conservación de la cantidad de movimiento, tendremos una mayor comprensión de cuáles elecciones tomar al diseñar un automóvil o un cohete que vaya a la Luna, o cuando se dé dirección a una pelota de golf que esté sobre su soporte.

6.1 Cantidad de movimiento e impulso

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir cantidad de movimiento e impulso y enunciar el teorema de impulso y cantidad de movimiento.
2. Aplicar el teorema de impulso y cantidad de movimiento para encontrar las estimaciones de las fuerzas promedio durante los choques.

En física, la cantidad de movimiento tiene una definición precisa. Un brontosaurio que se mueve lentamente tiene una gran cantidad de movimiento, pero también lo tiene un pequeño perdigón de plomo caliente que sale de la boca del cañón de un rifle. Por lo tanto, se espera que la cantidad de movimiento dependa de la masa de un objeto y de su velocidad.

◀ Cantidad de movimiento lineal

La cantidad de movimiento lineal $\vec{\mathbf{p}}$ de un objeto de masa m que se mueve con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ es el producto de su masa por su velocidad:

$$\vec{\mathbf{p}} \equiv m\vec{\mathbf{v}} \qquad [6.1]$$

Unidad SI: kilogramo-metro por segundo (kg · m/s)

Al duplicar la masa o bien la velocidad de un objeto, su cantidad de movimiento se duplica; al duplicar las dos cantidades, su cantidad de movimiento se cuadruplica. La cantidad de movimiento es una cantidad vectorial con la misma dirección que la velocidad del objeto. Sus componentes se dan en dos dimensiones por

$$p_x = mv_x \qquad p_y = mv_y$$

donde p_x es la cantidad de movimiento del objeto en la dirección x y p_y es su cantidad de movimiento en la dirección y.

La magnitud de la cantidad de movimiento p de un objeto de masa m se puede relacionar con su energía cinética EC:

$$EC = \frac{p^2}{2m} \qquad [6.2]$$

Esta relación se puede demostrar con facilidad usando las definiciones de energía cinética y cantidad de movimiento (consulte el problema 6) y es válida para los objetos que viajan con una rapidez mucho menor que la de la luz. La ecuación 6.2 es útil para captar la interacción entre los dos conceptos, como se ilustra en el cuestionario rápido 6.1.

Cuestionario rápido

6.1 Dos masas m_1 y m_2, con $m_1 < m_2$, tienen igual energía cinética. ¿Cuál es la diferencia entre sus cantidades de movimiento? a) No se da suficiente información. b) $p_1 < p_2$; c) $p_1 = p_2$; d) $p_1 > p_2$.

El cambio en la cantidad de movimiento de un objeto requiere la aplicación de una fuerza. De hecho, así es como Newton originalmente enunció su segunda ley del movimiento. Partiendo de la versión más común de la segunda ley, tenemos

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{neto}} = m\vec{\mathbf{a}} = m\frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{\mathbf{v}})}{\Delta t}$$

donde la masa m y las fuerzas se suponen constantes. La cantidad entre paréntesis es solo la cantidad de movimiento, por lo que tenemos el resultado siguiente:

El cambio en la cantidad de movimiento de un objeto $\Delta\vec{\mathbf{p}}$ dividido entre el tiempo transcurrido Δt es igual a la fuerza neta constante $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}}$ que actúa sobre el objeto:

$$\frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t} = \frac{\text{cambio en la cantidad de movimiento}}{\text{intervalo de tiempo}} = \vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} \qquad [6.3]$$

◀ Segunda ley de Newton y cantidad de movimiento

Esta ecuación también es válida cuando las fuerzas no son constantes, a condición de que el límite se tome cuando Δt se vuelva infinitesimalmente pequeña. La ecuación 6.3 indica que, si la fuerza neta sobre un objeto es cero, la cantidad de movimiento del objeto no cambia. En otras palabras, la cantidad de movimiento lineal de un objeto se conserva cuando $\vec{\mathbf{F}}_{\text{neta}} = 0$. La ecuación 6.3 también muestra que cam-

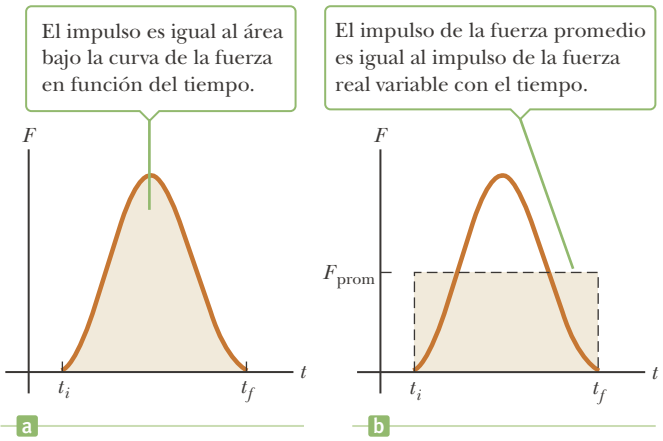


Figura 6.1 a) Una fuerza neta que actúa sobre una partícula puede variar en el tiempo. b) El valor de la fuerza constante F_{prom} (línea horizontal discontinua) se elige tal que el área del rectángulo $F_{prom}\Delta t$ sea la misma que el área bajo la curva en a).

biar la cantidad de movimiento de un objeto requiere la aplicación continua de una fuerza sobre un periodo Δt, lo que conduce a la definición de *impulso*:

Si una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ actúa sobre un objeto, el **impulso** $\vec{\mathbf{I}}$ suministrado al objeto sobre un intervalo de tiempo Δt está dado por

$$\vec{\mathbf{I}} \equiv \vec{\mathbf{F}}\,\Delta t \qquad [6.4]$$

Unidad SI: kilogramo-metro por segundo (kg · m/s)

El impulso es una cantidad vectorial con la misma dirección que la fuerza constante que actúa sobre el objeto. Cuando una sola fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ actúa sobre un objeto, la ecuación 6.3 se puede escribir como

Teorema del impulso y de la cantidad de movimiento ▶

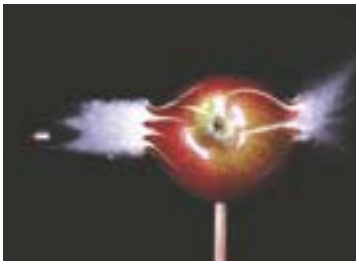
$$\vec{\mathbf{I}} = \vec{\mathbf{F}}\Delta t = \Delta\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}_f - m\vec{\mathbf{v}}_i \qquad [6.5]$$

la cual es un caso especial del **teorema del impulso y la cantidad de movimiento**. La ecuación 6.5 muestra que **el impulso de la fuerza que actúa sobre un objeto es igual al cambio en la cantidad de movimiento de ese objeto**. Esa igualdad es cierta incluso si la fuerza no es constante, siempre que el intervalo de tiempo Δt se tome arbitrariamente pequeño (la demostración del caso general requiere conceptos del cálculo).

En las situaciones de la vida real, la fuerza sobre un objeto rara vez es constante. Por ejemplo, cuando un bate golpea una pelota de béisbol, la fuerza se incrementa muy rápido, alcanza algún valor máximo y luego disminuye igual de rápido. En la figura 6.1a se muestra una gráfica común de la fuerza en función del tiempo para esos incidentes. La fuerza empieza pequeña cuando el bate entra en contacto con la pelota, aumenta hasta un valor máximo cuando están en contacto muy firme y luego disminuye cuando la pelota deja el bate. A fin de analizar esta interacción un tanto compleja, es útil definir una **fuerza promedio** $\vec{\mathbf{F}}_{prom}$ que se muestra como la línea discontinua en la figura 6.1b. La fuerza promedio es la fuerza constante que proporciona el mismo impulso al objeto en el intervalo de tiempo Δt que la fuerza real que varía con el tiempo. Entonces podemos escribir el teorema del impulso y de la cantidad de movimiento como

$$\vec{\mathbf{F}}_{av}\,\Delta t = \Delta\vec{\mathbf{p}} \qquad [6.6]$$

La magnitud del impulso suministrado por una fuerza durante el intervalo de tiempo Δt es igual al área bajo la curva de la gráfica de la fuerza en función del tiempo como en la figura 6.1a o, de forma equivalente, a $F_{prom}\Delta t$ como se muestra en la figura 6.1b. El choque entre una bala y una manzana se ilustra en la figura 6.2.



Ted Kinsman/Photo Researchers, Inc.

Figura 6.2 Manzana atravesada por una bala calibre 30 que viaja a una rapidez supersónica de 900 m/s. Este choque se fotografió con un estroboscopio con microflash usando un tiempo de exposición de 0.33 μs. Poco después de tomar la fotografía, la manzana se desintegró por completo. Observe que los puntos de entrada y salida de la bala son visualmente explosivos.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 6.1 Boxeo y lesiones cerebrales BIO

Los boxeadores en el siglo XIX peleaban con los puños desnudos. En el boxeo moderno, usan guantes acolchados. ¿Cómo protegen los guantes el cerebro de un boxeador de una lesión cerebral? Además, ¿por qué los boxeadores con frecuencia "absorben el golpe"?

EXPLICACIÓN El cerebro está inmerso en un fluido amortiguador dentro del cráneo. Si un puño desnudo golpea la cabeza de repente, el cráneo se acelera rápidamente. El cerebro iguala esta aceleración solo debido a la fuerza impulsiva grande ejercida por el cráneo sobre el cerebro. Esta fuerza

grande y repentina (F_{prom} grande y Δt pequeña) puede causar una lesión cerebral severa. Los guantes acolchados extienden el tiempo Δt sobre el cual se aplica la fuerza a la cabeza. Para un impulso dado $F_{prom}\Delta t$, un guante resulta en un intervalo de tiempo mayor que un puño desnudo, disminuyendo la fuerza promedio. Dado que la fuerza promedio disminuye, la aceleración del cráneo disminuye, reduciendo (no eliminando) la posibilidad de daño cerebral. Se puede usar el mismo argumento en relación con "absorber el golpe": si la cabeza se mantiene firme mientras recibe un golpe, el intervalo de tiempo sobre el cual se aplica la fuerza es relativamente breve y la fuerza promedio es grande. Si se permite que la cabeza se mueva en la misma dirección que el golpe, el intervalo de tiempo se extiende y se reduce la fuerza promedio. ■

■ EJEMPLO 6.1 Golpear una pelota de golf de su soporte

OBJETIVO Usar el teorema del impulso y de la cantidad de movimiento para estimar la fuerza promedio ejercida durante un impacto.

PROBLEMA Una pelota de golf con masa de 5.0×10^{-2} kg se golpea con un palo como en la figura 6.3. La fuerza sobre la pelota varía desde cero cuando se hace el contacto, hasta un valor máximo (cuando la deformación de la pelota es máxima) y luego de regreso a cero cuando la pelota sale del palo, como en la gráfica de la fuerza en función del tiempo en la figura 6.1. Suponga que la pelota deja la cara del palo con una velocidad de 44 m/s. **a)** Encuentre la magnitud del impulso debido al choque. **b)** Estime la duración del choque y la fuerza promedio que actúa sobre la pelota.

Ted Kinsman/Photo Researchers, Inc.

Figura 6.3 (Ejemplo 6.1) Durante el impacto la cabeza del palo momentáneamente aplana el lado de la pelota de golf.

ESTRATEGIA En el inciso a) use el hecho de que el impulso es igual al cambio en la cantidad de movimiento. La masa y las velocidades inicial y final se conocen, por lo que este cambio se puede calcular. En el inciso b), la fuerza promedio es solo el cambio en la cantidad de movimiento calculado en el inciso a) dividido entre una estimación de la duración de la colisión. Estime la distancia que la pelota viaja sobre la cara del palo (casi 2.0 cm, aproximadamente lo mismo que el radio de la pelota). Divida esta distancia entre la velocidad promedio (la mitad de la velocidad final) para obtener una estimación del tiempo de contacto.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el impulso suministrado a la pelota.

El problema en esencia es unidimensional. Observe que $v_i = 0$ y calcule el cambio en la cantidad de movimiento, que es igual al impulso:

$$I = \Delta p = p_f - p_i = (5.0 \times 10^{-2}\ \text{kg})(44\ \text{m/s}) - 0 = 2.2\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

b) Estime la duración del choque y la fuerza promedio que actúa sobre la pelota.

Calcule el intervalo de tiempo del choque, Δt, utilizando el desplazamiento aproximado (el radio de la pelota) y su rapidez promedio (la mitad de la rapidez máxima):

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{av}} = \frac{2.0 \times 10^{-2}\ \text{m}}{22\ \text{m/s}} = 9.1 \times 10^{-4}\ \text{s}$$

Determine la fuerza promedio a partir de la ecuación 6.6:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2.2\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{9.1 \times 10^{-4}\ \text{s}} = 2.4 \times 10^{3}\ \text{N}$$

COMENTARIOS Esta estimación muestra qué tan grandes pueden ser esas fuerzas de contacto. Un buen golfista logra una transferencia de cantidad de movimiento máxima desplazando peso del pie trasero al pie frontal, transmitiendo la cantidad de movimiento a través del cuerpo y la cabeza del palo. Esta sincronización, que comprende un movimiento corto de las caderas, es más eficaz que un golpe impulsado solo por los brazos y los hombros. La continuación del giro asegura que el movimiento no se aminore en el instante crucial del impacto.

PREGUNTA 6.1 ¿Qué rapidez promedio del palo duplicaría la fuerza promedio? (Suponga que la velocidad final no cambia.)

EJERCICIO 6.1 Una pelota de béisbol de 0.150 g, lanzada con una rapidez de 40.0 m/s, se batea directo de regreso al lanzador con una rapidez de 50.0 m/s. a) ¿Cuál es la magnitud del impulso proporcionado por el bate a la pelota? b) Encuentre la magnitud de la fuerza promedio ejercida por el bate sobre la pelota si los dos están en contacto durante 2.00×10^{-3} s.

RESPUESTAS a) 13.5 kg · m/s; b) 6.75 kN

EJEMPLO 6.2 ¿Qué tan buenos son los parachoques?

OBJETIVO Determinar un impulso y estimar una fuerza en el choque de un objeto en movimiento con un objeto estacionario.

PROBLEMA En una prueba de impacto, un automóvil con una masa de 1.50×10^3 kg choca contra una pared y rebota como en la figura 6.4a. Las velocidades inicial y final del automóvil son $v_i = -15.0$ m/s y $v_f = 2.60$ m/s, respectivamente. Si el choque dura 0.150 s, encuentre **a)** el impulso suministrado al automóvil debido al choque y **b)** la magnitud y dirección de la fuerza promedio ejercida sobre el automóvil.

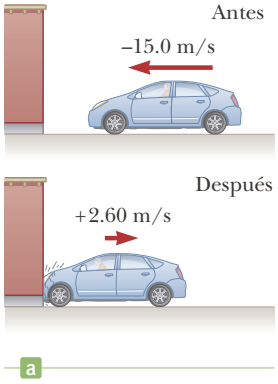


Figura 6.4 (Ejemplo 6.2) a) La cantidad de movimiento de este automóvil cambia como resultado de su choque contra la pared. b) En una prueba de impacto (un choque), gran parte de la energía cinética del automóvil se transforma en la energía que se requirió para dañar el vehículo.

ESTRATEGIA Este problema es similar al ejemplo anterior, excepto que las cantidades de los movimientos inicial y final son cero. Obtenga las cantidades de los movimientos y sustituya en el teorema del impulso y de la cantidad de movimiento, ecuación 6.6, despejando F_{prom}.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el impulso que se da al automóvil.

Calcule las cantidades de los movimientos inicial y final del automóvil:

$$p_i = mv_i = (1.50 \times 10^3 \text{ kg})(-15.0 \text{ m/s})$$
$$= -2.25 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$
$$p_f = mv_f = (1.50 \times 10^3 \text{ kg})(+2.60 \text{ m/s})$$
$$= +0.390 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

El impulso solo es la diferencia entre las cantidades de movimiento inicial y final:

$$I = p_f - p_i$$
$$= +0.390 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - (-2.25 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s})$$
$$I = 2.64 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

b) Encuentre la fuerza promedio ejercida sobre el automóvil.

Aplique la ecuación 6.6, el teorema del impulso y de la cantidad de movimiento:

$$F_{\text{prom}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2.64 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0.150 \text{ s}} = +1.76 \times 10^5 \text{ N}$$

COMENTARIOS Si el automóvil no rebota en la pared, la fuerza promedio ejercida sobre él es menor que el valor apenas calculado. Con una cantidad de movimiento final con valor cero, el automóvil experimenta un pequeño cambio en la cantidad de movimiento.

PREGUNTA 6.2 Cuando una persona tiene un accidente automotriz, ¿por qué es mayor la posibilidad de lesionarse en una colisión frente a frente que si se es golpeado por atrás? Responda usando los conceptos de la velocidad relativa, de la cantidad de movimiento y de la fuerza promedio.

EJERCICIO 6.2 Suponga que el automóvil no rebota en la pared, pero el intervalo de tiempo del choque permanece en 0.150 s. En este caso, la velocidad final del automóvil es cero. Obtenga la fuerza promedio ejercida sobre el automóvil.

RESPUESTA $+1.50 \times 10^5$ N

Lesiones en choques de automóviles

BIO APLICACIÓN
Lesiones a los pasajeros en choques de automóviles

Las lesiones principales que sufre una persona en el interior de un automóvil en un choque son daño cerebral, fractura de huesos y traumatismos en la piel, en los vasos sanguíneos y en los órganos internos. Aquí comparamos los umbrales conocidos de manera imprecisa para las lesiones humanas con fuerzas comunes y aceleraciones experimentadas en un choque de automóvil.

Una fuerza de unos 90 kN (20 000 lb) que comprima la tibia puede fracturarla. Aunque la fuerza de rompimiento varía de acuerdo con el hueso considerado, podemos tomar este valor como la fuerza umbral para la fractura. Es bien conocido que una aceleración rápida de la cabeza, incluso sin fractura de cráneo, puede ser fatal. Las estimaciones demuestran que las aceleraciones de la cabeza de $150g$ experimentadas durante unos 4 ms o de $50g$ durante 60 ms son fatales 50% de las veces. Esas lesiones de aceleración rápida con frecuencia resultan en un daño a los nervios de la espina dorsal que entran en la base

del cerebro. El umbral para el daño a la piel, los vasos sanguíneos y los órganos internos se puede estimar a partir de los datos del impacto para todo el cuerpo, donde la fuerza se distribuye de manera uniforme sobre toda el área superficial frontal de 0.7 a 0.9 m^2. Estos datos muestran que si la colisión dura menos de unos 70 ms, una persona sobrevivirá si la presión de impacto en todo el cuerpo (fuerza por unidad de área) es menor que 1.9×10^5 N/m^2 (28 lb/pulg^2). Se tiene un resultado fatal en 50% de los casos en los cuales la presión de impacto en todo el cuerpo alcanza 3.4×10^5 N/m^2 (50 lb/pulg^2).

Con base en los datos anteriores es posible estimar las fuerzas y aceleraciones en un automóvil ordinario y ver cómo los cinturones de seguridad, las bolsas de aire y los interiores acolchados pueden reducir la posibilidad de muerte o de una lesión grave en un choque. Considere una colisión común que afecta a un pasajero de 75 kg que no lleva puesto el cinturón de seguridad y que viaja a 27 m/s (60 mi/h), quien llega al reposo en aproximadamente 0.010 s después de golpear un tablero de instrumentos sin acolchar. Usando $F_{\text{prom}}\Delta t = mv_f - mv_i$, se tiene que

$$F_{\text{prom}} = \frac{mv_f - mv_i}{\Delta t} = \frac{0 - (75\text{ kg})(27\text{ m/s})}{0.010\text{ s}} = -2.0 \times 10^5\text{ N}$$

y

$$a = \left|\frac{\Delta v}{\Delta t}\right| = \frac{27\text{ m/s}}{0.010\text{ s}} = 2\,700\text{ m/s}^2 = \frac{2\,700\text{ m/s}^2}{9.8\text{ m/s}^2}\,g = 280g$$

Si se supone que el pasajero choca contra el tablero y el parabrisas de manera que la cabeza y el pecho, con un área superficial combinada de 0.5 m^2, experimentan la fuerza, se establece en todo el cuerpo una presión de

$$\frac{F_{\text{prom}}}{A} = \frac{2.0 \times 10^5\text{ N}}{0.5\text{ m}^2} \cong 4 \times 10^5\text{ N/m}^2$$

Se observa que la fuerza, la aceleración y la presión en todo el cuerpo *exceden* el umbral de fatalidad o huesos fracturados y que un choque sin protección a 60 mi/h es casi fatal.

¿Qué se puede hacer para reducir o eliminar la posibilidad de morir en un choque automovilístico? El factor más importante es el tiempo de choque, o el tiempo que le toma a la persona llegar al reposo. Si este tiempo se incrementa en 10 o 100 veces el valor de 0.01 s durante un choque severo, las posibilidades de supervivencia son mucho mayores debido que el aumento en Δt hace la fuerza de contacto 10 a 100 veces menor. Los cinturones de seguridad restringen a las personas de manera que llegan al reposo en casi la misma cantidad de tiempo del que toma detener un automóvil, por lo común 0.15 s. Esto aumenta el tiempo de choque efectivo en un orden de magnitud. En la figura 6.5 se muestra la fuerza medida sobre un vehículo en función del tiempo durante un choque automovilístico.

Las bolsas de aire también aumentan el tiempo de choque, absorben la energía del cuerpo conforme se desinflan rápidamente y dispersan la fuerza de contacto sobre un área del cuerpo de aproximadamente 0.5 m^2, evitando las heridas de penetración y las fracturas. Las bolsas de aire deben desplegarse rápidamente (en menos de 10 ms) a fin de detener a un ser humano que viaje a 27 m/s antes de que llegue al reposo contra la columna de la dirección a una distancia aproximada de 0.30 m. Para lograr este despliegue, unos acelerómetros envían una señal para descargar un banco de capacitores (dispositivos que almacenan una carga eléctrica), que entonces encienden un explosivo, y en consecuencia llenan la bolsa de aire con gas rápidamente. La carga eléctrica para la ignición se almacena en los capacitores para asegurar que la bolsa de aire se despliegue en caso de daño a la batería o al sistema eléctrico del automóvil en un choque severo.

La importante reducción en las fuerzas potencialmente fatales, las aceleraciones y la presiones hasta niveles tolerables por medio del uso simultáneo de cinturones de seguridad y bolsas de aire se resume como sigue: si una persona de 75 kg que viaja a 27 m/s es detenida por un cinturón de seguridad en 0.15 s, experimenta una fuerza promedio de 9.8 kN, una aceleración promedio de 18g y una presión en todo el cuerpo de 2.8×10^4 N/m^2 para un área de contacto de 0.5 m^2. Estos valores son casi un orden de magnitud menor que el de los valores que se han estimado antes para una persona sin protección y muy por debajo de los umbrales para las lesiones que ponen en peligro la vida.

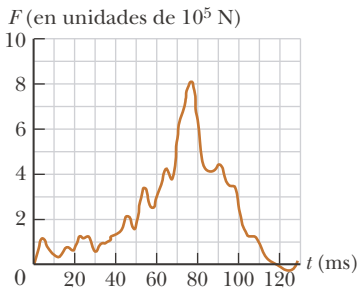


Figura 6.5 Fuerza sobre un automóvil en función del tiempo para un choque común.

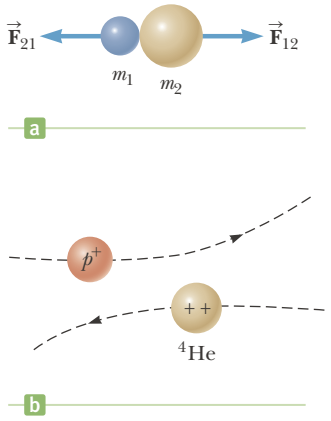


Figura 6.6 a) Choque entre dos objetos como resultado de un contacto directo. b) Choque entre dos objetos cargados (en este caso, un protón y un núcleo de helio).

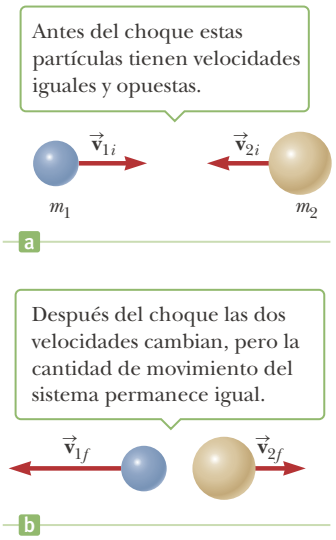


Figura 6.7 Antes y después de un choque frontal entre dos partículas. La cantidad de movimiento de cada objeto cambia durante el choque, pero la cantidad de movimiento total del sistema es constante. Observe que la magnitud del cambio de velocidad de la partícula más ligera es mayor que la de la partícula más pesada, lo cual es cierto en general.

6.2 Conservación de la cantidad de movimiento

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Obtener el principio de conservación de la cantidad de movimiento a partir del teorema del impulso y de la cantidad de movimiento y de la tercera ley de Newton.
2. Aplicar la conservación de la cantidad de movimiento al problema de retroceso.

Cuando ocurre una colisión en un sistema aislado, la cantidad de movimiento total del sistema no cambia con el paso del tiempo. En lugar de eso, permanece constante tanto en magnitud como en dirección. Las cantidades de movimiento de los objetos individuales en el sistema pueden cambiar, pero la suma vectorial de *todas* las cantidades de movimiento no variará. Por lo tanto, se dice que la cantidad de movimiento total se *conserva*. En esta sección se verá cómo las leyes del movimiento conducen a esta importante ley de conservación.

Un choque puede ser el resultado del contacto físico entre dos objetos, como se ilustra en la figura 6.6a. Este es un evento macroscópico común, como cuando un par de bolas de billar o una pelota de béisbol y un bate se golpean entre sí. En contraste, debido a que el contacto en una escala submicroscópica es difícil de definir con precisión, la noción de *choque* se debe generalizar a esa escala. Las fuerzas entre dos objetos se originan de la interacción electrostática de los electrones en sus átomos superficiales. Como se analizará en el capítulo 13, las cargas eléctricas son positivas o bien negativas. Las cargas con el mismo signo se repelen, en tanto que las cargas con signo opuesto se atraen. Para comprender la distinción entre los choques macroscópicos y microscópicos, considere el choque entre dos cargas positivas, como se muestra en la figura 6.6b. Como las dos partículas en la figura están cargadas positivamente, se repelen entre sí. Durante ese choque microscópico no es necesario que las partículas se toquen en el sentido normal a fin de interactuar y transferir una cantidad de movimiento.

En la figura 6.7 se muestra un sistema aislado de dos partículas antes y después de chocar. Por "aislado" queremos decir que en él no actúan fuerzas externas, como la fuerza gravitacional o la fricción. Antes del choque, las velocidades de las dos partículas son $\vec{\mathbf{v}}_{1i}$ y $\vec{\mathbf{v}}_{2i}$ después del choque, son $\vec{\mathbf{v}}_{1f}$ y $\vec{\mathbf{v}}_{2f}$. El teorema del impulso y de la cantidad de movimiento aplicado a m_1 se convierte en

$$\vec{\mathbf{F}}_{21}\,\Delta t = m_1\vec{\mathbf{v}}_{1f} - m_1\vec{\mathbf{v}}_{1i}$$

De igual forma, para m_2 se tiene

$$\vec{\mathbf{F}}_{12}\,\Delta t = m_2\vec{\mathbf{v}}_{2f} - m_2\vec{\mathbf{v}}_{2i}$$

donde $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ es la fuerza promedio ejercida por m_2 sobre m_1 durante el choque y $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ es la fuerza promedio ejercida por m_1 sobre m_2 durante el choque, como en la figura 6.6a.

Usamos valores promedio para $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ aunque las fuerzas reales pueden variar con el tiempo de manera complicada, como es el caso en la figura 6.8. La tercera ley de Newton establece que en todo momento estas dos fuerzas son iguales en magnitud y opuestas en dirección: $\vec{\mathbf{F}}_{21} = -\vec{\mathbf{F}}_{12}$. Además, las dos fuerzas actúan sobre el mismo intervalo de tiempo. Como resultado, se tiene

$$\vec{\mathbf{F}}_{21}\,\Delta t = -\vec{\mathbf{F}}_{12}\,\Delta t$$

o

$$m_1\vec{\mathbf{v}}_{1f} - m_1\vec{\mathbf{v}}_{1i} = -(m_2\vec{\mathbf{v}}_{2f} - m_2\vec{\mathbf{v}}_{2i})$$

después de sustituir la expresión obtenida para $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{12}$. Esta ecuación se puede reacomodar para obtener el resultado importante siguiente:

$$m_1\vec{\mathbf{v}}_{1i} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{2i} = m_1\vec{\mathbf{v}}_{1f} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{2f} \qquad [6.7]$$

Este resultado es un caso especial de la ley de la **conservación de la cantidad de movimiento** y es cierto para los sistemas aislados en los que interactúa cualquier número de objetos.

Conservación de la cantidad de movimiento ▶

Cuando no actúa una fuerza externa sobre un sistema, la cantidad de movimiento de este último permanece constante en el tiempo.

Mike Severns/Stone/Getty Images

La conservación de la cantidad de movimiento es el principio que se encuentra detrás del sistema de propulsión de un calamar. Se impulsa así mismo expulsando agua a alta velocidad.

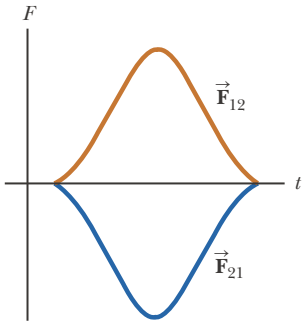


Figura 6.8 La fuerza como una función del tiempo para las dos partículas chocando en las figuras 6.6a y 6.7. Observe que $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.

Sugerencia 6.1 ¡La conservación de la cantidad de movimiento se aplica a un *sistema*!

La cantidad de movimiento de un sistema aislado se conserva, pero no necesariamente la cantidad de movimiento de una partícula dentro de ese sistema, debido a que otras partículas en él pueden interactuar con ella. *Solo* aplique la conservación de la cantidad de movimiento a un sistema aislado.

La definición de un sistema aislado es una característica importante de la aplicación de esta ley de conservación. Parecería que una porrista que salta hacia adelante a partir del reposo viola la conservación de la cantidad de movimiento, ya que inicialmente su cantidad de movimiento es cero y de repente deja el suelo con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$. El error en este razonamiento se encuentra en el hecho de que la porrista no es un sistema aislado. Al saltar ella ejerce una fuerza hacia abajo sobre la Tierra, lo que cambia su cantidad de movimiento. Sin embargo, este cambio en la cantidad de movimiento de la Tierra no es notable, debido a la masa gigantesca del planeta comparada con la de la porrista. Cuando se define que el sistema sea *la porrista y la Tierra*, la cantidad de movimiento se conserva.

Una acción y una reacción, junto con el cambio consiguiente de la cantidad de movimiento entre dos objetos, es la causa del fenómeno conocido como *retroceso*. Todos sabemos que al lanzar una pelota de béisbol mientras se está de pie de posición recta, sin abrir las piernas y sin apoyarse bien contra la Tierra, es muy probable caer hacia atrás. Esta reacción, un ejemplo del retroceso, también ocurre cuando se dispara una pistola o una flecha con un arco. La conservación de la cantidad de movimiento proporciona una forma simple para calcular esos efectos, como se muestra en el ejemplo siguiente.

BIO APLICACIÓN
Conservación de la cantidad de movimiento y propulsión de un calamar

EJEMPLO 6.3 El arquero

OBJETIVO Calcular la velocidad de retroceso usando la conservación de la cantidad de movimiento.

PROBLEMA Un arquero se encuentra de pie y en reposo sobre hielo sin fricción; su masa total incluyendo su arco y la caja para las flechas es de 60.0 kg (consulte la figura 6.9). **a)** Si el arquero dispara una flecha de 0.030 0 kg de forma horizontal a 50.0 m/s en la dirección x positiva, ¿cuál es su velocidad subsecuente por el hielo? **b)** Luego dispara una segunda flecha idéntica con la misma rapidez en relación con el suelo, pero con un ángulo de 30.0° arriba de la horizontal. Determine su nueva rapidez. **c)** Estime la fuerza normal promedio que actúa sobre el arquero cuando la segunda flecha es acelerada por la cuerda del arco. Suponga una longitud de tiro de la cuerda del arco de 0.800 m.

ESTRATEGIA Para resolver el inciso a), establezca la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento en la dirección x y despeje la velocidad final del arquero. El sistema del arquero (incluyendo el arco) y la flecha no está aislado, ya que las fuerzas gravitacional y normal actúan sobre él. Sin embargo, estas fuerzas son perpendiculares al movimiento del sistema durante la liberación de la flecha y además son iguales en magnitud y opuestas en dirección. En consecuencia, no producen un impulso durante la liberación de la flecha y se puede usar la conservación de la cantidad de movimiento. En el inciso b) la conservación de la cantidad de movimiento se puede aplicar de nuevo, ignorando el efecto diminuto sobre la flecha durante su liberación. Esta vez existe una velocidad inicial diferente de cero. El inciso c) requiere el uso del teorema del impulso y de la cantidad de movimiento y calcular el tiempo, lo cual se puede efectuar con balística simple.

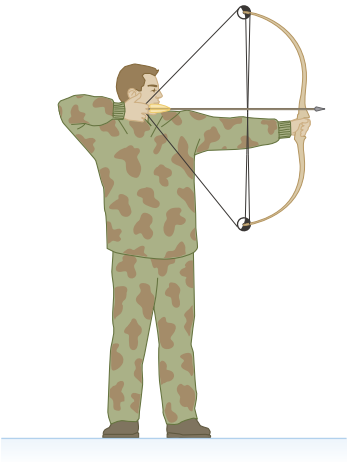


Figura 6.9 (Ejemplo 6.3) Un arquero dispara una flecha de forma horizontal hacia la derecha. Dado que se encuentra de pie sobre hielo sin fricción, comenzará a deslizarse hacia la izquierda sobre el hielo.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) Encuentre la velocidad subsecuente del arquero a través del hielo.

Escriba la ecuación de la cantidad de movimiento para la dirección x.

$$p_{ix} = p_{fx}$$

Sean m_1 y v_{1f} la masa y la velocidad del arquero después de disparar la flecha, respectivamente, y m_2 y v_{2f} la masa y la velocidad de la flecha. Las dos velocidades ocurren en la dirección x. Sustituya $p_i = 0$ y las expresiones para las cantidades de movimiento finales:

$$0 = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

Despeje v_{1f} y sustituya $m_1 = 59.97$ kg, $m_2 = 0.030\ 0$ kg, y $v_{2f} = 50.0$ m/s:

$$v_{1f} = -\frac{m_2}{m_1} v_{2f} = -\left(\frac{0.030\ 0 \text{ kg}}{59.97 \text{ kg}}\right)(50.0 \text{ m/s})$$

$$v_{1f} = \boxed{-0.025\ 0 \text{ m/s}}$$

b) Calcule la velocidad del arquero después de que dispara una segunda flecha con un ángulo de 30.0° arriba de la horizontal.

Escriba la componente x de la ecuación de la cantidad de movimiento con m_1 de nuevo como la masa del arquero después de disparar la primera flecha como en el inciso a) y m_2 la masa de la flecha siguiente:

$$m_1 v_{1i} = (m_1 - m_2) v_{1f} + m_2 v_{2f} \cos\theta$$

Despeje v_{1f}, la velocidad final del arquero y sustituya:

$$v_{1f} = \frac{m_1}{(m_1 - m_2)} v_{1i} - \frac{m_2}{(m_1 - m_2)} v_{2f} \cos\theta$$

$$= \left(\frac{59.97 \text{ kg}}{59.94 \text{ kg}}\right)(-0.025\ 0 \text{ m/s}) - \left(\frac{0.030\ 0 \text{ kg}}{59.94 \text{ kg}}\right)(50.0 \text{ m/s}) \cos(30.0°)$$

$$v_{1f} = \boxed{-0.046\ 7 \text{ m/s}}$$

c) Determine la fuerza normal promedio que actúa sobre el arquero cuando la cuerda del arco acelera la flecha.

Use la cinemática en una dimensión para estimar la aceleración de la flecha.

$$v^2 - {v_0}^2 = 2a\Delta x$$

Despeje la aceleración y sustituya los valores igualando $v = v_{2f}$, la velocidad final de la flecha:

$$a = \frac{{v_{2f}}^2 - {v_0}^2}{2\Delta x} = \frac{(50.0 \text{ m/s})^2 - 0}{2(0.800 \text{ m})} = 1.56 \times 10^3 \text{ m/s}^2$$

Encuentre el tiempo que acelera la flecha usando $v = at + v_0$:

$$t = \frac{v_{2f} - v_0}{a} = \frac{50.0 \text{ m/s} - 0}{1.56 \times 10^3 \text{ m/s}^2} = 0.032\ 0 \text{ s}$$

Escriba la componente y del teorema del impulso y de la cantidad de movimiento:

$$F_{y,\text{prom}}\,\Delta t = \Delta p_y$$

$$F_{y,\text{prom}} = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} = \frac{m_2 v_{2f} \operatorname{sen}\theta}{\Delta t}$$

$$F_{y,\text{prom}} = \frac{(0.030\ 0 \text{ kg})(50.0 \text{ m/s}) \operatorname{sen}(30.0°)}{0.032\ 0 \text{ s}} = 23.4 \text{ N}$$

La fuerza normal promedio está dada por el peso del arquero más la fuerza de reacción R de la flecha sobre el arquero:

$$\sum F_y = n - mg - R = 0$$

$$n = mg + R = (59.94 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) + (23.4 \text{ N}) = \boxed{6.11 \times 10^2 \text{ N}}$$

COMENTARIOS El signo negativo en v_{1f} indica que el arquero se mueve en la dirección opuesta a la dirección de la flecha, de acuerdo con la tercera ley de Newton. Debido a que el arquero tiene mucha más masa que la flecha, su aceleración y velocidad son mucho menores que la aceleración y la velocidad de la flecha. Un punto técnico: la segunda flecha se disparó a la misma velocidad en relación con el suelo, pero dado que el arquero se movía hacia atrás en el tiempo, viajaba ligeramente más rápido que la primera flecha en relación con el arquero. Las velocidades siempre deben darse de acuerdo con un marco de referencia.

Observe que la conservación de la cantidad de movimiento fue efectiva al conducir a una solución en los incisos a) y b). La respuesta final para la fuerza normal solo es un promedio dado que es improbable que la fuerza ejercida sobre la flecha sea constante. Si el hielo en realidad no tuviera fricción, al arquero se le dificultaría estar de pie. En general, el coeficiente de fricción estática del hielo es más que suficiente para evitar el deslizamiento en respuesta a esos retrocesos tan pequeños.

PREGUNTA 6.3 ¿Si se dispara una flecha más pesada en consecuencia se aumenta la velocidad de retroceso? Explique usando el resultado del cuestionario rápido 6.1.

EJERCICIO 6.3 Un hombre de 70.0 kg y una mujer de 55.0 kg que sostiene un bolso de 2.50 kg, llevan patines para hielo y se encuentran frente a frente. a) Si la mujer empuja al hombre hacia atrás de manera que su rapidez final sea 1.50 m/s, ¿cuál es la fuerza promedio con la que lo empujó, Suponiendo que estuvieron en contacto durante 0.500 s? b) ¿Cuál es la velocidad de retroceso de la mujer? c) Si ahora ella lanza al hombre su bolso de 2.50 kg con un ángulo de 20.0° por encima de la horizontal y a 4.20 m/s en relación con el suelo, ¿cuál es la rapidez subsecuente?

RESPUESTAS a) 2.10×10^2 N; b) 1.83 m/s; c) 2.09 m/s

Cuestionario rápido

6.2 Un niño de pie en un extremo de una balsa flotante que se encuentra estacionaria en relación con la costa, camina hacia el extremo opuesto de la balsa, alejándose de la costa. Como consecuencia, la balsa a) permanece estacionaria, b) se mueve alejándose de la costa o c) se mueve hacia la costa. (*Sugerencia:* utilice la conservación de la cantidad de movimiento.)

6.3 Choques

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir los choques inelásticos, los perfectamente inelásticos y los elásticos.
2. Aplicar la conservación de la cantidad de movimiento a los choques inelásticos y perfectamente inelásticos en una dimensión.
3. Aplicar la conservación de la cantidad de movimiento y de la energía a los choques elásticos unidimensionales.

Hemos visto que para cualquier tipo de choque, la cantidad de movimiento total del sistema justo antes del choque es igual a la cantidad de movimiento total justo después del choque siempre que el sistema se considere aislado. Por otro lado, la energía cinética total, en general no se conserva en un choque ya que parte de ella se convierte en energía interna, en energía sonora y en el trabajo necesario para deformar de manera permanente los objetos involucrados, como un automóvil en un choque. **Se define el choque inelástico como una colisión en la cual la cantidad de movimiento se conserva, pero la energía cinética no.** El choque de una pelota de caucho con una superficie dura es inelástico, debido a que parte de la energía cinética se pierde cuando la pelota se deforma durante el contacto con la superficie. **Cuando dos objetos chocan y quedan pegados, el choque se denomina *perfectamente inelástico*.** Por ejemplo, si dos piezas de plastilina chocan se quedan pegadas y se mueven con una velocidad común después del choque. Si un meteorito choca de frente con la Tierra, se entierra en la Tierra y el choque se considera perfectamente inelástico. Solo en circunstancias muy especiales se pierde toda la energía cinética en un choque perfectamente inelástico.

Un choque elástico se define como aquel en el que se conservan tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética. Los choques de bolas de billar y de las moléculas de aire con las paredes de un recipiente a temperaturas ordinarias son altamente elásticos. Los choques microscópicos como los que ocurren entre las bolas de billar son solo aproximadamente elásticos, debido a que tiene lugar cierta pérdida de energía cinética, por ejemplo, en el chasquido de las dos bolas que chocan entre sí. Sin embargo, los choques perfectamente elásticos sí ocurren, por ejemplo, entre las partículas atómicas y subatómicas. Los choques elásticos y perfectamente inelásticos son casos *limitantes*; la mayoría de los choques se encuentran en un intervalo entre ellos.

Como una aplicación práctica, se usa un choque inelástico para detectar el glaucoma, una enfermedad en la cual la presión dentro del ojo se acumula y conduce a la ceguera por el daño a las células de la retina. En esta aplicación, los profesionales médicos utilizan un dispositivo denominado *tonómetro* para medir la presión dentro del ojo. Este dispositivo libera un soplo de aire contra la superficie externa del ojo y mide la rapidez del aire después de su reflexión. A presión normal, el ojo es ligeramente esponjoso y el

Sugerencia 6.2 Cantidad de movimiento y energía cinética en los choques

La cantidad de movimiento de un sistema aislado se conserva en todos los choques. Sin embargo, la energía cinética de un sistema aislado se conserva solo cuando el choque es elástico.

Sugerencia 6.3 Choques inelásticos *versus* choques perfectamente inelásticos

Si las partículas que chocan quedan pegadas, el choque es perfectamente inelástico. Si rebotan (y no se conserva la energía cinética), el choque es inelástico.

BIO APLICACIÓN

Prueba del glaucoma

pulso se refleja con rapidez baja. Conforme la presión del ojo aumenta, la superficie externa se vuelve más rígida y aumenta la rapidez del pulso reflejado. De esta manera, con la rapidez del soplo de aire reflejado se puede medir la presión interna del ojo.

El siguiente es un resumen de los tipos de choques:

Choque elástico ▶

Choque inelástico ▶

- En un choque elástico, tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética se conservan.
- En un choque inelástico, la cantidad de movimiento se conserva, pero la energía cinética no.
- En un choque *perfectamente* inelástico, la cantidad de movimiento se conserva, la energía cinética no y los dos objetos quedan pegados después del choque, por lo que sus velocidades finales son iguales.

En el resto de esta sección se tratarán choques perfectamente inelásticos y choques elásticos en una dimensión.

Cuestionario rápido

6.3 Un automóvil y un camión grande que viajan con la misma rapidez chocan de frente y quedan pegados. ¿Cuál vehículo experimenta el cambio más grande en la magnitud de su cantidad de movimiento? a) el automóvil, b) el camión, c) el cambio en la magnitud de la cantidad de movimiento es el mismo para los dos y d) imposible determinar sin más información.

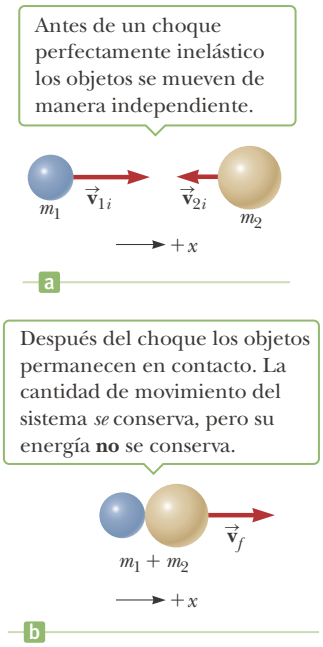


Figura 6.10 a) Antes y b) después de un choque perfectamente inelástico frontal entre dos objetos.

Choques perfectamente inelásticos

Considere dos objetos con masas m_1 y m_2 que se mueven con componentes de la velocidad inicial conocidas v_{1i} y v_{2i} a lo largo de una línea recta, como en la figura 6.10. Si los dos objetos chocan de frente, quedan pegados y se mueven con una componente de la velocidad común v_f después del choque, entonces este es perfectamente inelástico. Debido a que la cantidad de movimiento total del sistema aislado antes del choque es igual a la cantidad de movimiento total del sistema objeto combinado después del choque, se puede despejar la velocidad final usando solo la conservación de la cantidad de movimiento:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2)\, v_f \qquad [6.8]$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \qquad [6.9]$$

Es importante observar que v_{1i}, v_{2i} y v_f representan las componentes x de los vectores velocidad, por lo que es preciso tener cuidado al ingresar sus valores conocidos, en particular respecto a los signos. Por ejemplo, en la figura 6.10, v_{1i} tendría un valor positivo (m_1 moviéndose hacia la derecha) mientras que v_{2i} tendría un valor negativo (m_2 moviéndose hacia la izquierda). Una vez que se ingresen estos valores, la ecuación 6.9 se puede usar para encontrar la velocidad final correcta, como se muestra en los ejemplos 6.4 y 6.5.

EJEMPLO 6.4 Una camioneta *versus* un automóvil compacto

OBJETIVO Aplicar la conservación de la cantidad de movimiento a un choque inelástico en una dimensión.

PROBLEMA Una camioneta con masa de 1.80×10^3 kg viaja al este a +15.0 m/s, mientras que un automóvil compacto con una masa de 9.00×10^2 kg viaja al oeste a −15.0 m/s (consulte la figura 6.11). Los vehículos chocan de frente y quedan entrelazados. **a)** Encuentre la rapidez de los vehículos entrelazados después del choque. **b)** Determine el cambio en la velocidad de cada vehículo. **c)** Obtenga el cambio en la energía cinética del sistema que consiste en los dos vehículos.

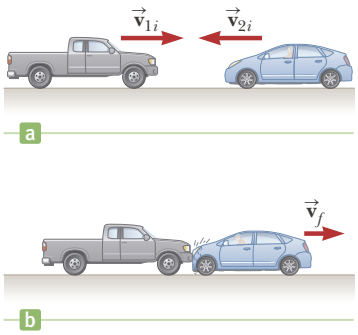


Figura 6.11 (Ejemplo 6.4)

ESTRATEGIA La cantidad de movimiento total de los vehículos antes del choque, p_i, es igual a la cantidad de movimiento total de los vehículos después del choque, p_f, si se ignora la fricción y se supone que los dos vehículos forman un sistema aislado (a esto se denomina "aproximación del impulso"). Despeje la velocidad final de los vehículos entrelazados de la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento. Una vez que se tengan las velocidades, las otras partes se pueden resolver por sustitución.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez final después del choque.

Sea que m_1 y v_{1i} representan la masa y la velocidad inicial de la camioneta, en tanto que m_2 y v_{2i} corresponden al automóvil compacto. Aplique la conservación de la cantidad de movimiento:

$$p_i = p_f$$
$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

Sustituya los valores y despeje la velocidad final, v_f:

$$(1.80 \times 10^3 \text{ kg})(15.0 \text{ m/s}) + (9.00 \times 10^2 \text{ kg})(-15.0 \text{ m/s}) = (1.80 \times 10^3 \text{ kg} + 9.00 \times 10^2 \text{ kg}) v_f$$
$$v_f = +5.00 \text{ m/s}$$

b) Determine el cambio de velocidad para cada vehículo.

Cambie la velocidad de la camioneta:

$$\Delta v_1 = v_f - v_{1i} = 5.00 \text{ m/s} - 15.0 \text{ m/s} = -10.0 \text{ m/s}$$

Cambie la velocidad del automóvil compacto:

$$\Delta v_2 = v_f - v_{2i} = 5.00 \text{ m/s} - (-15.0 \text{ m/s}) = 20.0 \text{ m/s}$$

c) Encuentre la energía cinética inicial del sistema:

Calcule la energía cinética inicial del sistema:

$$EC_i = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \tfrac{1}{2}(1.80 \times 10^3 \text{ kg})(15.0 \text{ m/s})^2 + \tfrac{1}{2}(9.00 \times 10^2 \text{ kg})(-15.0 \text{ m/s})^2 = 3.04 \times 10^5 \text{ J}$$

Calcule la energía cinética final del sistema y el cambio en la energía cinética, ΔEC:

$$EC_f = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2 = \tfrac{1}{2}(1.80 \times 10^3 \text{ kg} + 9.00 \times 10^2 \text{ kg})(5.00 \text{ m/s})^2 = 3.38 \times 10^4 \text{ J}$$
$$\Delta EC = EC_f - EC_i = -2.70 \times 10^5 \text{ J}$$

COMENTARIOS Durante el choque el sistema perdió casi 90% de su energía cinética. El cambio en la velocidad de la camioneta fue solo de 10.0 m/s, en comparación con el doble para el automóvil compacto. En este ejemplo se enfatiza el que tal vez es el rasgo de seguridad más importante de cualquier automóvil: su masa. Las lesiones son ocasionadas por un cambio en la velocidad y el vehículo más masivo experimenta un cambio de velocidad menor en un accidente ordinario.

PREGUNTA 6.4 Si se duplicara la masa de los dos vehículos, ¿cómo se afectaría la velocidad final? ¿Cómo se afectaría el cambio en la energía cinética?

EJERCICIO 6.4 Suponga que los mismos dos vehículos viajan hacia el este, el automóvil compacto adelante de la camioneta. El conductor del automóvil frena de repente, disminuyendo la velocidad a 6.00 m/s. Si la camioneta que viaja a 18.0 m/s choca con el automóvil compacto, encuentre a) la rapidez del sistema inmediatamente después del choque, suponiendo que los dos vehículos quedan entrelazados, b) el cambio en la velocidad para los dos vehículos y c) el cambio en la energía cinética del sistema, desde el instante antes del impacto (cuando el automóvil compacto viaja a 6.00 m/s) hasta el instante inmediatamente después del choque.

RESPUESTAS a) 14.0 m/s; b) camioneta: $\Delta v_1 = -4.0$ m/s, automóvil compacto: $\Delta v_2 = 8.0$ m/s; c) -4.32×10^4 J

■ EJEMPLO 6.5 El péndulo balístico

OBJETIVO Combinar los conceptos de conservación de la energía y de conservación de la cantidad de movimiento en los choques inelásticos.

PROBLEMA El péndulo balístico (figura 6.12a) es un dispositivo que se usa para medir la rapidez de un proyectil en movimiento rápido, como una bala. La bala es disparada hacia un bloque grande de madera suspendido de algunos alambres ligeros. Se aloja en el bloque y todo el sistema oscila hasta una altura h. Es posible obtener la rapidez inicial de la bala midiendo h y las dos masas. Como un ejemplo de la técnica, suponga que la masa de la bala, m_1 es 5.00 g, la masa del péndulo, m_2, es 1.000 kg y h es 5.00 cm. **a)** Determine la velocidad del sistema después de que la bala se incrusta en el bloque. **b)** Calcule la rapidez inicial de la bala.

ESTRATEGIA Use la conservación de la energía para determinar la velocidad inicial del sistema bloque-bala, identificándola v_{sist}. El inciso b) requiere la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento, de la cual se puede despejar la velocidad inicial de la bala, v_{1i}.

(*Continúa*)

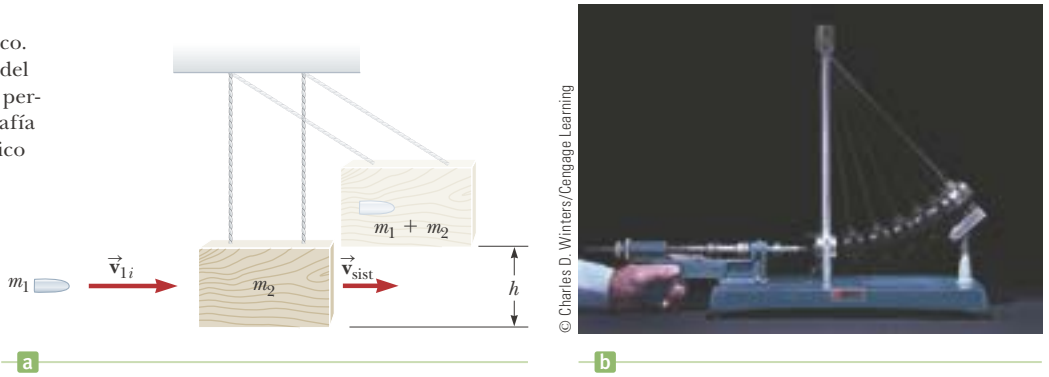


Figura 6.12 (Ejemplo 6.5) a) Diagrama de un péndulo balístico. Observe que $\vec{\mathbf{v}}_{\text{sist}}$ es la velocidad del sistema justo *después* del choque perfectamente inelástico. b) Fotografía multiflash de un péndulo balístico de laboratorio.

SOLUCIÓN

a) Determine la velocidad del sistema después de que la bala se incrusta en el bloque.

Aplique la conservación de la energía al sistema bloque-bala después del choque:

$$(EC + EP)_{\text{después choque}} = (EC + EP)_{\text{arriba}}$$

Sustituya las expresiones para las energías cinética y potencial. Observe que la energía potencial en la parte inferior y la energía cinética en la parte de arriba son cero:

$$\tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\text{sys}}^2 + 0 = 0 + (m_1 + m_2)gh$$

Despeje la velocidad final del sistema bloque-bala, v_{sist}:

$$v_{\text{sist}}{}^2 = 2gh$$

$$v_{\text{sist}} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.80\ \text{m/s}^2)(5.00 \times 10^{-2}\ \text{m})}$$

$$v_{\text{sist}} = \boxed{0.990\ \text{m/s}}$$

b) Calcule la rapidez inicial de la bala.

Escriba la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento y sustituya expresiones:

$$p_i = p_f$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2)v_{\text{sist}}$$

Despeje la velocidad inicial de la bala y sustituya valores:

$$v_{1i} = \frac{(m_1 + m_2)v_{\text{sist}}}{m_1}$$

$$v_{1i} = \frac{(1.005\ \text{kg})(0.990\ \text{m/s})}{5.00 \times 10^{-3}\ \text{kg}} = \boxed{199\ \text{m/s}}$$

COMENTARIOS Debido a que el impacto es inelástico, sería incorrecto igualar la energía cinética inicial de la bala entrante con la energía potencial gravitacional final asociada con la combinación bala-bloque. ¡La energía no se conserva!

PREGUNTA 6.5 Liste tres formas en las que la energía mecánica se puede perder del sistema en este experimento.

EJERCICIO 6.5 Una bala con masa de 5.00 g se dispara de forma horizontal hacia un bloque de 2.000 kg unido a un resorte. El resorte tiene una constante de 6.00×10^2 N/m y alcanza una compresión máxima de 6.00 cm. a) Determine la rapidez inicial del sistema bala-bloque. b) Obtenga la rapidez de la bala.

RESPUESTAS a) 1.04 m/s; b) 417 m/s

Cuestionario rápido

6.4 Un objeto de masa m se mueve hacia la derecha con una rapidez v. Choca de frente con un objeto de masa $3m$ que se mueve con rapidez $v/3$ en la dirección opuesta. Si los dos objetos quedan pegados, ¿cuál es la rapidez del objeto combinado, de masa $4m$, después del choque?

a) 0 b) $v/2$ c) v d) $2v$

6.5 Un patinador usa patines con ruedas en línea de muy baja fricción. Una amiga le lanza un disco volador sobre la línea recta a lo largo de la cual ella planea. Describa cada uno de los siguientes eventos como choque elástico, inelástico o perfectamente

inelástico entre la patinadora y el disco volador. a) Ella atrapa el disco volador y lo sostiene. b) Intenta atraparlo, pero rebota de sus manos y cae hacia el suelo frente a ella. c) Lo atrapa y de inmediato lo lanza de regreso con la misma rapidez (en relación con el suelo) a su amigo.

6.6 En un choque perfectamente inelástico en una dimensión entre dos objetos, ¿qué condición inicial individual se necesita de manera que *toda* la energía cinética original del sistema haya desaparecido después del choque? a) Los objetos deben tener cantidades de movimiento con la misma magnitud, pero direcciones opuestas. b) Los objetos deben tener la misma masa. c) Los objetos deben tener la misma velocidad. d) Los objetos deben tener la misma rapidez, con vectores velocidad en direcciones opuestas.

Choques elásticos

Ahora considere dos objetos que experimentan un **choque elástico frontal** (figura 6.13). En esta situación, **la cantidad de movimiento y la energía cinética del sistema de dos objetos se conserva**. Se pueden escribir estas condiciones como

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \qquad [6.10]$$

y

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \qquad [6.11]$$

donde v es positiva si un objeto se mueve hacia la derecha y negativa si se mueve hacia la izquierda.

En un problema común que comprende choques elásticos, hay dos cantidades desconocidas y las ecuaciones 6.10 y 6.11 se pueden resolver de manera simultánea para encontrarlas. Estas dos ecuaciones son lineal y cuadrática, respectivamente. Un método alterno simplifica la ecuación cuadrática en otra ecuación lineal, lo que facilita la solución. Al cancelar el factor $\frac{1}{2}$ en la ecuación 6.11, la ecuación se reescribe como

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

En este caso se han movido los términos que contienen m_1 a un lado de la ecuación y los que contienen m_2 al otro. Luego, se factorizan los dos lados:

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})\,(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})\,(v_{2f} + v_{2i}) \qquad [6.12]$$

Ahora se separan los términos que contienen m_1 y m_2 en la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento (ecuación 6.10) para obtener

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}) \qquad [6.13]$$

A continuación se divide la ecuación 6.12 entre la ecuación 6.13, lo que produce

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

Reunir los valores inicial y final en lados opuestos de la ecuación da

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f}) \qquad [6.14]$$

Esta ecuación, en combinación con la ecuación 6.10, se usará para resolver problemas relacionados con choques frontales perfectamente elásticos. De acuerdo con la ecuación 6.14, la velocidad relativa de los dos objetos antes del choque, $v_{1i} - v_{2i}$, es igual al negativo de la velocidad relativa de los dos objetos después del choque $-(v_{1f} - v_{2f})$. Para comprender mejor la ecuación, imagine que usted cabalga cerca de uno de los objetos. Cuando mide la velocidad del otro objeto desde su posición estratégica, medirá la velocidad relativa de los dos objetos. Desde su punto de vista del choque, el otro objeto viene hacia usted y rebota, dejando el choque con la misma rapidez, pero en la dirección opuesta. Esto es justo lo que establece la ecuación 6.14.

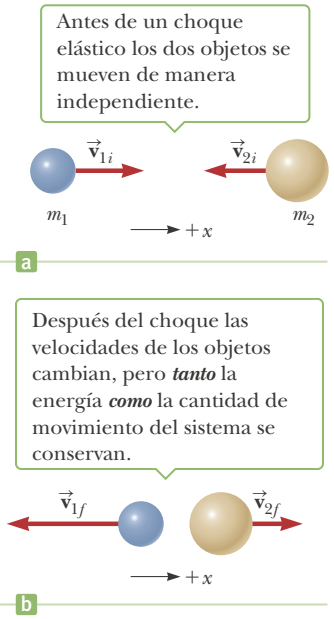


Figura 6.13 a) Antes y b) después de un choque elástico frontal entre dos esferas duras. A diferencia de un choque inelástico, tanto la cantidad de movimiento total como la energía total se conservan.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Choques en una dimensión

Se recomienda el procedimiento siguiente para resolver los problemas en una dimensión relacionados con los choques entre dos objetos.

1. **Coordenadas.** Elija un eje de coordenadas que se encuentre a lo largo de la dirección del movimiento.
2. **Diagrama.** Bosqueje el problema, representando los dos objetos como bloques y señalando los vectores velocidad y las masas.
3. **Conservación de la cantidad de movimiento.** Escriba una expresión general para la cantidad de movimiento *total* del sistema de dos objetos *antes* y *después* del choque, e iguale las dos, como en la ecuación 6.10. En la siguiente línea, complete los valores conocidos.
4. **Conservación de la energía.** Si el choque es elástico, escriba una expresión general para la energía total antes y después del choque, e iguale las dos cantidades, como en la ecuación 6.11 o (de preferencia) en la 6.14. Complete con los valores conocidos (***omita* este paso si el choque *no* es perfectamente elástico).**
5. **Resuelva** las ecuaciones de manera simultánea. Las ecuaciones 6.10 y 6.14 forman un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Si se le olvida la 6.14, en su lugar use la 6.11.

Los pasos 1 y 2 de la estrategia para resolver problemas por lo general se efectúan en el proceso de señalando y trazar un diagrama del problema. Este es claramente el caso en nuestro ejemplo siguiente, en el que se usa la figura 6.13. Los otros pasos se destacan cuando se apliquen.

EJEMPLO 6.6 Juguemos billar

OBJETIVO Resolver un choque elástico en una dimensión.

PROBLEMA Dos bolas de billar de masa idéntica se mueven una hacia la otra como en la figura 6.13, con el eje x positivo hacia la derecha (pasos 1 y 2). Suponga que el choque entre ellas es perfectamente elástico. Si las velocidades iniciales de las bolas son $+30.0$ cm/s y -20.0 cm/s, ¿cuáles son sus velocidades después del choque? Suponga que la fricción y la rotación no son importantes.

ESTRATEGIA La solución de este problema se trata de resolver dos ecuaciones, la de conservación de la cantidad de movimiento y la de conservación de la energía, para dos incógnitas y las velocidades finales de las dos bolas. En lugar de usar la ecuación 6.11 para la conservación de la energía, use la 6.14, la cual es lineal, de aquí que sea más fácil manejarla.

SOLUCIÓN

Escriba la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento. Dado que $m_1 = m_2$, se pueden cancelar las masas, luego sustituir $v_{1i} = +30.0$ m/s y $v_{2i} = -20.0$ cm/s (paso 3).

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$$
$$30.0 \text{ cm/s} + (-20.0 \text{ cm/s}) = v_{1f} + v_{2f}$$
$$\textbf{1)} \quad 10.0 \text{ cm/s} = v_{1f} + v_{2f}$$

Luego, aplique la conservación de la energía en forma de la ecuación 6.14 (paso 4):

$$\textbf{2)} \quad v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$$
$$30.0 \text{ cm/s} - (-20.0 \text{ cm/s}) = v_{2f} - v_{1f}$$
$$\textbf{3)} \quad 50.0 \text{ cm/s} = v_{2f} - v_{1f}$$

Ahora, resuelva de manera simultánea las ecuaciones 1) y 3) sumándolas (paso 5):

$$10.0 \text{ cm/s} + 50.0 \text{ cm/s} = (v_{1f} + v_{2f}) + (v_{2f} - v_{1f})$$
$$60.0 \text{ cm/s} = 2v_{2f} \quad \rightarrow \quad v_{2f} = 30.0 \text{ m/s}$$

Sustituya la respuesta, v_{2f}, en la ecuación (1):

$$10.0 \text{ cm/s} = v_{1f} + 30.0 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad v_{1f} = -20.0 \text{ m/s}$$

COMENTARIOS Observe que las bolas intercambian velocidades, casi como si se hubieran pasado de una a otra. Este es siempre el caso cuando dos objetos de masa igual experimentan un choque elástico frontal.

PREGUNTA 6.6 En este ejemplo, ¿es posible ajustar las velocidades iniciales de las bolas de manera que las dos estén en reposo después del choque? Explique.

EJERCICIO 6.6 Determine las velocidades finales de las dos bolas si la bola con velocidad inicial $v_{2i} = -20.0$ cm/s tiene una masa igual a la mitad de la bola con velocidad inicial $v_{1i} = +30.0$ cm/s.

RESPUESTA $v_{1f} = -3.33$ cm/s; $v_{2f} = +46.7$ cm/s

EJEMPLO 6.7 Dos bloques y un resorte

OBJETIVO Resolver un choque elástico que implica la energía potencial de un resorte.

PROBLEMA Un bloque de masa $m_1 = 1.60$ kg, que inicialmente se mueve hacia la derecha con velocidad de +4.00 m/s sobre una pista horizontal y sin fricción, choca con un resorte sin masa unido a un segundo bloque de masa $m_2 = 2.10$ kg que se mueve hacia la izquierda con una velocidad de −2.50 m/s, como en la figura 6.14a. El resorte tiene una constante de 6.00×10^2 N/m. **a)** Determine la velocidad del bloque 2 en el instante en que el bloque 1 se mueve hacia la derecha con una velocidad de +3.00 m/s, como en la figura 6.14b. **b)** Encuentre la compresión del resorte en ese instante.

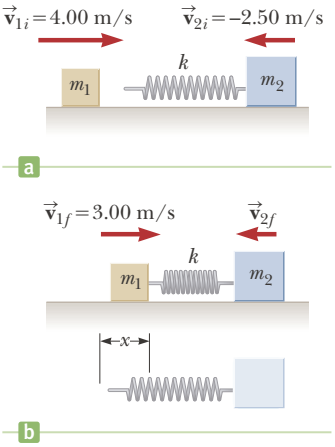


Figura 6.14 (Ejemplo 6.7)

ESTRATEGIA Identificamos el sistema como los dos bloques y el resorte. Escriba las ecuaciones de la conservación de la cantidad de movimiento y despeje la velocidad final del bloque 2, v_{2f}. Luego use la conservación de la energía para encontrar la compresión del resorte en ese instante.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la velocidad v_{2f} cuando el bloque 1 tiene velocidad +3.00 m/s.

Escriba la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento para el sistema y calcule v_{2f}:

$$\text{1)} \quad m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$v_{2f} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} - m_1 v_{1f}}{m_2}$$

$$= \frac{(1.60\text{ kg})(4.00\text{ m/s}) + (2.10\text{ kg})(-2.50\text{ m/s}) - (1.60\text{ kg})(3.00\text{ m/s})}{2.10\text{ kg}}$$

$$v_{2f} = \boxed{-1.74\text{ m/s}}$$

b) Encuentre la compresión del resorte.

Use la conservación de la energía para el sistema, observando que la energía potencial se almacena en el resorte cuando se comprime una distancia x:

$$E_i = E_f$$

$$\tfrac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 + 0 = \tfrac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_{2f}^2 + \tfrac{1}{2}kx^2$$

Sustituya los valores dados y el resultado del inciso a) en la expresión anterior, despejando x:

$$x = \boxed{0.173\text{ m}}$$

COMENTARIOS La componente de la velocidad inicial del bloque 2 es −2.50 m/s dado que el bloque se mueve hacia la izquierda. El valor negativo para v_{2f} significa que el bloque 2 se mueve hacia la izquierda en el instante del choque en consideración.

PREGUNTA 6.7 ¿Es posible que los dos bloques lleguen al reposo mientras el resorte se comprime? Explique. *Sugerencia:* consulte la cantidad de movimiento en la ecuación 1).

EJERCICIO 6.7 Encuentre a) la velocidad del bloque 1 y b) la compresión del resorte en el instante que el bloque 2 está en reposo.

RESPUESTAS a) 0.719 m/s hacia la derecha; b) 0.251 m

6.4 Choques oblicuos

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Resolver los choques en dos dimensiones con la conservación de la cantidad de movimiento.

En la sección 6.2 se mostró que la cantidad de movimiento lineal total de un sistema se conserva cuando el sistema está aislado (es decir, cuando ninguna fuerza externa actúa sobre él). Para un choque general de dos objetos en el espacio tridimensional, el principio de la conservación de la cantidad de movimiento implica que se conserva la cantidad de movimiento total del sistema en cada dirección. Sin embargo, un subconjunto importante de choques tiene lugar en un plano. El juego de billar es un ejemplo conocido que comprende múltiples choques de objetos que se mueven sobre una superficie bidimensional. Restringimos nuestra atención a un solo choque bidimensional entre dos objetos que ocurre en un plano y se ignora cualquier rotación posible. Para esos choques se obtienen dos ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento en forma de componentes:

$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$$

$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$$

Se deben usar tres subíndices en esta ecuación general para representar, respectivamente, 1) el objeto en cuestión y 2) los valores inicial y final de las componentes de la velocidad.

Ahora, considere un problema bidimensional en el cual un objeto de masa m_1 choca con un objeto de masa m_2 que inicialmente está en reposo, como en la figura 6.15. Después del choque, el objeto 1 se mueve con un ángulo θ respecto a la horizontal y el objeto 2 se mueve con un ángulo ϕ respecto a la horizontal. Esto se denomina choques *oblicuos*. Aplicando la ley de la conservación de la cantidad de movimiento en forma de componentes y observando que la componente y inicial de la cantidad de movimiento es cero, se tiene

$$\text{Componente } x\text{:}\quad m_1 v_{1i} + 0 = m_1 v_{1f} \cos\theta + m_2 v_{2f} \cos\phi \qquad [6.15]$$

$$\text{Componente } y\text{:}\quad 0 + 0 = m_1 v_{1f} \operatorname{sen}\theta + m_2 v_{2f} \operatorname{sen}\phi \qquad [6.16]$$

Si el choque es elástico, se puede escribir una tercera ecuación para la conservación de la energía, de esta forma

$$\tfrac{1}{2} m_1 {v_{1i}}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 {v_{1f}}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 {v_{2f}}^2 \qquad [6.17]$$

Si se conoce la velocidad inicial v_{1i} y las masas, nos quedan cuatro incógnitas (v_{1f}, v_{2f}, θ y ϕ). Como solo tenemos tres ecuaciones, debe darse una de las cuatro cantidades restantes a fin de determinar el movimiento después del choque solo con los principios de la conservación.

Si el choque es inelástico, la energía cinética del sistema *no* se conserva y la ecuación 6.17 *no* se aplica.

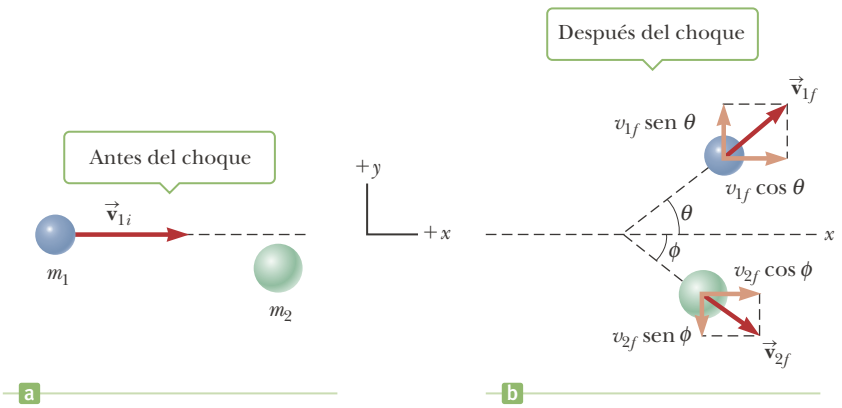


Figura 6.15 Choque oblicuo entre dos objetos.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Choques bidimensionales

Para resolver los choques bidimensionales siga este procedimiento:

1. **Ejes de coordenadas.** Use las dos coordenadas x y y. Es conveniente hacer que el eje x o el eje y coincidan con la dirección de una de las velocidades iniciales.
2. **Diagrama.** Bosqueje el problema, etiquetando los vectores velocidad y las masas.
3. **Conservación de la cantidad de movimiento.** Escriba una ecuación separada de la cantidad de movimiento para cada una de las direcciones x y y. En cada caso, la cantidad de movimiento inicial total en una dirección dada es igual a la cantidad de movimiento final total en esa dirección.
4. **Conservación de energía.** Si el choque es elástico, escriba una expresión general para la energía total antes y después del choque e iguale las dos expresiones, como en la ecuación 6.11. Introduzca los valores conocidos (***omita* este paso si el choque** no **es perfectamente elástico).** La ecuación de la energía no se puede simplificar como es el caso en una dimensión, por lo que se debe utilizar una expresión cuadrática como la ecuación 6.11 o la 6.17 emplear cuando el choque es elástica.
5. **Resuelva** las ecuaciones simultáneamente. Hay dos ecuaciones para choques inelásticos y tres para choques elásticos.

EJEMPLO 6.8 Choque en una intersección

OBJETIVO Analizar un choque inelástico bidimensional.

PROBLEMA Un automóvil con masa de 1.50×10^3 kg que viaja al este con una rapidez de 25.0 m/s choca en una intersección con una furgoneta de 2.50×10^3 kg que viaja al norte con una rapidez de 20.0 m/s, como se muestra en la figura 6.16. Encuentre la magnitud y la dirección de la velocidad de los autos dañados después del choque, suponiendo que los vehículos experimentan un choque perfectamente inelástico (es decir, quedan pegados) y suponiendo que la fricción entre los vehículos y el camino se puede ignorar.

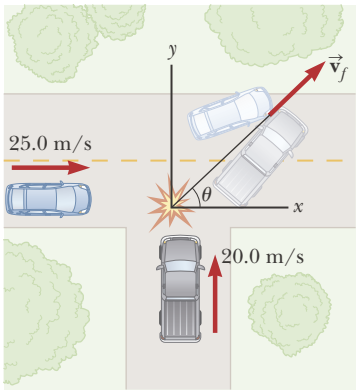


Figura 6.16 (Ejemplo 6.8) Vista aérea de un choque perfectamente inelástico entre un automóvil y una furgoneta.

ESTRATEGIA Use la conservación de la cantidad de movimiento en dos dimensiones (no se considera la energía cinética). Elija las coordenadas como en la figura 6.16. Antes del choque, el único objeto que tiene cantidad de movimiento en la dirección x es el automóvil, en tanto que la furgoneta lleva toda la cantidad de movimiento en la dirección y. Después del choque totalmente inelástico, los dos vehículos se mueven juntos con una rapidez común v_f y un ángulo θ. Despeje estas dos incógnitas, usando las dos componentes de la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento.

SOLUCIÓN

Encuentre las componentes x de las cantidades de movimiento inicial y final totales:

$$\sum p_{xi} = m_{\text{auto}} v_{\text{auto}} = (1.50 \times 10^3 \text{ kg})(25.0 \text{ m/s}) = 3.75 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\sum p_{xf} = (m_{\text{auto}} + m_{\text{furgoneta}}) v_f \cos\theta = (4.00 \times 10^3 \text{ kg}) v_f \cos\theta$$

Establezca la cantidad de movimiento x inicial igual a la cantidad de movimiento x final:

$$\textbf{1)} \quad 3.75 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (4.00 \times 10^3 \text{ kg}) v_f \cos\theta$$

Determine las componentes y de las cantidades de movimiento inicial y final totales:

$$\sum p_{iy} = m_{\text{furgoneta}} v_{\text{auto}} = (2.50 \times 10^3 \text{ kg})(20.0 \text{ m/s}) = 5.00 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\sum p_{fy} = (m_{\text{auto}} + m_{\text{furgoneta}}) v_f \operatorname{sen}\theta = (4.00 \times 10^3 \text{ kg}) v_f \operatorname{sen}\theta$$

Establezca la cantidad de movimiento y inicial igual a la cantidad de movimiento y final:

$$\textbf{2)} \quad 5.00 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (4.00 \times 10^3 \text{ kg}) v_f \operatorname{sen}\theta$$

(*Continúa*)

Divida la ecuación 2) entre la ecuación 1) y despeje θ:

$$\tan\theta = \frac{5.00 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3.75 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}} = 1.33$$

$$\theta = 53.1°$$

Sustituya este ángulo de regreso a la ecuación (2) para encontrar v_f:

$$v_f = \frac{5.00 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{(4.00 \times 10^3 \text{ kg}) \operatorname{sen} 53.1°} = 15.6 \text{ m/s}$$

COMENTARIOS También es posible encontrar primero las componentes x y y, v_{fx} y v_{fy}, de la velocidad resultante. Luego la magnitud y la dirección de la velocidad resultante se pueden encontrar con el teorema pitagórico, $v_f = \sqrt{v_{fx}^2 + v_{fy}^2}$ y la función tangente inversa $\theta = \tan^{-1}(v_{fy}/v_{fx})$. Establecer este enfoque alterno es un asunto simple de sustituir $v_{fx} = v_f \cos\theta$ y $v_{fy} = v_f \operatorname{sen}\theta$ en las ecuaciones 1) y 2).

PREGUNTA 6.8 Si el automóvil y la furgoneta tuvieran masas y rapideces idénticas, ¿cuál hubiera sido el ángulo resultante?

EJERCICIO 6.8 Un objeto de 3.00 kg que al inicio se mueve en la dirección x positiva con una velocidad de +5.00 m/s choca con un objeto de 2.00 kg que al inicio se mueve en la dirección y negativa con una velocidad de −3.00 m/s y quedan pegados. Encuentre las componentes finales de la velocidad del objeto compuesto.

RESPUESTA $v_{fx} = 3.00$ m/s; $v_{fy} = -1.20$ m/s

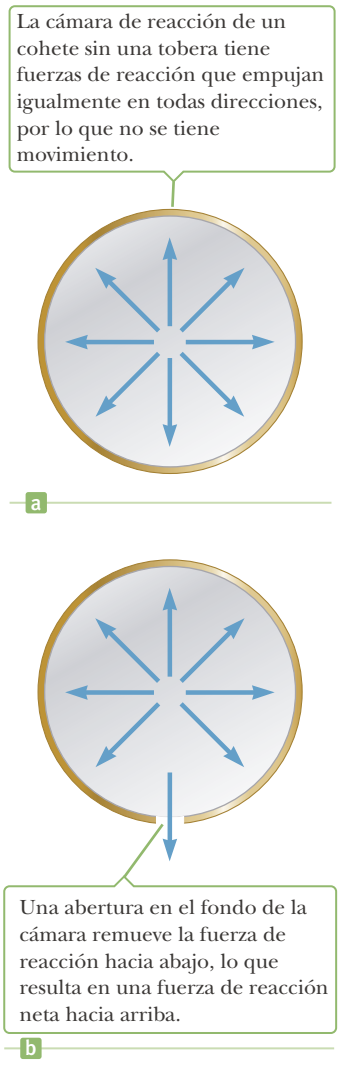


Figura 6.17 Una cámara de reacción de un cohete que contiene gas combustible funciona debido a que tiene una tobera por donde los gases pueden escapar. La pared de la cámara actúa sobre el gas en expansión; la fuerza de reacción del gas sobre la pared de la cámara empuja al cohete hacia adelante.

6.5 Propulsión de cohetes

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Aplicar la física de la propulsión de cohetes para calcular el movimiento de los cohetes en contextos elementales.

Cuando los vehículos ordinarios como los automóviles y las locomotoras se mueven, la fuerza de impulsión del movimiento es la fricción. En el caso de un automóvil, esta fuerza de impulsión es ejercida por el camino sobre el automóvil, una reacción ante la fuerza ejercida por los neumáticos contra el camino. De igual forma, una locomotora "empuja" contra los rieles, de aquí que la fuerza de impulsión es la fuerza de reacción ejercida por los rieles sobre la locomotora. Sin embargo, un cohete que se mueve en el espacio no tiene camino o rieles en donde empujar. ¿Cómo puede moverse hacia adelante?

De hecho, las fuerzas de reacción también impulsan a un cohete (usted debe repasar la tercera ley de Newton, que se analiza en el capítulo 4). Para ilustrar este punto modelamos nuestro cohete con una cámara esférica que contiene gas combustible, como en la figura 6.17a. Cuando ocurre una explosión en la cámara, el gas caliente se expande y presiona contra todos los lados de la cámara, como indican las flechas. Debido a que la suma de las fuerzas ejercidas sobre el cohete es cero, no se mueve. Ahora suponga que se hace un agujero con un taladro en el fondo de la cámara, como en la figura 6.17b. Cuando ocurre la explosión, el gas presiona contra la cámara en todas direcciones, pero no puede presionar contra algo en el agujero, donde simplemente se escapa hacia el espacio. La suma de las fuerzas sobre la cámara esférica ahora resulta en una fuerza neta hacia arriba. Igual que en el caso de los automóviles y las locomotoras, esta es una fuerza de reacción. Los neumáticos de un automóvil presionan contra el pavimento y la fuerza de reacción de este sobre el automóvil lo empuja hacia adelante. La pared de la cámara de combustión del cohete ejerce una fuerza sobre el gas que se expande contra ella. Luego la fuerza de reacción del gas sobre la pared empuja al cohete hacia arriba.

En un artículo que ahora es poco conocido en *The New York Times*, el pionero de los cohetes, Robert Goddard, fue ridiculizado por pensar que los cohetes funcionarían en el espacio donde, de acuerdo con el *Times*, no había nada para empujar en contra de algo. El *Times* se retractó, demasiado tarde, durante la primera misión de alunizaje de la nave *Apolo* en 1969. Los gases calientes no empujan contra algo externo, sino contra el propio cohete, e irónicamente, los cohetes en realidad funcionan *mejor* en un vacío. En una atmosfera, los gases tienen que trabajar contra la presión externa del aire para escapar de la cámara de combustión, desacelerando la velocidad de escape y reduciendo la fuerza de reacción.

A nivel microscópico este proceso es complicado, pero se puede simplificar aplicando la conservación de la cantidad de movimiento al cohete y al combustible expulsado. En principio, la solución es similar a la del ejemplo 6.3, con el arquero representando el cohete y las flechas a los gases de la combustión.

Suponga que en un tiempo t, la cantidad de movimiento del cohete más el combustible está dada por $(M + \Delta m)v$, donde Δm es la cantidad de combustible a punto de quemarse (figura 6.18a). Este combustible viaja con una rapidez v respecto a, digamos, la Tierra, igual que el resto del cohete. Durante un intervalo de tiempo breve Δt el cohete expulsa combustible de masa Δm y la rapidez del cohete aumenta a $v + \Delta v$ (figura 6.18b). Si el combustible se expulsa con rapidez de escape v_e *en relación con el cohete*, la rapidez del combustible en relación con la Tierra es $v - v_e$. Al igualar la cantidad de movimiento inicial del sistema con la cantidad de movimiento final total, se tiene

$$(M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$

Simplificar esta expresión da

$$M\Delta v = v_e \Delta m$$

El aumento Δm en la masa del escape corresponde a una disminución igual en la masa del cohete, por lo tanto $\Delta m = -\Delta M$. Con base en este hecho, se tiene

$$M\Delta v = -v_e \Delta M \qquad [6.18]$$

Este resultado, junto con los métodos del cálculo, se puede usar para obtener la ecuación siguiente:

$$v_f - v_i = v_e \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right) \qquad [6.19]$$

donde M_i es la masa inicial del cohete más el combustible y M_f es la masa final del cohete más el resto de su combustible. Esta es la expresión básica para la propulsión de cohetes; indica que el aumento en la velocidad es proporcional a la rapidez de escape v_e y al logaritmo natural de M_i/M_f. Debido a que la razón máxima de M_i a M_f para un cohete de una etapa es de aproximadamente 10:1, el aumento en rapidez puede alcanzar $v_e \ln 10 = 2.3v_e$ o casi ¡el doble de la rapidez de escape! Por lo tanto, para obtener mejores resultados la rapidez de escape debe ser tan alta como sea posible. En la actualidad la rapidez de escape común de los cohetes es de varios kilómetros por segundo.

El **empuje** sobre el cohete se define como la fuerza ejercida sobre él por los gases de escape expulsados. Es posible obtener una expresión para el empuje instantáneo dividiendo la ecuación 6.18 entre Δt:

$$\text{Empuje instantáneo} = Ma = M\frac{\Delta v}{\Delta t} = \left| v_e \frac{\Delta M}{\Delta t} \right| \qquad [6.20]$$

◀ Empuje de un cohete

Por claridad, se usan los signos de valor absoluto: en la ecuación 6.18, $-\Delta M$ es una cantidad positiva (como lo es v_e, una rapidez). Aquí se observa que el empuje aumenta cuando se incrementan la velocidad de escape y la razón de cambio de la masa $\Delta M/\Delta t$ (la razón de quema de combustible).

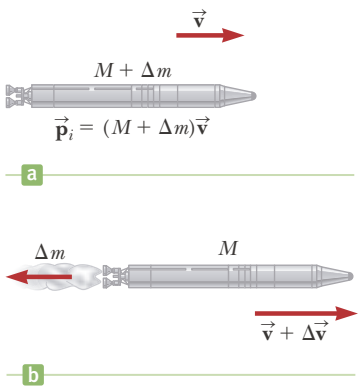


Figura 6.18 Propulsión de un cohete. a) La masa inicial del cohete y el combustible es $M + \Delta m$ en un tiempo t y la rapidez del cohete es v. b) En un tiempo $t + \Delta t$, la masa del cohete se ha reducido a M y una cantidad de combustible Δm se ha expulsado. La rapidez del cohete aumenta en una cantidad Δv.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 6.2 Cohetes de etapas múltiples

La rapidez de escape máxima actual de $v_e = 4\,500$ m/s se puede alcanzar con motores cohete alimentados con hidrogeno y oxígeno líquidos. Pero esto significa que la rapidez máxima que se puede lograr para un cohete dado con razón de masa de 10 es $v_e \ln 10 \simeq 10\,000$ m/s. Sin embargo, para llegar a la Luna se requiere un cambio en velocidad de 11 000 m/s. Además, este cambio debe ocurrir mientras se trabaja contra la gravedad y la fricción atmosférica. ¿Cómo es posible manejar esto sin desarrollar mejores motores?

EXPLICACIÓN La respuesta es el cohete de etapas múltiples. Al dejar caer etapas, la nave espacial se aligera, de manera que, más tarde, el combustible quemado en la misión no tiene que acelerar masa que ya no tiene ninguna función. Los motores auxiliares unidos a los costados se usan en el transbordador espacial y en una variedad de otros cohetes, como el *Titán 4* o el *Protón* ruso, emplean un método similar. Los motores auxiliares se desechan después de que su combustible se ha agotado, por lo que el cohete ya no está sobrecargado por su peso.

EJEMPLO 6.9 En una etapa a la órbita (SSTO)

OBJETIVO Aplicar las ecuaciones de velocidad y empuje de un cohete.

PROBLEMA Un cohete tiene una masa total de 1.00×10^5 kg y una masa de quemado de 1.00×10^4 kg, incluyendo los motores, la carcasa y la carga útil. El cohete despega de la Tierra y agota todo su combustible en 4.00 min, quemando combustible a una razón constante con una velocidad de escape de $v_e = 4.50 \times 10^3$ m/s. **a)** Si se ignoran la fricción y la gravedad, ¿cuál es la rapidez del cohete cuando agota su combustible? **b)** ¿Qué empuje desarrolla el motor en el despegue? **c)** ¿Cuál es la aceleración inicial del cohete si no se ignora la gravedad? **d)** Estime la rapidez cuando se agota el combustible si no se ignora la gravedad.

ESTRATEGIA Aunque este problema parece sofisticado, su solución solo es cuestión de sustituir los valores en las ecuaciones adecuadas. El inciso a) requiere sustituir los valores para la velocidad en la ecuación 6.19. En el inciso b) divida el cambio en la masa del cohete entre el tiempo total, obteniendo $\Delta M/\Delta t$, luego sustituya en la ecuación 6.29 para encontrar el empuje. c) Utilizando la segunda ley de Newton, la fuerza de la gravedad y el resultado de b), se puede encontrar la aceleración inicial. Para el inciso d), la aceleración de la gravedad es aproximadamente constante durante los pocos kilómetros comprendidos, por lo que la velocidad determinada en el inciso b) se reducirá en aproximadamente $\Delta v_g = -gt$. Sume esta pérdida al resultado del inciso a).

SOLUCIÓN

a) Calcule la velocidad cuando se agota el combustible, ignorando la gravedad y la resistencia al avance del aire.

Sustituya $v_i = 0$, $v_e = 4.50 \times 10^3$ m/s, $M_i = 1.00 \times 10^5$ kg y $M_f = 1.00 \times 10^4$ kg en la ecuación 6.19:

$$v_f = v_i + v_e \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right)$$

$$= 0 + (4.5 \times 10^3 \text{ m/s}) \ln\left(\frac{1.00 \times 10^5 \text{ kg}}{1.00 \times 10^4 \text{ kg}}\right)$$

$$v_f = 1.04 \times 10^4 \text{ m/s}$$

b) Encuentre el empuje en el despegue.

Calcule el cambio en la masa del cohete:

$$\Delta M = M_f - M_i = 1.00 \times 10^4 \text{ kg} - 1.00 \times 10^5 \text{ kg}$$

$$= -9.00 \times 10^4 \text{ kg}$$

Calcule la razón a la que la masa del cohete cambia dividiendo el cambio en la masa entre el tiempo (donde el intervalo de tiempo es igual a 4.00 min $= 2.40 \times 10^2$ s):

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{-9.00 \times 10^4 \text{ kg}}{2.40 \times 10^2 \text{ s}} = -3.75 \times 10^2 \text{ kg/s}$$

Sustituya esta razón en la ecuación 6.20, obteniendo el empuje:

$$\text{Empuje} = \left| v_e \frac{\Delta M}{\Delta t} \right| = (4.50 \times 10^3 \text{ m/s})(3.75 \times 10^2 \text{ kg/s})$$

$$= 1.69 \times 10^6 \text{ N}$$

c) Encuentre la aceleración inicial, incluyendo la fuerza de gravedad.

Escriba la segunda ley de Newton, donde T representa el empuje y despeje la aceleración a:

$$Ma = \sum F = T - Mg$$

$$a = \frac{T}{M} - g = \frac{1.69 \times 10^6 \text{ N}}{1.00 \times 10^5 \text{ kg}} - 9.80 \text{ m/s}^2$$

$$= 7.10 \text{ m/s}^2$$

d) Calcule la rapidez al quemarse cuando no se ignora la gravedad.

Encuentre la pérdida aproximada de rapidez debida a la gravedad:

$$\Delta v_g = -g\Delta t = -(9.80\ \text{m/s}^2)(2.40 \times 10^2\ \text{s}) = -2.35 \times 10^3\ \text{m/s}$$

Sume esta pérdida al resultado del inciso b):

$$v_f = 1.04 \times 10^4\ \text{m/s} - 2.35 \times 10^3\ \text{m/s} = 8.05 \times 10^3\ \text{m/s}$$

COMENTARIOS Aun tomando en cuenta la gravedad, la rapidez es suficiente para llegar a la órbita. Podría requerirse cierto empuje adicional para superar la resistencia del aire al avance.

PREGUNTA 6.9 ¿Qué fuerza normal inicial se ejercería sobre un astronauta de masa m en un cohete que viaja verticalmente hacia arriba con una aceleración a? Responda de forma simbólica en términos de las cantidades positivas m, g y a.

EJERCICIO 6.9 Una nave espacial con una masa de 5.00×10^4 kg viaja a 6.00×10^3 m/s respecto a una estación espacial. ¿Qué masa tendrá la nave después de que enciende sus motores a fin de alcanzar una rapidez relativa de 8.00×10^3 m/s, viajando en la misma dirección? Suponga una velocidad de escape de 4.50×10^3 m/s.

RESPUESTA 3.21×10^4 kg

RESUMEN

6.1 Cantidad de movimiento e impulso

La **cantidad de movimiento lineal** $\vec{\mathbf{p}}$ de un objeto de masa m que se mueve con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ se define como

$$\vec{\mathbf{p}} \equiv m\vec{\mathbf{v}} \qquad [6.1]$$

La cantidad de movimiento tiene unidades de kg · m/s. El **impulso** $\vec{\mathbf{I}}$ de una fuerza constante $\vec{\mathbf{F}}$ que se da a un objeto es igual al producto de la fuerza por el intervalo de tiempo durante el cual actúa la fuerza:

$$\vec{\mathbf{I}} \equiv \vec{\mathbf{F}}\Delta t \qquad [6.4]$$

Estos dos conceptos se unifican en el **teorema del impulso y la cantidad de movimiento**, el cual establece que el impulso de una fuerza constante proporcionado a un objeto es igual al cambio en la cantidad de movimiento del objeto:

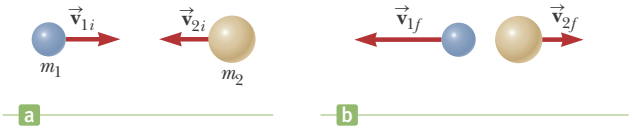
$$\vec{\mathbf{I}} = \vec{\mathbf{F}}\Delta t = \Delta\vec{\mathbf{p}} \equiv m\vec{\mathbf{v}}_f - m\vec{\mathbf{v}}_i \qquad [6.5]$$

Resolver problemas con este teorema con frecuencia comprende la estimación de las rapideces o los tiempos de contacto (o ambos), lo que conduce a una fuerza promedio.

6.2 Conservación de la cantidad de movimiento

Cuando no actúa una fuerza externa sobre un sistema aislado, la cantidad de movimiento total del sistema es constante. Este principio se denomina **conservación de la cantidad de movimiento**. En particular, si el sistema aislado consiste en dos objetos que experimentan una colisión, la cantidad de movimiento total del sistema es la misma antes y después del choque. La conservación de la cantidad de movimiento puede escribirse de forma matemática para este caso como

$$m_1\vec{\mathbf{v}}_{1i} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{2i} = m_1\vec{\mathbf{v}}_{1f} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{2f} \qquad [6.7]$$



En un sistema aislado de dos objetos que chocan, la cantidad de movimiento total del sistema permanece constante.

Los problemas de choques y retrocesos en general requieren la determinación de las velocidades desconocidas en una o dos dimensiones. Cada componente vectorial da una ecuación y las ecuaciones resultantes se resuelven de manera simultánea.

6.3 Choques

En un **choque inelástico**, la cantidad de movimiento del sistema se conserva, pero la energía cinética no. En un **choque perfectamente inelástico**, los objetos que chocan quedan pegados. En un **choque elástico**, se conservan tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética del sistema.

Un **choque elástico** en una dimensión entre dos objetos se puede resolver utilizando la conservación de la cantidad de movimiento y las ecuaciones de la conservación de la energía

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f} \qquad [6.10]$$

$$\tfrac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \tfrac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_{2f}^2 \qquad [6.11]$$

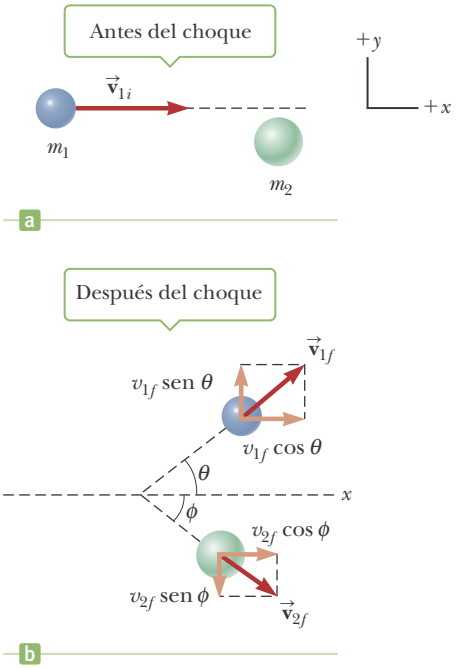
Usar la ecuación siguiente, deducida de las ecuaciones 6.10 y 6.11, por lo general es más conveniente que utilizar la ecuación original de la conservación de la energía:

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f}) \qquad [6.14]$$

Estas ecuaciones se pueden resolver de manera simultánea para obtener las velocidades desconocidas. La energía no se conserva en los **choques inelásticos**, por lo que los problemas deben resolverse solo con la ecuación 6.10.

6.4 Choques oblicuos

En los choques oblicuos, la conservación de la cantidad de movimiento se puede aplicar a lo largo de dos direcciones perpendiculares: un eje x y un eje y. Los problemas se pueden resolver usando las componentes x y y de la ecuación 6.7. Los choques elásticos en dos dimensiones por lo general también requieren la ecuación 6.11 (la ecuación 6.14 no se aplica a dos dimensiones). En general, se toma uno de los dos objetos que viajan a lo largo del eje x que experimenta una desviación a algún ángulo θ después del choque. La velocidad final y los ángulos se pueden determinar con trigonometría elemental.



En un choque en dos dimensiones la cantidad de movimiento del sistema se conserva, en tanto que su energía se conserva solo si el choque es elástico.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de matemáticas.** Resuelva las dos ecuaciones $mv_i + MV_i = mv_f + MV_f$ y $v_i - V_i = -(v_f - V_f)$ para a) v_f y b) V_f si $m = 2.00$ kg, $v_i = 4.00$ m/s, $M = 3.00$ kg y $V_i = 0$. (Consulte la sección 6.3.)
2. **Repaso de matemáticas.** Dadas las ecuaciones $-507 = 147\ V_f \cos\theta$ y $-377 = 147\ V_f \text{ sen } \theta$, encuentre a) V_f usando la identidad $\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta = 1$ y b) θ usando la función tangente inversa. (*Nota:* algunos considerarían más fácil determinar primero el ángulo θ y luego V_f, haciendo una sustitución inversa). (Consulte la sección 6.4.)
3. **Repaso de matemáticas.** a) Resuelva la ecuación $7.20 \times 10^3 \text{ m/s} = (4.20 \times 10^3 \text{ m/s}) \ln(M_i/M_f)$ para la fracción M_i/M_f. b) Si $M_i = 2.65 \times 10^4$ kg, calcule M_f.
4. Un jugador de fútbol soccer corre detrás del balón de 0.450 kg que viaja a 3.20 m/s y lo patea en la misma dirección en que se mueve, aumentando su rapidez a 12.8 m/s. a) ¿Cuál es el cambio en la magnitud de la cantidad de movimiento del balón? b) ¿Qué magnitud del impulso proporcionó el jugador al balón? c) ¿Qué magnitud del impulso se requeriría para patear el balón en la dirección opuesta a 12.8 m/s? (Consulte la sección 6.1.)
5. Una pelota de tenis de 57.0 g viaja directo hacia un jugador a 21.0 m/s. El jugador golpea la pelota de forma directa a 25.0 m/s. a) ¿Cuál es la magnitud del cambio en la cantidad de movimiento de la pelota? b) Si la pelota permanece en contacto con la raqueta durante 0.0600 s, ¿qué fuerza promedio actúa sobre la pelota? (Consulte la sección 6.1.)
6. Una astronauta, con masa total de 85.0 kg, incluido su traje, se encuentra de pie sobre un satélite esférico con masa de 375 kg, los dos en reposo en relación con una estación espacial cercana. Ella salta con una rapidez de 2.56 m/s directamente hacia abajo desde el satélite, según la medición de un observador en la estación. ¿A qué rapidez mide el observador que el satélite viaja en la dirección opuesta? (Consulte la sección 6.2.)
7. Un pequeño tazón de porcelana con masa de 0.450 kg se desliza a lo largo de una superficie sin fricción con una rapidez de 1.28 m/s. a) ¿Cuál es la energía cinética del tazón? Después, un mesero con una sincronización perfecta coloca una bola de arroz con la misma masa en el tazón conforme pasa frente a él. b) ¿Cuál es la rapidez subsecuente del sistema y c) ¿cuál es la energía cinética del sistema? (Consulte la sección 6.3.)
8. Un automóvil con masa de 750 kg viaja a una velocidad de 27 m/s en la dirección x positiva y choca en la parte posterior de un camión con masa de 1 500 kg que está en reposo y en velocidad neutra en una intersección. Si el choque es inelástico y el camión se mueve hacia adelante a 15.0 m/s, ¿cuál es la velocidad del automóvil después del choque? (Consulte la sección 6.3.)
9. Un automóvil con masa de total de 1560 kg que viaja hacia el este y un camión con igual masa que viaja hacia el norte chocan y se entrelazan, moviéndose como una unidad a 15.0 m/s y a 60.0° al noreste. Determine la rapidez a) del automóvil y b) del camión antes del choque. (Consulte la sección 6.4.)
10. Un cohete con masa total de 3.00×10^5 kg se encuentra en órbita circular alrededor de la Tierra. Comienza acelerar a 36.0 m/s^2 tangente a su órbita (de aquí que

no realice trabajo contra la gravedad). Si la rapidez de los gases de escape es de 4.50×10^3 m/s, ¿a qué razón inicialmente quema combustible el cohete? b) Si el cohete se lanzará verticalmente desde la superficie de la Tierra con la misma aceleración inicial, ¿a qué razón se tendría que quemar el combustible? (Ignore la reducción en la rapidez de escape debida a la presión atmosférica ambiente.) (Consulte la sección 6.5.)

11. Una nave espacial en órbita circular alrededor de la Tierra tiene motores cohete de hidrogeno nuclear con una velocidad de escape de 9.00×10^3 m/s. Si el cohete tiene una masa inicial de 6.70×10^5 kg, a) ¿qué masa tendrá después de que los cohetes se han encendido y cambiando la velocidad en 3.50×10^3 m/s? Suponga que los cambios en la posición radial durante la quema de combustible son despreciables. b) ¿Qué masa de combustible consumirá el cohete durante este tiempo? (Consulte la sección 6.5.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Un bateador golpea una pelota, bloqueándola sin balancearse. a) ¿Puede la pelota de béisbol proporcionar más energía cinética al bate y al bateador que la que en sí misma lleva inicialmente? b) ¿Puede la pelota de béisbol proporcionar más cantidad de movimiento al bate y al bateador que la que en sí misma lleva inicialmente? Explique cada una de sus respuestas.

2. Si dos objetos chocan y uno se encuentra inicialmente en reposo, a) ¿es posible que ambos queden en reposo después del choque? b) ¿Es posible que solo uno quede en reposo después del choque? Explique.

3. En los choques perfectamente inelásticos entre dos objetos, hay eventos en los que toda la energía cinética original se transforma en otras formas diferentes de energía. Proporcione un ejemplo de un evento de ese tipo.

4. Los estadounidenses nunca olvidarán el ataque terrorista del 11 de septiembre de 2001. Un comentarista dijo que la fuerza de la explosión en las Torres Gemelas del Centro de Comercio Mundial fue suficientemente resistente para expulsar gas y piezas de la estructura de acero en fragmentos pequeños. No obstante, la cobertura televisiva mostró miles de hojas de papel flotando hacia abajo, muchas aún intactas. Explique cómo fue esto posible.

5. Una bola de arcilla con masa m se lanza con una rapidez v contra una pared de ladrillos. La arcilla se pega a la pared y se detiene. ¿Se viola el principio de la conservación de la cantidad de movimiento en este ejemplo?

6. Una patinadora está de pie sobre una pista de hielo sin fricción. Su amigo le lanza directamente un disco volador. ¿En cuál de los casos siguientes se transfiere la mayor cantidad de movimiento a la patinadora? a) La patinadora atrapa el disco volador y lo conserva. b) La patinadora atrapa el disco volador por un momento, pero luego lo deja caer verticalmente hacia abajo. c) La patinadora atrapa el disco volador, lo sostiene durante un momento y lo lanza a su amigo.

7. Un ejemplo más común de la conservación de la cantidad de movimiento ocurre en una máquina lavavajillas. En este dispositivo se pasa agua con alta presión a través de los agujeros pequeños de los brazos de aspersión. Use la conservación de la cantidad de movimiento para explicar por qué los brazos giran, dirigiendo el agua hacia todos los platos.

8. a) Si dos automóviles chocan, por lo general no quedan pegados. ¿Significa esto que el choque es elástico? b) Explique por qué es probable que un choque frontal sea más peligroso que otros tipos de choques.

9. Su maestro de educación física le lanza una pelota de tenis a cierta velocidad y usted la atrapa. Ahora se le da la siguiente opción: el maestro puede lanzarle una pelota terapéutica (que es mucho más masiva que la pelota de tenis) con la misma velocidad, la misma cantidad de movimiento o la misma energía cinética que la pelota de tenis. ¿Cuál opción elegiría a fin de atraparla con mayor facilidad y por qué?

10. Dos estudiantes sostienen una sábana grande de forma vertical. Un tercer estudiante, quien por casualidad es el lanzador estrella del equipo de béisbol, lanza un huevo hacia la sábana. Explique porqué el huevo no se rompe cuando choca con la sábana, sin importar su rapidez inicial (si usted intenta esto asegúrese de que el lanzador golpee la sábana cerca de su centro y no permita que el huevo caiga sobre el piso después de atraparlo.)

11. Un francotirador dispara un rifle mientras sostiene la culata sobre su hombro. Si la cantidad de movimiento hacia adelante de una bala es la misma que la cantidad de movimiento hacia atrás del rifle, ¿por qué es más peligroso ser golpeado por la bala que por el rifle?

12. Una bolsa de aire se infla cuando ocurre un choque, protegiendo a un pasajero (el muñeco de pruebas en la figura PC6.12) de una lesión grave. ¿Por qué la bolsa de aire suaviza el impacto? Explique la física que interviene en esta dramática fotografía.

© David Woods/Terra/Corbis

Figura PC6.12

13. En el golf, con frecuencia se aconseja a los jugadores novatos que "sigan" su giro. a) ¿Por qué esto hace que la pelota viaje una distancia más larga? b) Si se hace un tiro con el hoyo cercano, se requiere poco seguimiento. ¿Por qué?

14. Una caja abierta se desliza por la superficie con hielo y sin fricción de un lago congelado. ¿Qué le pasa a la rapidez de la caja cuando el agua de un chubasco cae directamente hacia ella?

15. ¿Una fuerza neta más grande ejercida sobre un objeto produce siempre un cambio mayor en la cantidad de movimiento de este último, en comparación con una fuerza neta menor? Explique.

16. ¿Una fuerza neta más grande produce siempre un cambio mayor en la energía cinética que una fuerza neta menor? Explique.

17. Si dos partículas tienen cantidades de movimiento iguales, ¿son iguales sus energías cinéticas? a) Sí, siempre; b) no, nunca; c) no, excepto cuando sus masas son iguales; d) no, excepto cuando sus rapideces son iguales; e) sí, siempre que se muevan a lo largo de líneas paralelas.

18. Dos partículas con diferente masa parten del reposo. La misma fuerza neta actúa sobre ambas cuando se mueven sobre distancias iguales. ¿Cuál es la diferencia en sus energías cinéticas finales? a) La partícula de masa mayor tiene más energía cinética. b) La partícula de masa menor tiene más energía cinética. c) Las partículas tienen energías cinéticas iguales. d) Cualquier partícula podría tener más energía cinética.

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;

2. denota un problema intermedio;

3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos

GP denota problemas guiados

M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign

Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual

S denota un problema de razonamiento simbólico

W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

6.1 Cantidad de movimiento e impulso

1. Calcule la magnitud de la cantidad de movimiento lineal para los casos siguientes: a) un protón con masa igual a 1.67×10^{-27} kg que se mueve con una rapidez de 5.00×10^{6} m/s; b) una bala de 15.0 g que se mueve con una rapidez de 300 m/s; c) un corredor de distancias cortas de 75.0 kg que se mueve con una rapidez de 10.0 m/s; d) la Tierra (masa = 5.98×10^{24} kg) que se mueve con una rapidez orbital igual a 2.98×10^{4} m/s.

2. En la figura 6.3 se muestra una fotografía de alta velocidad de un palo que golpea una pelota de golf. El palo estuvo en contacto con la pelota, al inicio en reposo, durante aproximadamente 0.002 0 s. Si la pelota tiene una masa de 55 g y sale de la cabeza del palo con una rapidez de 2.0×10^{2} pies/s, encuentre la fuerza promedio que el palo ejerce sobre ella.

3. Un lanzador afirma que puede lanzar una pelota de 0.145 kg con tanta cantidad de movimiento como la de una bala de 3.00 g que se mueve con una rapidez de 1.50×10^{3} m/s. a) ¿Cuál debe ser la rapidez de la pelota de béisbol si la afirmación del lanzador es válida? b) ¿Cuál tiene mayor energía cinética, la pelota o la bala?

4. S Una pelota con masa m se lanza al aire directo hacia arriba con una rapidez inicial v_0. a) Determine una expresión para la altura máxima que alcanza en términos de v_0 y g. b) Utilizando la conservación de la energía y el resultado del inciso a), encuentre la magnitud de la cantidad de movimiento de la pelota a la mitad de su altura máxima en términos de m y v_0.

5. Q|C Gotas de lluvia caen perpendiculares en el techo de un automóvil estacionado durante una tormenta. Las gotas golpean el techo con una rapidez de 12 m/s y la masa de lluvia por segundo que golpea al techo es 0.035 kg/s. a) Suponiendo que las gotas llegan al reposo después de golpear el techo, encuentre la fuerza promedio ejercida por la lluvia sobre este. b) Si sobre el techo cae granizo que tiene la misma masa que las gotas de lluvia a la misma razón y con la misma rapidez, ¿cuál sería la diferencia entre la fuerza promedio sobre el techo y la que se determinó en el inciso a)?

6. S Demuestre que la energía cinética de una partícula de masa m está relacionada con la magnitud de la cantidad de movimiento p de esa partícula mediante $EC = p^2/2m$. (*Nota:* esta expresión no es válida para las partículas que viajan con una rapidez cercana a la de la luz).

7. Un objeto tiene una energía cinética de 275 J y una cantidad de movimiento de magnitud 25.0 kg · m/s. Encuentre a) la rapidez y b) la masa del objeto.

8. En la figura P6.8 se muestra la gráfica de la fuerza en función del tiempo para una pelota de béisbol golpeada por un bate. A partir de esta gráfica, determine a) el impulso dado a la pelota y b) la fuerza promedio ejercida sobre ella.

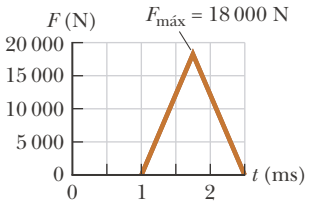


Figura P6.8

9. Un balón de volibol de 0.280 kg se aproxima a una jugadora de manera horizontal con una rapidez de 15.0 m/s. La jugadora golpea el balón con su puño y ocasiona que se mueva en la dirección opuesta con una rapidez de 22.0 m/s. a) ¿Qué impulso da la jugadora al balón? b) Si el puño de la jugadora permanece en contacto con el balón durante 0.0600 s, encuentre la magnitud de la fuerza promedio ejercida sobre el puño de la jugadora.

10. Q|C Una persona afirma que puede mantner seguro a un niño de 12.0 kg en un choque frontal con una rapidez relativa de 120 mi/h que dura 0.10 s, siempre que tenga puesto su cinturón de seguridad. a) Encuentre la mag-

nitud de la fuerza promedio necesaria para proteger al niño. b) Con base en el resultado del inciso a), ¿es válida la afirmación de la persona? c) ¿Qué dice la respuesta para este problema acerca de las leyes que requieren el uso de dispositivos de seguridad apropiados como los cinturones de seguridad y los asientos especiales para infantes?

11. Una pelota con masa de 0.150 kg se deja caer del reposo desde una altura de 1.25 m. Rebota en el piso para alcanzar una altura de 0.960 m. ¿Qué impulso dio el piso a la pelota?

12. Un jugador de tenis recibe una pelota (0.060 0 kg) que viaja de forma horizontal a 50.0 m/s y la regresa de forma horizontal a 40.0 m/s en la dirección opuesta. a) ¿Cuál es el impulso que la raqueta da a la pelota? b) ¿Qué trabajo realiza la raqueta sobre la pelota?

13. Un automóvil se detiene ante la luz roja de un semáforo. Cuando la luz pasa a verde, el automóvil acelera aumentando su rapidez de 0 a 5.20 m/s en 0.832 s. ¿Cuáles son a) la magnitud del impulso lineal y b) la fuerza total promedio que experimenta un pasajero de 70.0 kg en el automóvil durante el tiempo en que este acelera?

14. Un jugador de básquetbol de 65.0 kg salta verticalmente y deja el suelo con una velocidad de 1.80 m/s hacia arriba, a) ¿Qué impulso experimenta el jugador? b) ¿Qué fuerza ejerce el piso sobre el jugador antes del salto? c) ¿Cuál es la fuerza promedio total ejercida por el piso sobre el jugador si este se encuentra en contacto con el piso 0.450 s durante el salto?

15. En el diagrama de la fuerza en función del tiempo que se muestra en la figura P6.15, la fuerza actúa sobre un objeto de 1.5 kg. Encuentre a) el impulso de la fuerza, b) la velocidad final del objeto si inicialmente está en reposo y c) la velocidad final del objeto si inicialmente se mueve a lo largo del eje x con una velocidad de −2.0 m/s.

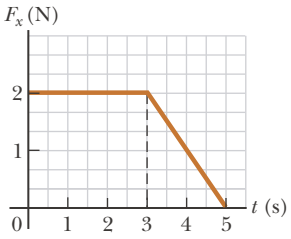


Figura P6.15

16. Una fuerza de magnitud F_x que actúa en la dirección x sobre una partícula de 2.00 kg varía con el tiempo, como se muestra en la figura P6.16. Encuentre a) el impulso de la fuerza, b) la velocidad final de la partícula si inicialmente está en reposo y c) la velocidad final de la partícula si al inicio se mueve a lo largo del eje x con una velocidad de −2.00 m/s.

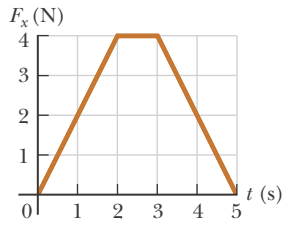


Figura P6.16

17. Las fuerzas que se muestran en el diagrama de la fuerza en función del tiempo en la figura P6.17 actúan sobre una partícula de 1.5 kg. Encuentre a) el impulso para el intervalo de $t = 0$ a $t = 3.0$ s y b) el impulso para el intervalo de $t = 0$ a $t = 5.0$ s. Si las fuerzas actúan sobre una partícula de 1.5 kg que inicialmente está en reposo, encuentre la rapidez de la partícula c) en $t = 3.0$ y d) en $t = 5.0$ s.

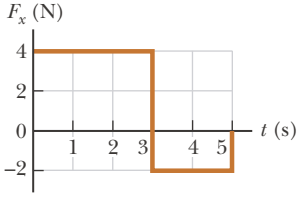


Figura P6.17

18. W Una bola de 3.00 kg de acero golpea una pared que tiene mucha masa a 10.0 m/s con un ángulo de $\theta = 60.0°$ con el plano de la pared. Rebota en la pared con la misma rapidez y el mismo ángulo (figura P6.18). Si la bola está en contacto con la pared durante 0.200 s, ¿cuál es la fuerza promedio ejercida por la pared sobre la bola?

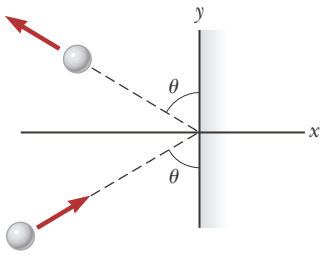


Figura P6.18

19. M Los 1.20 m del frente de un automóvil de 1400 kg están diseñados como "zona de deformación absorbente" que colapsa para absorber el impacto de un choque. Si un automóvil que viaja a 25.0 m/s se detiene uniformemente en 1.20 m, a) ¿cuánto dura el choque? b) ¿cuál es la magnitud de la fuerza promedio sobre el automóvil? c) ¿cuál es la aceleración del automóvil? Exprese la aceleración como un múltiplo de la aceleración de la gravedad.

20. Q|C Un pitcher lanza una pelota de béisbol de 0.14 kg hacia el bateador de manera que esta cruza el plato de home de forma horizontal y tiene una rapidez de 42 m/s justo antes de hacer contacto con el bate. Luego el bateador golpea la pelota directo hacia el pitcher con una rapidez de 48 m/s. Suponga que al dejar el bate la pelota viaja a lo largo de la misma línea que siguió antes de hacer contacto con el bate. a) ¿Cuál es la magnitud del impulso proporcionado por el bate a la pelota? b) Si la pelota está en contacto con el bate durante 0.0050 s, ¿cuál es la magnitud de la fuerza promedio ejercida por el bate sobre la pelota? c) ¿Cómo se compara su respuesta al inciso b) con el peso de la pelota?

6.2 Conservación de la cantidad de movimiento

21. W Las fotografías estroboscópicas con alta velocidad muestran que la cabeza de un palo de golf de 200 g viaja a 55 m/s justo antes de golpear una pelota de 46 g que se encuentra en reposo sobre una base. Después del choque, la cabeza del palo viaja (en la misma dirección) a 40 m/s. Encuentre la rapidez de la pelota de golf justo después del impacto.

22. Un rifle con un peso de 30 N dispara una bala de 5.0 g con una rapidez de 300 m/s. a) Determine la rapidez de retroceso del rifle. b) Si un hombre de 700 N sostiene el rifle firmemente contra su hombro, obtenga la rapidez de retroceso del hombre y el rifle.

23. Una chica de 45 kg se encuentra de pie sobre un tablón de 150 kg que originalmente está en reposo y que puede deslizarse sobre un lago congelado, cuya superficie es plana y sin fricción. La chica camina a lo largo del tablón con una velocidad constante de 1.50 m/s hacia la derecha en relación con el tablón. a) ¿Cuál es su velocidad en relación con la superficie del hielo? b) ¿Cuál es la velocidad del tablón en relación con la superficie del hielo?

24. S ***Esta es una versión simbólica del problema 23.*** Una chica con masa m_G se encuentra de pie sobre un tablón

de masa m_p. Los dos originalmente están en reposo sobre un lago congelado que constituye una superficie plana y sin fricción. La chica camina a lo largo del tablón con una velocidad constante v_{GP} hacia la derecha en relación con el tablón (el subíndice GP denota a la chica en relación con el tablón). a) ¿Cuál es la velocidad v_{PI} del tablón en relación con la superficie del hielo? b) ¿Cuál es la velocidad de la chica v_{GI} en relación con la superficie del hielo?

25. Q|C Una astronauta en su traje espacial tiene una masa total de 87.0 kg, incluidos el traje y el tanque de oxígeno. Su línea de sujeción pierde su conexión con su nave espacial mientras ella realiza una caminata espacial. Inicialmente en reposo respecto a su nave espacial, lanza su tanque de oxígeno de 12.0 kg en dirección opuesta a la nave con una rapidez de 8.00 m/s para impulsarse a sí misma hacia ella (figura P6.25). a) Determine la distancia máxima a la que puede estar de la nave y aún regresar dentro de 2.00 min (la cantidad de tiempo que el aire en su casco permanece respirable). b) Explique en términos de las leyes del movimiento de Newton porqué funciona está estrategia.

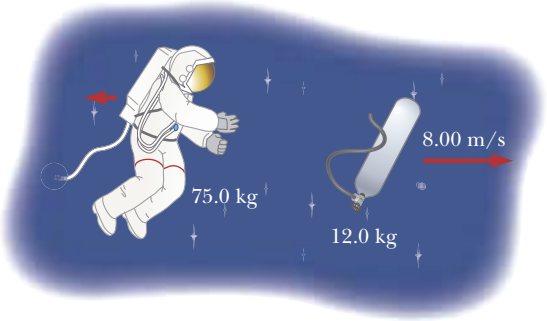


Figura P6.25

26. Un pescador de 75 kg en un bote de 125 kg lanza un paquete de masa $m = 15$ kg de forma horizontal hacia la derecha con una rapidez de $v_i = 4.5$ m/s como en la figura P6.26. Ignorando la resistencia del agua y suponiendo que el bote está en reposo antes de que se lance el paquete, encuentre la velocidad del bote después de lanzarlo.

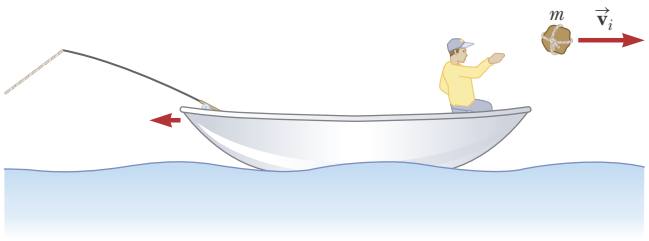


Figura P6.26

27. Una persona de 65.0 kg lanza una bola de nieve de 0.045 0 kg hacia adelante con una velocidad absoluta de 30.0 m/s. Una segunda persona, con masa de 60.0 kg, atrapa la bola de nieve. Las dos personas llevan patines. La primera inicialmente se mueve hacia adelante con una rapidez de 2.50 m/s y la segunda inicialmente está en reposo. ¿Cuáles son las velocidades de las dos después de que intercambian la bola? Ignore la fricción entre los patines y el hielo.

28. Q|C S Una patinadora amateur de masa M (cuando está vestida por completo) se encuentra atrapada en medio de una pista de hielo y no puede llegar a un lugar donde no hay hielo. Cada movimiento hace que se deslice sobre el hielo y por ello permanece en el mismo punto. Decide intentar regresar a la seguridad quitándose los guantes de masa m y lanzándolos en la dirección opuesta al lado seguro. a) Lanza los guantes tan fuerte como puede y estos salen de su mano con una velocidad $\vec{\mathbf{v}}_{\text{guantes}}$. Explique si se mueve o no. Si se mueve, calcule su velocidad $\vec{\mathbf{v}}_{\text{chica}}$ respecto a la Tierra después de que lanza los guantes. b) Explique su movimiento desde el punto de vista de las fuerzas que actúan sobre ella.

6.3 Choques

6.4 Choques oblicuos

29. GP Un hombre de masa $m_1 = 70.0$ kg patina a $v_1 = 8.00$ m/s detrás de su esposa de masa $m_2 = 50.0$ kg, quien patina a $v_2 = 4.00$ m/s. En lugar de rebasar a su esposa, el hombre choca inadvertidamente contra ella. La abraza de la cintura y así mantienen el equilibrio. a) Bosqueje el problema con diagramas de antes y después, que representen a los patinadores como bloques. b) ¿El choque se describe mejor como elástico, inelástico o perfectamente inélastico? ¿Por qué? c) Escriba la ecuación general para la conservación de la cantidad de movimiento en términos de m_1, v_1, m_2, v_2 y velocidad final v_f. d) Despeje v_f de la ecuación de la cantidad de movimiento. e) Sustituya los valores, obteniendo el valor numérico para v_f, su rapidez después del choque.

30. Una arquera dispara una flecha hacia un blanco de 300 g que se desliza en su dirección con una rapidez de 2.50 m/s sobre una superficie lisa y resbalosa. La flecha de 22.5 g se dispara con una rapidez de 35.0 m/s y pasa a través del blanco, el cual se detiene por el impacto. ¿Cuál es la rapidez de la flecha después de que pasa a través del blanco?

31. Gayle corre con una rapidez de 4.00 m/s y salta para caer en un trineo, que inicialmente se encuentra en reposo sobre la cima de una colina sin fricción cubierta de nieve. Después de que ha descendido una distancia vertical de 5.00 m, su hermano, quien al inicio está en reposo, brinca sobre su espalda y continúan bajando la colina juntos. ¿Cuál es su rapidez en el fondo de la colina si la caída vertical total es de 15.0 m? La masa de Gayle es de 50.0 kg, la del trineo es de 5.00 kg y la de su hermano es de 30.0 kg.

32. BIO Un patinador sobre hielo de 75.0 kg que se mueve a 10.0 m/s, choca contra un patinador de igual masa que se encuentra inmóvil. Después del choque, los dos patinadores se mueven como una unidad a 5.00 m/s. Suponga que la fuerza promedio que puede experimentar un patinador sin fracturarse un hueso es de 4500 N. Si el tiempo de impacto es de 0.100 s, ¿hay fractura de hueso?

33. Un vagón de ferrocarril de masa 2.00×10^4 kg se mueve a 3.00 m/s choca y se engancha con dos vagones acoplados, cada uno con la misma masa que el vagón individual y se mueven en la misma dirección a 1.20 m/s. a) ¿Cuál es la rapidez de los tres vagones acoplados después del choque? b) ¿Cuánta energía cinética se pierde en el choque?

34. S *Esta es una versión simbólica del problema 33.* Un vagón de ferrocarril de masa M que se mueve con una rapidez v_1 choca y se conecta con dos vagones acoplados, cada uno con la misma masa M y que se mueven en la misma dirección con una rapidez v_2. a) ¿Cuál es la rapidez v_f de los tres vagones acoplados después del choque en términos de v_1 y v_2? b) ¿Cuánta energía cinética se pierde en el choque? Responda en términos de M, v_1 y v_2.

35. S Considere el dispositivo del péndulo balístico analizado en el ejemplo 6.5 e ilustrado en la figura 6.12. a) Determine la razón de la cantidad de movimiento inmediatamente después del choque con la cantidad de movimiento inmediatamente antes de él. b) Demuestre que la razón de la energía cinética inmediatamente después del choque y la energía cinética inmediatamente antes es $m_1/(m_1 + m_2)$.

36. S Un automóvil de masa m que se mueve con una rapidez v_1 choca y se acopla en la parte posterior de un camión de masa $2m$ que se mueve inicialmente en la misma dirección que el automóvil con una rapidez menor v_2. a) ¿Cuál es la rapidez v_f de los dos vehículos inmediatamente después del choque? b) ¿Cuál es el cambio en energía cinética del sistema automóvil-camión en el choque?

37. En una presentación en Broadway, un actor de 80.0 kg se columpia de un cable de 3.75 m de longitud que se encuentra en posición horizontal cuando él inicia su acto. En la parte inferior de su arco, atrapa a su coestrella de 55.0 kg en un choque inelástico. ¿Qué altura máxima alcanzan después de columpiarse hacia arriba?

38. W Dos discos del juego de tejo, uno de color naranja y el otro verde, y cuyas masas son iguales, colisionan en un choque oblicuo perfectamente elástico. El disco verde inicialmente está en reposo y el disco color naranja, que inicialmente se mueve hacia la derecha a 5.00 m/s como en la figura P6.38a, lo golpea. Después del choque, el disco naranja se mueve en una dirección que forma un ángulo de 37.0° con el eje horizontal en tanto que el disco verde forma un ángulo de 53.0° con este eje como en la figura P6.38b. Determine la rapidez de cada disco después del choque.

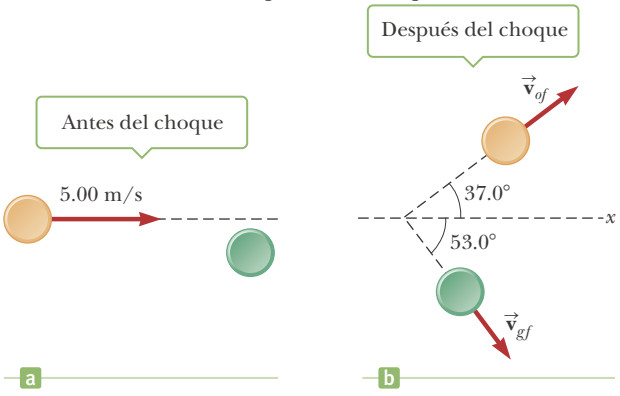


Figura P6.38

39. Una bala de 0.030 kg se dispara verticalmente a 200 m/s hacia una pelota de béisbol de 0.15 kg que inicialmente está en reposo. ¿Qué tan alto suben la bala y la pelota juntas después de chocar, suponiendo que la bala se aloja en la pelota?

40. M Una bala de masa $m = 8.00$ g se dispara hacia un bloque de masa $M = 250$ g que inicialmente está en reposo en el borde de una mesa cuya altura es $h = 1.00$ m (figura P6.40). La bala permanece en el bloque, y después del impacto este aterriza a una distancia $d = 2.00$ m de la parte inferior de la mesa. Determine la rapidez inicial de la bala.

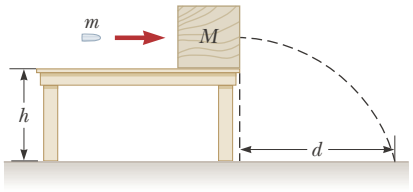


Figura P6.40

41. W Una bala de 12.0 g se dispara horizontalmente hacia un bloque de madera de 100 g que inicialmente está en reposo sobre una superficie sin fricción y unido a un resorte que tiene una constante de 150 N/m. La bala se aloja en el bloque. Si el sistema bala-bloque comprime el resorte en un máximo de 80.0 cm, ¿cuál fue la rapidez de la bala en el momento del impacto con el bloque?

42. Un automóvil de 1 200 kg que viaja inicialmente con una rapidez de 25.0 m/s en una dirección hacia el este choca en la parte posterior de un camión de 9 000 kg que se mueve en la misma dirección a 20.0 m/s (figura P6.42). La velocidad del automóvil inmediatamente después del choque es de 18.0 m/s hacia el este. a) ¿Cuál es la velocidad del camión inmediatamente después del choque? b) ¿Cuánta energía mecánica se pierde en el choque? Explique esta pérdida de energía.

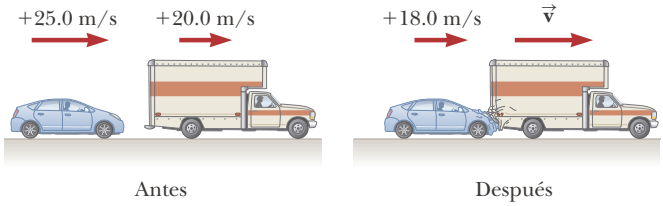


Figura P6.42

43. Q|C S Un joven de masa m_b y su novia de masa m_g, ambos con patines para hielo, se encuentran de frente y en reposo mientras están de pie sobre una pista de hielo sin fricción. Él empuja a la joven, enviándola con una velocidad v_g hacia el este. Suponga que $m_b > m_g$. a) Describa el movimiento subsecuente del joven. b) Encuentre expresiones para la energía cinética final de la chica y para la energía cinética final del chico y demuestre que ella tiene mayor energía cinética que él. c) Ambos tenían energía cinética cero antes de que el joven empujara a su novia, pero adquirieron energía cinética después del evento. ¿Cómo explica la aparición de energía mecánica?

44. GP Q|C Una sonda espacial, inicialmente en reposo, sufre una avería mecánica interna y se rompe en tres partes. Una parte de masa $m_1 = 48.0$ kg viaja en la dirección x positiva a 12.0 m/s y una segunda parte de masa $m_2 = 62.0$ kg viaja en el plano xy con un ángulo de 105° a 15.0 m/s. La tercera parte tiene masa $m_3 = 112$ kg. a) Elabore un diagrama de la situación, identificando las diferentes masas y sus velocidades. b) Escriba la expre-

sión general para la conservación de la cantidad de movimiento en las direcciones x y y en términos de m_1, m_2, m_3, v_1, v_2 y v_3, y los senos y cosenos de los ángulos, tomando θ como el ángulo desconocido. c) Calcule las componentes x finales de las cantidades de movimiento de m_1 y m_2. d) Calcule las componentes y finales de las cantidades de movimiento de m_1 y m_2. e) Sustituya las componentes conocidas de la cantidad de movimiento en las ecuaciones generales de la cantidad de movimiento para las direcciones x y y, junto con la masa conocida m_3. f) Despeje de las dos ecuaciones de la cantidad de movimiento $v_3 \cos\theta$ y v_3 sen θ, respectivamente y use la identidad $\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta = 1$ para obtener v_3. g) Divida la ecuación para v_3 sen θ entre la correspondiente a $v_3 \cos\theta$ para obtener $\tan\theta$, luego obtenga el ángulo encontrando la tangente inversa en los dos lados. h) En general, ¿tres partes como esas necesariamente tendrían que moverse en el mismo plano? ¿Por qué?

45. Un objeto de 25.0 g que se mueve hacia la derecha a 20.0 cm/s, alcanza y choca elásticamente con otro de 10.0 g que se mueve en la misma dirección a 15.0 cm/s. Encuentre la velocidad de cada objeto después del choque.

46. Una bola de billar que rueda por una mesa a 1.50 m/s tiene un choque frontal elástico con otra bola idéntica. Encuentre la rapidez de cada una después del choque a) cuando la segunda está inicialmente en reposo, b) cuando la segunda se mueve hacia la primera con una rapidez de 1.00 m/s y c) cuando la segunda se aleja de la primera con una rapidez de 1.00 m/s.

47. Q|C M En un juego de fútbol americano, un corredor de poder de 90.0 kg que corre hacia el este con una rapidez de 5.00 m/s es bloqueado por un oponente de 95.0 kg que corre hacia el norte con una rapidez de 3.00 m/s. a) ¿Por qué el bloqueo constituye un choque perfectamente inelástico? b) Calcule la velocidad de los jugadores inmediatamente después del bloqueo y c) determine la energía mecánica que se pierde como resultado del choque. d) ¿A dónde se fue la energía perdida?

48. Gemelos idénticos, cada uno con una masa de 55.0 kg, llevan puestos patines para hielo y están en reposo sobre un lago congelado, que se considera sin fricción. El gemelo A lleva una mochila con masa de 12.0 kg y la lanza horizontalmente al gemelo B a 3.00 m/s. Ignorando cualquier efecto de la gravedad, ¿cuáles son las rapideces subsecuentes de los gemelos?

49. Un automóvil de 2000 kg que se mueve hacia el este a 10.0 m/s choca con otro de 3000 kg que se mueve hacia el norte. Los automóviles quedan acoplados y se mueven como una unidad después del choque, con un ángulo de 40.0° hacia el noreste y con una rapidez de 5.22 m/s. Determine la rapidez del automóvil de 3000 kg antes del choque.

50. Dos automóviles de masa igual se aproximan a una intersección. Uno viaja con velocidad de 13.0 m/s hacia el este y el otro viaja al norte con velocidad v_2. Ningún conductor ve al otro; los vehículos chocan en la intersección y quedan acoplados, dejando marcas de derrape con un ángulo de 55.0° hacia el noreste. El límite de velocidad para los dos caminos es de 35 mi/h y el conductor del vehículo que se mueve hacia norte afirma que conducía dentro del límite de velocidad cuando ocurrió el choque. ¿Dice la verdad?

51. Una bola de billar a 5.00 m/s golpea a una bola estacionaria de la misma masa. Después del choque, la primera bola se mueve a 4.33 m/s con un ángulo de 30° respecto a la línea de movimiento original. a) Encuentre la velocidad (magnitud y dirección) de la segunda bola después del choque. b) ¿El choque fue elástico o inelástico?

Problemas adicionales

52. BIO En la investigación en cardiología y en la práctica de la fisiología, con frecuencia es importante conocer la masa de la sangre bombeada por el corazón de una persona en una apoplejía. Es posible obtener esta información por medio de un *balistocardiógrafo*. El instrumento funciona así: el paciente se encuentra acostado sobre una plataforma horizontal flotando sobre una película de aire. La fricción sobre la plataforma es despreciable. Al inicio, la cantidad de movimiento del sistema es cero. Cuando el corazón late, expulsa una masa m de sangre hacia la aorta con rapidez v, y el cuerpo y la plataforma se mueven en la dirección opuesta con rapidez V. La rapidez de la sangre se puede determinar de manera independiente (por ejemplo, observando un corrimiento Doppler de ultrasonido). Suponga que la rapidez de la sangre es de 50.0 cm/s en una prueba común. La masa del paciente más la de la plataforma es de 54.0 kg. La plataforma se mueve con una rapidez de 6.00×10^{-5} m en 0.160 s después de un latido. Calcule la masa de la sangre que sale del corazón. Suponga que la masa de la sangre es despreciable comparada con la masa total de la persona. Este ejemplo simplificado ilustra el principio de la balistocardiografía, pero en la práctica se usa un modelo más sofisticado de la función del corazón.

53. Q|C La mayoría de nosotros sabemos de manera intuitiva que en un choque frontal entre un camión de basura grande y un automóvil compacto, a usted le iría mejor si estuviera en el camión que en el automóvil. ¿Por qué es así? Mucha gente imagina que la fuerza de choque ejercida sobre el automóvil es mucho mayor que la ejercida sobre el camión. Para justificar este punto de vista, señalan que el automóvil queda aplastado, en tanto que el camión solo abollado. Esta idea de fuerzas desiguales, por supuesto, es falsa; la tercera ley de Newton nos indica que los dos objetos son sometidos a fuerzas de la misma magnitud. El camión sufre menos daños debido a que está hecho de metal más fuerte. Pero, ¿qué hay de los dos conductores? ¿Experimentan las mismas fuerzas? Para responder esta pregunta, suponga que cada vehículo se mueve inicialmente a 8.00 m/s y que ambos experimentan un choque frontal perfectamente inelástico. Cada

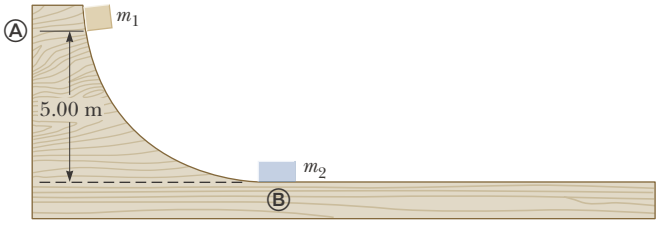


Figura P6.54

conductor tiene una masa de 80.0 kg. Incluidas las masas de los conductores, las masas totales de los vehículos son de 800 kg para el automóvil y 4 000 kg para el camión. Si el tiempo de choque es de 0.120 s, ¿qué fuerza ejerce el cinturón de seguridad sobre cada conductor?

54. Considere una pista sin fricción como se muestra en la figura P6.54. Un bloque de masa $m_1 = 5.00$ kg se libera de Ⓐ. Tiene un choque frontal elástico en Ⓑ con un bloque de masa $m_2 = 10.0$ kg que al inicio está en reposo. Calcule la altura máxima a la cual m_1 sube después del choque.

55. M Una partícula de 2.0 g que se mueve a 8.0 m/s choca de frente de manera perfectamente elástica con un objeto de 1.0 g en reposo. a) Encuentre la rapidez de cada partícula después del choque. b) Determine la rapidez de cada partícula después del choque si la estacionaria tiene una masa de 10 g. c) Obtenga la energía cinética final de la partícula incidente de 2.0 g en las situaciones descritas en los incisos a) y b). ¿En cuál caso la partícula incidente pierde más energía cinética?

56. S Una bala de masa m y rapidez v pasa completamente a través de la lenteja de un péndulo de masa M, como se muestra en la figura P6.56. La bala emerge con una rapidez de $v/2$. La lenteja del péndulo está suspendida de una barra rígida de longitud ℓ y masa despreciable. ¿Cuál es el valor máximo de v tal que la lenteja apenas gira a través de un círculo vertical completo?

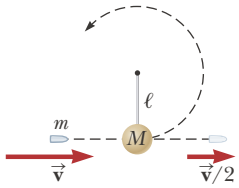


Figura P6.56

57. Dos objetos de masas $m_1 = 0.56$ kg y $m_2 = 0.88$ kg se encuentran sobre una superficie horizontal sin fricción y un resorte comprimido de fuerza constante $k = 280$ N/m está colocado entre ellos, como en la figura P6.57a. Ignore la masa del resorte. El resorte no está unido a ninguno de los objetos y está comprimido una distancia de 9.8 cm. Si los objetos se liberan del reposo, encuentre la velocidad de cada uno como se muestra en la figura P6.57b.

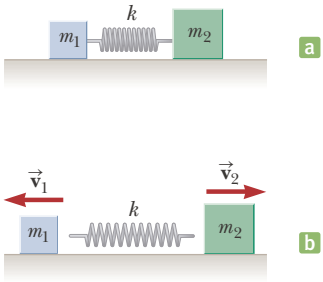


Figura P6.57

58. Una cuenta de color azul de 0.400 kg se desliza sobre un alambre curvo sin fricción, partiendo del reposo en el punto Ⓐ en la figura P6.58, donde $h = 1.50$ m. En el punto Ⓑ, la cuenta choca elásticamente con una cuenta verde de 0.600 kg en reposo. Encuentre la altura máxima que sube la cuenta verde cuando se mueve hacia arriba por el alambre.

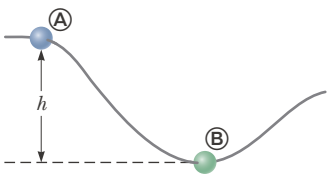


Figura P6.58

59. Una persona de 730 N se encuentra de pie a la mitad de un estanque congelado cuyo radio es de 5.0 m. No puede llegar al otro lado del estanque debido a la falta de fricción entre sus zapatos y el hielo. Para superar esta dificultad, lanza su libro de física de 1.2 kg de manera horizontal hacia la orilla norte con una rapidez de 5.0 m/s. ¿Cuánto tiempo le toma llegar a la orilla sur?

60. Un núcleo inestable de masa 1.7×10^{-26} kg, inicialmente en reposo en el origen de un sistema de coordenadas, se desintegra en tres partículas. Una partícula, que tiene una masa $m_1 = 5.0 \times 10^{-27}$ kg, se mueve en la dirección y positiva con rapidez $v_1 = 6.0 \times 10^{6}$. Otra partícula, de masa $m_2 = 8.4 \times 10^{-27}$ kg, se mueve en la dirección x positiva con rapidez $v_2 = 4.0 \times 10^{6}$ m/s. Encuentre la magnitud y la dirección de la velocidad de la tercera partícula.

61. S Dos bloques de masas m_1 y m_2 se aproximan sobre una mesa horizontal con la misma rapidez constante, v_0, según las mediciones de un observador en un laboratorio. Los bloques experimentan un choque perfectamente elástico y se observa que m_1 se detiene pero m_2 se mueve en dirección opuesta a su movimiento original con alguna rapidez constante, v. a) Determine la razón de las dos masas, m_1/m_2. b) ¿Cuál es la razón de sus rapideces, v/v_0?

62. Dos bloques de masas $m_1 = 2.00$ kg y $m_2 = 4.00$ kg se liberan del reposo a una altura de $h = 5.00$ m sobre una pista sin fricción, como se muestra en la figura P6.62 y experimentan un choque frontal elástico. a) Encuentre la velocidad de cada bloque justo antes del choque. b) Determine la velocidad de cada bloque inmediatamente después del choque. c) Determine las alturas máximas a las cuales m_1 y m_2 suben después del choque.

Figura P6.62

63. Un bloque con masa $m_1 = 0.500$ kg se libera del reposo sobre una pista sin fricción a una distancia $h_1 = 2.50$ m arriba de la parte superior de una mesa. Luego choca elásticamente con un objeto que tiene una masa $m_2 = 1.00$ kg que inicialmente está en reposo sobre la mesa, como se muestra en la figura P6.63. a) Determine las velocidades de los dos objetos justo después del choque. b) ¿Qué tan alto sube por la pista el objeto de 0.500 kg después del choque? c) ¿Qué tan lejos de la parte inferior de la mesa aterriza el objeto de 1.00 kg, dado que la altura de la mesa es $h_2 = 2.00$ m? d) ¿Qué

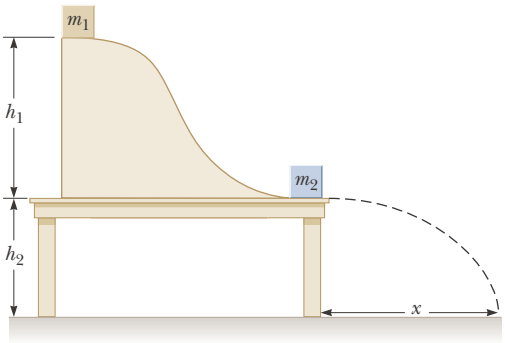


Figura P6.63

tan lejos de la parte inferior de la mesa el objeto de 0.500 kg finalmente aterriza?

64. S Dos objetos de masas m y $3m$ se mueven uno hacia el otro a lo largo del eje x con la misma rapidez inicial v_0. El objeto con masa m viaja hacia la izquierda y el objeto con masa $3m$ hacia la derecha. Los dos experimentan un choque oblicuo elástico tal que m se mueve hacia abajo después del choque con ángulos rectos desde su posición inicial. a) Encuentre la rapidez final de los dos objetos. b) ¿Cuál es el ángulo θ al cual el objeto con masa $3m$ se dispersa?

65. Un bloque pequeño de masa $m_1 = 0.500$ kg se libera del reposo en la parte superior de una cuña curva de masa $m_2 = 3.00$ kg, el cual se encuentra sobre una superficie horizontal sin fricción, como en la figura P6.65a. Cuando el bloque sale de la cuña, su velocidad se mide en 4.00 m/s hacia la derecha, como en la figura 6.65b. a) ¿Cuál es la velocidad de la cuña después de que el bloque llega a la superficie horizontal? b) ¿Cuál es la altura h de la cuña?

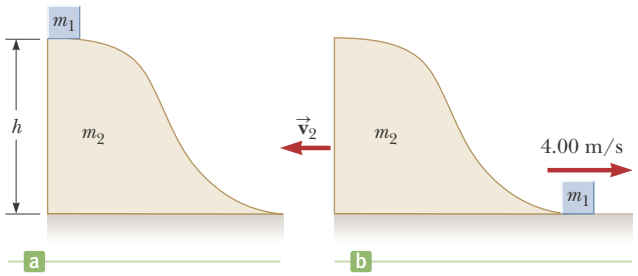


Figura P6.65

66. En un juego de billar una bola de tiro que viaja a 4.00 m/s choca de forma oblicua y elástica con una bola objetivo de igual masa, que inicialmente está en reposo. La bola de tiro se desvía de manera que forma un ángulo de 30.0° con su dirección original. Encuentre a) el ángulo entre los vectores velocidad de las dos bolas después del choque y b) la rapidez de cada bola después del choque.

67. Q|C Un cañón está rígidamente unido a un carruaje, el cual se puede mover a lo largo de rieles horizontales, pero está conectado a un poste con un resorte grande, inicialmente sin estirar y con fuerza constante $k = 2.00 \times 10^4$ N/m, como en la figura P6.67. El cañón dispara un proyectil de 200 kg a una velocidad de 125 m/s dirigido a 45.0° arriba de la horizontal. a) Si la masa del cañón y su carruaje es de 5 000 kg, encuentre la rapidez de retroceso del cañón. b) Determine la extensión máxima del resorte. c) Encuentre la fuerza máxima que el resorte ejerce sobre el carruaje. d) Considere que el sistema consiste del cañón, el carruaje y el proyectil. ¿Se conserva la cantidad de movimiento de este sistema durante el disparo? ¿Por qué sí o por qué no?

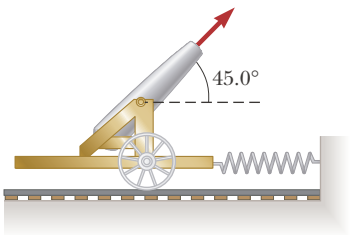


Figura P6.67

68. La "plataforma de fuerza" es una herramienta que se usa para analizar el desempeño de los atletas al medir la fuerza vertical como una función del tiempo que el atleta ejerce sobre el suelo al realizar varias actividades. Una gráfica simplificada de la fuerza en función del tiempo para un atleta que realiza un salto de altura se muestra en la figura P6.68. El atleta inició el salto en $t = 0.0$ s. ¿Cuál fue la altura del salto?

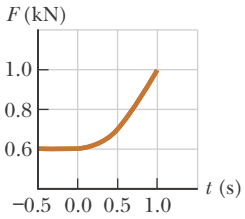


Figura P6.68

69. Un neutrón en un reactor nuclear choca de frente de manera elástica con un átomo de carbono que inicialmente está en reposo (la masa del núcleo de carbono es aproximadamente 12 veces la del neutrón). ¿Qué fracción de la energía cinética del neutrón se transfiere al núcleo de carbono? b) Si la energía cinética inicial del neutrón es de 1.6×10^{-13} J, encuentre su energía cinética final y la energía cinética del núcleo de carbono después del choque.

70. Q|C S Dos bloques chocan sobre una superficie sin fricción. Después del choque, los bloques quedan pegados. El bloque A tiene una masa M, y al inicio se mueve hacia la derecha con una rapidez v. El bloque B tiene una masa $2M$ y al inicio está en reposo. El sistema C se compone de los dos bloques. a) Dibuje un diagrama de fuerzas para cada bloque en un instante *durante* el choque. b) Clasifique las magnitudes de las fuerzas horizontales en su diagrama. Explique su razonamiento. c) Calcule el cambio en la cantidad de movimiento del bloque A, del bloque B y del sistema C. d) ¿Se conserva la energía cinética en este choque? Explique su respuesta. (Este problema es cortesía de Edward F. Redish. Para ver más problemas de este tipo, visite la página http://physics.umd.edu/perg).

71. Q|C En una intersección a) Un automóvil que viaja hacia el este golpea a otro que viaja al norte y los dos se mueven juntos como una unidad. El propietario de una casa en la esquina sureste de la intersección afirma que su cerca fue destruida en el choque. ¿La compañía de seguros debe compensar el daño? Defienda su respuesta. b) Asigne al automóvil que se mueve al este una masa de 1 300 kg y una rapidez de 30.0 km/h y al automóvil que se mueve al norte una masa de 1 100 kg y una rapidez de 20.0 km/h. Encuentre la velocidad después del choque. ¿Son consistentes los resultados con su respuesta para el inciso a)?

72. Un jugador de fútbol soccer de 60 kg salta verticalmente hacia arriba y da un cabezazo al balón de 0.45 kg cuando este desciende verticalmente con una rapidez de 25 m/s. a) Si el jugador se movía hacia arriba con una rapidez de 4.0 m/s justo antes del impacto, ¿cuál será la rapidez del balón inmediatamente después del choque si el balón rebota verticalmente hacia arriba y el choque es elástico? b) Si el balón está en contacto con la cabeza del jugador durante 20 ms, ¿cuál es la aceleración pro-

medio del balón? (Observe que la fuerza de gravedad se puede ignorar durante el tiempo breve del choque).

73. M Una pelota de tenis con masa de 57.0 g se mantiene justo arriba de un balón de básquetbol con masa de 590 g. Con sus centros alineados verticalmente, la pelota y el balón se liberan del reposo al mismo tiempo y caen una distancia de 1.20 m, como se muestra en la figura P6.73. a) Determine la magnitud de la velocidad hacia abajo con la cual el balón de básquetbol llega al suelo. b) Suponga que un choque elástico con el suelo invierte de manera instantánea la velocidad del balón mientras la pelota aún se mueve hacia abajo. Luego, el balón y la pelota se encuentran y tienen un choque elástico. ¿Hasta qué altura rebota la pelota de tenis?

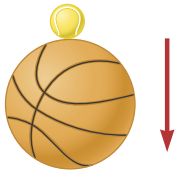


Figura P6.73

74. Un trineo de 20.0 kg con un conductor de 70.0 kg se deslizan por un tobogán sin fricción dirigido a 30.0° debajo de la horizontal a 8.00 m/s cuando una mujer de 55.0 kg se deja caer desde la rama de un árbol directamente hacia abajo detrás del conductor. Si ella cae con un desplazamiento vertical de 2.00 m, ¿cuál es la velocidad subsecuente del trineo inmediatamente después del impacto?

75. S *Medición de la rapidez de una bala.* Una bala de masa m se dispara horizontalmente hacia un bloque de madera de masa M que se encuentra sobre una mesa. La bala permanece en el bloque después del choque. El coeficiente de fricción entre el bloque y la mesa es μ y el bloque se desliza una distancia d antes de detenerse. Encuentre la rapidez inicial v_0 de la bala en términos de M, m, μ, g y d.

76. Un calamar volador (familia *Ommastrephidae*) puede "saltar" fuera de la superficie del mar tomando agua en su cavidad corporal y después expulsándola de forma vertical hacia abajo. Un calamar de 0.85 kg puede expulsar 0.30 kg de agua con una rapidez de 20 m/s. a) ¿Cuál será la rapidez del calamar inmediatamente después de expulsar el agua? b) ¿A qué altura en el aire subirá el calamar?

77. Un disco de hockey de 0.30 kg, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción, es golpeado por otro de 0.20 kg que inicialmente se mueve a lo largo del eje x con una velocidad de 2.0 m/s. Después del choque, el disco de 0.20 kg tiene una rapidez de 1.0 m/s con un ángulo de $\theta = 53°$ respecto al eje x positivo. a) Determine la velocidad del disco de 0.30 kg después del choque. b) Encuentre la fracción de la energía cinética pérdida en el choque.

78. Q|C S Un bloque de madera de M reposa sobre una mesa que tiene un agujero grande como en la figura P6.78. Una bala de masa m con una velocidad inicial v_i se dispara hacia arriba hacia la parte inferior del bloque y permanece en el bloque después del choque. El bloque y la bala suben a una altura máxima h. a) Describa cómo encontraría la velocidad inicial de la bala aplicando ideas que haya aprendido en este capítulo. b) Encuentre una expresión para la velocidad inicial de la bala.

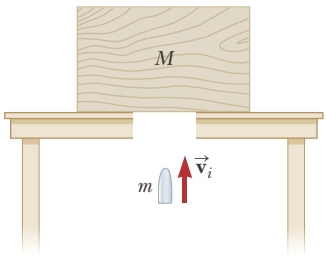


Figura P6.78 Problemas 78 y 79.

79. Q|C Un bloque de 1.25 kg reposa sobre una mesa que tiene un agujero grande, como se muestra en la figura P6.78. Una bala de 0.500 g con una velocidad inicial v_i se dispara hacia arriba a la parte inferior del bloque y permanece en él después del choque. El bloque y la bala suben a una altura máxima de 22.0 cm. a) Describa cómo encontraría la velocidad inicial de la bala aplicando ideas que haya aprendido en este capítulo. b) Calcule la velocidad inicial de la bala a partir de la información dada.

La Estación Internacional Espacial cae libremente alrededor de la Tierra a miles de metros por segundo y se mantiene en órbita por la fuerza centrípeta proporcionada por la gravedad.

NASA

7 Movimiento rotacional y la ley de la gravedad

7.1 Rapidez angular y aceleración angular

7.2 Movimiento rotacional bajo aceleración angular constante

7.3 Relaciones entre cantidades angulares y lineales

7.4 Aceleración centrípeta

7.5 Gravitación newtoniana

7.6 Leyes de Kepler

El movimiento rotacional es una parte importante de la vida cotidiana. La rotación de la Tierra crea el ciclo del día y la noche, la rotación de las ruedas facilita el movimiento de los vehículos y la tecnología moderna depende del movimiento circular en una variedad de contextos, desde los engranes diminutos en un reloj suizo hasta la operación de tornos y de todo tipo de maquinaria. Los conceptos de *rapidez angular, aceleración angular* y *aceleración centrípeta* son fundamentales para comprender los movimientos de diversos fenómenos, desde un automóvil que se mueve por una pista circular hasta los cúmulos de galaxias que orbitan alrededor de un centro común.

Cuando el movimiento rotacional se combina con la ley de la gravitación universal de Newton y sus leyes del movimiento, también puede explicar ciertos hechos relacionados con los viajes espaciales y el movimiento de los satélites, como dónde colocar un satélite de manera que permanezca fijo en su posición sobre la misma zona en la Tierra. La generalización de la energía potencial gravitacional y de la conservación de la energía ofrece un camino fácil para obtener resultados como la rapidez de escape planetaria. Por último, se presentan las tres leyes de Kepler del movimiento planetario que formaron la base del enfoque de Newton hacia la gravedad.

7.1 Rapidez angular y aceleración angular

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir medidas en radianes, la posición angular y el desplazamiento angular.
2. Definir la rapidez angular promedio e instantánea.
3. Definir la aceleración angular promedio e instantánea.
4. Realizar cálculos elementales con variables angulares.

En el estudio del movimiento lineal, los conceptos importantes son el *desplazamiento* Δx, la *velocidad* v y la *aceleración* a. Cada uno de estos conceptos tiene su análogo en el movimiento rotacional: *desplazamiento angular* $\Delta\theta$, *velocidad angular* ω y *aceleración angular* α.

El *radián*, una unidad de medida angular, es esencial para la comprensión de estos conceptos. Recuerde que la distancia s alrededor de un círculo está dada por $s = 2\pi r$, donde r es el radio del círculo. Dividir los dos lados entre r resulta en $s/r = 2\pi$. Esta cantidad es adimensional ya que tanto s como r tienen dimensiones de longitud, pero el valor 2π corresponde a un desplazamiento alrededor de un círculo. La mitad de un círculo daría una respuesta de π, un cuarto de círculo una respuesta de $\pi/2$. Los números 2π, π y $\pi/2$ corresponden a ángulos de 360°, 180° y 90°, respectivamente, por lo que se puede introducir una nueva medida angular, el **radián**, con $180° = \pi$ rad que relaciona grados con radianes.

El ángulo θ subtendido por una longitud de arco s a lo largo de un círculo de radio r, medido en radianes en sentido de las manecillas del reloj desde el eje x positivo, es

$$\theta = \frac{s}{r} \qquad [7.1]$$

El ángulo θ en la ecuación 7.1 en realidad es un desplazamiento angular desde el eje x positivo y s es el desplazamiento correspondiente a lo largo del arco circular, de nuevo medido desde el eje x positivo. En la figura 7.1 se ilustra el tamaño de 1 radián, que es aproximadamente 57°. La conversión de grados a radianes requiere multiplicar por la razón (π rad/180°). Por ejemplo, 45° (π rad/180°) = (π/4) rad.

En general, las cantidades angulares en física deben expresarse en radianes. Asegúrese de poner su calculadora en el modo de radianes; olvidar hacerlo es un error común.

Con base en el concepto de medida en radianes, ahora podemos explicar los conceptos angulares en física. Considere la figura 7.2a, que es una vista superior de un disco compacto que gira. Un disco como ese es un ejemplo de un "cuerpo rígido" y cada una de sus piezas se encuentra fija en una posición en relación con todas las demás piezas. Cuando un cuerpo rígido gira en un ángulo dado, todas sus piezas giran hacia el mismo ángulo al mismo tiempo. Para el disco compacto, el eje de rotación está en el centro, O. Un punto P sobre el disco está a una distancia r del origen y se mueve respecto a O en un círculo de radio r. Establecemos una línea de referencia *fija*, como se muestra en la figura 7.2a y suponemos que en el tiempo $t = 0$ el punto P está en esa línea de referencia. Después de que un intervalo Δt ha transcurrido, P ha avanzado hasta una nueva posición (figura 7.2b). En este intervalo, la línea OP se ha movido a través del ángulo θ respecto a la línea de referencia. El ángulo θ, medido en radianes, se denomina **posición angular** y es análoga a la posición lineal variable x. De igual forma, P se ha movido una longitud de arco s medida a lo largo de la circunferencia del círculo.

En la figura 7.3, cuando un punto en el disco que gira se mueve de Ⓐ a Ⓑ en un tiempo Δt, empieza en un ángulo θ_i y termina en un ángulo θ_f. La diferencia $\theta_f - \theta_i$ se denomina **desplazamiento angular**.

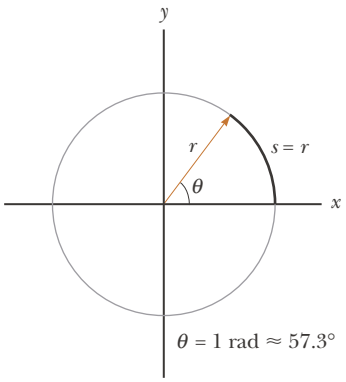


Figura 7.1 Para un círculo de radio r, un radián es el ángulo subtendido por una longitud de arco igual a r.

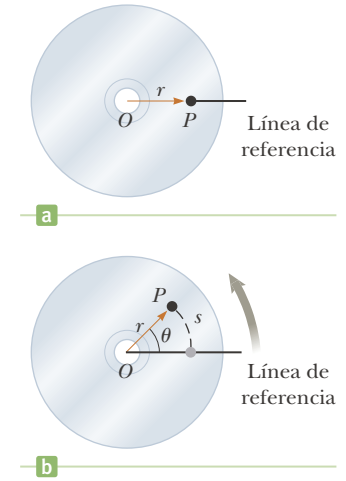


Figura 7.2 a) El punto P sobre un disco compacto que gira en $t = 0$. b) Cuando el disco gira, P se mueve a través de una longitud de arco s.

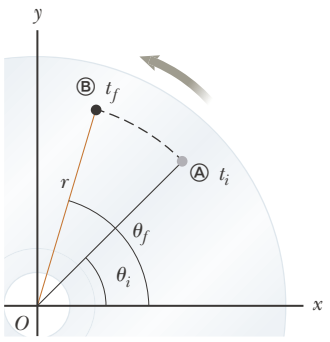


Figura 7.3 Cuando un punto en el disco compacto se mueve de Ⓐ a Ⓑ, el disco gira a través del ángulo $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$.

El desplazamiento angular de un objeto, $\Delta\theta$, es la diferencia en sus ángulos final e inicial:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \qquad [7.2]$$

Unidad SI: radián (rad)

Por ejemplo, si un punto en un disco está en $\theta_i = 4$ rad y gira a una posición angular $\theta_f = 7$ rad, el desplazamiento angular es $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = 7$ rad $- 4$ rad $= 3$ rad. Observe que usamos variables angulares para describir al disco que gira debido a que **cada punto en el disco experimenta el mismo desplazamiento angular en cualquier intervalo de tiempo dado**.

Usando la definición en la ecuación 7.2, la ecuación 7.1 se puede escribir de forma más general como $\Delta\theta = \Delta s/r$, donde Δs es un desplazamiento a lo largo del arco circular subtendido por el desplazamiento angular. Una vez que se han definido los desplazamientos angulares, es natural definir una rapidez angular:

La rapidez angular promedio ω_{prom} de un objeto rígido que gira durante el intervalo de tiempo Δt es el desplazamiento angular $\Delta\theta$ dividido entre Δt:

$$\omega_{\text{prom}} \equiv \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad [7.3]$$

Unidad SI: radianes por segundo (rad/s)

Sugerencia 7.1 Recuerde el radián

En la ecuación 7.1 se usan ángulos medidos en *radianes*. Los ángulos que se expresan en términos de grados primero tienen que convertirse a radianes. Además, asegúrese de verificar si su calculadora está en modo de grados o radianes al resolver problemas que comprendan rotaciones.

Para intervalos muy breves, la rapidez angular promedio se aproxima a la rapidez angular instantánea, igual que en el caso lineal.

La **rapidez angular instantánea** ω de un objeto rígido que gira es el límite de la rapidez promedio $\Delta\theta/\Delta t$ cuando el intervalo Δt tiende a cero:

$$\omega \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad [7.4]$$

Unidad SI: radianes por segundo (rad/s)

Tomamos ω positiva cuando θ aumenta (movimiento en sentido contrario a las manecillas del reloj) y negativa cuando θ disminuye (movimiento en sentido de las manecillas del reloj). Cuando la rapidez angular es constante, la rapidez angular instantánea es igual a la rapidez angular promedio.

EJEMPLO 7.1 Helicópteros

OBJETIVO Realizar algunos cálculos elementales con variables angulares.

PROBLEMA El rotor de un helicóptero gira con una rapidez angular de 3.20×10^2 revoluciones por minuto (en este libro en ocasiones usamos la abreviación rpm, pero en la mayoría de los casos usamos rev/min). **a)** Exprese esta rapidez angular en radianes por segundo. **b)** Si el rotor tiene un radio de 2.00 m, ¿qué longitud de arco traza la punta de una pala en 3.00×10^2 s? **c)** El piloto abre el acelerador y la rapidez angular de la pala aumenta mientras gira 26 veces en 3.60 s. Calcule la rapidez angular promedio en ese tiempo.

ESTRATEGIA Durante una revolución el rotor gira con un ángulo de 2π radianes. Use esta relación como un factor de conversión. Para el inciso b) primero calcule el desplazamiento angular en radianes multiplicando la rapidez angular por el tiempo. El inciso c) es una simple aplicación de la ecuación 7.3.

SOLUCIÓN

a) Exprese esta rapidez angular en radianes por segundo.

Aplique los factores de conversión de 1 rev $= 2\pi$ rad y 60.0 s $=$ 1 min:

$$\omega = 3.20 \times 10^2 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

$$= 3.20 \times 10^2 \frac{\cancel{\text{rev}}}{\cancel{\text{min}}}\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{rev}}}\right)\left(\frac{1.00 \cancel{\text{min}}}{60.0 \text{ s}}\right)$$

$$= 33.5 \text{ rad/s}$$

b) Encuentre la longitud de arco trazada por la punta de la pala. Multiplique la rapidez angular por el tiempo para obtener el desplazamiento angular:

$$\Delta\theta = \omega t = (33.5 \text{ rad/s})(3.00 \times 10^2 \text{ s}) = 1.01 \times 10^4 \text{ rad}$$

Multiplique el desplazamiento angular por el radio para obtener la longitud de arco:

$$\Delta s = r\,\Delta\theta = (2.00 \text{ m})(1.01 \times 10^4 \text{ rad}) = 2.02 \times 10^4 \text{ m}$$

c) Calcule la rapidez angular promedio de la pala mientras su rapidez angular aumenta.

Aplique la ecuación 7.3, observando que

$$\Delta\theta = (26 \text{ rev})(2\pi \text{ rad/rev}) = 52\pi \text{ rad}:$$

$$\omega_{\text{prom}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{52\pi \text{ rad}}{3.60 \text{ s}} = 45 \text{ rad/s}$$

COMENTARIOS Es mejor expresar las rapideces angulares en radianes por segundo. El uso consistente de las medidas en radianes disminuye la posibilidad de cometer errores.

PREGUNTA 7.1 ¿Es posible expresar una rapidez angular en grados por segundo? Si lo es, ¿cuál es el factor de conversión a partir de radianes por segundo?

EJERCICIO 7.1 Una rueda de la fortuna gira de forma constante a 185.0 revoluciones por hora. **a)** Exprese esta razón de rotación en unidades de radianes por segundo. **b)** Si la rueda tiene un radio de 12.0 m, ¿qué longitud de arco traza un pasajero durante un paseo que dura 5.00 min? **c)** Si luego la rueda aminora su rapidez hasta llegar al reposo en 9.72 s mientras realiza un giro de un cuarto de vuelta, calcule la magnitud de su rapidez angular promedio durante ese tiempo.

RESPUESTAS a) 0.323 rad/s; b) 1.16×10^3 m; c) 0.162 rad/s

Cuestionario rápido

7.1 Un cuerpo rígido gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj respecto a un eje fijo. Cada uno de los siguientes pares de cantidades representa una posición angular inicial y una posición angular final del cuerpo rígido. ¿Cuál de los conjuntos puede ocurrir *solo* si el cuerpo rígido gira más de 180°? a) 3 rad, 6 rad; b) −1 rad, 1 rad; c) 1 rad, 5 rad.

7.2 Suponga que el cambio en la posición angular para cada par de valores en el cuestionario rápido 7.1 ocurrió en 1 s. ¿Cuál opción representa la rapidez angular promedio más baja?

En la figura 7.4 se muestra una bicicleta al revés de manera que un técnico mecánico pueda trabajar sobre la rueda trasera. Los pedales de la bicicleta se giran de manera que en el tiempo t_i la rueda tiene una rapidez angular ω_i (figura 7.4a) y en un tiempo posterior t_f tiene una rapidez angular ω_f (figura 7.4b). Igual que una rapidez cambiante conduce al concepto de aceleración, una rapidez angular cambiante conduce al concepto de aceleración angular.

La aceleración angular promedio de un objeto α_{prom} durante el intervalo Δt es el cambio en su rapidez angular $\Delta\omega$ dividido entre Δt:

$$\alpha_{\text{prom}} \equiv \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad [7.5]$$

Unidad SI: radianes por segundo al cuadrado (rad/s^2)

◀ Aceleración angular promedio

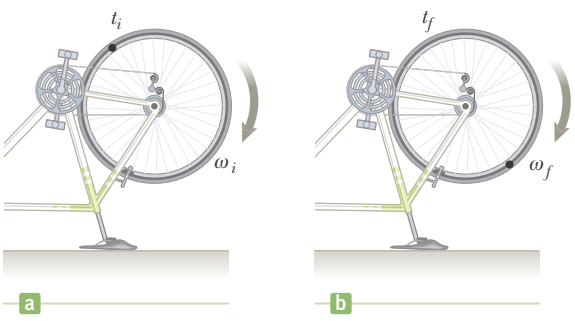


Figura 7.4 Una rueda de bicicleta que acelera gira con a) rapidez angular ω_i en un tiempo t_i y rapidez angular ω_f en el tiempo t_f.

Igual que con la velocidad angular, las aceleraciones angulares positivas van en la dirección contraria a la de las manecillas del reloj, las aceleraciones angulares negativas van en la dirección de las manecillas del reloj. Si la rapidez angular pasa de 15 rad/s a 9.0 rad/s en 3.0 s, la aceleración angular promedio durante ese intervalo es

$$\alpha_{\text{prom}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{9.0 \text{ rad/s} - 15 \text{ rad/s}}{3.0 \text{ s}} = -2.0 \text{ rad/s}^2$$

El signo negativo indica que la aceleración angular ocurre en el sentido de las manecillas del reloj (aunque la rapidez angular, aún positiva pero disminuyendo, ocurre en la dirección contraria a la de las manecillas del reloj). También existe una versión instantánea de la aceleración angular:

Aceleración angular instantánea ▶

La aceleración angular instantánea α es el límite de la aceleración angular promedio $\Delta\omega/\Delta t$ cuando el intervalo Δt tiende a cero:

$$\alpha \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad [7.6]$$

Unidad SI: radianes por segundo al cuadrado (rad/s^2)

Cuando un objeto rígido gira respecto a un eje fijo, como lo hace la rueda de la bicicleta, cada parte del objeto tiene la misma rapidez angular y la misma aceleración angular. Este hecho es lo que hace a estas variables tan útiles para describir el movimiento rotacional. En contraste, la rapidez y la aceleración tangencial (lineal) del objeto toman valores diferentes que dependen de la distancia desde un punto dado hasta el eje de rotación.

7.2 Movimiento rotacional bajo aceleración angular constante

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Identificar la correspondencia entre las ecuaciones para el movimiento lineal en aceleración constante y las respectivas para el movimiento angular.
2. Aplicar la cinemática rotacional a los objetos que experimentan una aceleración angular uniforme.

Existe una variedad de semejanzas entre las ecuaciones para el movimiento rotacional y aquellas para el movimiento lineal. Por ejemplo, compare la ecuación que define la rapidez angular,

$$\omega_{\text{av}} \equiv \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

con la correspondiente a la rapidez lineal promedio,

$$v_{\text{av}} \equiv \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

En estas ecuaciones, ω toma el lugar de v y θ toma el lugar de x; por lo tanto, las ecuaciones difieren solo en los nombres de las variables. De la misma forma, cada cantidad lineal que hemos encontrado hasta ahora tiene una "gemela" correspondiente en el movimiento rotacional.

El procedimiento que se usa en la sección 2.5 para desarrollar las ecuaciones cinemáticas para el movimiento lineal bajo aceleración constante se puede usar para deducir un conjunto de ecuaciones similar para el movimiento rotacional bajo aceleración

angular constante. Las ecuaciones que resultan de la cinemática rotacional, junto con las ecuaciones correspondientes para el movimiento lineal, son las siguientes:

Movimiento lineal con a constante (Variables: x and v)	**Movimiento rotacional respecto a un eje fijo con α constante (Variables: θ y ω)**	
$v = v_i + at$	$\omega = \omega_i + \alpha t$	**[7.7]**
$\Delta x = v_i t + \frac{1}{2}at^2$	$\Delta\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	**[7.8]**
$v^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$	$\omega^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta$	**[7.9]**

Observe que cada término en una ecuación lineal dada tiene un término correspondiente en la ecuación rotacional análoga.

Cuestionario rápido

7.3 Considere de nuevo los pares de posiciones angulares para el objeto rígido en el cuestionario rápido 7.1. Si el objeto parte del reposo en la posición angular inicial, se mueve en sentido contrario a las manecillas del reloj con aceleración angular constante y llega a la posición angular final con la misma rapidez angular en los tres casos, ¿para cuál opción es mayor la aceleración angular?

EJEMPLO 7.2 Una rueda que gira

OBJETIVO Aplicar las ecuaciones cinemáticas rotacionales.

PROBLEMA Una rueda gira con una aceleración angular constante de 3.50 rad/s^2. Si la rapidez angular de la rueda es 2.00 rad/s en $t = 0$, **a)** ¿a través de cuál ángulo gira la rueda entre $t = 0$ y $t = 2.00$ s? Proporcione su respuesta en radianes y en revoluciones. **b)** ¿Cuál es la rapidez angular de la rueda en $t = 2.00$ s? **c)** ¿Qué desplazamiento (en revoluciones) resulta mientras la rapidez angular determinada en el inciso b) se duplica?

ESTRATEGIA La aceleración angular es constante; por lo tanto, este problema solo requiere sustituir los valores dados en las ecuaciones 7.7 a 7.9.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el desplazamiento angular después de 2.00 s, tanto en radianes como en revoluciones.

Use la ecuación 7.8, estableciendo $\omega_i = 2.00$ rad/s, $\alpha = 3.5$ rad/s^2 y $t = 2.00$ s:

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \omega_i t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \\ &= (2.00\ \text{rad/s})(2.00\ \text{s}) + \tfrac{1}{2}(3.50\ \text{rad/s}^2)(2.00\ \text{s})^2 \\ &= \boxed{11.0\ \text{rad}}\end{aligned}$$

Convierta radianes a revoluciones:

$$\Delta\theta = (11.0\ \text{rad})(1.00\ \text{rev}/2\pi\ \text{rad}) = \boxed{1.75\ \text{rev}}$$

b) ¿Cuál es la rapidez angular de la rueda en $t = 2.00$ s?

Sustituya los mismos valores en la ecuación 7.7:

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_i + \alpha t = 2.00\ \text{rad/s} + (3.50\ \text{rad/s}^2)(2.00\ \text{s}) \\ &= \boxed{9.00\ \text{rad/s}}\end{aligned}$$

c) ¿Qué desplazamiento angular (en revoluciones) resulta durante el tiempo en el cual la rapidez angular encontrada en el inciso a) se duplica?

Aplique la ecuación cinemática rotacional independiente del tiempo:

$$\omega_f^2 - \omega_i^2 = 2\alpha\Delta\theta$$

Sustituya los valores, observando que $\omega_f = 2\omega_i$:

$$(2 \times 9.00\ \text{rad/s})^2 - (9.00\ \text{rad/s})^2 = 2(3.50\ \text{rad/s}^2)\Delta\theta$$

Despeje el desplazamiento angular y convierta a revoluciones:

$$\Delta\theta = (34.7\ \text{rad})\left(\frac{1\ \text{rev}}{2\pi\ \text{rad}}\right) = \boxed{5.52\ \text{rev}}$$

COMENTARIOS El resultado en el inciso b) también podría haberse obtenido de la ecuación 7.9 y los resultados del inciso a).

(*Continúa*)

PREGUNTA 7.2 Suponga que el radio de la rueda se duplica. ¿Esto afecta las respuestas? Si es así, ¿de qué forma?

EJERCICIO 7.2 a) Determine el ángulo en el cual gira la rueda entre $t = 2.00$ s y $t = 3.00$ s. b) Obtenga la rapidez angular cuando $t = 3.00$ s. c) ¿Cuál es la magnitud de la rapidez angular dos revoluciones después de $t = 3.00$ s?

RESPUESTAS a) 10.8 rad; b) 12.5 rad/s; c) 15.6 rad/s

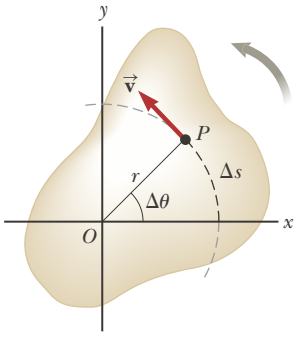


Figura 7.5 Rotación de un objeto respecto de un eje a través de O (el eje z) que es perpendicular al plano de la figura. Observe que un punto P sobre el objeto gira en un círculo de radio r centrado en O.

7.3 Relaciones entre cantidades angulares y lineales

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Aplicar las relaciones entre las cantidades angulares y las lineales.

Las variables angulares están muy relacionadas con las variables lineales. De la figura 7.5 considere el objeto con forma arbitraria que gira respecto al eje z y al punto O. Suponga que el objeto gira a través del ángulo $\Delta\theta$ y de aquí que el punto P se mueve con la longitud de arco Δs, en el intervalo Δt. A partir de la ecuación que define la medida en radianes sabemos que

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$$

Al dividir ambos lados de esta ecuación entre Δt, el intervalo durante el cual ocurre la rotación, resulta ser

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{r}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Cuando Δt es muy pequeño, el ángulo $\Delta\theta$ a través del cual el objeto gira también es muy pequeño y la razón $\Delta\theta/\Delta t$ está cerca de la rapidez angular instantánea ω. En el otro lado de la ecuación, de manera similar, la razón $\Delta s/\Delta t$se aproxima a la rapidez lineal instantánea v para los valores pequeños de Δt. De aquí que, cuando Δt se vuelve arbitrariamente pequeño, la ecuación anterior es equivalente a

$$\omega = \frac{v}{r}$$

En la figura 7.5 el punto P recorre una distancia Δs a lo largo de un arco circular durante el intervalo Δt con una rapidez lineal de v. La dirección del vector velocidad de P, $\vec{\mathbf{v}}$ es *tangente a la trayectoria circular*. La magnitud de $\vec{\mathbf{v}}$ es la rapidez lineal $v = v_t$, denominada la **rapidez tangencial** de una partícula que se mueve en una trayectoria circular, escrita

Rapidez tangencial ▶

$$v_t = r\omega \qquad [7.10]$$

La rapidez tangencial de un punto sobre un objeto que gira es igual a la distancia de ese punto desde el eje de rotación multiplicada por la rapidez angular. La ecuación 7.10 muestra que la rapidez lineal de un punto sobre un objeto que gira aumenta conforme ese punto se mueve hacia afuera desde el centro de rotación hacia el borde, como se esperaba; sin embargo, **cada punto sobre el objeto que gira tiene la misma rapidez *angular*.**

La ecuación 7.10, que se ha deducido al usar la ecuación que define la medida en radianes, es válida solo cuando ω se mide en radianes por tiempo unitario. No se deben utilizar otras medidas de la rapidez angular, como grados por segundo y revoluciones por segundo.

Para determinar una segunda ecuación que relacione las cantidades lineales y las angulares, consulte de nuevo la figura 7.5 y suponga que el objeto que gira cambia su rapidez angular en $\Delta\omega$ en el intervalo de tiempo Δt. Al final de este intervalo, la rapidez de un punto sobre el objeto, como P, ha cambiado en la cantidad Δv_t. De la ecuación 7.10 se tiene

$$\Delta v_t = r\,\Delta\omega$$

Dividir entre Δt nos da

$$\frac{\Delta v_t}{\Delta t} = r\frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

Como el intervalo de tiempo Δt se toma como arbitrariamente pequeño, $\Delta\omega/\Delta t$ se aproxima a la aceleración angular instantánea. En el lado izquierdo de la ecuación, observe que la razón $\Delta v_t/\Delta t$ tiende a la aceleración lineal instantánea, denominada aceleración tangencial de ese punto, dada por

$$a_t = r\alpha \qquad [7.11]$$

◀ Aceleración tangencial

La aceleración tangencial de un punto sobre un objeto que gira es igual a la distancia de ese punto desde el eje de rotación multiplicada por la aceleración angular. Una vez más, se debe usar una medida en radianes para el término de la aceleración angular en esta ecuación.

Una última ecuación que relaciona las cantidades lineales con las cantidades angulares se deducirá en la sección siguiente.

Cuestionario rápido

7.4 Andrea y Chuck pasean en un carrusel. Andrea está sobre un caballo en el borde externo de la plataforma circular, el doble de lejos que Chuck, desde el centro de la plataforma circular. Cuando el carrusel gira con una rapidez angular constante, la rapidez angular de Andrea es a) el doble de la de Chuck b) la misma que la de Chuck c) la mitad de la de Chuck d) imposible de determinar.

7.5 Cuando el carrusel del cuestionario rápido 7.4 gira con una rapidez angular constante, la rapidez tangencial de Andrea es a) el doble de la de Chuck b) la misma que la de Chuck c) la mitad de la de Chuck d) imposible de determinar.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 7.1 Sitio de lanzamiento de la ESA

¿Por qué el área de lanzamiento de la Agencia Espacial Europea (ESA; siglas de European Space Agency) está en Sudamérica y no en Europa?

EXPLICACIÓN Los satélites se impulsan a su órbita en la parte superior de los cohetes, que les proporcionan la gran rapidez tangencial necesaria para alcanzar la órbita. Debido a su rotación, la superficie de la Tierra viaja hacia el este con una rapidez tangencial de casi 1 700 m/s en el ecuador. Esta rapidez tangencial se reduce de manera constante cada vez más hacia el norte dado que la distancia al eje de rotación disminuye. Por último tiende a cero en el Polo Norte. Los lanzamientos hacia el este desde el ecuador dan al satélite una rapidez tangencial inicial de partida de 1 700 m/s, en tanto que un lanzamiento en Europa proporciona aproximadamente la mitad de esa rapidez (dependiendo de la latitud exacta). ■

EJEMPLO 7.3 Discos compactos

OBJETIVO Aplicar las ecuaciones cinemáticas rotacionales en conjunto con la rapidez y la aceleración tangenciales.

PROBLEMA Un disco compacto gira desde el reposo hasta una rapidez angular de 31.4 rad/s en un tiempo de 0.892 s. **a)** ¿Cuál es la aceleración angular del disco, suponiendo que la aceleración angular es uniforme? **b)** ¿Con cuál ángulo gira el disco mientras aumenta su rapidez? **c)** Si el radio del disco es 4.45 cm, encuentre la rapidez tangencial de un microbio que se encuentra en el borde del disco cuando $t = 0.892$ s. **d)** ¿Cuál es la magnitud de la aceleración tangencial del microbio en el tiempo dado?

ESTRATEGIA Se pueden resolver los incisos a) y b) aplicando las ecuaciones cinemáticas para la rapidez angular y el desplazamiento angular (ecuaciones 7.7 y 7.8). Al multiplicar el radio por la aceleración angular obtenemos la aceleración tangencial en el borde, en tanto que al multiplicar el radio por la rapidez angular obtenemos la rapidez tangencial en ese punto.

SOLUCIÓN

a) Determine la aceleración angular del disco.

Aplique la ecuación de la velocidad angular $\omega = \omega_i + \alpha t$, tomando $\omega_i = 0$ en $t = 0$:

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{31.4 \text{ rad/s}}{0.892 \text{ s}} = 35.2 \text{ rad/s}^2$$

(*Continúa*)

b) ¿Con cuál ángulo gira el disco?

Use la ecuación 7.8 para el desplazamiento angular, con $t = 0.892$ s y $\omega_i = 0$:

$$\Delta\theta = \omega_i t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 = \tfrac{1}{2}(35.2 \text{ rad/s}^2)(0.892 \text{ s})^2 = 14.0 \text{ rad}$$

c) Encuentre la rapidez tangencial de un microbio en $r = 4.45$ cm.

Sustituya en la ecuación 7.10:

$$v_t = r\omega = (0.044\,5 \text{ m})(31.4 \text{ rad/s}) = 1.40 \text{ m/s}$$

d) Determine la aceleración tangencial del microbio en $r = 4.45$ cm.

Sustituya en la ecuación 7.11:

$$a_t = r\alpha = (0.044\,5 \text{ m})(35.2 \text{ rad/s}^2) = 1.57 \text{ m/s}^2$$

COMENTARIOS Dado que 2π rad = 1 rev, el desplazamiento angular en el inciso b) corresponde a 2.23 rev. En general, al dividir el número de radianes entre 6 se obtiene una aproximación burda del número de revoluciones, ya que $2\pi \sim 6$.

PREGUNTA 7.3 Si la aceleración angular se duplica para la misma duración, ¿con qué factor cambiaría el desplazamiento angular?

EJERCICIO 7.3 a) ¿Cuáles son la rapidez angular y el desplazamiento angular del disco 0.300 s después de que empieza a girar? b) Encuentre la rapidez tangencial en el borde en este tiempo.

RESPUESTAS a) 10.6 rad/s; 1.58 rad; b) 0.472 m/s

APLICACIÓN
Discos fonográficos y discos compactos

Antes de que el formato MP3 se volviera el medio preferido para escuchar música grabada, los discos compactos y los fonográficos eran populares. Hay similitudes y diferencias entre el movimiento rotacional de ambos tipos de discos. Un disco fonográfico gira con una rapidez angular constante. Las rapideces angulares populares eran de $33\frac{1}{3}$ rev/min para los discos de larga duración (de aquí el sobrenombre "LP", *long-playing*), 45 rev/min para los "sencillos" y 78 rev/min en las primeras grabaciones. En el borde exterior del disco, la aguja de captación (aguja fonográfica) se mueve sobre el material de vinilo con una rapidez tangencial mayor que cuando la aguja está cerca del centro del disco. Como resultado, la información sonora se comprime en una longitud de pista menor cuando está cerca del centro del disco que cuando está cerca del borde exterior.

Por otro lado, los CD están diseñados de manera que el disco se mueve bajo el lector láser con una rapidez tangencial constante. Debido a que el lector se mueve radialmente conforme sigue las pistas de información, la rapidez angular del disco compacto debe variar de acuerdo con la posición radial del láser. Dado que la rapidez tangencial es fija, la densidad de información (por longitud de pista) en cualquier parte del disco es la misma. En el ejemplo 7.4 se muestran los cálculos numéricos para los discos compactos y fonográficos.

EJEMPLO 7.4 Longitud de pista de un disco compacto

OBJETIVO Relacionar las variables angulares y lineales.

PROBLEMA En un reproductor de discos compacto, conforme el cabezal de lectura se mueve desde el centro del disco, la rapidez angular del disco cambia de manera que la rapidez lineal en la posición del cabezal permanece en un valor constante de aproximadamente 1.3 m/s. **a)** Encuentre la rapidez angular de un disco compacto con un radio de 6.00 cm cuando el cabezal de lectura se encuentra en $r = 2.0$ cm y de nuevo en $r = 5.6$ cm. **b)** Un antiguo reproductor fonográfico gira con una rapidez angular constante, por lo que la rapidez lineal del surco del disco que se mueve bajo el detector (la aguja fonográfica) cambia. Obtenga la rapidez lineal de un disco de 45.0 rpm en los puntos 2.0 y 5.6 cm del centro. **c)** En los discos compactos y en los fonográficos, la información está grabada en una pista espiral continua. Calcule la longitud total de la pista para un CD diseñado para reproducir música durante 1.0 h.

ESTRATEGIA Este problema solo es cuestión de sustituir los números en las ecuaciones apropiadas. El inciso a) requiere que se relacione la rapidez angular y la lineal con la ecuación 7.10, $v_t = r\omega$, que se despeje ω y se sustituyan los valores dados. En el inciso b), convierta de rev/min a rad/s y sustituya directo en la ecuación 7.10 para obtener las rapideces lineales. En el inciso c), la rapidez lineal por el tiempo proporciona la distancia total.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez angular del disco cuando el cabezal de lectura se encuentra en $r = 2.0$ cm y $r = 5.6$ cm.

Despeje $v_t = r\omega$ de ω y calcule la rapidez angular en $r = 2.0$ cm:

$$\omega = \frac{v_t}{r} = \frac{1.3 \text{ m/s}}{2.0 \times 10^{-2} \text{ m}} = 65 \text{ rad/s}$$

De igual forma, determine la rapidez angular en $r = 5.6$ cm:

$$\omega = \frac{v_t}{r} = \frac{1.3 \text{ m/s}}{5.6 \times 10^{-2} \text{ m}} = 23 \text{ rad/s}$$

b) Obtenga la rapidez lineal en m/s de un disco de 45 rpm en los puntos a 2.0 cm y 5.6 cm del centro.

Convierta rev/min a rad/s:

$$45.0 \frac{\text{rev}}{\text{min}} = 45.0 \frac{\cancel{\text{rev}}}{\cancel{\text{min}}}\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\cancel{\text{rev}}}\right)\left(\frac{1.00 \cancel{\text{min}}}{60.0 \text{ s}}\right) = 4.71 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Calcule la rapidez lineal en $r = 2.0$ cm:

$$v_t = r\omega = (2.0 \times 10^{-2} \text{ m})(4.71 \text{ rad/s}) = 0.094 \text{ m/s}$$

Calcule la rapidez lineal en $r = 5.6$ cm:

$$v_t = r\omega = (5.6 \times 10^{-2} \text{ m})(4.71 \text{ rad/s}) = 0.26 \text{ m/s}$$

c) Calcule la longitud total de la pista para un CD diseñado para reproducir música durante 1.0 h.

Multiplique la rapidez lineal del cabezal de lectura por el tiempo en segundos:

$$d = v_t t = (1.3 \text{ m/s})(3\,600 \text{ s}) = 4\,700 \text{ m}$$

COMENTARIOS Observe que para el disco fonográfico en el inciso b), aunque la rapidez angular es constante en todos los puntos a lo largo de una línea radial, la rapidez tangencial aumenta cuando r se incrementa. El cálculo para un CD en el inciso c) es fácil solo debido a que la rapidez lineal (tangencial) es constante. Sería considerablemente más difícil en el caso de un reproductor de discos fonográficos, donde la rapidez tangencial depende de la distancia desde el centro.

PREGUNTA 7.4 ¿Cuál es la aceleración angular de un tocadiscos que reproduce una canción? ¿Puede un reproductor de CD tener la misma aceleración angular que un tocadiscos? Explique.

EJERCICIO 7.4 Calcule la rapidez lineal en un disco fonográfico a $33\frac{1}{3}$ revoluciones por minuto a) en $r = 2.00$ cm y b) en $r = 5.60$ cm.

RESPUESTAS a) 0.069 8 m/s; b) 0.195 m/s

7.4 Aceleración centrípeta

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Calcular las aceleraciones centrípeta, tangencial y total de los objetos en movimiento circular.
2. Aplicar la segunda ley a los objetos en movimiento circular uniforme.
3. Identificar las fuerzas responsables de las aceleraciones centrípetas en los contextos físicos.

En la figura 7.6a se muestra un automóvil que se mueve en una trayectoria circular con *rapidez lineal constante* v. **Aunque el automóvil se mueve con una rapidez constante, aún tiene aceleración.** Para comprender esto, considere la ecuación que define la aceleración promedio:

$$\vec{\mathbf{a}}_{\text{prom}} = \frac{\vec{\mathbf{v}}_f - \vec{\mathbf{v}}_i}{t_f - t_i} \qquad [7.12]$$

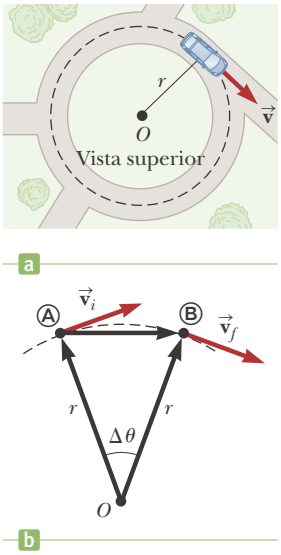


Figura 7.6 a) Movimiento circular de un automóvil que se mueve con rapidez constante. b) Conforme el automóvil se mueve a lo largo de la trayectoria circular de Ⓐ a Ⓑ, la dirección de su vector velocidad cambia, por lo que el automóvil experimenta una aceleración centrípeta.

El numerador representa la diferencia entre los vectores velocidad $\vec{\mathbf{v}}_f$ y $\vec{\mathbf{v}}_i$. Estos vectores pueden tener la misma *magnitud*, correspondiente a la misma rapidez, pero si tienen *direcciones* distintas, su diferencia no puede ser igual a cero. La dirección de la velocidad del automóvil conforme se mueve en la trayectoria circular cambia de manera continua, como se muestra en la figura 7.6b. Para el movimiento circular con rapidez constante, el vector aceleración siempre apunta hacia el centro del círculo. A esa aceleración se le denomina **aceleración centrípeta** (que busca el centro). Su magnitud está dada por

$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad [7.13]$$

Para deducir la ecuación 7.13, considere la figura 7.7a. Un objeto está primero en el punto Ⓐ con velocidad $\vec{\mathbf{v}}_i$ en el tiempo t_i y luego en el punto Ⓑ con velocidad $\vec{\mathbf{v}}_f$ en un tiempo posterior t_f. Se supone que $\vec{\mathbf{v}}_i$ y $\vec{\mathbf{v}}_f$ difieren solo en la dirección; sus magnitudes son las mismas ($v_i = v_f = v$). Para calcular la aceleración, iniciamos con la ecuación 7.12,

$$\vec{\mathbf{a}}_{\text{av}} = \frac{\vec{\mathbf{v}}_f - \vec{\mathbf{v}}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} \qquad [7.14]$$

donde $\Delta\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}_f - \vec{\mathbf{v}}_i$ es el cambio en velocidad. Cuando Δt es muy pequeño, Δs y $\Delta\theta$ también lo son. En la figura 7.7b $\vec{\mathbf{v}}_f$ casi es paralela a $\vec{\mathbf{v}}_i$ y el vector $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ es aproximadamente perpendicular a ellos, apuntando hacia el centro del círculo. En el caso limitante en que Δt se vuelve demasiada pequeño, $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ apunta exactamente hacia el centro del círculo y la aceleración promedio $\vec{\mathbf{a}}_{\text{prom}}$ se vuelve la aceleración instantánea $\vec{\mathbf{a}}$. De la ecuación 7.14, $\vec{\mathbf{a}}$ y $\Delta\vec{\mathbf{v}}$ apuntan en la misma dirección (en este límite), por lo tanto la aceleración instantánea apunta hacia el centro del círculo.

El triángulo en la figura 7.7a, el cual tiene lados Δs y r, es similar al que forman los vectores en la figura 7.7b, por lo que las razones de sus lados son iguales:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta s}{r}$$

o

$$\Delta v = \frac{v}{r}\Delta s \qquad [7.15]$$

Al sustituir el resultado de la ecuación 7.15 en $a_{\text{prom}} = \Delta v/\Delta t$ se obtiene

$$a_{\text{prom}} = \frac{v}{r}\frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad [7.16]$$

Pero Δs es la distancia recorrida a lo largo del arco del círculo en el tiempo Δt y en el caso limitante cuando Δt se vuelve muy pequeño, $\Delta s/\Delta t$ se aproxima al valor instantáneo de la rapidez tangencial, v. Al mismo tiempo, la aceleración promedio a_{prom} se aproxima a a_c, la aceleración centrípeta instantánea, por lo tanto la ecuación 7.16 se reduce a la ecuación 7.13:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Ya que la rapidez tangencial está relacionada con la rapidez angular mediante la relación $v_t = r\omega$ (ecuación 7.10), una forma alterna de la ecuación 7.13 es

$$a_c = \frac{r^2\omega^2}{r} = r\omega^2 \qquad [7.17]$$

Desde el punto de vista dimensional, $[r] = \text{L}$ y $[\omega] = 1/\text{T}$, por lo que las unidades de la aceleración centrípeta son L/T^2, como deberían ser. Este es un resultado geométrico que relaciona la aceleración centrípeta con la rapidez angular, pero físicamente una aceleración solo puede ocurrir si hay alguna fuerza. Por ejemplo, si un automóvil viaja en un círculo sobre terreno plano, la fuerza de la fricción estática entre los neumáticos y el suelo proporciona la fuerza centrípeta necesaria.

Observe que a_c en las ecuaciones 7.13 y 7.17 representan solo la *magnitud* de la aceleración centrípeta. La aceleración en sí misma siempre está dirigida hacia el centro de rotación.

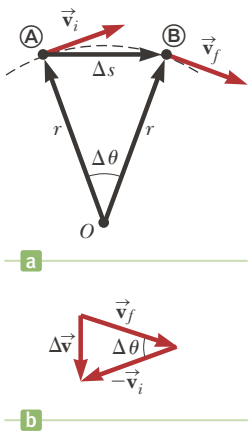


Figura 7.7 a) Conforme la partícula se mueve de Ⓐ a Ⓑ, la dirección de su vector velocidad cambia de $\vec{\mathbf{v}}_i$ a $\vec{\mathbf{v}}_f$. b) La construcción para determinar la dirección del cambio en la velocidad $\Delta\vec{\mathbf{v}}$, que ocurre hacia el centro del círculo.

Las deducciones anteriores conciernen al movimiento circular con rapidez constante. Cuando un objeto se mueve en un círculo pero acelera o desacelera, también está presente una componente tangencial de la aceleración, $a_t = r\alpha$. Dado que las componentes tangencial y centrípeta de la aceleración son perpendiculares entre sí, se puede encontrar la magnitud de la **aceleración total** con el teorema de Pitágoras:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2} \qquad [7.18]$$

◀ Aceleración total

Cuestionario rápido

7.6 Una pista de carreras está construida de tal manera que dos arcos de radio 80 m en Ⓐ y 40 m en Ⓑ están unidos por dos tramos de pista recta, como en la figura 7.8. En una carrera de prueba particular, un piloto viaja con una rapidez constante de 50 m/s durante una vuelta completa.

1. La razón de la aceleración tangencial en Ⓐ a la que se encuentra en Ⓑ es a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) 2; d) 4; e) La aceleración tangencial es cero en los dos puntos.
2. La razón de la aceleración centrípeta en Ⓐ a la que encuentra en Ⓑ es a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) 2; d) 4; e) La aceleración centrípeta es cero en los dos puntos.
3. La rapidez angular es mayor en a) Ⓐ; b) Ⓑ; c) Es igual tanto en Ⓐ como en Ⓑ.

7.7 Un objeto se mueve en una trayectoria circular con rapidez constante v. ¿Cuál de los enunciados siguientes es cierto respecto al objeto? a) Su velocidad es constante, pero su aceleración cambia. b) Su aceleración es constante, pero su velocidad cambia. c) Tanto su velocidad como su aceleración cambian. d) Su velocidad y aceleración permanecen constantes.

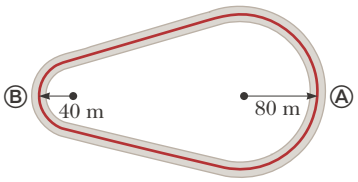


Figura 7.8 (Cuestionario rápido 7.6)

EJEMPLO 7.5 En la pista de carreras

OBJETIVO Aplicar los conceptos de aceleración centrípeta y rapidez tangencial.

PROBLEMA Un automóvil de carreras acelera de manera uniforme de una rapidez de 40.0 m/s a otra de 60.0 m/s en 5.00 s mientras viaja en sentido contrario al de las manecillas del reloj en una pista circular con radio de 4.00×10^2 m. Cuando el automóvil alcanza una rapidez de 50.0 m/s, calcule **a)** la magnitud de la aceleración centrípeta del automóvil, **b)** la rapidez angular, **c)** la magnitud de la aceleración tangencial y **d)** la magnitud de la aceleración total.

ESTRATEGIA Sustituya los valores en las definiciones de aceleración centrípeta (ecuación 7.13), rapidez tangencial (ecuación 7.10) y aceleración total (ecuación 7.18). Al dividir el cambio en la rapidez lineal entre el tiempo se obtiene la aceleración tangencial.

SOLUCIÓN

a) Calcule la magnitud de la aceleración centrípeta cuando $v = 50.0$ m/s.

Sustituya en la ecuación 7.13:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(50.0 \text{ m/s})^2}{4.00 \times 10^2 \text{ m}} = 6.25 \text{ m/s}^2$$

b) Calcule la rapidez angular.

Despeje ω de la ecuación 7.10 y sustituya:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{50.0 \text{ m/s}}{4.00 \times 10^2 \text{ m}} = 0.125 \text{ rad/s}$$

c) Calcule la magnitud de la aceleración tangencial.

Divida el cambio en la rapidez lineal entre el tiempo:

$$a_t = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{60.0 \text{ m/s} - 40.0 \text{ m/s}}{5.00 \text{ s}} = 4.00 \text{ m/s}^2$$

d) Calcule la magnitud de la aceleración total.

Sustituya en la ecuación 7.18:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2} = \sqrt{(4.00 \text{ m/s}^2)^2 + (6.25 \text{ m/s}^2)^2}$$

$$a = 7.42 \text{ m/s}^2$$

(*Continúa*)

COMENTARIOS También se puede encontrar la aceleración centrípeta sustituyendo el valor deducido de ω en la ecuación 7.17.

PREGUNTA 7.5 Si la fuerza que ocasiona la aceleración centrípeta desaparece de repente, el automóvil a) ¿se deslizaría hacia afuera a lo largo del radio? b) ¿procedería a lo largo de una recta tangente hacia el movimiento circular? o c) ¿procedería en un ángulo intermedio entre la tangente y el radio?

EJERCICIO 7.5 Suponga que un automóvil de carreras desacelera de manera uniforme de 60.0 m/s a 30.0 m/s en 4.50 s para evitar un accidente, mientras aún recorre una trayectoria circular con radio de 4.00×10^2 m. Calcule a) la aceleración centrípeta del automóvil, b) su rapidez angular, c) la aceleración tangencial y d) la aceleración total cuando la rapidez es de 40.0 m/s.

RESPUESTAS a) 4.00 m/s^2; b) 0.100 rad/s; c) -6.67 m/s^2; d) 7.78 m/s^2

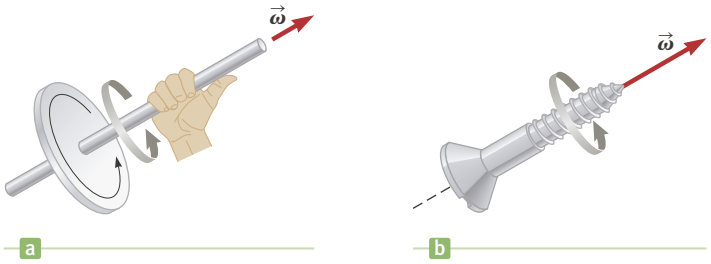


Figura 7.9 a) La regla de la mano derecha para determinar la dirección del vector velocidad angular $\vec{\omega}$. b) La dirección de $\vec{\omega}$ ocurre en la dirección de avance de un tornillo de mano derecha.

Las cantidades angulares son vectores

Cuando analizamos el movimiento lineal en el capítulo 2 enfatizamos que el desplazamiento, la velocidad y la aceleración son cantidades vectoriales. Al describir el movimiento rotacional, el desplazamiento angular, la velocidad angular y la aceleración angular también son cantidades vectoriales.

La dirección de un vector velocidad angular $\vec{\omega}$ se puede determinar con la **regla de la mano derecha**, como se ilustra en la figura 7.9a. Tome el eje de rotación con su mano derecha de manera que sus dedos se enrollen en la dirección de rotación. Su dedo pulgar extendido apunta entonces en la dirección de $\vec{\omega}$. La figura 7.9b muestra que $\vec{\omega}$ también ocurre en la dirección de avance de un tornillo de giro de mano de derecha.

Es posible aplicar esta regla a un disco que gira respecto a un eje vertical que pasa por su centro, como en la figura 7.10. Cuando el disco gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj (figura 7.10a), la regla de la mano derecha muestra que la dirección de $\vec{\omega}$ es hacia arriba. Cuando el disco gira en el sentido de las manecillas del reloj (figura 7.10b), la dirección de $\vec{\omega}$ es hacia abajo.

Por último, las direcciones de la aceleración angular $\vec{\alpha}$ y de la velocidad angular $\vec{\omega}$ son las mismas si la rapidez angular ω (la magnitud de $\vec{\omega}$) aumenta con el tiempo y son opuestas entre sí si la rapidez angular disminuye con el tiempo.

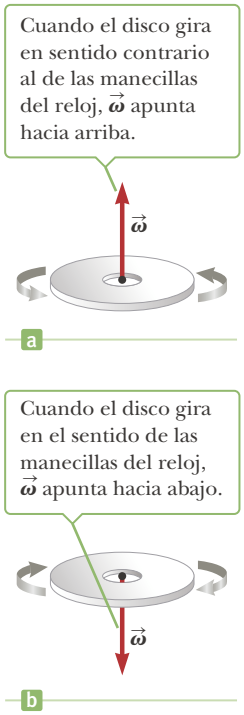


Figura 7.10 La dirección del vector velocidad angular $\vec{\omega}$ depende de la dirección de rotación.

Fuerzas que causan aceleración centrípeta

Un objeto puede tener aceleración centrípeta *solo* si alguna fuerza externa actúa sobre él. En el caso de una pelota que da vueltas en círculo en el extremo de una cuerda, esa fuerza es la tensión en la cuerda. Si se trata de un automóvil que se mueve en una pista circular plana, la fuerza es la fricción entre el automóvil y la pista. Un satélite en órbita circular alrededor de la Tierra tiene una aceleración centrípeta debida a la fuerza gravitacional entre el satélite y la Tierra.

En algunos libros se usa el término "fuerza centrípeta", que puede dar la impresión equivocada de que es una fuerza nueva de la naturaleza. Este no es el caso: el adjetivo "centrípeta" en "fuerza centrípeta" significa simplemente que la fuerza en cuestión actúa hacia un centro. La fuerza de tensión en la cuerda de un yo-yo que da vueltas en un círculo vertical es ejemplo de una fuerza centrípeta, como lo es la fuerza de gravedad sobre un satélite que orbita la Tierra.

Considere un disco de masa m que se encuentra atado a una cuerda de longitud r y que se hace girar con rapidez constante en una trayectoria circular horizontal, como se ilustra en la figura 7.11. Una mesa sin fricción soporta su peso. ¿Por qué el disco se mueve en un círculo? Debido a su inercia, la tendencia del disco es moverse en una línea recta; sin embargo, la cuerda evita su movimiento en línea recta ejerciendo una fuerza radial sobre el disco, una fuerza de tensión, que lo hace seguir la trayectoria circular. La tensión $\vec{\mathbf{T}}$ se dirige a lo largo de la cuerda hacia *el centro del círculo*, como se muestra en la figura.

En general, la conversión de la segunda ley de Newton en coordenadas polares produce una ecuación que relaciona la fuerza centrípeta neta, F_c, que es la suma de las componentes radiales de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto dado, con la aceleración centrípeta. La *magnitud* de la fuerza centrípeta neta es igual a la masa por la magnitud de la aceleración centrípeta:

$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r} \qquad [7.19]$$

Una fuerza neta que ocasiona la aceleración centrípeta actúa hacia el centro de la trayectoria circular y genera un cambio en la dirección del vector velocidad. Si esa fuerza desaparece, el objeto de inmediato dejará su trayectoria circular y se moverá en una línea recta tangente hacia el círculo en el punto en que desapareció la fuerza.

Las fuerzas centrífugas ("que huyen hacia el centro") también existen, como la fuerza entre dos partículas con la misma carga y el mismo signo (consulte el capítulo 13). La fuerza normal que evita que un objeto caiga hacia el centro de la Tierra es otro ejemplo de una fuerza centrífuga. En ocasiones una fuerza centrípeta insuficiente se confunde con la presencia de una fuerza centrífuga (consulte "fuerzas ficticias", página 219).

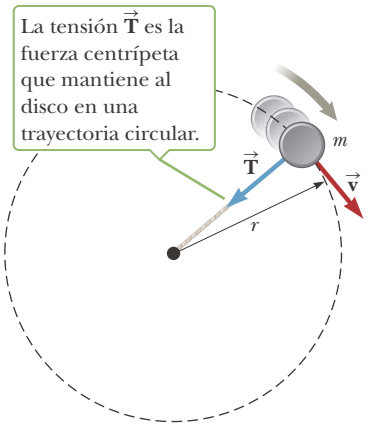


Figura 7.11 Un disco unido a una cuerda de longitud r gira en un plano horizontal con rapidez constante.

Sugerencia 7.2 La fuerza centrípeta es un *tipo* de fuerza, ¡no una fuerza en sí misma!

"Fuerza centrípeta" es una clasificación que incluye las fuerzas que actúan hacia un punto central, como la componente horizontal de la tensión de la cuerda con la que se ata una pelota o la gravedad sobre un satélite. Una fuerza centrípeta debe ser *proporcionada* por alguna fuerza física real.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 7.2 Gravedad artificial

Los astronautas que pasan periodos prolongados en el espacio experimentan una variedad de efectos negativos debido a la ingravidez, como el debilitamiento del tejido muscular y la pérdida de calcio en los huesos. Estos efectos pueden hacer muy difícil que regresen a su entorno habitual en la Tierra. ¿Cómo sería posible generar una gravedad artificial en el espacio para superar esas complicaciones?

SOLUCIÓN Una estación espacial cilíndrica que gira crea un entorno de gravedad artificial. La fuerza normal de las paredes rígidas proporciona la fuerza centrípeta (figura 7.12). Para un astronauta, la fuerza normal no puede distinguirse con facilidad de una fuerza gravitacional mientras el radio de la estación sea grande en comparación con la estatura del astronauta (de lo contrario, hay efectos perjudiciales para el oído interno). Este mismo principio se usa en ciertos parques de diversiones en los que los pasajeros son presionados contra el interior de un cilindro giratorio cuando se inclina en varias direcciones. El físico visionario Gerard O'Neill propuso la creación de una colonia espacial gigantesca con radio de un kilómetro que girara lentamente, generando una gravedad artificial similar a la de la Tierra para quienes vivieran en su interior. Estos mundos artificiales al revés permitirían un transporte seguro en un viaje de varios miles de años hacia otro sistema estelar. ■

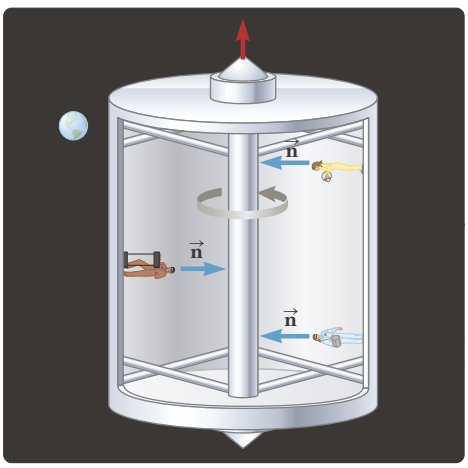


Figura 7.12 La fuerza normal proporciona la gravedad artificial dentro de un cilindro.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Fuerzas que causan la aceleración centrípeta

Use los pasos siguientes para tratar las aceleraciones centrípetas y las fuerzas que las producen:

1. **Dibuje un diagrama de cuerpo libre** del objeto en consideración y marque todas las fuerzas que actúan sobre él.

2. **Elija un sistema de coordenadas** que tenga un eje perpendicular a la trayectoria circular seguida por el objeto (la dirección radial) y un eje tangente a la trayectoria circular (la dirección tangencial, o radial). A menudo también se necesita la dirección normal, perpendicular al plano de movimiento.
3. **Encuentre la fuerza neta F_c hacia el centro** de la trayectoria circular, $F_c = \Sigma F_r$, donde ΣF_r es la suma de las componentes radiales de las fuerzas. Esta fuerza radial neta ocasiona la aceleración centrípeta.
4. **Use la segunda ley de Newton para las direcciones radial, tangencial y normal**, según se requiera, escribiendo $\Sigma F_r = ma_c$, $\Sigma F_t = ma_t$ y $\Sigma F_n = ma_n$. Recuerde que la magnitud de la aceleración centrípeta para el movimiento circular uniforme siempre se puede escribir $a_c = v_t^2/r$.
5. **Calcule** las cantidades desconocidas.

EJEMPLO 7.6 Póngase el cinturón de seguridad

OBJETIVO Calcular la fuerza friccional que ocasiona que un objeto tenga una aceleración centrípeta.

PROBLEMA Un automóvil viaja con una rapidez constante de 30.0 mi/h (13.4 m/s) en una curva circular plana con radio de 50.0 m, como se muestra en la figura 7.13a. ¿Qué coeficiente de fricción estática mínimo, μ_s, entre los neumáticos y el camino permitirá que el automóvil realice la vuelta circular sin deslizarse?

ESTRATEGIA En el diagrama de cuerpo libre (figura 7.13b) la dirección normal es vertical y la dirección tangencial va hacia la página (paso 2). Use la segunda ley de Newton. La fuerza neta que actúa sobre el automóvil en la dirección radial es la fuerza de fricción estática hacia el centro de la trayectoria circular, la cual ocasiona que el automóvil tenga una aceleración centrípeta. El cálculo de la fuerza de fricción estática máxima requiere la fuerza normal, obtenida de la componente normal de la segunda ley.

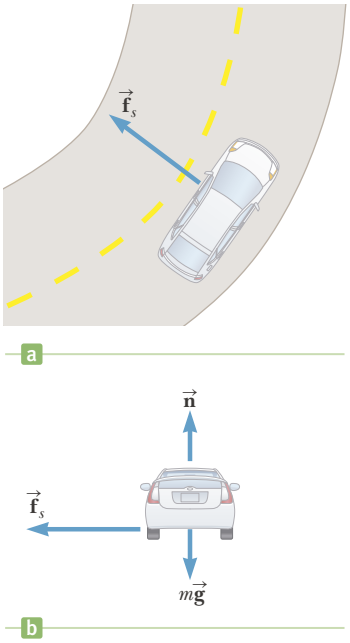


Figura 7.13 (Ejemplo 7.6) a) La fuerza centrípeta es proporcionada por la fuerza de fricción estática, que está dirigida radialmente hacia el centro de la trayectoria circular. b) La gravedad, la fuerza normal y la fuerza de fricción estática actúan sobre el automóvil.

SOLUCIÓN

(Pasos 3 y 4) Escriba las componentes de la segunda ley de Newton. La componente radial comprende solo la fuerza de fricción estática, $f_{s,\text{máx}}$:

$$m\frac{v^2}{r} = f_{s,\text{máx}} = \mu_s n$$

En la componente vertical de la segunda ley, la fuerza de la gravedad y la fuerza normal están en equilibrio:

$$n - mg = 0 \quad \rightarrow \quad n = mg$$

(Paso 5) Sustituya la expresión para n en la primera ecuación y despeje μ_s:

$$m\frac{v^2}{r} = \mu_s mg$$

$$\mu_s = \frac{v^2}{rg} = \frac{(13.4\ \text{m/s})^2}{(50.0\ \text{m})(9.80\ \text{m/s}^2)} = 0.366$$

COMENTARIOS El valor de μ_s para caucho sobre concreto seco es muy cercano a 1, por lo que el automóvil puede tomar la curva con facilidad. Sin embargo, si el camino estuviera húmedo o helado el valor de μ_s podría ser 0.2 o menor. En esas condiciones, la fuerza radial proporcionada por la fricción estática no sería suficientemente grande para mantener el automóvil sobre la trayectoria circular y se deslizaría sobre una tangente, saliéndose del camino.

PREGUNTA 7.6 Si el coeficiente de fricción estática se incrementara, la rapidez máxima segura, ¿se reduciría, aumentaría o permanecería igual?

EJERCICIO 7.6 ¿A qué rapidez máxima puede un automóvil tomar una curva sobre un camino húmedo con coeficiente de fricción estática de 0.230 sin deslizarse fuera de control? El radio de la curva es 25.0 m.

RESPUESTA 7.51 m/s

EJEMPLO 7.7 Autódromo Internacional Daytona

OBJETIVO Resolver un problema de fuerza centrípeta en dos dimensiones.

PROBLEMA El Autódromo Internacional Daytona, en Daytona Beach, Florida, es famoso por sus carreras, en especial la *Daytona 500*, que se lleva a cabo cada año, en el mes de febrero. Sus dos pistas, de cuatro pisos de altura, tienen curvas peraltadas a 31.0°, con un radio máximo de 316 m. Si un automóvil toma la curva con demasiada lentitud, tiende a deslizarse hacia abajo debido a la inclinación de la curva; pero si la toma demasiado rápido puede deslizarse fuera del plano inclinado. **a)** Encuentre la aceleración centrípeta necesaria sobre esta curva peraltada de manera que el automóvil no se deslice hacia abajo o hacia arriba del plano inclinado (ignore la fricción). **b)** Calcule la rapidez del automóvil de carreras.

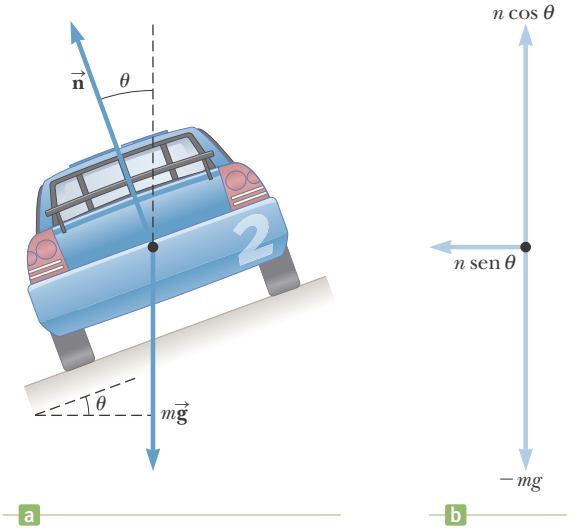


Figura 7.14 (Ejemplo 7.7) Conforme el automóvil transita por una curva peraltada con un ángulo θ, la fuerza centrípeta que lo mantiene en su trayectoria circular la suministra la componente de la fuerza normal. La fricción también contribuye, aunque en este ejemplo se ignora. El automóvil se mueve hacia adelante, hacia la página. a) Diagrama de fuerzas para el automóvil. b) Componentes de las fuerzas.

ESTRATEGIA Dos fuerzas actúan sobre el automóvil: la fuerza de la gravedad y la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ (consulte la figura 7.14). Use la segunda ley de Newton en las direcciones hacia arriba y radial para determinar la aceleración centrípeta a_c. Al despejar v de $a_c = v^2/r$ se obtiene la rapidez del automóvil de carreras.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la aceleración centrípeta.

Escriba la segunda ley de Newton para el automóvil:

$$m\vec{\mathbf{a}} = \sum \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{n}} + m\vec{\mathbf{g}}$$

Use la componente y de la segunda ley de Newton para despejar la fuerza normal n:

$$n\cos\theta - mg = 0$$

$$n = \frac{mg}{\cos\theta}$$

Obtenga una expresión para la componente horizontal de $\vec{\mathbf{n}}$, que en este ejemplo es la fuerza centrípeta F_c:

$$F_c = n\,\text{sen}\,\theta = \frac{mg\,\text{sen}\theta}{\cos\theta} = mg\tan\theta$$

Sustituya esta expresión para F_c en la componente radial de la segunda ley de Newton y divida entre m para obtener la aceleración centrípeta:

$$ma_c = F_c$$

$$a_c = \frac{F_c}{m} = \frac{mg\tan\theta}{m} = g\tan\theta$$

$$a_c = (9.80\ \text{m/s}^2)(\tan 31.0°) = 5.89\ \text{m/s}^2$$

b) Encuentre la rapidez del automóvil de carreras.

Aplique la ecuación 7.13:

$$\frac{v^2}{r} = a_c$$

$$v = \sqrt{ra_c} = \sqrt{(316\ \text{m})(5.89\ \text{m/s}^2)} = 43.1\ \text{m/s}$$

(*Continúa*)

COMENTARIOS De hecho, tanto el peralte como la fricción ayudan a mantener al automóvil de carreras sobre la pista.

APLICACIÓN
Carreteras peraltadas

PREGUNTA 7.7 ¿Cuáles son las tres cantidades físicas que determinan las rapideces mínima y máxima seguras en una pista de carreras peraltada?

EJERCICIO 7.7 Una pista de carreras tendrá una curva peraltada con radio de 245 m. ¿Cuál debe ser el ángulo de peralte si la fuerza normal por sí misma no permite un viaje seguro en la curva a 58.0 m/s?

RESPUESTA 54.5°

EJEMPLO 7.8 Paseando por una pista

OBJETIVO Combinar la fuerza centrípeta con la conservación de la energía. Deducir los resultados de manera simbólica.

PROBLEMA En la figura 7.15a se muestra el carro de una montaña rusa que se mueve por un bucle circular de radio R. **a)** ¿Qué rapidez debe tener el carro en la parte superior del bucle de manera que apenas pase la parte superior sin asistencia de la pista? **b)** Subsecuentemente, ¿qué rapidez tendrá el carro en la parte inferior del bucle? **c)** ¿Cuál será la fuerza normal sobre un pasajero en la parte inferior del bucle si este tiene un radio de 10.0 m?

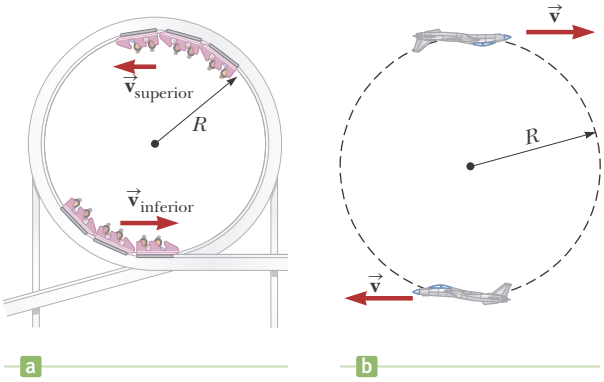


Figura 7.15 a) (Ejemplo 7.8) Una montaña rusa que circula alrededor de una pista casi circular. b) (Ejercicio 7.8) Un avión a reacción que realiza un bucle vertical.

ESTRATEGIA Este problema requiere la segunda ley de Newton y la aceleración centrípeta para encontrar una expresión para la rapidez del carro en la parte superior del bucle, seguida de la conservación de la energía para determinar la rapidez en la parte inferior. Si el carro apenas pasa sobre la parte superior, la fuerza $\vec{\mathbf{n}}$ debe hacerse cero allí, por lo que la única fuerza ejercida sobre el carro en ese punto es la fuerza de la gravedad, $m\vec{\mathbf{g}}$. En la parte inferior del bucle, la fuerza normal actúa hacia arriba y hacia el centro y la fuerza de la gravedad hacia abajo, alejándose del centro. La diferencia entre ambas es la fuerza centrípeta. Luego es posible calcular la fuerza normal a partir de la segunda ley de Newton.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez en la parte superior de la curva.

Escriba la segunda ley de Newton para el carro:

$$1) \quad m\vec{\mathbf{a}}_c = \vec{\mathbf{n}} + m\vec{\mathbf{g}}$$

En la parte superior de la curva, establezca $n = 0$. La fuerza de gravedad actúa hacia el centro y proporciona la aceleración centrípeta $a_c = v^2/R$:

$$m\frac{v_{superior}^2}{R} = mg$$

Despeje $v_{superior}$ de la ecuación anterior:

$$v_{superior} = \sqrt{gR}$$

b) Obtenga la rapidez en la parte inferior de la curva.

Aplique la conservación de la energía mecánica para encontrar la energía mecánica total en la parte superior de la curva:

$$E_{superior} = \tfrac{1}{2}mv_{superior}^2 + mgh = \tfrac{1}{2}mgR + mg(2R) = 2.5mgR$$

Encuentre la energía mecánica total en la parte inferior de la curva:

$$E_{inferior} = \tfrac{1}{2}mv_{inferior}^2$$

La energía se conserva, por lo que es posible igualar estas dos energías y despejar $v_{inferior}$:

$$\tfrac{1}{2}mv_{inferior}^2 = 2.5mgR$$

$$v_{inferior} = \sqrt{5gR}$$

c) Encuentre la fuerza normal sobre un pasajero en la parte inferior. (Este es el peso percibido del pasajero.)

Use la ecuación 1). La fuerza centrípeta neta es $n - mg$:

$$m\frac{v_{inferior}^2}{R} = n - mg$$

Despeje n: $$n = mg + m\frac{v_{\text{bot}}^2}{R} = mg + m\frac{5gR}{R} = 6mg$$

COMENTARIOS La respuesta final para n muestra que ¡el pasajero experimenta una fuerza de seis veces su peso normal en la parte inferior del bucle! Los astronautas experimentan una fuerza similar durante los lanzamientos espaciales.

PREGUNTA 7.8 Suponga que el carro pasa subsecuentemente por una subida con el mismo radio de curvatura y a la misma rapidez que en el inciso a). ¿Cuál es la fuerza normal en este caso?

EJERCICIO 7.8 Un avión a reacción con una rapidez constante de 1.20×10^2 m/s ejecuta un rizo vertical con un radio de 5.00×10^2 m (consulte la figura 7.15b). Encuentre la magnitud de la fuerza del asiento sobre un piloto de 70.0 kg en a) la parte superior y b) en la parte inferior del rizo.

RESPUESTAS a) 1.33×10^3 N; b) 2.70×10^3 N

Fuerzas ficticias

Quien haya subido a un carrusel cuando era niño (o como adulto, por diversión) ha experimentado lo que se siente como una fuerza "que huye hacia el centro". Mientras se sostiene del barandal y se mueve hacia el centro siente como si caminara hacia arriba por una colina escarpada.

De hecho, esta llamada fuerza centrífuga es *ficticia*. En realidad, el pasajero ejerce una fuerza centrípeta sobre su cuerpo con los músculos de sus manos y brazos. Además, una fuerza centrípeta más pequeña es ejercida por la fuerza de fricción estática entre sus pies y la plataforma. Si el agarre del pasajero se desliza, este no sería lanzado radialmente hacia afuera; más bien, en una línea recta, tangente al punto en el espacio de donde se soltó del barandal. El pasajero cae en un punto que está más alejado del centro, pero no "huyendo del centro" a lo largo de una línea radial. En lugar de eso, es lanzado de manera perpendicular a una línea radial, con un desplazamiento angular mientras incrementa su desplazamiento radial (consulte la figura 7.16).

Sugerencia 7.3 Fuerza centrífuga

La llamada fuerza centrífuga con frecuencia es solo la *ausencia* de una *fuerza centrípeta* adecuada, que se origina a partir de la medición de los fenómenos desde un marco de referencia sin inercia (en aceleración) como en un carrusel.

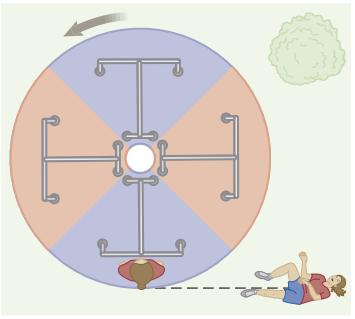


Figura 7.16 Un estudiante que se divierte en un carrusel pierde su agarre y cae a lo largo de una línea tangente al borde de este.

7.5 Gravitación newtoniana

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Aplicar la ley de la gravitación para calcular las fuerzas gravitacionales y sus consecuencias.
2. Aplicar la forma general de la energía potencial gravitacional al movimiento de cuerpos que interactúan.

Antes de 1686, se había reunido una gran cantidad de datos sobre los movimientos de la Luna y los planetas, pero nadie tenía una comprensión clara de las fuerzas que los afectaban. En ese año, Isaac Newton proporcionó la clave que descubrió los secretos de los cielos. Él sabía a partir de la primera ley que una fuerza neta tenía que actuar sobre la Luna. Si no fuera así, su trayectoria sería en línea recta y no en una órbita casi circular alrededor de la Tierra. Newton razonó que era la misma clase de fuerza que atraía a los objetos, como las manzanas, hacia la superficie de la Tierra. La denominó fuerza de gravedad.

En 1687 Newton publicó su trabajo sobre la ley de la gravitación universal:

> Si dos partículas con masas m_1 y m_2 se encuentran separadas por una distancia r, una fuerza gravitacional F actúa a lo largo de una línea que las une, con una magnitud dada por
>
> $$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad [7.20]$$
>
> donde $G = 6.673 \times 10^{-11}\ \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ es una constante de proporcionalidad llamada **constante de gravitación universal**. La fuerza gravitacional siempre es de atracción.

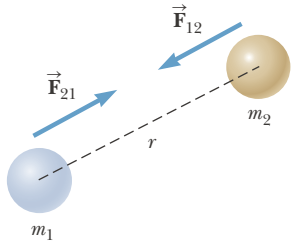


Figura 7.17 La fuerza gravitacional entre dos partículas es de atracción y actúa a lo largo de la línea que las une. Observe que, de acuerdo con la tercera ley de Newton $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Esta ley de la fuerza es el ejemplo de una **ley del inverso del cuadrado**, en la que varía como uno sobre el cuadrado de la distancia entre las partículas. De la tercera

Tabla 7.1 Aceleración en caída libre g a diferentes altitudes

Altitud (km)[a]	g (m/s^2)
1 000	7.33
2 000	5.68
3 000	4.53
4 000	3.70
5 000	3.08
6 000	2.60
7 000	2.23
8 000	1.93
9 000	1.69
10 000	1.49
50 000	0.13

[a]Todas las cifras son distancias sobre la superficie de la Tierra.

ley de Newton sabemos que la fuerza ejercida por m_1 sobre m_2, denotada $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ en la figura 7.17, es igual en magnitud pero en la dirección opuesta a la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ ejercida por m_2 sobre m_1, formando un par acción-reacción.

Otro hecho importante es que **la fuerza gravitacional ejercida por una esfera uniforme sobre una partícula fuera de la esfera es la misma que la fuerza ejercida si toda la masa de la esfera estuviera concentrada en su centro**. Esto se denomina ley de Gauss, en honor del matemático y astrónomo alemán Karl Friedrich Gauss y también es cierta para los campos eléctricos, que analizaremos en el capítulo 13. La ley de Gauss es un resultado matemático, que es cierto, ya que la fuerza disminuye con el inverso del cuadrado de la separación entre las partículas.

Cerca de la superficie de la Tierra, la expresión $F = mg$ es válida. Sin embargo, como se muestra en la tabla 7.1, la aceleración g varía de manera considerable con la altitud sobre la Tierra.

Cuestionario rápido

7.8 Una pelota cae al suelo. ¿Cuáles de los enunciados siguientes son falsos? a) La fuerza que la pelota ejerce sobre la Tierra tiene una magnitud igual que la de la fuerza que la Tierra ejerce sobre la pelota. b) La pelota experimenta la misma aceleración que la Tierra. c) La magnitud de la fuerza que la Tierra ejerce sobre la pelota es mayor que la magnitud de la fuerza que la pelota ejerce sobre la Tierra.

7.9 Un planeta tiene dos lunas con masas idénticas. La Luna 1 está en una órbita circular de radio r. La Luna 2 está en una órbita circular de radio $2r$. La magnitud de la fuerza gravitacional ejercida por el planeta sobre la Luna 2 es a) cuatro veces mayor; b) dos veces mayor; c) la misma; d) la mitad de grande; e) un cuarto de la fuerza gravitacional ejercida por el planeta sobre la Luna 1.

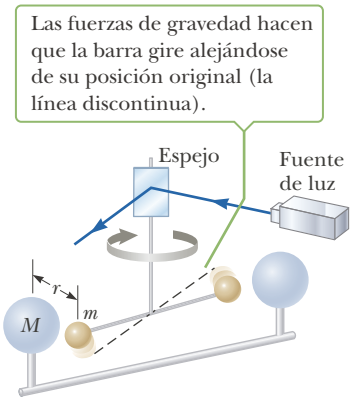


Figura 7.18 Diagrama esquemático del dispositivo de Cavendish para medir G. Las esferas menores de masa m son atraídas por las esferas grandes de masa M y la barra gira con un ángulo pequeño. Un haz de luz reflejado en un espejo sobre el dispositivo giratorio mide el ángulo de rotación.

Medición de la constante gravitacional

La constante gravitacional G en la ecuación 7.20 se midió por primera vez en un experimento importante realizado por Henry Cavendish, en 1798. Su dispositivo consistía en dos esferas pequeñas, cada una de masa m, fijas a los extremos de una barra horizontal ligera suspendida por un alambre de metal delgado, como en la figura 7.18. Dos esferas grandes, cada una de masa M, se colocaron cerca de las esferas pequeñas. La fuerza de atracción entre las esferas pequeñas y las grandes ocasionaba que la barra girara en un plano horizontal y que el alambre se torciera. El ángulo en el que giraba la barra suspendida se medía con un haz de luz reflejado en un espejo unido a la suspensión vertical (un punto de luz móvil es una técnica eficaz para amplificar un movimiento). El experimento se repitió varias veces con masas diferentes y distintas separaciones. Además de proporcionar un valor para G, los resultados demostraron que la fuerza es de atracción, proporcional al producto mM e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r. En la actualidad se realizan versiones modernas de esos experimentos de manera regular con objeto de determinar G con mayor precisión.

EJEMPLO 7.9 ¿Alguien quiere jugar billar?

OBJETIVO Usar vectores para determinar la fuerza gravitacional neta sobre un objeto.

PROBLEMA **a)** Tres bolas de billar de 0.300 kg se colocan sobre una mesa en las esquinas de un triángulo rectángulo, como se muestra en la figura 7.19. Encuentre la fuerza gravitacional neta sobre la bola de tiro (denotada como m_1) que resulta de las fuerzas ejercidas por las otras dos bolas. **b)** Obtenga las componentes de la fuerza gravitacional de m_2 sobre m_3.

ESTRATEGIA **a)** Para determinar la fuerza gravitacional neta sobre la bola de tiro de masa m_1, primero se calcula la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ ejercida por m_2 sobre m_1. Esta fuerza es la componente y de la fuerza neta que actúa sobre m_1. Luego se determina la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ ejercida por m_3 sobre m_1, la cual es la componente x de la fuerza neta que actúa sobre m_1. Con estas dos componentes, se puede encontrar la magnitud y dirección de la fuerza neta sobre la bola de tiro. **b)** En ese caso, se debe aplicar la trigonometría para encontrar las componentes de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{23}$.

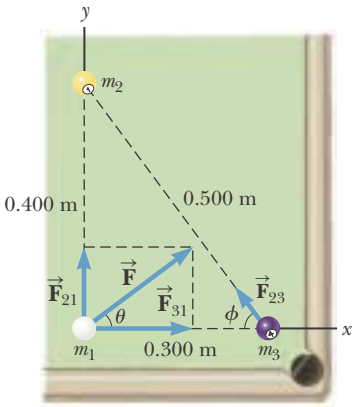


Figura 7.19 (Ejemplo 7.9)

SOLUCIÓN

a) Encuentre la fuerza gravitacional neta sobre la bola de tiro.

Obtenga la magnitud de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ ejercida por m_2 sobre m_1 usando la ley de la gravitación, ecuación 7.20:

$$F_{21} = G\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2} = (6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\frac{(0.300\ \text{kg})(0.300\ \text{kg})}{(0.400\ \text{m})^2}$$
$$F_{21} = 3.75 \times 10^{-11}\ \text{N}$$

Encuentre la magnitud de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{31}$ ejercida por m_3 sobre m_1, usando de nuevo la ley de la gravedad de Newton:

$$F_{31} = G\frac{m_3 m_1}{r_{31}^2} = (6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\frac{(0.300\ \text{kg})(0.300\ \text{kg})}{(0.300\ \text{m})^2}$$
$$F_{31} = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}$$

La fuerza neta tiene componentes $F_x = F_{31}$ y $F_y = F_{21}$. Calcule la magnitud de esta fuerza neta:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(6.67)^2 + (3.75)^2} \times 10^{-11}\ \text{N}$$
$$= 7.65 \times 10^{-11}\ \text{N}$$

Con la tangente inversa obtenga la dirección de $\vec{\mathbf{F}}$:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3.75 \times 10^{-11}\ \text{N}}{6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}}\right) = 29.3°$$

b) Encuentre las componentes de la fuerza de m_2 sobre m_3. Primero, calcule la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_{23}$:

$$F_{23} = G\frac{m_2 m_1}{r_{23}^2}$$
$$= (6.67 \times 10^{-11}\ \text{kg}^{-1}\text{m}^3\text{s}^{-2})\frac{(0.300\ \text{kg})(0.300\ \text{kg})}{(0.500\ \text{m})^2}$$
$$= 2.40 \times 10^{-11}\ \text{N}$$

Para obtener las componentes de $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ x y y, se necesita el cos φ y el sen φ. Use los lados del triángulo grande en la figura 7.19:

$$\cos\varphi = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} = \frac{0.300\ \text{m}}{0.500\ \text{m}} = 0.600$$
$$\text{sen}\varphi = \frac{\text{op}}{\text{hip}} = \frac{0.400\ \text{m}}{0.500\ \text{m}} = 0.800$$

Calcule las componentes de $\vec{\mathbf{F}}_{23}$. Es preciso agregar un signo menos para la componente x debido a que está en la dirección x negativa:

$$F_{23x} = -F_{23}\cos\varphi = -(2.40 \times 10^{-11}\ \text{N})(0.600)$$
$$= -1.44 \times 10^{-11}\ \text{N}$$
$$F_{23y} = F_{23}\,\text{sen}\,\varphi = (2.40 \times 10^{-11}\ \text{N})(0.800) = 1.92 \times 10^{-11}\ \text{N}$$

COMENTARIOS Observe qué tan pequeñas son las fuerzas de la gravedad entre los objetos cotidianos. No obstante, esas fuerzas se pueden medir de manera directa con básculas de torsión.

PREGUNTA 7.9 ¿La fuerza de gravedad es un factor significativo en un juego de billar? Explique.

EJERCICIO 7.9 Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza ejercida por m_1 y m_3 sobre m_2.

RESPUESTAS 5.85×10^{-11} N, $-75.8°$

EJEMPLO 7.10 Ceres

OBJETIVO Relacionar la ley de gravedad universal de Newton con mg y demostrar cómo cambia g con la posición.

PROBLEMA Un astronauta de pie sobre la superficie de Ceres, el asteroide más grande, deja caer una roca desde una altura de 10.0 m; y la roca tarda 8.06 s en golpear el suelo. **a)** Calcule la aceleración de la gravedad en Ceres. **b)** Encuentre la masa de Ceres, dado que su radio es $R_C = 5.10 \times 10^2$ km. **c)** Calcule la aceleración gravitacional a 50.0 km de la superficie de Ceres.

ESTRATEGIA El inciso a) es un repaso de cinemática en una dimensión. En el inciso b) el peso de un objeto, $w = mg$, es el mismo que la magnitud de la fuerza dada por la ley de la gravitación universal. Despeje la masa desconocida de Ceres, después de lo cual la respuesta para el inciso c) se puede encontrar por sustitución en la ley de la gravitación universal, ecuación 7.20.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) Calcule la aceleración de la gravedad, g_C, en Ceres.

Aplique la ecuación cinemática del desplazamiento a la roca en caída:

$$\text{1)} \quad \Delta x = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

Sustituya $\Delta x = -10.0$ m, $v_0 = 0$, $a = -g_C$ y $t = 8.06$ s y despeje la aceleración gravitacional en Ceres, g_C:

$$-10.0 \text{ m} = -\tfrac{1}{2}g_C(8.06 \text{ s})^2 \quad \rightarrow \quad g_C = \boxed{0.308 \text{ m/s}^2}$$

b) Encuentre la masa de Ceres.

Iguale el peso de la roca en Ceres con la fuerza gravitacional que actúa sobre la roca:

$$mg_C = G\frac{M_C m}{R_C^2}$$

Despeje la masa de Ceres, M_C:

$$M_C = \frac{g_C R_C^2}{G} = \boxed{1.20 \times 10^{21} \text{ kg}}$$

c) Calcule la aceleración de la gravedad a una altura de 50.0 km sobre la superficie de Ceres.

Iguale el peso a 50.0 km con la fuerza gravitacional:

$$mg_C' = G\frac{mM_C}{r^2}$$

Cancele m, luego sustituya $r = 5.60 \times 10^5$ m y la masa de Ceres:

$$g_C' = G\frac{M_C}{r^2}$$

$$= (6.67 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1}\text{m}^3\text{s}^{-2})\frac{1.20 \times 10^{21} \text{ kg}}{(5.60 \times 10^5 \text{ m})^2}$$

$$= \boxed{0.255 \text{ m/s}^2}$$

COMENTARIOS Este es el método estándar para encontrar la masa de un cuerpo planetario: estudiar el movimiento de un objeto en caída (o en órbita).

PREGUNTA 7.10 Aporte dos razones por las que la ecuación 1) no se podría usar para cada asteroide como se usó en el inciso a).

EJERCICIO 7.10 Un objeto tarda 2.40 s en caer 5.00 m en cierto planeta. a) Encuentre la aceleración debida a la gravedad en ese planeta. b) Encuentre la masa del planeta si su radio es 5 250 km.

RESPUESTAS a) 1.74 m/s^2; b) 7.19×10^{23} kg

Energía potencial gravitacional revisada

En el capítulo 5 se presentó el concepto de energía potencial gravitacional y se determinó que sería posible calcular la energía potencial asociada con un objeto a partir de la ecuación $EP = mgh$, donde h es la altura del objeto arriba o debajo de cierto nivel de referencia. Sin embargo, esta ecuación es válida *solo* cuando el objeto está cerca de la superficie de la Tierra. Para los objetos que se encuentran muy por encima de la superficie de la Tierra, como un satélite, se debe usar una alternativa ya que g varía con la distancia desde la superficie, como se muestra en la tabla 7.1.

La energía potencial gravitacional asociada con un objeto de masa m a una distancia r del centro de la Tierra es

$$EP = -G\frac{M_E m}{r} \qquad [7.21]$$

donde M_E y R_E son la masa y el radio de la Tierra, respectivamente, con $r > R_E$.

Unidades SI: Joules (J)

Igual que antes, la energía potencial gravitacional es una propiedad de un *sistema*, en este caso el objeto de masa m y la Tierra. La ecuación 7.21, que se ilustra en la figura 7.20, es válida para el caso especial en que el nivel cero para la energía poten-

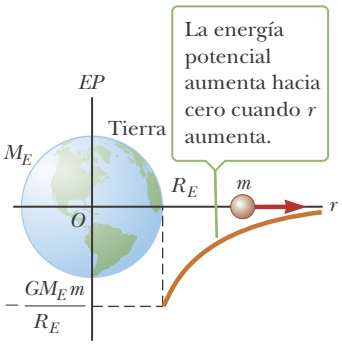


Figura 7.20 Cuando una masa m se mueve radialmente alejándose de la Tierra, la energía potencial del sistema Tierra-masa, que es $EP = -G(M_E m/R_E)$ en la superficie de la Tierra, aumenta hacia un límite de cero conforme la masa m viaja alejándose de la Tierra, como se muestra en la gráfica.

cial está a una distancia infinita desde el centro de la Tierra. Recuerde que la energía potencial gravitacional asociada con un objeto es nada más que el negativo del trabajo realizado por la fuerza de gravedad al mover el objeto. Si un objeto cae bajo la fuerza de la gravedad desde una gran distancia (efectivamente infinita), el cambio en la energía potencial gravitacional es negativo, lo que corresponde a una cantidad positiva de trabajo gravitacional realizado sobre el sistema. Este trabajo positivo es igual al (también positivo) cambio en la energía cinética, como se muestra en el ejemplo siguiente.

EJEMPLO 7.11 Un asteroide cerca de la Tierra

OBJETIVO Usar la energía potencial gravitacional para calcular el trabajo realizado por la gravedad sobre un objeto en caída.

PROBLEMA Un asteroide con masa $m = 1.00 \times 10^9$ kg proviene del espacio profundo, efectivamente del infinito y cae hacia la Tierra. **a)** Encuentre el cambio en la energía potencial cuando llegue a un punto a 4.00×10^8 m del centro de la Tierra (justo atrás del radio orbital de la Luna). Además, determine el trabajo realizado por la fuerza de gravedad. **b)** Obtenga la rapidez del asteroide en ese punto, suponiendo que al inicio estaba en reposo cuando está arbitrariamente alejado. **c)** ¿Cuánto trabajo tendría que realizar algún otro agente sobre el asteroide de manera que este último viaje a solo la mitad de la rapidez determinada en el inciso b) en el mismo punto?

ESTRATEGIA El inciso a) requiere una simple sustitución en la definición de energía potencial gravitacional. Para encontrar el trabajo realizado por la fuerza de gravedad, recuerde que el trabajo realizado sobre un objeto por una fuerza conservativa es solo el negativo del cambio en la energía potencial. El inciso b) se puede resolver con la conservación de la energía y el inciso c) es una aplicación del teorema del trabajo y la energía.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el cambio en la energía potencial y el trabajo realizado por la fuerza de gravedad.

Aplique la ecuación 7.21:

$$\Delta EP = EP_f - EP_i = -\frac{GM_E m}{r_f} - \left(-\frac{GM_E m}{r_i}\right)$$
$$= GM_E m\left(-\frac{1}{r_f} + \frac{1}{r_i}\right)$$

Sustituya las cantidades conocidas. La posición inicial del asteroide es efectivamente infinita, por lo tanto $1/r_i$ es cero:

$$\Delta EP = (6.67 \times 10^{-11}\ \text{kg}^{-1}\ \text{m}^3/\text{s}^2)(5.98 \times 10^{24}\ \text{kg}) \times (1.00 \times 10^9\ \text{kg})\left(-\frac{1}{4.00 \times 10^8\ \text{m}} + 0\right)$$
$$\Delta EP = \boxed{-9.97 \times 10^{14}\ \text{J}}$$

Calcule el trabajo realizado por la fuerza de gravedad:

$$W_{\text{grav}} = \boxed{-\Delta EP = 9.97 \times 10^{14}\ \text{J}}$$

b) Determine la rapidez del asteroide cuando llega a $r_f = 4.00 \times 10^8$ m.

Use la conservación de la energía:

$$\Delta EC + \Delta EP = 0$$
$$\left(\tfrac{1}{2}mv^2 - 0\right) - 9.97 \times 10^{14}\ \text{J} = 0$$
$$v = \boxed{1.41 \times 10^3\ \text{m/s}}$$

c) Obtenga el trabajo necesario para reducir la rapidez a 7.05×10^2 m (la mitad del valor apenas encontrado) en este punto.

Aplique el teorema del trabajo y la energía:

$$W = \Delta EC + \Delta EP$$

El cambio en la energía potencial permanece igual que en el inciso a), pero sustituya solo la mitad de la rapidez en el término de la energía cinética:

$$W = \left(\tfrac{1}{2}mv^2 - 0\right) - 9.97 \times 10^{14}\ \text{J}$$
$$W = \tfrac{1}{2}(1.00 \times 10^9\ \text{kg})(7.05 \times 10^2\ \text{m/s})^2 - 9.97 \times 10^{14}\ \text{J}$$
$$= \boxed{-7.48 \times 10^{14}\ \text{J}}$$

COMENTARIOS La cantidad de trabajo calculada en el inciso c) es negativa debido a que un agente externo debe ejercer una fuerza contra la dirección de movimiento del asteroide. A un impulsor con una salida de un megawatt le tomaría

(*Continúa*)

aproximadamente 24 años desacelerar al asteroide a la mitad de su rapidez original. No se necesita desacelerar tanto un asteroide que amenace la Tierra: un cambio pequeño en su rapidez, si se aplica suficientemente temprano, ocasionará que no choque contra la Tierra. Sin embargo, la exactitud del empuje aplicado es importante. Para el momento en que un astronauta sobre un asteroide pueda mirar sobre su hombro y ver la Tierra, ya sería demasiado tarde, a pesar de la forma en que se representen estos escenarios en Hollywood. ¡Los rescates de último momento no funcionarán!

PREGUNTA 7.11 Conforme el asteroide se aproxima a la Tierra, la energía potencial asociada con el sistema asteroide-Tierra, ¿a) aumenta, b) disminuye o c) permanece igual?

EJERCICIO 7.11 Suponga que un asteroide parte del reposo a una gran distancia (efectivamente infinita), cayendo hacia la Tierra. ¿Cuánto trabajo se tendría que realizar sobre él para desacelerarlo a 425 m/s para el momento en que alcance una distancia de 2.00×10^8 m de la Tierra?

RESPUESTA -1.90×10^{15} J

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 7.3 ¿Por qué el Sol es caliente?

EXPLICACIÓN El Sol se formó cuando las partículas en una nube de gas se fusionaron, debido a la atracción gravitacional, en un objeto masivo astronómico. Antes de que esto ocurriera, las partículas en la nube estaban dispersas, lo que representaba una gran cantidad de energía potencial gravitacional. Conforme las partículas cayeron más cerca unas de otras su energía cinética aumentó, pero la energía potencial gravitacional del sistema disminuyó, como se requiere por la conservación de la energía. Con un colapso posterior lento, la nube se volvió más densa y la energía cinética promedio de las partículas aumentó. Esta energía cinética es la energía interna de la nube, que es proporcional a la temperatura. Si se agrupan suficientes partículas, la temperatura puede aumentar hasta un punto en el cual ocurre una fusión nuclear y la bola de gas se convierte en una estrella. De lo contrario, la temperatura puede incrementarse, pero no lo suficiente para encender reacciones de fusión y el objeto se convierte en una enana marrón (una estrella fallida) o un planeta. ■

Al analizar la ecuación 7.21, algunas personas se podrían preguntar qué pasó con *mgh*, la expresión de la energía potencial gravitacional que se presentó en el capítulo 5. Esa expresión aún es válida cuando h es pequeña comparada con el radio de la Tierra. Para ver esto, escribimos el cambio en la energía potencial cuando un objeto se eleva del suelo a una altura h, usando la forma general para la energía potencial gravitacional (consulte la figura 7.21):

$$EP_2 - EP_1 = -G\frac{M_E m}{(R_E + h)} - \left(-G\frac{M_E m}{R_E}\right)$$

$$= -GM_E m\left[\frac{1}{(R_E + h)} - \frac{1}{R_E}\right]$$

Después de determinar un denominador común y aplicar un poco de álgebra, se obtiene

$$EP_2 - EP_1 = \frac{GM_E mh}{R_E(R_E + h)}$$

Cuando la altura h es muy pequeña comparada con R_E, h puede omitirse del segundo factor en el denominador, lo que da

$$\frac{1}{R_E(R_E + h)} \cong \frac{1}{R_E^2}$$

Sustituyendo esto en la expresión anterior, se tiene

$$EP_2 - EP_1 \cong \frac{GM_E}{R_E^2}\, mh$$

Ahora recuerde del capítulo 4 que la aceleración en caída libre en la superficie de la Tierra está dada por $g = GM_E/R_E^2$, lo que da

$$EP_2 - EP_1 \cong mgh$$

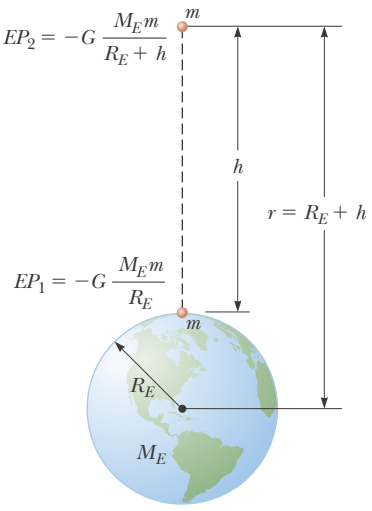


Figura 7.21 Relación de la forma general de la energía potencial gravitacional con *mgh*.

Rapidez de escape

Si un objeto se proyecta hacia arriba desde la superficie de la Tierra con una rapidez suficientemente grande, puede remontarse hacia el espacio y no regresar nunca. Esta rapidez se denomina **rapidez de escape** de la Tierra (también es común que se le llame *velocidad de escape*, pero de hecho, de manera correcta, es una rapidez).

La rapidez de escape de la Tierra se puede determinar aplicando la conservación de la energía. Suponga que un objeto de masa m se proyecta verticalmente hacia arriba desde la superficie de la Tierra con una rapidez inicial v_i. La energía mecánica interna (energía cinética más potencial) del sistema objeto-Tierra está dada por

$$EC_i + EP_i = \tfrac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_Em}{R_E}$$

Se ignora la resistencia del aire y se supone que la rapidez inicial es apenas suficientemente grande para permitir que el objeto llegue al infinito con una rapidez de cero. Este valor de v_i es la rapidez de escape v_{esc}. Cuando el objeto está a una distancia infinita de la Tierra, su energía cinética es cero ya que $v_f = 0$ y la energía potencial gravitacional también es cero debido a que $1/r$ tiende a cero cuando r tiende al infinito. De aquí que la energía mecánica total es cero y la ley de la conservación de energía da

$$\tfrac{1}{2}mv_{esc}^2 - \frac{GM_Em}{R_E} = 0$$

de manera que

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} \qquad [7.22]$$

La rapidez de escape de la Tierra es de aproximadamente 11.2 km/s, lo que corresponde a casi 25 000 mi/h (consulte el ejemplo 7.12). Observe que la expresión para v_{esc} no depende de la masa del objeto proyectado de la Tierra, por lo que una nave espacial tiene la misma rapidez de escape que una molécula. Las rapideces de escape para los planetas y la Luna se listan en la tabla 7.2. La rapidez de escape y la temperatura determinan en gran medida si un mundo tiene una atmósfera y, si la tiene, cuáles son sus constituyentes. Los planetas con rapideces de escape bajas, como Mercurio, por lo general no tienen atmósferas debido a que la rapidez promedio de las moléculas de gas es cercana a la rapidez de escape. Venus tiene una atmósfera muy densa, pero casi en su totalidad se trata de bióxido de carbono, un gas pesado. La atmósfera de la Tierra tiene muy poco hidrógeno o helio, pero ha retenido las moléculas de nitrógeno y oxígeno más pesadas.

Tabla 7.2 Rapidez de escape para los planetas y la Luna

Planeta	v_{esc} (km/s)
Mercurio	4.3
Venus	10.3
Tierra	11.2
Luna	2.3
Marte	5.0
Júpiter	60.0
Saturno	36.0
Urano	22.0
Neptuno	24.0
Plutón[a]	1.1

[a]En agosto de 2006, la International Astronomical Union adoptó una definición de un planeta que separa a Plutón de los otro ocho planetas. Plutón ahora se define como un "planeta enano" (como el asteroide Ceres).

EJEMPLO 7.12 De la Tierra a la Luna

OBJETIVO Aplicar la conservación de la energía con la forma general de la ley de la gravedad universal de Newton.

PROBLEMA En la novela clásica de Julio Verne, *De la Tierra a la Luna*, un cañón gigante hincado en la Tierra, en Florida, disparó una nave espacial hasta la Luna. **a)** Si la nave espacial sale del cañón con rapidez de escape, ¿a qué rapidez se mueve cuando está a 1.50×10^5 km del centro de la Tierra? Ignore cualesquiera efectos de fricción. **b)** ¿Aproximadamente qué aceleración constante se necesita para impulsar la nave espacial con rapidez de escape a través del alma del cañón de 1 km de longitud?

ESTRATEGIA Para el inciso a), use la conservación de la energía y despeje la rapidez final v_f. El inciso b) es una aplicación de la ecuación cinemática independiente del tiempo: despeje la aceleración a.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez en $r = 1.50 \times 10^5$ km.

Aplique la conservación de la energía:

$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_Em}{R_E} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GM_Em}{r_f}$$

(*Continúa*)

Multiplique por $2/m$ y reacomode los términos, despejando v_f^2. Luego sustituya los valores conocidos y obtenga la raíz cuadrada:

$$v_f^2 = v_i^2 + \frac{2GM_E}{r_f} - \frac{2GM_E}{R_E} = v_i^2 + 2GM_E\left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{R_E}\right)$$

$$v_f^2 = (1.12 \times 10^4\ \text{m/s})^2 + 2(6.67 \times 10^{-11}\ \text{kg}^{-1}\text{m}^3\text{s}^{-2}) \times (5.98 \times 10^{24}\ \text{kg})\left(\frac{1}{1.50 \times 10^8\ \text{m}} - \frac{1}{6.38 \times 10^6\ \text{m}}\right)$$

$$v_f = \boxed{2.39 \times 10^3\ \text{m/s}}$$

b) Determine la aceleración a través del alma del cañón, suponiendo que es constante.

Use la ecuación cinemática independiente del tiempo:

$$v^2 - {v_0}^2 = 2a\Delta x$$

$$(1.12 \times 10^4\ \text{m/s})^2 - 0 = 2a(1.00 \times 10^3\ \text{m})$$

$$a = \boxed{6.27 \times 10^4\ \text{m/s}^2}$$

COMENTARIOS Este resultado corresponde a una aceleración de más de 6000 veces la aceleración en caída libre sobre la Tierra. Esa aceleración enorme está más allá de lo que el cuerpo humano puede tolerar.

PREGUNTA 7.12 Suponga que la nave espacial se las arregló para entrar en órbita alrededor de la Tierra, con un punto más cercano (perigeo) y un punto más alejado (apogeo). ¿En qué punto es mayor la energía cinética de la nave espacial y por qué?

EJERCICIO 7.12 Usando los datos de la tabla 7.3 (consulte la página 228), encuentre a) la rapidez de escape de la superficie de Marte y b) la rapidez de escape de un vehículo espacial cuando está a 1.25×10^7 m del centro de Marte si sale de la superficie a la rapidez de escape.

RESPUESTAS a) 5.04×10^3 m/s; b) 2.62×10^3 m/s

7.6 Leyes de Kepler

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar las tres leyes de Kepler y explicar la importancia de cada una.
2. Aplicar la tercera ley para obtener información acerca de los cuerpos en órbita.

Los movimientos de los planetas, las estrellas y otros cuerpos celestes se han observado durante miles de años. En los primeros años de la historia, los científicos consideraban a la Tierra como el centro del Universo. Este **modelo geocéntrico** fue desarrollado extensivamente por el astrónomo griego Claudio Tolomeo, en el siglo II d.C., y fue aceptado durante los siguientes 1400 años. En 1543 el astrónomo polaco Nicolás Copérnico (1473-1543) demostró que la Tierra y los otros planetas giran en órbitas circulares alrededor del Sol (el **modelo heliocéntrico**).

El astrónomo danés, Tycho Brahe (1546-1601) hizo mediciones astronómicas precisas durante un periodo de 20 años, proporcionando datos para el modelo del sistema solar que se acepta en la actualidad. Brahe realizó sus observaciones precisas de sobre los planetas y 777 estrellas con nada más elaborado que un sextante grande y una brújula; el telescopio aún no se había inventado.

El astrónomo alemán Johannes Kepler, quien fue asistente de Brahe, tomó los datos astronómicos de Brahe y pasó aproximadamente 16 años tratando de deducir un modelo matemático para el movimiento de los planetas. Después de muchos cálculos laboriosos, determinó que los datos precisos de Brahe sobre el movimiento de Marte alrededor del Sol aportaban la respuesta. El análisis de Kepler demostró primero que el concepto de órbitas circulares alrededor del Sol se tenía que abandonar. Con el tiempo descubrió que la órbita de Marte se podía describir con precisión mediante una elipse con el Sol en uno de los puntos focales. Luego generalizó este

análisis para incluir los movimientos de todos los planetas. El análisis completo se resume en tres enunciados conocidos como **leyes de Kepler**:

◀ Leyes de Kepler

1. Todos los planetas se desplazan en órbitas elípticas alrededor del Sol, que se encuentra en uno de los puntos focales de la elipse.
2. Una línea trazada desde el Sol hasta cualquier planeta barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales.
3. El cuadrado del periodo orbital de cualquier planeta es proporcional al cubo de la distancia promedio del planeta al Sol.

Más tarde Newton demostró que estas leyes son consecuencia de la fuerza gravitacional que existe entre cualesquiera dos objetos. La ley de la gravitación universal de Newton, junto con sus leyes del movimiento, proporcionan la base para una descripción matemática completa de los movimientos de los planetas y satélites.

Primera ley de Kepler

La primera ley surge como una consecuencia natural de la naturaleza de la ley del inverso del cuadrado de gravitación de Newton. Cualquier objeto unido a otro por una fuerza que varía como $1/r^2$ se moverá en una órbita elíptica. Como se muestra en la figura 7.22a, una elipse es una curva trazada de manera que la suma de las distancias desde cualquier punto en la curva hasta dos puntos internos denominados *puntos focales* o *focos* siempre es la misma. El semieje mayor a es la mitad de la longitud de la línea que va a través de la elipse y contiene los dos focos. Para la configuración Sol-planeta (figura 7.22b), el Sol está en un foco y el otro foco está vacío. Dado que la órbita es una elipse, la distancia desde el Sol hasta el planeta cambia de manera continua.

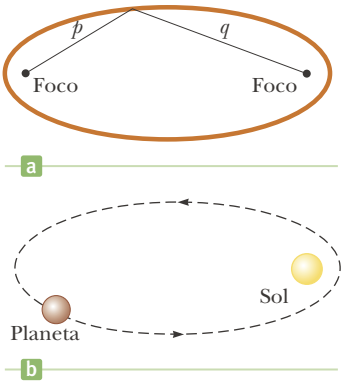


Figura 7.22 a) La suma $p + q$ es la misma para cualquier punto en la elipse. b) En el Sistema Solar, el Sol está en un foco de la órbita elíptica de cada planeta y el otro foco está vacío.

Segunda ley de Kepler

La segunda ley de Kepler establece que una línea trazada desde el Sol hasta cualquier planeta barre áreas iguales en intervalos iguales. Considere un planeta en una órbita elíptica alrededor del Sol, como en la figura 7.23. En un periodo dado Δt, el planeta se mueve del punto Ⓐ al punto Ⓑ. El planeta se mueve con mayor lentitud en ese lado de la órbita dado que está más alejado del Sol. En el lado opuesto de su órbita, el planeta se mueve del punto Ⓒ al punto Ⓓ en la misma cantidad de tiempo, Δt, moviéndose más rápido ya que está más cerca del Sol. La segunda ley de Kepler dice que cualesquiera dos partes formadas como en la figura 7.23 siempre tendrán la misma área. Como se verá en el capítulo 8, la segunda ley de Kepler está relacionada con un principio físico conocido como conservación de la cantidad de movimiento angular.

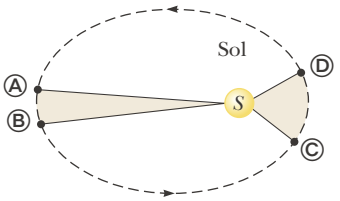


Figura 7.23 Las dos áreas barridas por el planeta en su órbita elíptica alrededor del Sol son iguales si el intervalo de tiempo entre los puntos Ⓐ y Ⓑ es igual al intervalo de tiempo entre los puntos Ⓒ y Ⓓ.

Tercera ley de Kepler

La deducción de la tercera ley de Kepler es suficientemente simple para ponerla en práctica para el caso especial de una órbita circular. Considere un planeta de masa M_p que se mueve alrededor del Sol, el cual tiene una masa M_S, en una órbita circular. Debido a que la órbita es circular, el planeta se mueve con una rapidez constante v. Luego la segunda ley de Newton, su ley de la gravitación y la aceleración centrípeta dan la ecuación siguiente:

$$M_p a_c = \frac{M_p v^2}{r} = \frac{G M_S M_p}{r^2}$$

La rapidez v del planeta en su órbita es igual a la circunferencia de la órbita dividida entre el tiempo requerido para una revolución, T, denominada **periodo** del planeta, por lo tanto $v = 2\pi r/T$. Al sustituir, la ecuación anterior se vuelve

$$\frac{G M_S}{r^2} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r}$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{G M_S}\right) r^3 = K_S r^3 \qquad [7.23]$$

◀ Tercera ley de Kepler

Tabla 7.3 Datos planetarios útiles

Cuerpo	Masa (kg)	Radio medio (m)	Periodo (s)	Distancia media del Sol (m)	$\frac{T^2}{r^3}\,10^{-19}\left(\frac{s^2}{m^3}\right)$
Mercurio	3.18×10^{23}	2.43×10^{6}	7.60×10^{6}	5.79×10^{10}	2.97
Venus	4.88×10^{24}	6.06×10^{6}	1.94×10^{7}	1.08×10^{11}	2.99
Tierra	5.98×10^{24}	6.38×10^{6}	3.156×10^{7}	1.496×10^{11}	2.97
Marte	6.42×10^{23}	3.37×10^{6}	5.94×10^{7}	2.28×10^{11}	2.98
Júpiter	1.90×10^{27}	6.99×10^{7}	3.74×10^{8}	7.78×10^{11}	2.97
Saturno	5.68×10^{26}	5.85×10^{7}	9.35×10^{8}	1.43×10^{12}	2.99
Urano	8.68×10^{25}	2.33×10^{7}	2.64×10^{9}	2.87×10^{12}	2.95
Neptuno	1.03×10^{26}	2.21×10^{7}	5.22×10^{9}	4.50×10^{12}	2.99
Plutón[a]	1.27×10^{23}	1.14×10^{6}	7.82×10^{9}	5.91×10^{12}	2.96
Luna	7.36×10^{22}	1.74×10^{6}	—	—	—
Sol	1.991×10^{30}	6.96×10^{8}	—	—	—

[a]En agosto de 2006, la International Astronomical Union adoptó una definición de planeta que separa a Plutón de los otros ocho planetas. En la actualidad, Plutón se define como un "planeta enano" igual que el asteroide Ceres.

donde K_S es una constante dada por

$$K_S = \frac{4\pi^2}{GM_S} = 2.97 \times 10^{-19}\ \text{s}^2/\text{m}^3$$

La ecuación 7.23 es la tercera ley de Kepler para una órbita circular. Las órbitas de la mayoría de los planetas son casi circulares. Sin embargo, los cometas y los asteroides en general tienen órbitas elípticas. Para estas órbitas, el radio r debe reemplazarse con a, el semieje mayor, la mitad de la distancia más larga a través de la órbita elíptica (esta también es la distancia promedio del cometa o asteroide del Sol). Un cálculo más detallado muestra que en realidad K_S depende de la suma de la masa de un planeta dado y de la masa del Sol. Sin embargo, las masas de los planetas son despreciables comparadas con la masa del Sol; de aquí que se puedan ignorar, lo que significa que la ecuación 7.23 es válida para cualquier planeta en la familia del Sol. Si se considera la órbita de un satélite como la Luna alrededor de la Tierra, entonces la constante tiene un valor diferente, y la masa del Sol se reemplaza con la masa de la Tierra. En ese caso, K_E es igual a $4\pi^2/GM_E$.

La masa del Sol se puede determinar a partir de la tercera ley de Kepler, ya que la constante K_S en la ecuación 7.23 incluye la masa del Sol y las otras variables y constantes se pueden medir con facilidad. Es posible encontrar el valor de esta constante al sustituir los valores del periodo y el radio orbital de un planeta y despejar K_S. Entonces la masa del Sol es

$$M_S = \frac{4\pi^2}{GK_S}$$

Se puede usar este mismo proceso para calcular la masa de la Tierra (considerando el periodo y el radio orbital de la Luna) y la masa de otros planetas en el Sistema Solar que tengan satélites.

La última columna en la tabla 7.3 confirma que T^2/r^3 es casi constante. Cuando el tiempo se mide en años terrestres y el semieje mayor en unidades astronómicas (1 UA = la distancia de la Tierra al Sol), la ley de Kepler toma la forma simple siguiente:

$$T^2 = a^3$$

Esta ecuación se puede verificar con facilidad: La Tierra tiene un semieje mayor de una unidad astronómica (por definición) y toma un año para orbitar el Sol. Esta ecuación, por supuesto, es válida solo para el Sol y sus planetas, asteroides y cometas.

Cuestionario rápido

7.10 Suponga que un asteroide tiene un semieje mayor de 4 UA. ¿Cuánto tiempo le toma al asteroide para orbitar el Sol? a) 2 años b) 4 años c) 6 años d) 8 años

EJEMPLO 7.13 Órbita geosíncrona y satélites de telecomunicaciones

OBJETIVO Aplicar la tercera ley de Kepler a un satélite terrestre.

PROBLEMA Desde el punto de vista de las telecomunicaciones, es ventajoso que los satélites permanezcan en la misma ubicación en relación con una ubicación en la Tierra. Esto puede ocurrir solo si el periodo orbital del satélite es el mismo que el periodo de rotación de la Tierra, aproximadamente 24 h. **a)** ¿A qué distancia del centro de la Tierra se puede encontrar esta órbita geosíncrona? **b)** ¿Cuál es la rapidez orbital del satélite?

ESTRATEGIA Este problema se puede resolver con el mismo método que se usó para deducir un caso especial de la tercera ley de Kepler, y la masa de la Tierra reemplaza la masa del Sol. No es necesario repetir el análisis, solo reemplace la masa del Sol con la masa de la Tierra en la tercera ley de Kepler, sustituya el periodo T (convertido a segundos) y despeje r. Para el inciso a), encuentre la circunferencia de la órbita circular y divida entre el tiempo transcurrido.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la distancia r a la órbita geosíncrona.

Aplique la tercera ley de Kepler: $$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_E}\right) r^3$$

Sustituya el periodo en segundos, $T = 86\,400$ s, la constante de la gravedad $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{kg}^{-1}\ \text{m}^3/\text{s}^2$ y la masa de la Tierra, $M_E = 5.98 \times 10^{24}$ kg. Despeje r: $$r = 4.23 \times 10^7\ \text{m}$$

b) Encuentre la rapidez orbital.

Divida la distancia recorrida durante una órbita entre el periodo: $$v = \frac{d}{T} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(4.23 \times 10^7\ \text{m})}{8.64 \times 10^4\ \text{s}} = 3.08 \times 10^3\ \text{m/s}$$

COMENTARIOS El movimiento de la Tierra alrededor del Sol se ignoró; eso requiere utilizar el periodo "sideral" de la Tierra (aproximadamente cuatro minutos más breve). Observe que la masa de la Tierra se podría determinar sustituyendo la distancia y el periodo de la Luna en esta forma de la tercera ley de Kepler.

PREGUNTA 7.13 Si el satélite se colocara en una órbita tres veces más alejada, ¿aproximadamente cuánto tiempo tomaría orbitar la Tierra una vez? Responda en días, redondeando a un dígito.

EJERCICIO 7.13 Marte gira sobre su eje cada 1.02 días (casi igual que la Tierra). a) Encuentre la distancia desde el centro de Marte a la cual un satélite permanecerá en un punto sobre la superficie marciana. b) Encuentre la rapidez del satélite.

RESPUESTAS a) 2.03×10^7 m; b) 1.45×10^3 m/s

RESUMEN

7.1 Rapidez angular y aceleración angular

La **rapidez angular promedio** ω_{prom} de un objeto rígido se define como la razón del desplazamiento angular $\Delta\theta$ al intervalo de tiempo Δt, o

$$\omega_{\text{prom}} \equiv \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad [7.3]$$

donde ω_{prom} está en radianes por segundo (rad/s).

La **aceleración angular promedio** α_{prom} de un objeto en rotación se define como la razón del cambio en la rapidez angular $\Delta\omega$ al intervalo de tiempo Δt, o

$$\alpha_{\text{prom}} \equiv \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad [7.5]$$

donde α_{prom} está en radianes por segundo por segundo (rad/s^2).

7.2 Movimiento rotacional bajo aceleración angular constante

Si un objeto experimenta un movimiento rotacional respecto a un eje fijo bajo una aceleración angular constante α, su movimiento puede describirse con el conjunto de ecuaciones siguiente:

$$\omega = \omega_i + \alpha t \qquad [7.7]$$

$$\Delta\theta = \omega_i t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \qquad [7.8]$$

$$\omega^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta \qquad [7.9]$$

Los problemas se resuelven como en la cinemática unidimensional.

7.3 Relaciones entre cantidades angulares y lineales

Cuando un objeto gira sobre un eje fijo, la rapidez angular y la aceleración angular están relacionadas con la rapidez tangencial y la aceleración tangencial mediante las relaciones

$$v_t = r\omega \qquad [7.10]$$

y

$$a_t = r\alpha \qquad [7.11]$$

7.4 Aceleración centrípeta

Cualquier objeto que se mueve en una trayectoria circular tiene una aceleración dirigida hacia el centro de la trayectoria circular, denominada **aceleración centrípeta**. Su magnitud está dada por

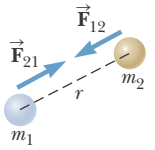
$$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \qquad [7.13, 7.17]$$

Cualquier objeto que se mueva en una trayectoria circular debe estar sometido a una fuerza neta que está dirigida hacia el centro de la trayectoria. Algunos ejemplos de fuerzas que causan aceleración centrípeta son la de gravedad (como en el movimiento de un satélite) y la de tensión en una cuerda.

7.5 Gravitación newtoniana

La **ley de la gravitación universal de Newton** establece que cada partícula en el Universo atrae a otra partícula con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r entre ellas:

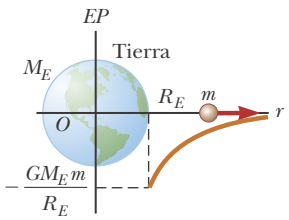
$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad [7.20]$$



La fuerza gravitacional es de atracción y actúa a lo largo de la recta que une las partículas.

donde $G = 6.673 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ es la **constante de gravitación universal**. Una expresión general para la energía potencial gravitacional es

$$EP = -G\frac{M_E m}{r} \qquad [7.21]$$



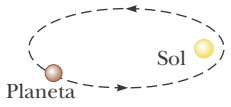
La energía potencial gravitacional aumenta tendiendo a cero conforme r aumenta.

Esta expresión se reduce a $EP = mgh$ cerca de la superficie de la Tierra y es válida para otros mundos por medio del reemplazo de la masa M_E. Es posible resolver los problemas como la determinación de la velocidad de escape de la Tierra usando la ecuación 7.21 en la ecuación de conservación de energía.

7.6 Leyes de Kepler

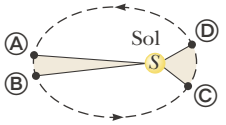
Kepler dedujo las tres leyes del movimiento planetario que se mencionan a continuación:

1. Todos los planetas se mueven en órbitas elípticas alrededor del Sol, que se encuentra en uno de los puntos focales.



Primera ley de Kepler.

2. Una línea trazada desde el Sol hasta cualquier planeta barre áreas iguales en intervalos de tiempo iguales.



Segunda ley de Kepler.

3. El cuadrado del periodo orbital de un planeta es proporcional al cubo de la distancia promedio desde el planeta hasta el Sol.

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right)r^3 \qquad [7.23]$$

Tercera ley de Kepler.

La tercera ley se puede aplicar a cualquier cuerpo grande y su sistema de satélites al reemplazar la masa del Sol con la masa del cuerpo. En particular, se puede usar para determinar la masa del cuerpo central una vez que se conocen la distancia promedio hasta un satélite y su periodo.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este ejercicio se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de matemáticas.** Una pista circular tiene un radio de 125 m. a) Calcule la distancia alrededor de la pista. b) Si un corredor trota 275 m a lo largo de la pista, ¿a través de que ángulo trota?
2. **Repaso de matemáticas.** a) Convierta 47.0° a radianes, usando la razón de conversión apropiada. b) Convierta 2.35 rad a grados. c) Si un círculo tiene un radio de 1.70 m, ¿cuál es la longitud de arco subtendida por un ángulo de 47.0°? (Consulte las secciones 1.5 y 7.1.)
3. a) Convierta 12.0 rev/min a radianes por segundo. b) Convierta 2.57 rad/s a rev/min. (Consulte las secciones 1.5 y 7.1.)
4. El carrusel de un carnaval acelera de forma no uniforme a partir del reposo, moviéndose con un ángulo de 8.60 rad en 6.00 s. Si gira a 3.30 rad/s en ese tiempo, encuentre a) su rapidez angular promedio y b) la aceleración angular promedio durante ese intervalo. (Consulte la sección 7.1.)
5. Encuentre la rapidez angular de un planeta que orbita su estrella en 1.00 año, en radianes por segundo. (Consulte la sección 7.1.)
6. Una piedra para moler aumenta su rapidez angular de manera uniforme de 4.00 rad/s a 12.0 rad/s en 4.00 s. a) Calcule la aceleración angular de la piedra para moler. b) ¿Con qué ángulo gira durante ese tiempo? (Consulte la sección 7.2.)
7. Un ciclista que parte del reposo produce una aceleración angular constante de 1.60 rad/s^2 para las ruedas que tienen un radio de 38.0 cm. a) ¿Cuál es la aceleración lineal del ciclista? b) ¿Cuál es la rapidez angular de las ruedas cuando el ciclista alcanza 11.0 m/s? c) ¿En ese tiempo cuántos radianes han girado las ruedas? d) ¿Qué tan lejos ha viajado el ciclista? (Consulte las secciones 7.2 y 7.3.)
8. Un automóvil con masa de 1 230 kg viaja por un camino circular con radio de 60.0 m en 18.0 m/s. a) Calcule la magnitud de la aceleración centrípeta del automóvil. b) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de fricción estática que actúa sobre el automóvil? (Consulte la sección 7.4.)
9. Un hombre gira una pieza de plomo de 0.20 kg atada al extremo de una cuerda con una longitud de 0.500 m en una trayectoria circular en un plano vertical. Si el hombre

mantiene una rapidez constante de 4.00 m/s, ¿cuál es la tensión en la cuerda cuando el plomo está a) en la parte superior de la trayectoria circular? b) ¿en la parte inferior de la trayectoria circular? (Consulte la sección 7.4.)

10. a) Encuentre la magnitud de la fuerza de gravedad entre un planeta con masa de 5.98×10^{24} y su luna, con masa de 7.36×10^{22}, si la distancia promedio entre ellos es 3.84×10^{8} m. a) ¿Cuál es la aceleración de la luna hacia el planeta? c) ¿Cuál es la aceleración del planeta hacia la luna? (Consulte la sección 7.5.)

11. ¿Cuál es la aceleración gravitacional cerca de la superficie de un planeta con una masa de $2M_E$ y radio de $2R_E$, donde M_E y R_E son la masa y el radio de la Tierra, respectivamente? Responda como un múltiplo de g, la magnitud de la aceleración gravitacional cerca de la superficie de la Tierra. (Consulte la sección 7.5.)

12. a) Determine la rapidez de un satélite en órbita circular a 7.20×10^{6} m del centro de un mundo con masa de 9.40×10^{23} kg. b) ¿Cuánto tiempo tarda el mundo en completar una órbita? (Consulte la sección 7.5.)

13. Calcule la velocidad de escape de la superficie de un mundo con masa de 9.10×10^{24} kg y radio de 6.80×10^{3} km. (Consulte la sección 7.5.)

14. Una capsula espacial con masa de 645 kg se encuentra en reposo a 1.20×10^{7} m del centro de la Tierra. Cuando ha caído 3.00×10^{6} m más cerca de la Tierra, a) ¿cuál es el cambio en la energía potencial gravitacional del sistema? b) Encuentre la rapidez del satélite en ese punto. (Consulte la sección 7.5.)

15. Un cometa tiene un periodo de 76.3 años y se mueve en una órbita elíptica cuyo perihelio (su aproximación más cercana al Sol) es 0.610 UA. Determine a) el semieje mayor del cometa y b) una estimación de la distancia máxima del cometa del Sol, las dos en unidades astronómicas. (Consulte la sección 7.6.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

WebAssign Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. En una carrera como la *Indianápolis 500*, un piloto da vuelta a la pista en sentido contrario al de las manecillas del reloj y siente que su cabeza se jala hacia un hombro. Para relajar los músculos del cuello por tener que mantener su cabeza erguida, el piloto sujeta un extremo de una correa a un panel del automóvil y el otro a su casco. La longitud de la correa se ajusta para que mantenga su cabeza vertical. a) ¿Hacia cuál hombro tiende a reclinarse su cabeza? b) ¿Qué fuerza o fuerzas produce la aceleración centrípeta cuando no hay una correa? c) ¿Qué fuerza o fuerzas lo hacen cuando hay correa?

2. Si una persona le dice que los astronautas no tienen peso en la órbita de la Tierra debido a que están más allá de la fuerza de la gravedad, ¿aceptaría como válida esta afirmación?

3. Si los neumáticos de un automóvil se reemplazan con unos de mayor diámetro, ¿cambia la lectura del velocímetro? Explique.

4. En la noche usted se encuentra más alejado del Sol que en el día. Además, la fuerza ejercida por el Sol sobre usted se dirige hacia la Tierra, en la noche y hacia el cielo en el día. Si usted tuviera una báscula de baño suficientemente sensible, ¿parecería que pesa más en la noche que en el día?

5. Un péndulo consiste en un objeto pequeño denominado lenteja que cuelga de una cuerda ligera de longitud fija, con el extremo superior de la cuerda fijo, como se representa en la figura PC7.5. La lenteja se mueve sin fricción, oscilando hasta una altura igual en los dos lados. Se mueve de su punto de giro *A* hasta el *B* y alcanza su rapidez máxima en el punto *C*. a) ¿En qué punto la lenteja tiene una aceleración radial diferente de cero y aceleración tangencial cero? ¿Cuál es la dirección de su aceleración total en este punto? b) ¿En qué punto la lenteja tiene una aceleración tangencial diferente de cero y aceleración radial cero? ¿Cuál es la dirección de su aceleración total en este punto? c) ¿En qué punto la lenteja tiene una aceleración tangencial y radial diferentes de cero? ¿Cuál es la dirección de su aceleración total en este punto?

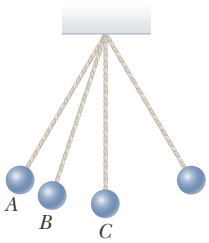


Figura PC7.5

6. Debido a la rotación de la Tierra respecto a su eje, usted pesa ligeramente menos en el ecuador que en los polos. Explique.

7. Se ha sugerido que los cilindros rotatorios de aproximadamente 10 millas de longitud y 5 millas de diámetro se coloquen en el espacio como colonias. El objetivo de su rotación es simular la gravedad para los habitantes. Explique el concepto detrás de esta propuesta.

8. Describa la trayectoria de un objeto en movimiento, cuando la aceleración del objeto sea constante en magnitud en todo momento y a) perpendicular a su velocidad; b) paralela a su velocidad.

9. Una cubeta con agua se puede hacer girar en una trayectoria circular vertical de manera que no se derrame agua. ¿Por qué el agua permanece en la cubeta, incluso cuando esta se encuentra de cabeza?

10. Use la segunda ley de Kepler para convencerse de que la Tierra debe moverse más rápido en su órbita durante el invierno en el hemisferio norte, cuando está más cerca del Sol, que durante el verano, cuando está más alejada del Sol.

11. ¿Es posible que un automóvil se mueva en una trayectoria circular de tal forma que tenga una aceleración tangencial pero no aceleración centrípeta?

12. Un niño practica para una carrera de ciclismo BMX. Su rapidez permanece constante conforme avanza, en sentido contrario al de las manecillas del reloj, moviéndose por una pista plana con dos tramos casi rectos y dos tramos casi semicirculares, como se muestra en la vista aérea de la figura PC7.12. a) ¿Cuáles son las direcciones de su velocidad en los puntos *A*, *B* y *C*? Para cada punto elija una: al norte, al sur, al este, al oeste o no existen. b) ¿Cuáles son las direcciones de su aceleración en los puntos *A*, *B* y *C*?

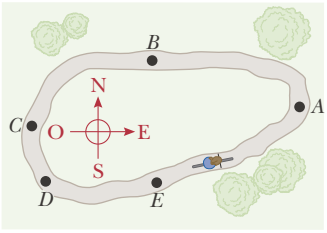


Figura PC7.12

13. Un objeto ejecuta un movimiento circular con rapidez constante cuando una fuerza neta de magnitud constante actúa perpendicular a la velocidad. ¿Qué le sucede a la rapidez si la fuerza no es perpendicular a la velocidad?

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante
1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos
GP denota problemas guiados
M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign
Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual
S denota un problema de razonamiento simbólico
W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

7.1 Rapidez angular y aceleración angular

1. Q|C a) Encuentre la rapidez angular de la rotación de la Tierra sobre su eje. b) ¿Cómo afecta esta rotación la forma de la Tierra?

2. Una rueda tiene un radio de 4.1 m. ¿Qué tan lejos (longitud de la trayectoria) viaja un punto en su circunferencia si la rueda gira con ángulos de a) 30°, b) 30 rad y c) 30 rev, respectivamente?

3. Los neumáticos en un automóvil compacto nuevo tienen un diámetro de 2.0 pies y están garantizados por 60 000 millas. a) Determine el ángulo (en radianes) en el cual uno de estos neumáticos girará durante el periodo de garantía. b) ¿Cuántas revoluciones del neumático equivalen a su respuesta en el inciso a)?

4. Q|C Un torno de alfarero se mueve de manera uniforme del reposo con una rapidez angular de 1.00 rev/s durante 30.0 s. a) Encuentre su aceleración angular en radianes por segundo. b) ¿Duplicando la aceleración angular durante el periodo dado duplicará la rapidez angular final?

7.2 Movimiento rotacional bajo aceleración angular constante

7.3 Relaciones entre cantidades angulares y lineales

5. Un taladro de dentista parte del reposo. Después de 3.20 s de aceleración angular constante, gira a una razón de 2.51×10^4 rev/min. a) Encuentre la aceleración angular del taladro, b) Determine el ángulo (en radianes) en el que el taladro gira durante este periodo.

6. W Una centrifugadora en un laboratorio médico gira con una rapidez angular de 3 600 rev/min. Cuando se apaga gira 50.0 revoluciones antes de llegar al reposo. Obtenga su aceleración angular constante (en rad/s^2).

7. Q|C Una parte de una máquina gira con una rapidez angular de 0.06 rad/s; luego su rapidez se incrementa a 2.2 rad/s a una aceleración angular de 0.70 rad/s^2. a) Encuentre el ángulo en el que gira antes de alcanzar esta rapidez final. b) En general, si tanto la rapidez angular inicial como la final se duplican con la misma aceleración angular, ¿en qué factor cambia el desplazamiento angular? ¿Por qué? *Sugerencia:* Observe la forma de la ecuación 7.9.

8. Q|C Una bicicleta se coloca al revés mientras su propietario repara un neumático desinflado. Un amigo hace girar la otra rueda y observa que hay gotas de agua que vuelan tangencialmente. Luego mide la altura a la que llegan las gotas al moverse verticalmente (figura P7.8). Una gota que se suelta del neumático en una vuelta sube verticalmente 54.0 cm arriba del punto tangente. Otra que se suelta en la vuelta siguiente sube 51.0 cm arriba del punto tangente. El radio de la rueda es de 0.381 m. a) ¿Por qué la primera gota sube más alto que la segunda? b) Ignorando la fricción del aire y usando solo las alturas observadas y el radio de la rueda, encuentre la aceleración angular de la rueda (suponiendo que es constante).

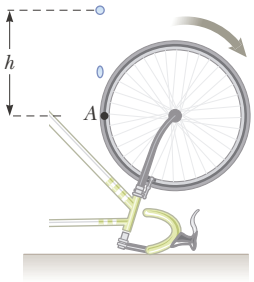


Figura P7.8 Problemas 8 y 69.

9. Los diámetros del rotor principal y del rotor de la cola de un helicóptero de un solo motor son 7.60 m y 1.02 m, respectivamente. Las rapideces rotacionales respectivas son 450 rev/min y 4 138 rev/min. Calcule las rapideces de los extremos de los dos rotores. Compárelas con la rapidez del sonido, 343 m/s.

10. El barril de una lavadora pasa al ciclo de centrifugado partiendo del reposo y alcanzando una rapidez angu-

lar de 5.0 rev/s en 8.0 s. En este punto, la persona que lava abre la tapa y un interruptor de seguridad apaga la lavadora. El barril desacelera hasta llegar al reposo en 12.0 s. ¿Cuántas revoluciones gira el barril durante todo el intervalo de 20 s? Suponga aceleración constante mientras arranca y se detiene.

11. Un automóvil que inicialmente viaja a 29.0 m/s experimenta una aceleración negativa constante de magnitud 1.75 m/s^2 después de aplicar el freno. a) ¿Cuántas revoluciones realiza cada neumático antes de que el automóvil llegue al reposo, suponiendo que el automóvil no derrapa y que los neumáticos tienen radios de 0.330 m? b) ¿Cuál es la rapidez angular de las ruedas cuando el automóvil ha viajado la mitad de la distancia total?

12. Un disco de 45.0 cm de diámetro gira con una aceleración angular constante de 2.50 rad/s^2. Parte del reposo en $t = 0$ y una recta trazada desde el centro del disco hasta un punto P sobre el borde del disco forma un ángulo de 57.3° con el eje x positivo en este tiempo. En $t = 2.30$ s, encuentre a) la rapidez angular del disco, b) la velocidad lineal y la aceleración tangencial de P y c) la posición de P (en grados, respecto al eje x positivo).

13. M Una rueda giratoria requiere 3.00 s para girar 37.0 revoluciones. Su velocidad angular al final del intervalo de 3.00s es 98.0 rad/s. ¿Cuál es la aceleración angular constante (en rad/s^2) de la rueda?

14. Un motor eléctrico que gira una rueda de amolar de un taller a una razón de 1.00×10^2 rev/min se apaga. Suponga que la rueda tiene una aceleración angular negativa constante de magnitud 2.00 rad/s^2. a) ¿Cuánto tiempo le toma a la rueda de amolar detenerse? b) ¿A través de cuántos radianes ha girado la rueda durante el intervalo determinado en el inciso a)?

7.4 Aceleración centrípeta

15. Un automóvil que inicialmente viaja hacia el este gira al norte en una trayectoria circular con rapidez uniforme, como se muestra en la figura P7.15. La longitud del arco ABC es 235 m y el automóvil completa la vuelta en 36.0 s. a) Determine la rapidez del automóvil. b) ¿Cuál es la magnitud y dirección de la aceleración cuando el automóvil está en el punto B?

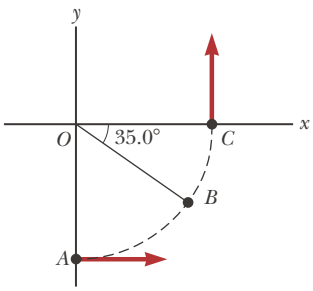


Figura P7.15

16. Se ha sugerido que los cilindros giratorios de aproximadamente 10 millas de longitud y 5.0 millas de diámetro se coloquen en el espacio y se usen como colonias. ¿Qué rapidez angular debe tener un cilindro de ese tipo de manera que la aceleración centrípeta en su superficie sea igual a la aceleración en caída libre sobre la Tierra?

17. a) ¿Cuál es la aceleración tangencial de un insecto sobre el borde de un disco de 10.0 pulg si el disco acelera de manera uniforme del reposo a una rapidez angular de 78.0 rev/min en 3.00 s? b) Cuando el disco está en su rapidez final, ¿cuál es la velocidad tangencial del insecto? Un segundo después de que el insecto parte del reposo, ¿cuáles son su c) aceleración tangencial, d) su aceleración centrípeta y e) su aceleración total?

18. Un arqueólogo audaz ($m = 85.0$ kg) intenta cruzar un río sosteniéndose de una liana. La liana tiene una longitud de 10.0 m y su rapidez en la parte inferior de la oscilación es de 8.00 m/s. El arqueólogo no sabe que la liana tiene una resistencia máxima de 1000 N. ¿Logra cruzar el río sin caer en él?

19. Q|C Un extremo de una cuerda se encuentra fijo y se ha colocado un objeto pequeño de 0.500 kg en el otro extremo, donde oscila en una sección de un círculo vertical con radio de 2.00 m, como se muestra en la figura P7.19. Cuando $\theta = 20.0°$, la rapidez del objeto es de 8.00 m/s. En este instante, encuentre a) la tensión en la cuerda, b) las componentes tangencial y radial de la aceleración y c) la aceleración total. d) ¿Cambia su respuesta si el objeto oscila hacia su punto más bajo en lugar de oscilar hacia arriba? e) Explique su respuesta al inciso d).

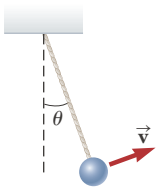


Figura P7.19

20. Q|C Una moneda reposa a 15.0 cm del centro de una tornamesa. El coeficiente de fricción estática entre la moneda y la superficie de la tornamesa es 0.350. La tornamesa parte del reposo en $t = 0$ y gira con aceleración angular constante de 0.730 rad/s^2. a) Una vez que la tornamesa empieza a girar, ¿qué fuerza ocasiona la aceleración centrípeta cuando la moneda se encuentra estacionaria en relación con la tornamesa? ¿En qué condición la moneda empieza a moverse en relación con la tornamesa? b) ¿Después de qué periodo se deslizará la moneda sobre la tornamesa?

21. Un patinador sobre hielo de 55.0 kg se mueve a 4.00 m/s cuando toma el extremo suelto de una cuerda; el otro extremo está atado a un poste. Luego se mueve en un círculo con radio de 0.800 m alrededor del poste. a) Determine la fuerza ejercida por la cuerda horizontal sobre sus brazos. c) Compare esta fuerza con su peso.

22. M Un niño de 40.0 kg se mece en un columpio que soportan dos cadenas, cada una de 3.00 m de longitud. La tensión en cada cadena en el punto más bajo es de 350 N. Encuentre a) la rapidez del niño en el punto más bajo y b) la fuerza ejercida por el asiento sobre el niño en el punto más bajo (ignore la masa del asiento).

23. Un camión ligero puede tomar una curva plana que tiene un radio de 150 m con una rapidez máxima de 32.0 m/s. ¿Con qué rapidez máxima puede tomar una curva con un radio de 75.0 m?

24. BIO Una muestra de sangre se coloca en una centrifugadora con un radio de 15.0 cm. La masa de un glóbulo rojo es de 3.0×10^{-16} kg kg y la magnitud de la fuerza que actúa sobre él conforme se sedimenta del plasma es de 4.0×10^{-11} N. ¿A cuántas revoluciones por segundo se debe operar la centrifugadora?

25. Un niño de 50 kg está de pie sobre el borde de un carrusel con un radio de 2.00 m, que gira con una rapidez angular de 3.00 rad/s. a) ¿Cuál es la aceleración centrípeta del niño? b) ¿Cuál es la fuerza mínima entre sus pies y el piso del carrusel que se requiere para mantenerlo en su trayectoria circular? c) ¿Qué coeficiente de fricción estática mínimo se requiere? ¿Es razonable la respuesta que encontró? En otras palabras, ¿es probable que permanezca en el carrusel?

26. GP Un hábitat para un viaje espacial prolongado consiste en dos cabinas, conectadas con un cable a un nodo central, como se muestra en la figura P7.26. Las cabinas giran alrededor del eje del nodo, el cual está conectado al resto de la nave espacial para generar gravedad artificial. a) ¿Qué fuerzas actúan sobre un astronauta en una de las cabinas? b) Escriba la segunda ley de Newton para un astronauta recostado sobre el "piso" de uno los hábitats, relacionando su masa m, su velocidad v, su distancia radial desde el nodo r y la fuerza normal n. c) ¿A qué tendría que ser igual n si el astronauta de 60.0 kg experimentara la mitad de su peso normal en la Tierra? d) Calcule la rapidez tangencial necesaria del hábitat a partir de la segunda ley de Newton. e) Calcule la rapidez angular a partir de la rapidez tangencial. f) Calcule el periodo de rotación a partir de la rapidez angular. g) Si el astronauta se pone de pie, ¿su cabeza se moverá con mayor rapidez, con mayor lentitud o a la misma rapidez que sus pies? ¿Por qué? Calcule la rapidez tangencial en su coronilla si mide 1.80 m.

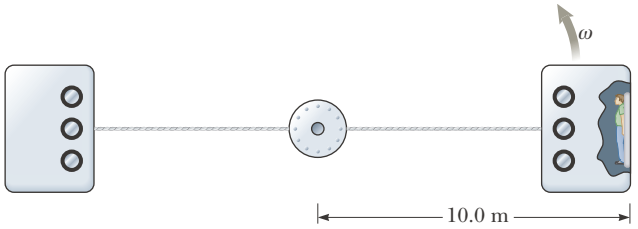


Figura P7.26

27. Un disco que opera sobre un colchón de aire de masa $m_1 = 0.25$ kg está atado a una cuerda y se le permite girar en un círculo de radio $R = 1.0$ m sobre una mesa horizontal sin fricción. El otro extremo de la cuerda pasa por un agujero en el centro de la mesa y una masa $m_2 = 1.0$ kg está atada a él (figura P7.27). La masa suspendida permanece en equilibrio mientras el disco que se encuentra sobre la parte superior de la mesa gira. a) ¿Cuál es la tensión en la cuerda? b) ¿Cuál es la fuerza horizontal que actúa sobre el disco? c) ¿Cuál es la rapidez del disco?

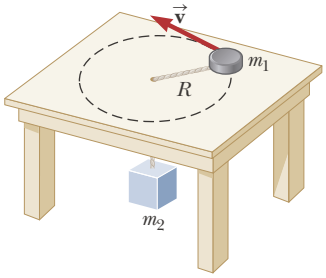


Figura P7.27 Problemas 27 y 28.

28. S Un disco sobre un colchón de aire de masa m_1 está atado a una cuerda y se le permite girar en un círculo de radio R sobre una mesa horizontal sin fricción. El otro extremo de la cuerda pasa por un agujero en el centro de la mesa y un objeto de masa m_2 está atado a él (figura P7.27). El objeto suspendido permanece en equilibrio mientras el disco que se encuentra sobre la parte superior de la mesa gira. a) Encuentre una expresión simbólica para la tensión en la cuerda en términos de m_2 y g. b) Escriba la segunda ley de Newton para el disco de aire, usando las variables m_1, v, R y T. c) Elimine la tensión T a partir de las expresiones determinadas en los incisos a) y b) y obtenga una expresión para la rapidez del disco en términos de m_1, m_2, g y R. d) Verifique sus respuestas sustituyendo los valores del problema 27 y comparando los resultados con las respuestas para ese problema.

29. Q|C Una mujer coloca su portafolio sobre el asiento posterior de su automóvil. Cuando conduce hacia su trabajo, toma una curva sin peralte en el camino que se puede considerar como el arco de un círculo con radio de 62.0 m. Mientras toma la curva, la rapidez del automóvil es de 15.0 m/s en el instante en que el portafolio se desliza por el asiento posterior hacia un lado del automóvil. a) ¿Qué fuerza ocasiona la aceleración centrípeta del portafolio cuando se encuentra estacionario en relación con el automóvil? ¿En qué condiciones comienza a moverse el portafolio en relación con el automóvil? b) ¿Cuál es el coeficiente de fricción entre el portafolio y la superficie del asiento?

30. Q|C Una cubeta con agua se gira en un círculo vertical con radio de 1.0 m. a) ¿Cuáles dos fuerzas externas actúan sobre el agua en la cubeta? b) ¿Cuál de las dos fuerzas es más importante para hacer que el agua se mueva en un círculo? c) ¿Cuál es la rapidez mínima de la cubeta en la parte superior del círculo para que no se derrame agua? d) Si la cubeta con la rapidez determinada en el inciso c) desapareciera de repente en la parte superior del círculo, describa el movimiento subsecuente del agua. ¿Sería diferente al de un proyectil?

31. M Un niño de 40.0 kg se encuentra en una rueda de la fortuna que gira cuatro veces cada minuto y tiene un diámetro de 18.0 m. a) ¿Cuál es la aceleración centrípeta del niño? b) ¿Qué fuerza (magnitud y dirección) ejerce el asiento sobre el niño en el punto más bajo de la vuelta? c) ¿Qué fuerza ejerce el asiento sobre el niño en el punto más alto de la vuelta? d) ¿Qué fuerza ejerce el asiento sobre el niño cuando está a medio camino entre la parte superior y la inferior?

32. W Un carro de una montaña rusa tiene una masa de 500 kg cuando está completamente cargado con pasajeros (figura P7.32) a) Si el vehículo tiene una rapidez

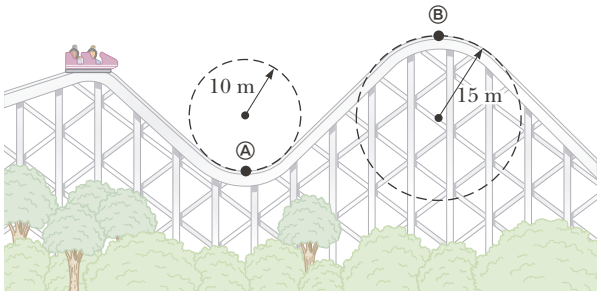


Figura P7.32

de 20.0 m/s en el punto Ⓐ, ¿cuál es la fuerza de la pista sobre el vehículo en este punto? b) ¿Cuál es la rapidez máxima que puede tener el vehículo en el punto Ⓑ para que la gravedad lo mantenga sobre la pista?

7.5 Gravitación newtoniana

33. La distancia promedio que separa a la Tierra y la Luna es de 384 000 km. Consulte los datos de la tabla 7.3 para determinar la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra y la Luna sobre una nave espacial de 3.00×10^4 kg ubicada a la mitad entre ellas.

34. Un satélite tiene una masa de 100 kg y está ubicado a 2.00×10^6 m sobre la superficie de la Tierra. a) ¿Cuál es la energía potencial asociada con el satélite en esta ubicación? b) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza gravitacional sobre el satélite?

35. Un sistema de coordenadas (en metros) se construye sobre la superficie de una mesa de billar y tres objetos se colocan sobre la mesa como sigue: uno de 2.0 kg en el origen del sistema de coordenadas, uno de 3.0 kg en (0, 2.0) y otro de 4.0 kg (4.0, 0). Encuentre la fuerza gravitacional resultante ejercida por los otros dos objetos sobre el objeto en el origen.

36. Después de que el Sol agote su combustible nuclear, su destino final quizá sea colapsar al estado de una estrella *enana blanca*. En este estado, tendría aproximadamente la misma masa que tiene ahora, pero su radio sería igual al radio de la Tierra. Calcule a) la densidad promedio de la enana blanca, b) la aceleración en caída libre superficial y c) la energía potencial gravitacional asociada con un objeto de 1.00 kg en la superficie de la enana blanca.

37. W Dos objetos con masas de 200 y 500 kg están separados por 0.400 m. a) Encuentre la fuerza gravitacional neta ejercida por estos objetos sobre otro de 50.0 kg que se ha colocado a medio camino entre ellos. b) ¿En qué posición (que no sean infinitamente remota) se puede colocar el objeto de 50.0 kg para que experimente una fuerza neta de cero?

38. Use los datos de la tabla 7.3 para encontrar el punto entre la Tierra y el Sol en el que se pueda colocar un objeto de manera que la fuerza gravitacional neta ejercida por la Tierra y el Sol sobre él sea cero.

39. Un proyectil se dispara directo hacia arriba desde la superficie de la Tierra en el Polo Sur con una rapidez inicial igual a un tercio de la rapidez de escape. a) Ignorando la resistencia del aire, determine qué tan lejos del centro de la Tierra viaja el proyectil antes de detenerse momentáneamente. b) ¿Cuál es la altitud del proyectil en este instante?

40. Dos objetos se atraen uno al otro con una fuerza gravitacional de magnitud 1.00×10^{-8} N cuando están separados por 20.0 cm. Si la masa total de los objetos es de 5.00 kg, ¿cuál es la masa de cada uno?

7.6 Leyes de Kepler

41. M Un satélite está en una órbita circular alrededor de la Tierra a una altitud de 2.80×10^6 m. Encuentre a) el periodo de la órbita, b) la rapidez del satélite y c) la aceleración del satélite. *Sugerencia:* modifique la ecuación 7.23 de manera que sea adecuada para los objetos que orbiten la Tierra en vez del Sol.

42. Un satélite artificial que orbita la Tierra completa cada órbita en 110 minutos. a) Encuentre la altitud del satélite. b) ¿Cuál es el valor de g en la ubicación de este satélite?

43. Un satélite de Marte, llamando Fobos, tiene un radio orbital de 9.4×10^6 m y un periodo de 2.8×10^4 s. Suponiendo que la órbita es circular, determine la masa de Marte.

44. Un satélite de 600 kg está en una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura igual al radio medio de esta última. Encuentre a) la rapidez orbital del satélite, b) el periodo de su revolución y c) la fuerza gravitacional que actúa sobre él.

45. Dos satélites están en órbitas circulares alrededor de la Tierra. El satélite A está a una *altitud* igual al radio de la Tierra, en tanto que el satélite B está a una altitud igual al doble del radio de la Tierra. ¿Cuál es la razón de sus periodos, T_B/T_A?

Problemas adicionales

46. W Un satélite sincrónico, que siempre permanece sobre el mismo punto sobre el ecuador de un planeta, se pone en una órbita circular alrededor de Júpiter para estudiar la famosa mancha roja del planeta. Júpiter gira una vez cada 9.84 h. Use los datos de la tabla 7.3 para encontrar la altitud del satélite.

47. a) Una de las lunas de júpiter, Io, tiene un radio orbital de 4.22×10^8 m y un periodo de 1.77 días. Suponiendo que la órbita es circular, calcule la masa de Júpiter. b) Su luna más grande, llamada Ganímedes, tiene un radio orbital de 1.07×10^9 m y un periodo de 7.16 días. Calcule la masa de Júpiter a partir de estos datos. c) ¿Son consistentes sus resultados para los incisos a) y b)? Explique.

48. Las estrellas de neutrones son objetos en extremo densos que se forman de los restos de explosiones de supernovas. Muchas giran muy rápidamente. Suponga que la masa de cierta estrella de neutrones esférica tiene el doble de la masa del Sol y que su radio es de 10.0 km. Determine la rapidez angular mayor posible que puede tener una estrella de neutrones de manera que la materia en su superficie sobre el ecuador solo se mantiene en órbita por la fuerza gravitacional.

49. BIO Un método para lanzar una pelota de softbol se denomina método de "molino de viento", en el cual el brazo del lanzador gira aproximadamente 360° en un plano vertical antes de que la pelota de 198 gramos se libere en el punto más bajo del movimiento circular. Un lanzador experimentado puede lanzar una pelota con una rapidez de 98.0 mi/h. Suponga que la aceleración angular es uniforme en todo el movimiento de lanzamiento y tome la distancia entre la pelota y la articulación del hombro como 74.2 cm. a) Determine la rapidez angular del brazo en rev/s en el instante de la liberación de la pelota. b) Encuentre el valor de la aceleración angular en rev/s^2 y la aceleración radial y tangencial de la pelota justo antes de que se libere. c) Determine la fuerza ejercida sobre la pelota por la

mano del lanzador (las dos componentes radial y tangencial) justo antes de que se libere.

50. Un disco compacto de audio digital transporta datos por una pista espiral continua desde la circunferencia interna del disco hasta el borde externo. Cada bit ocupa 0.6 μm del disco. Un reproductor de CD gira el disco para transportar la pista en sentido contrario al de las manecillas del reloj arriba de un lente a una rapidez constante de 1.30 m/s. Encuentre la rapidez angular requerida a) al inicio de la grabación, donde la espiral tiene un radio de 2.30 cm y b) al final de la grabación, donde la espiral tiene un radio de 5.80 cm. c) Una grabación de larga duración dura 74 min, 33 s. Encuentre la aceleración angular promedio del disco. d) Suponiendo que la aceleración es constante, encuentre el desplazamiento angular total del disco conforme reproduce música. e) Encuentre la longitud total de la pista.

51. Un atleta balancea una bola de 5.00 kg de manera horizontal en el extremo de una cuerda. La bola se mueve en un círculo con radio de 0.800 m a una rapidez angular de 0.500 rev/s. ¿Cuál es a) la rapidez tangencial de la bola y b) la aceleración centrípeta? c) Si la tensión máxima que puede soportar la cuerda antes de romperse es 100 N, ¿cuál es la rapidez tangencial máxima que puede tener la bola?

52. Un automóvil da vuelta por una curva peraltada donde el radio de curvatura del camino es R, el ángulo de inclinación es θ y el coeficiente de fricción estática es μ. a) Determine el intervalo de rapideces que el automóvil puede alcanzar sin deslizarse hacia arriba o hacia abajo del camino. b) ¿Cuál es el intervalo de rapideces posible si $R = 100$ m, $\theta = 10°$ y $\mu = 0.10$ (condiciones resbalosas)?

53. El Satélite Misión Máxima Solar se puso en una órbita circular aproximadamente 150 mi arriba de la Tierra. Determine a) la rapidez orbital del satélite y b) el tiempo requerido para una revolución completa.

54. La lenteja de un péndulo de 0.400 kg pasa por la parte más baja de su trayectoria con una rapidez de 3.00 m/s. a) ¿Cuál es la tensión en el cable del péndulo en este punto si el péndulo tiene una longitud de 80.0 cm? b) Cuando el péndulo alcanza su punto más alto, ¿qué ángulo forma el cable con la vertical? c) ¿Cuál es la tensión en el cable del péndulo cuando el péndulo alcanza su punto más alto?

55. Q|C Un automóvil se mueve con una rapidez v por un puente con forma de arco circular de radio r. a) Encuentre una expresión para la fuerza normal que actúa sobre el automóvil cuando se encuentra en la parte superior del arco. b) ¿A qué rapidez mínima se hará cero la fuerza normal (ocasionando que en apariencia los ocupantes del automóvil no tengan peso) si $r = 30.0$ m?

56. S Demuestre que la velocidad de escape de la superficie de un planeta de densidad uniforme es directamente proporcional al radio del planeta.

57. Q|C Debido a la rotación de la Tierra respecto a su eje, un punto sobre el ecuador tiene una aceleración centrípeta de 0.0340 m/s^2, en tanto que un punto en los polos no la tiene. a) Demuestre que, en el ecuador, la fuerza gravitacional sobre un objeto (su peso real) debe exceder su peso aparente. b) ¿Cuáles son los pesos aparentes de una persona de 75.0 kg en el ecuador y en los polos? (Suponga que la Tierra es una esfera uniforme y tome $g = 9.800$ m/s^2.)

58. Un bloque pequeño de masa $m = 0.50$ kg se dispara con rapidez inicial de $v_0 = 4.0$ m/s por un tramo horizontal de pista sin fricción, como se muestra en la parte superior de la figura P7.58. Luego el bloque se mueve a lo largo de los tramos *verticales*, semicirculares y sin fricción de radio $R = 1.5$ m. a) Determine la fuerza ejercida por la pista sobre el bloque en los puntos Ⓐ y Ⓑ b) La parte inferior de la pista consiste en un tramo ($L = 0.40$ m) con fricción. Determine el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el tramo de la pista inferior si el bloque apenas llega al punto Ⓒ en el primer viaje. *Sugerencia:* si el bloque apenas llega al punto Ⓒ, la fuerza de contacto ejercida por la pista sobre el bloque en ese punto es cero.

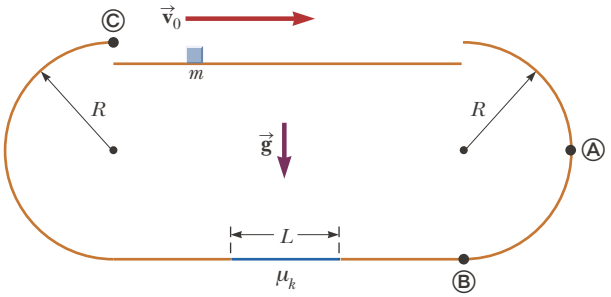


Figura P7.58

59. En *The Moon Is a Harsh Mistress*, de Robert Heinlein, los colonos de la Luna amenazan con lanzar rocas hacia la Tierra si no se les da su independencia (o al menos representación). Suponiendo que un cañón lanzara una roca de masa m al doble de la rapidez de escape lunar, calcule la rapidez de la roca cuando entra a la atmosfera de la Tierra.

60. Q|C Una montaña rusa sigue una trayectoria circular. a) Identifique las fuerzas que actúan sobre un pasajero en la parte superior de un bucle circular y que ocasionan aceleración centrípeta. Muestre la dirección de todas las fuerzas en un bosquejo. b) Identifique las fuerzas que actúan sobre el pasajero en la parte inferior del bucle y que producen aceleración centrípeta. Muéstrelas en un bosquejo. c) Con base en sus respuestas a los incisos a) y b), ¿en qué punto, arriba o abajo, ejerce el asiento la fuerza mayor sobre el pasajero? d) Suponga que la rapidez de la montaña rusa es de 4.00 m/s en la parte superior del bucle de radio 8.00 m. Encuentre la fuerza ejercida por el asiento sobre un pasajero de 70.0 kg en la parte superior del bucle. Luego, suponga que la rapidez permanece igual en la parte inferior del bucle y determine la fuerza ejercida por el asiento sobre el pasajero en este punto. ¿Son consistentes sus respuestas con su elección para los incisos a) y b)?

61. En una secadora de ropa doméstica, un barril cilíndrico que contiene ropa húmeda gira de manera constante respecto a un eje horizontal, como se muestra en

la figura P7.61. A fin de que la ropa se seque uniformemente está construido para que la ropa caiga. La rapidez de rotación del barril con paredes lisas se elige de modo que una prenda pequeña de ropa pierda contacto con el barril cuando la ropa esté en un ángulo de $\theta = 68.0°$ por encima de la horizontal. Si el radio del barril es de $r = 0.330$ m, ¿qué tasa de revoluciones se necesita en revoluciones por segundo?

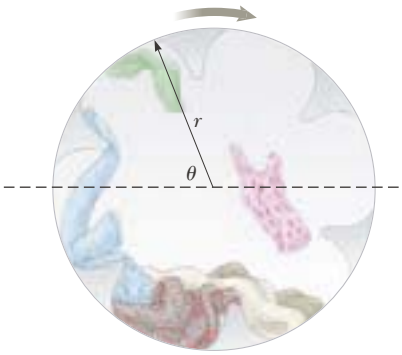


Figura P7.61

62. M El modelo de un aeroplano con masa de 0.750 kg vuela con una rapidez de 35.0 m/s en un círculo horizontal en el extremo de un cable de control de 60.0 cm, como se muestra en la figura P7.62a. Las fuerzas ejercidas sobre el aeroplano se muestran en la figura P7.62b; la tensión en el cable de control, $\theta = 20.0°$ hacia adentro de la vertical. Calcule la tensión en el cable, suponiendo que el cable forma un ángulo constante de $\theta = 20.0°$ con la horizontal.

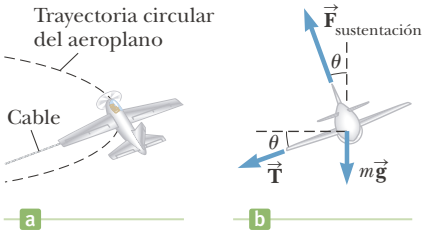


Figura P7.62

63. S Un esquiador parte del reposo en la cima de una colina hemisférica grande (figura P7.63). Ignorando la fricción, demuestre que el esquiador dejará la colina y estará en el aire a una distancia $h = R/3$ debajo de la cima de la colina. *Sugerencia:* en este punto, la fuerza normal tiende a cero.

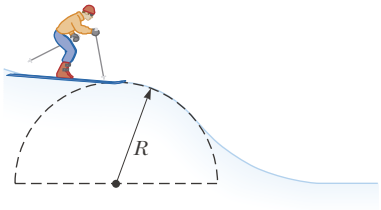


Figura P7.63

64. El vaciado de metal fundido es importante en muchos procesos industriales. El *vaciado centrífugo* se usa para manufacturar tubos y muchas otras estructuras. Un recinto cilíndrico gira rápidamente y de manera constante respecto a un eje horizontal, como en la figura P7.64. El metal fundido se vacía en el cilindro giratorio y luego se enfría, formando el producto terminado. Al girar el cilindro a una tasa alta de rotación impulsa fuertemente al metal que se solidifica hacia afuera. Todas las burbujas existentes se desplazan hacia el eje de manera que los vacíos no deseados no se manifestarán en la pieza colada.

Suponga que se colará un manguito de cobre de radio interno de 2.10 cm y radio externo de 2.20 cm. Para eliminar las burbujas y tener una alta integridad estructural, la aceleración centrípeta de cada pieza de metal debe ser de $100g$. ¿Qué tasa de rotación se requiere? Exprese la respuesta en revoluciones por minuto.

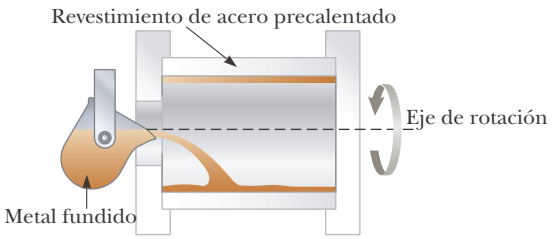


Figura P7.64

65. Suponga que un automóvil de 1 800 kg pasa sobre una protuberancia en una carretera que sigue el arco de un círculo con un radio de 20.4 m, como en la figura P7.65. a) ¿Qué fuerza ejerce el camino sobre el automóvil cuando pasa por el punto más alto de la protuberancia si viaja a 8.94 m/s^2? b) ¿Cuál es la rapidez máxima que el automóvil puede tener sin perder contacto con el camino cuando pasa por este punto más alto?

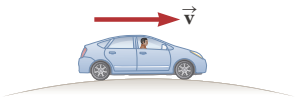


Figura P7.65

66. Un actor de doblaje cuya masa es de 70 kg se balancea del extremo de una cuerda con longitud de 4.0 m a lo largo de un arco de un círculo vertical. Suponiendo que parte del reposo cuando la cuerda está horizontal, encuentre las tensiones en la cuerda que se requieren para hacer que siga su trayectoria circular a) al inicio de su movimiento, b) a una altura de 1.5 m arriba del fondo del arco circular y c) en el fondo del arco.

67. Q|C Una órbita de mínima energía para un planeta externo consiste en colocar una nave espacial sobre una trayectoria elíptica con el planeta de salida que corresponde al perihelio de la elipse, o el punto más cercano al Sol y el planeta de llegada que corresponde al afelio de la elipse, o el punto más alejado del Sol. a) Use la tercera ley de Kepler para calcular cuánto tiempo tomaría ir de la Tierra a Marte en esa órbita (responda en años). b) ¿Puede una órbita como esa llevarse a cabo en cualquier tiempo? Explique.

68. Q|C El piloto de un aeroplano ejecuta una maniobra de vuelta de ojal con rapidez constante en un círculo vertical como en la figura 7.15b. La rapidez del aeroplano es de 2.00×10^2 m/s y el radio del círculo es de 3.20×10^3 m. a) ¿Cuál es el peso aparente del piloto en

el punto más bajo del círculo si su peso real es de 712 N? ¿Cuál es su peso aparente en el punto más alto del círculo? c) Describa cómo el piloto podría experimentar ingravidez si tanto el radio como la rapidez pueden variar. *Nota:* su peso aparente es igual a la magnitud de la fuerza ejercida por el asiento sobre su cuerpo. ¿En qué condiciones ocurre esto? d) ¿Qué rapidez hubiera resultado en que el piloto experimentara ingravidez en la parte superior del rizo?

69. S Un trozo de lodo está inicialmente en el punto A sobre el borde de una rueda de bicicleta con radio R girando en sentido de las manecillas del reloj respecto a un eje horizontal con una rapidez angular constante ω (figura 7.8). El lodo se suelta del punto A cuando el diámetro de la rueda a través de A es horizontal. a) Encuentre una expresión simbólica en términos de R, ω y g para el tiempo total que el lodo está en el aire y regresa al punto A. b) Si la rueda realiza una revolución completa en el tiempo que le toma al lodo regresar al punto A, encuentre una expresión para la rapidez angular de la bicicleta ω en términos de π, g y R.

70. Q|C Un objeto de 0.275 kg se hace girar en una trayectoria circular *vertical* de una cuerda de 0.850 m de longitud como en la figura P7.70. a) ¿Cuáles son las fuerzas que actúan sobre la pelota en cualquier punto a lo largo de esta trayectoria? b) Dibuje diagramas de cuerpo libre para la pelota cuando está en las partes inferior y superior del círculo. c) Si su rapidez es de 5.20 m/s en la parte superior del círculo, ¿cuál es la tensión en la cuerda en ese punto? d) Si la cuerda se rompe cuando su tensión excede 22.5 N, ¿cuál es la rapidez máxima que puede tener el objeto en la parte inferior antes de que se rompa la cuerda?

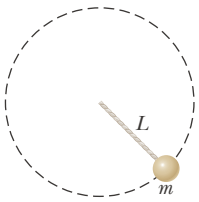


Figura P7.70

71. Un objeto de 4.00 kg está atado a una barra vertical mediante dos cuerdas como se muestra en la figura P7.71. El objeto gira en un círculo horizontal con una rapidez constante de 6.00 m/s. Encuentre la tensión en a) la cuerda superior y b) la cuerda inferior.

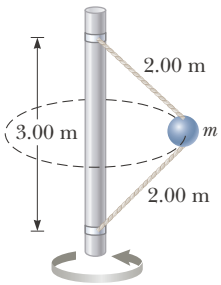


Figura P7.71

72. BIO La fuerza de sustentación máxima sobre un murciélago es proporcional al cuadrado de su rapidez de vuelo v. Para el murciélago gris (*Lasiurus cinereus*), la magnitud de la fuerza de sustentación está dada por

$$F_L \leq (0.018\ \text{N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2)v^2$$

El murciélago puede volar en un círculo horizontal al "elevar el borde" de sus alas a un ángulo θ, como se muestra en la figura P7.72. En esta situación, la magnitud de la componente vertical de la fuerza de sustentación debe ser igual al peso del murciélago. La componente horizontal de la fuerza proporciona la aceleración centrípeta. a) ¿Cuál es la rapidez mínima que puede tener el murciélago si su masa es de 0.031 kg? b) Si la rapidez máxima del murciélago es de 10 m/s, ¿cuál es el ángulo del borde que le permite permanecer en un plano horizontal? c) ¿Cuál es el radio del círculo de su vuelo cuando el murciélago vuela con rapidez máxima? d) ¿Puede girar con un radio menor al volar más lentamente?

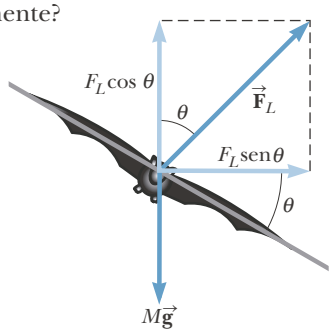


Figura P7.72

73. a) Un carrusel de equipaje en un aeropuerto tiene la forma de una sección de un cono grande y gira de manera constante respecto a su eje vertical. Su superficie metálica tiene una pendiente hacia abajo en dirección al exterior, formando un ángulo de 20.0° con la horizontal. Una maleta de 30.0 kg se coloca sobre el carrusel a 7.46 m de su eje de rotación. La maleta da una vuelta en 38.0 s. Calcule la fuerza de fricción estática entre la maleta y el carrusel. b) El motor de impulsión se cambia para girar el carrusel con una rapidez mayor de rotación constante y la maleta da un tumbo hasta una posición a 7.94 m del eje de rotación. La maleta está a punto de deslizarse cuando da una vuelta cada 34.0 s. Calcule el coeficiente de fricción estática entre la maleta y el carrusel.

74. Una pelota de 0.50 kg que está atada al extremo de una cuerda delgada de 1.5 m se gira en un plano horizontal, y la cuerda forma un ángulo de 30° con la vertical (consulte la figura P7.74). a) Determine la rapidez de la pelota. b) Si, en cambio, la pelota se gira de manera que su rapidez sea de 4.0 m/s, ¿qué ángulo forma la cuerda con la vertical? c) Si la cuerda puede soportar una tensión máxima de 9.8 N, ¿cuál es la rapidez mayor a la cual puede moverse la pelota?

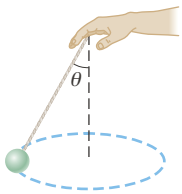


Figura P7.74

75. En un juego mecánico popular de un parque de diversiones, un cilindro giratorio con un radio de 3.00 m gira con una rapidez angular de 5.00 rad/s, como en la figura P7.75. Luego el piso se retira y deja a las personas suspendidas contra la pared en una posición vertical. ¿Qué coeficiente de fricción mínimo entre la ropa de una persona y la pared se necesita para evitar que la persona se deslice? *Sugerencia:* recuerde que la magnitud de la fuerza de fricción estática

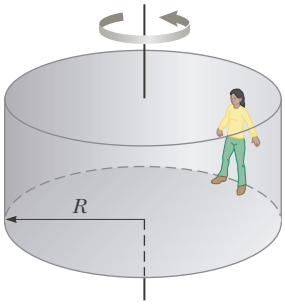


Figura P7.75

máxima es igual a $\mu_s n$, donde n es la fuerza normal, en este caso, la que ocasiona la aceleración centrípeta.

76. Un resorte sin masa con constante $k = 78.4$ N/m está fijo en el lado izquierdo de una pista plana. Un bloque de masa $m = 0.50$ kg se presiona contra el resorte y lo comprime una distancia d, como en la figura P7.76. Luego el bloque (inicialmente en reposo) se libera y viaja hacia un círculo de radio $R = 1.5$ m. Toda la pista y el círculo no tienen fricción, excepto por la sección de pista entre los puntos A y B. Dado que el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la pista a lo largo de AB es $\mu_k = 0.30$ y que la longitud AB es 2.5 m, determine la compresión mínima d del resorte que permite que el bloque apenas empiece a hacer el rizo en el punto C. *Sugerencia:* la fuerza ejercida por la pista sobre el bloque será cero si este apenas empieza a hacer el rizo.

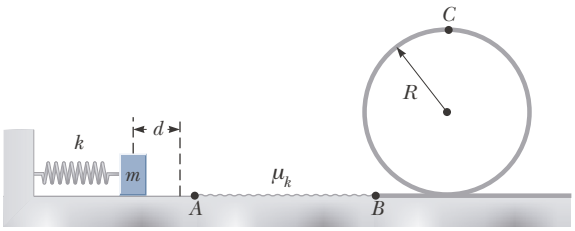


Figura P7.76

El viento ejerce fuerzas sobre los alabes de esta turbina de viento, produciendo un par de torsión que causa que la turbina gire. Este proceso convierte la energía cinética del viento en energía cinética rotacional, que se transforma por inducción electromagnética en energía eléctrica.

Marnie Burkhart/Fancy/Jupiter Images

8 Equilibrio rotacional y dinámica rotacional

8.1 Par de torsión

8.2 Par de torsión y las dos condiciones para el equilibrio

8.3 El centro de gravedad

8.4 Ejemplos de objetos en equilibrio

8.5 Relación entre el par de torsión y la aceleración angular

8.6 Energía cinética rotacional

8.7 Cantidad de movimiento angular

En el estudio del movimiento lineal, los objetos se tratan como partículas puntuales sin estructura. No importa *dónde* se aplicó una fuerza, solo *si* se aplicó o no.

La realidad es que el punto de aplicación de una fuerza *sí* importa. Por ejemplo, en el fútbol americano, si un jugador atrapa al portador del balón cerca de la zona del estómago, el portador podría arrastrar al atacante varias yardas antes de caer. Sin embargo, si lo atrapa por una zona más abajo de la cintura, su centro de masa gira hacia el suelo y es posible derribarlo inmediatamente. El tenis proporciona otro buen ejemplo. Si se golpea una pelota de tenis con una fuerza horizontal fuerte que actúa a través de su centro de masa, puede viajar una gran distancia antes de tocar el suelo, fuera de los límites de la cancha. En cambio, la misma fuerza aplicada en un golpe oblicuo hacia arriba dará un efecto (giro) a la pelota, lo que puede ocasionar que caiga en el lado del oponente.

Los conceptos del equilibrio rotacional y de la dinámica rotacional también son importantes en otras disciplinas. Por ejemplo, los estudiantes de arquitectura se benefician de la comprensión de las fuerzas que actúan sobre los edificios y los estudiantes de biología deben comprender las fuerzas que actúan sobre los músculos, los huesos y las articulaciones. Estas fuerzas crean pares de torsión, los cuales nos dicen cómo las fuerzas afectan el equilibrio de un objeto y la tasa de rotación.

Se determinará que un objeto permanece en un estado de movimiento rotacional uniforme a menos que se someta a un par de torsión neto. Ese principio es el equivalente de la primera ley de Newton. Además, la aceleración angular de un objeto es proporcional al par de torsión neto que actúa sobre él, que es análogo a la segunda ley de Newton. Un par de torsión neto que actúa sobre un objeto ocasiona un cambio en su energía rotacional.

Por último, los pares de torsión aplicados a un objeto en un intervalo de tiempo dado pueden cambiar la cantidad de movimiento angular del objeto. En ausencia de pares de torsión externos, la cantidad de movimiento se conserva, una propiedad que explica algunos de los misterios y las propiedades formidables de los pulsares, que son remanentes de explosiones de supernovas que giran con rapideces ecuatoriales que se aproximan a la de la luz.

8.1 Par de torsión

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir par de torsión y enunciar el análogo rotacional de la primera ley.
2. Aplicar la definición de par de torsión a los sistemas elementales.

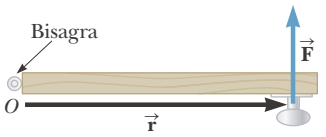


Figura 8.1 Vista aérea de una puerta abisagrada en *O*, con una fuerza aplicada perpendicular a la puerta.

Las fuerzas causan aceleraciones; los *pares de torsión* causan aceleraciones angulares. Sin embargo, existe una relación definida entre los dos conceptos.

En la figura 8.1 se muestra una vista aérea de una puerta abisagrada en el punto *O*. Desde esta perspectiva, la puerta puede girar sobre un eje perpendicular a la página y pasar por *O*. Si una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ se aplica a la puerta, hay tres factores que determinan su efectividad para abrirla: la *magnitud*, la *posición* de aplicación y su *ángulo* de aplicación.

Por simplicidad, restringimos nuestro análisis a los vectores posición y fuerza que se encuentran en un plano. Cuando la fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ es perpendicular al borde externo de la puerta, como en la figura 8.1, esta gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj con una aceleración angular constante. La misma fuerza perpendicular aplicada en un punto más cerca de la bisagra resulta en una aceleración angular menor. En general, una distancia radial mayor r entre la fuerza aplicada y el eje de rotación resulta en una aceleración angular mayor. De manera similar, una mayor fuerza aplicada también resultará en una aceleración angular mayor. Estas consideraciones inducen la definición básica de **par de torsión** para el caso especial de fuerzas perpendiculares al vector posición:

◀ Definición básica de torsión

Sea $\vec{\mathbf{F}}$ una fuerza que actúa sobre un objeto y $\vec{\mathbf{r}}$ un vector posición desde un punto elegido *O* hasta el punto de aplicación de la fuerza, con $\vec{\mathbf{F}}$ perpendicular a $\vec{\mathbf{r}}$. La magnitud del par de torsión $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ ejercido por la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ está dada por

$$\tau = rF \qquad [8.1]$$

donde r es la longitud del vector de posición y F es la magnitud de la fuerza.

Unidad SI: newton-metro (N · m)

Los vectores $\vec{\mathbf{r}}$ y $\vec{\mathbf{F}}$ se encuentran en un plano. En la figura 8.2 se ilustra cómo el punto de aplicación de la fuerza afecta la magnitud del par de torsión. Como se analizará con detalle en conjunto con la figura 8.6, entonces el par de torsión $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ es perpendicular a este plano. Es común que se elija el punto *O* para que coincida con el eje en el que gira el objeto, como la bisagra de una puerta o el eje de un carrusel (también son posibles otras opciones). Además, solo consideramos fuerzas que actúan en el plano perpendicular al eje de rotación. Este criterio excluye, por ejemplo, una fuerza con una componente hacia arriba sobre el barandal de un carrusel, que no puede afectar su rotación.

En estas condiciones, un objeto puede girar sobre el eje elegido en una de dos direcciones. Por convención, el sentido contrario al de las manecillas del reloj se considera la dirección positiva, y el sentido de las manecillas del reloj la dirección negativa. Cuando una fuerza aplicada causa que un objeto gire en sentido contrario

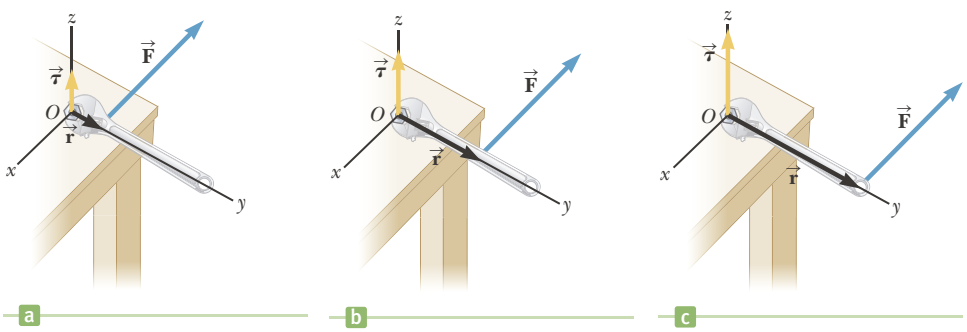


Figura 8.2 Cuando la fuerza se aplica más lejos en la llave, la magnitud del par de torsión aumenta.

al de las manecillas del reloj, el par de torsión sobre el objeto es positivo. Cuando la fuerza causa que el objeto gire en sentido de las manecillas del reloj, el par de torsión es negativo. Cuando dos o más pares de torsión actúan sobre un objeto en reposo, se suman. Si el par de torsión neto no es cero, el objeto empieza a girar con una rapidez cada vez mayor. Si el par de torsión neto es cero, la velocidad de rotación del objeto no cambia. Estas consideraciones conducen al análogo rotacional de la primera ley: **la velocidad de rotación de un objeto no cambia, a menos que el objeto se someta a un par de torsión neto.**

EJEMPLO 8.1 La batalla de la puerta giratoria

OBJETIVO Aplicar la definición básica de par de torsión.

PROBLEMA Dos empresarios malhumorados, un hombre y una mujer, tratan de usar una puerta giratoria, como se muestra en la figura 8.3. La mujer a la izquierda ejerce una fuerza de 625 N perpendicular a la puerta y a 1.20 m del centro del tubo, en tanto que el hombre ejerce una fuerza de 8.50×10^2 N perpendicular a la puerta y a 0.800 m del centro del tubo. Encuentre el par de torsión neto sobre la puerta giratoria.

ESTRATEGIA Calcule los pares de torsión individuales sobre la puerta usando la definición de par de torsión, ecuación 8.1, y luego sume para obtener el par de torsión neto sobre la puerta. La mujer ejerce un par de torsión negativo, el hombre uno positivo. Sus posiciones de aplicación también varían.

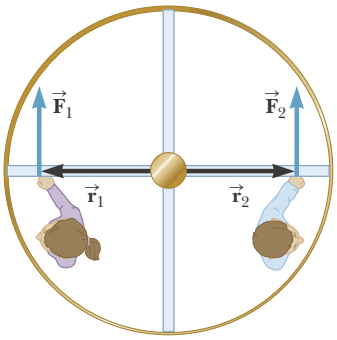


Figura 8.3 (Ejemplo 8.1)

SOLUCIÓN

Calcule el par de torsión ejercido por la mujer. Se debe incluir un signo negativo ya que $\vec{F}_1$, si no tuviera oposición, causaría una rotación en el sentido de las manecillas del reloj:

$$\tau_1 = -r_1F_1 = -(1.20\text{ m})(625\text{ N}) = -7.50 \times 10^2\text{ N} \cdot \text{m}$$

Calcule el par de torsión ejercido por el hombre. El par de torsión es positivo ya que $\vec{F}_2$, si no tuviera oposición, causaría una rotación en sentido contrario al de las manecillas del reloj:

$$\tau_2 = r_2F_2 = (0.800\text{ m})(8.50 \times 10^2\text{ N}) = 6.80 \times 10^2\text{ N} \cdot \text{m}$$

Sume los pares de torsión para determinar el par de torsión neto sobre la puerta:

$$\tau_{\text{neto}} = \tau_1 + \tau_2 = -7.0 \times 10^1\text{ N} \cdot \text{m}$$

COMENTARIOS Este resultado negativo significa que el par de torsión neto producirá una rotación en el sentido de las manecillas del reloj.

PREGUNTA 8.1 ¿Qué sucede si de repente la mujer se desliza más cerca del tubo en 0.400 m?

EJERCICIO 8.1 Un empresario entra a la misma puerta giratoria por la derecha, empujando con una fuerza de 576 N dirigida de manera perpendicular a la puerta y a 0.700 m del tubo, mientras que un niño ejerce una fuerza de 365 N perpendicular a la puerta, 1.25 m a la izquierda del tubo. Determine a) los pares de torsión ejercidos por cada persona y b) el par de torsión neto sobre la puerta.

RESPUESTAS a) $\tau_{\text{niño}} = -456\text{ N} \cdot \text{m}$, $\tau_{\text{hombre}} = 403\text{ N} \cdot \text{m}$; b) $\tau_{\text{neto}} = -53\text{ N} \cdot \text{m}$

La fuerza aplicada no siempre es perpendicular al vector posición $\vec{r}$. Suponga que la fuerza $\vec{F}$ ejercida sobre una puerta está dirigida lejos del eje, como en la figura 8.4a, digamos, por alguien que toma la perilla de la puerta y empuja hacia la derecha. Sin embargo, si la fuerza aplicada actúa con un ángulo respecto a la puerta como en la figura 4.8b, la componente de la fuerza *perpendicular* a la puerta ocasionará que gire. En esta figura se muestra que la componente de la fuerza perpendicular a la puerta es F sen θ, donde θ es el ángulo entre el vector posición $\vec{r}$ y la fuerza $\vec{F}$. Cuando la fuerza está dirigida lejos del eje, $\theta = 0°$, sen $(0°) = 0$ y F sen $(0°) = 0$. Cuando la fuerza está dirigida hacia el eje, $\theta = 180°$ y F sen $(180°) = 0$. El valor absoluto máximo de F sen θ se obtiene solo cuando $\vec{F}$ es perpendicular a $\vec{r}$; es decir, cuando $\theta = 90°$ o $\theta = 270°$. Estas consideraciones motivan una definición más general del par de torsión:

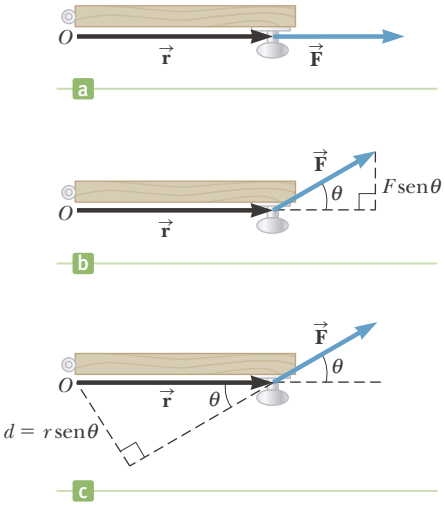


Figura 8.4 a) Una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ que actúa con un ángulo $\theta = 0°$ ejerce un par de torsión cero respecto al pivote O. b) La parte de la fuerza perpendicular a la puerta, $F \operatorname{sen} \theta$, ejerce un par de torsión $rF \operatorname{sen} \theta$ respecto a O. c) Interpretación alterna del par de torsión en términos de un *brazo de palanca* $d = r \operatorname{sen} \theta$.

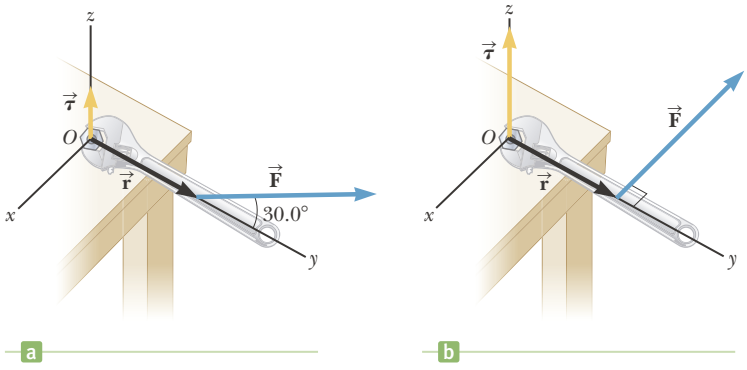


Figura 8.5 Cuando el ángulo entre el vector posición y el vector fuerza aumenta en los incisos a)–b), el par de torsión ejercido por la llave aumenta.

Sea $\vec{\mathbf{F}}$ una fuerza que actúa sobre un objeto y sea $\vec{\mathbf{r}}$ un vector posición desde un punto elegido O hasta el punto de aplicación de la fuerza. La magnitud del par de torsión $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ ejercido por la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ es

$$\tau = rF \operatorname{sen} \theta \qquad [8.2]$$

donde r es la longitud del vector posición, F la magnitud de la fuerza y θ el ángulo entre $\vec{\mathbf{r}}$ y $\vec{\mathbf{F}}$.

Unidad SI: newton-metro (N · m)

◀ Definición general de par de torsión

Una vez más, los vectores $\vec{\mathbf{r}}$ y $\vec{\mathbf{F}}$ se encuentran en un plano, y para nuestros fines el punto elegido O por lo común corresponderá a un eje de rotación perpendicular al plano. En la figura 8.5 se ilustra cómo la magnitud del par de torsión ejercido por una llave se incrementa cuando el ángulo entre el vector posición y el vector fuerza aumenta a 90°, donde el par de torsión es un máximo.

Una segunda forma para comprender el factor sen θ es asociarlo con la magnitud r del vector posición $\vec{\mathbf{r}}$. La cantidad $d = r \operatorname{sen} \theta$ se denomina **brazo de palanca**, que es la distancia perpendicular desde el eje de rotación hasta una línea trazada en la dirección de la fuerza. Esta interpretación alterna se ilustra en la figura 8.4c.

Es importante recordar que el **valor de τ depende del eje rotación elegido**. Los pares de torsión se pueden calcular sobre cualquier eje, sin importar si hay un eje de rotación físico real. Sin embargo, una vez que se elija el punto se debe utilizar de manera consistente en todo un problema dado.

El par de torsión es un vector perpendicular al plano determinado por los vectores posición y fuerza, como se ilustra en la figura 8.6. Es posible determinar la dirección con la *regla de la mano derecha:*

1. Apunte los dedos de su mano derecha en la dirección de $\vec{\mathbf{r}}$.
2. Doble sus dedos hacia la dirección del vector $\vec{\mathbf{F}}$.
3. Entonces su dedo pulgar apunta aproximadamente en la dirección del par de torsión, en este caso fuera de la página.

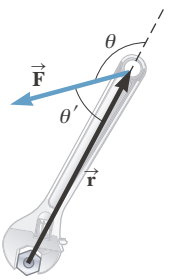


Figura 8.6 Regla de la mano derecha: apunte los dedos de su mano derecha a lo largo de $\vec{\mathbf{r}}$ y doble los mismos en la dirección de $\vec{\mathbf{F}}$. Entonces su dedo pulgar apunta en la dirección de par de torsión (fuera de la página, en este caso). Observe que θ o bien θ' se puede usar en la definición del par de torsión.

Observe las dos elecciones del ángulo en la figura 8.6. El ángulo θ es el ángulo real entre las direcciones de los dos vectores. El ángulo θ' está literalmente "entre"

los dos vectores. ¿Cuál ángulo es el correcto? Dado que sen θ = sen $(180° - \theta)$ = sen $(180°)$ cos θ − sen θ cos $(180°)$ = 0 − sen $\theta \cdot (-1)$ = sen θ, cualquier ángulo es correcto. Los problemas de este libro estarán restringidos a los objetos que giran sobre un eje perpendicular al plano que contiene $\vec{\mathbf{r}}$ y $\vec{\mathbf{F}}$, por lo que estos vectores están en el plano de la página, el par de torsión siempre apuntará ya sea hacia o bien fuera de la página, paralelo al eje de rotación. Si su dedo pulgar apunta en la dirección de un par de torsión, sus dedos se doblan de forma natural en la dirección de rotación que producirá el par de torsión sobre un objeto en reposo.

EJEMPLO 8.2 La puerta abatible

OBJETIVO Aplicar la definición más general de par de torsión.

PROBLEMA **a)** Una persona aplica una fuerza $F = 3.00 \times 10^2$ N con un ángulo de 60.0° respecto a la puerta de la figura 8.7a, a 2.00 m de las bisagras que están bien lubricadas. Obtenga el par de torsión sobre la puerta, eligiendo la posición de las bisagras como el eje de rotación. **b)** Suponga que se coloca una cuña a 1.50 m de las bisagras en el otro lado de la puerta. ¿Qué fuerza mínima debe ejercer la cuña de manera que la fuerza aplicada en el inciso a) no abra la puerta?

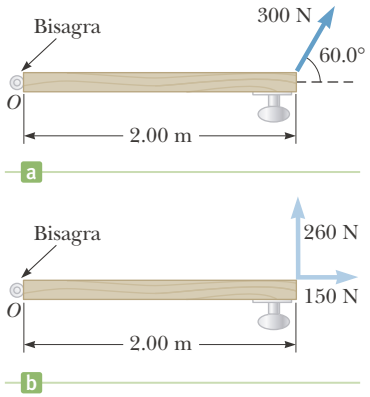


Figura 8.7 (Ejemplo 8.2a) a) Vista superior de una puerta empujada por una fuerza de 300 N. b) Componentes de la fuerza de 300 N.

ESTRATEGIA El inciso a) se puede determinar por sustitución en la ecuación general del par de torsión. En el inciso b) las bisagras, la cuña y la fuerza aplicadas ejercen pares de torsión sobre la puerta. La puerta no se abre, por lo que la suma de estos pares de torsión debe ser cero, una condición que se puede usar para obtener la fuerza de la cuña.

SOLUCIÓN

a) Calcule el par de torsión debido a la fuerza aplicada ejercida en 60.0°.

Sustituya en la ecuación general del par de torsión:

$$\tau_F = rF \operatorname{sen}\theta = (2.00\ \text{m})(3.00 \times 10^2\ \text{N}) \operatorname{sen} 60.0°$$
$$= (2.00\ \text{m})(2.60 \times 10^2\ \text{N}) = \boxed{5.20 \times 10^2\ \text{N} \cdot \text{m}}$$

b) Calcule la fuerza ejercida por la cuña sobre el otro lado de la puerta.

Iguale a cero la suma de los pares de torsión:

$$\tau_{\text{bisagra}} + \tau_{\text{cuña}} + \tau_F = 0$$

La fuerza de la bisagra no proporciona un par de torsión ya que actúa en el eje ($r = 0$). La fuerza de la cuña actúa con un ángulo de −90.0°, opuesta a la componente hacia arriba de 260 N.

$$0 + F_{\text{cuña}}(1.50\ \text{m}) \operatorname{sen}(-90.0°) + 5.20 \times 10^2\ \text{N} \cdot \text{m} = 0$$
$$F_{\text{cuña}} = \boxed{347\ \text{N}}$$

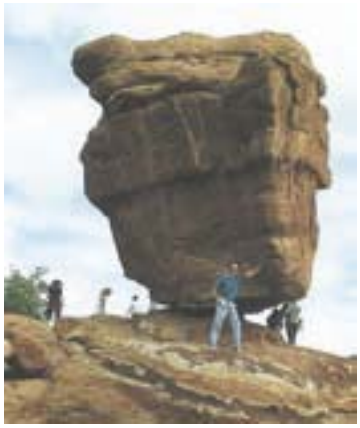
COMENTARIOS Observe que el ángulo del vector posición respecto a la fuerza de la cuña es −90°. Eso se debe a que, al iniciar en el vector posición, es necesario ir 90° en sentido de las manecillas del reloj (la dirección angular negativa) para llegar al vector fuerza. Esa forma de medición del ángulo automáticamente proporciona el signo correcto para el término del par de torsión y es consistente con la regla de la mano derecha. De forma alterna, es posible determinar la magnitud del par de torsión y elegir el signo correcto con base en la intuición física. En la figura 8.7b se ilustra el hecho de que la componente de la fuerza perpendicular al brazo de palanca ocasiona el par de torsión.

PREGUNTA 8.2 Para que la cuña pueda mantener la puerta cerrada, ¿se debe colocar más cerca de la bisagra o de la perilla de la puerta?

EJERCICIO 8.2 Una persona ata un extremo de una cuerda resistente de 8.00 m de longitud al parachoques de su camión, a 0.500 m del suelo y el otro extremo a un tronco vertical de un árbol a una altura de 3.00 m. La persona utiliza el camión para crear una tensión de 8.00×10^2 N en la cuerda. Calcule la magnitud del par de torsión sobre el árbol debido a la tensión en la cuerda, con la base del árbol como punto de referencia.

RESPUESTA $2.28 \times 10^3\ \text{N} \cdot \text{m}$

8.2 Par de torsión y las dos condiciones para el equilibrio


David Serway

Esta roca grande y en equilibrio en Garden of the Gods, en Colorado Springs, Colorado, está en equilibrio mecánico.

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Enunciar las dos condiciones del equilibrio mecánico y aplicarlas a los sistemas elementales.

Un objeto en equilibrio mecánico debe satisfacer las dos condiciones siguientes:

1. **La fuerza externa neta debe ser cero:** $\sum \vec{\mathbf{F}} = 0$
2. **El par de torsión externo neto debe ser cero:** $\sum \vec{\boldsymbol{\tau}} = 0$

La primera condición es un enunciado del equilibrio de traslación: la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto debe ser cero; por lo tanto, el objeto no tiene aceleración de traslación, $\vec{\mathbf{a}} = 0$. La segunda condición es un enunciado del equilibrio rotacional: la suma de todos los pares de torsión sobre el objeto debe ser cero; por lo tanto, el objeto no tiene aceleración angular, $\vec{\boldsymbol{\alpha}} = 0$. Para que un objeto esté en equilibrio, debe moverse por el espacio con una rapidez constante y girar con una rapidez angular constante.

Dado que se puede elegir cualquier ubicación para calcular pares de torsión, es común que sea mejor seleccionar un eje que haga al menos un par de torsión igual a cero, solo para simplificar la ecuación del par de torsión neto.

EJEMPLO 8.3 Acto de equilibrio

OBJETIVO Aplicar las condiciones de equilibrio e ilustrar el uso de ejes diferentes para calcular el par de torsión neto sobre un objeto.

PROBLEMA Una mujer de masa $m = 55.0$ kg se sienta en el lado izquierdo de un sube y baja, que es un tablón de longitud $L = 4.00$ m, pivotado a la mitad como en la figura 8.8. **a)** Primero calcule los pares de torsión sobre el sube y baja respecto al eje que pasa por el punto pivote. ¿En dónde se debe sentar un hombre de masa $M = 75.0$ kg si el sistema (sube y baja más hombre y mujer) tiene que estar equilibrado? **b)** Encuentre la fuerza normal ejercida por el pivote si el tablón tiene una masa $m_{tb} = 12.0$ kg. **c)** Repita el inciso a), pero esta vez calcule los pares de torsión respecto a un eje a través del extremo izquierdo del tablón.

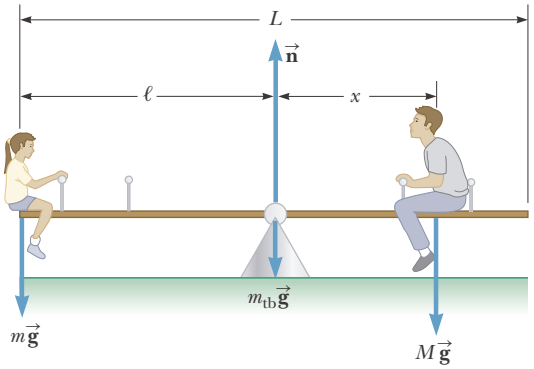


Figura 8.8 (Ejemplo 8.3) El sistema consiste en dos personas y un sube y baja. Dado que tanto la suma de las fuerzas como la suma de los pares de torsión que actúan sobre el sistema son cero, se dice que el sistema está en equilibrio.

ESTRATEGIA En el inciso a), aplique la segunda condición de equilibrio, $\Sigma\tau = 0$, calculando los pares de torsión respecto al punto pivote. La masa del tablón que forma el sube y baja está distribuida uniformemente a los dos lados del punto pivote, por lo que el par de torsión ejercido por la gravedad sobre el tablón, $\tau_{\text{tablón}}$, se puede calcular como si toda la masa del tablón estuviera concentrada en dicho punto. Entonces $\tau_{\text{tablón}}$ es cero, como el par de torsión ejercido por el pivote, ya que sus brazos de palanca son cero. En el inciso b) se debe aplicar la primera condición de equilibrio, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = 0$. El inciso c) es una repetición del inciso a) que demuestra que la elección de un eje diferente produce la misma respuesta.

SOLUCIÓN

a) ¿Dónde debe sentarse el hombre para equilibrar el sube y baja?

Aplique la segunda condición de equilibrio al tablón igualando a cero la suma de los pares de torsión:

$$\tau_{\text{pivote}} + \tau_{\text{tablón}} + \tau_{\text{hombre}} + \tau_{\text{mujer}} = 0$$

Los dos primeros pares de torsión son cero. Si x representa la distancia del hombre desde el pivote. La mujer está a una distancia $\ell = L/2$ del pivote.

$$0 + 0 - Mgx + mg(L/2) = 0$$

Despeje x de esta ecuación y evalúela:

$$x = \frac{m(L/2)}{M} = \frac{(55.0\text{ kg})(2.00\text{ m})}{75.0\text{ kg}} = 1.47\text{ m}$$

(*Continúa*)

b) Encuentre la fuerza normal n ejercida por el pivote sobre el sube y baja.

Aplique la primera condición de equilibrio respecto al tablón, despejando la fuerza normal desconocida de la ecuación resultante, n:

$$-Mg - mg - m_{pl}g + n = 0$$
$$n = (M + m + m_{pl})g$$
$$= (75.0\text{ kg} + 55.0\text{ kg} + 12.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)$$
$$n = \boxed{1.39 \times 10^3\text{ N}}$$

c) Repita el inciso a), eligiendo un nuevo eje a través del extremo izquierdo del tablón.

Calcule los pares de torsión utilizando este eje e iguale a cero esta suma. Ahora las fuerzas del pivote y de la gravedad sobre el tablón resultan en pares de torsión diferentes de cero.

$$\tau_{\text{hombre}} + \tau_{\text{mujer}} + \tau_{\text{tablón}} + \tau_{\text{pivote}} = 0$$
$$-Mg(L/2 + x) + mg(0) - m_{pl}g(L/2) + n(L/2) = 0$$

Sustituya todas las cantidades conocidas:

$$-(75.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(2.00\text{ m} + x) + 0$$
$$- (12.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(2.00\text{ m}) + n(2.00\text{ m}) = 0$$
$$-(1.47 \times 10^3\text{ N} \cdot \text{m}) - (735\text{ N})x - (235\text{ N} \cdot \text{m})$$
$$+ (2.00\text{ m})n = 0$$

Calcule x, sustituyendo la fuerza normal determinada en el inciso b):

$$x = \boxed{1.46\text{ m}}$$

COMENTARIOS Las respuestas para x en los incisos a) y c) concuerdan, excepto por una discrepancia pequeña por el redondeo. Eso ilustra cómo la elección de un eje diferente conduce a la misma solución.

PREGUNTA 8.3 ¿Qué sucede si ahora la mujer se inclina hacia atrás?

EJERCICIO 8.3 Suponga que un niño de 30.0 kg se sienta a 1.50 m a la izquierda del centro sobre el mismo sube y baja. Un segundo niño se sienta en el extremo opuesto y el sistema está en equilibrio. a) Encuentre la masa del segundo niño. b) Determine la fuerza normal que actúa en el punto pivote.

RESPUESTAS a) 22.5 kg; b) 632 N

8.3 El centro de gravedad

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir centro de gravedad y determinarlo de forma cualitativa para los cuerpos simétricos homogéneos.
2. Calcular el centro de gravedad para los objetos individuales y para los sistemas de objetos.

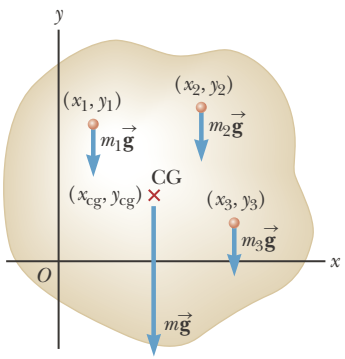


Figura 8.9 El par de torsión gravitacional neto sobre un objeto es cero si se calcula respecto al centro de gravedad. El objeto se equilibrará si está soportado en ese punto (o en cualquier otro a lo largo de una línea vertical arriba o abajo de ese punto).

En el ejemplo del sube y baja en la sección anterior, se supuso que el par de torsión debido a la fuerza de gravedad sobre el tablón era el mismo que si todo el peso del tablón estuviera concentrado en su centro. Ese es un procedimiento general: para calcular el par de torsión sobre un cuerpo rígido debido a la fuerza de gravedad, todo el peso del cuerpo puede considerarse concentrado en un solo punto. Entonces el problema se reduce a determinar la ubicación de ese punto. Si el cuerpo es homogéneo (su masa está distribuida uniformemente) y simétrico, es común que sea posible suponer la ubicación de ese punto, como en el ejemplo 8.3. De lo contrario, es necesario calcular la ubicación del punto, como se explica en esta sección.

Considere un objeto de forma arbitraria que se encuentra en el plano xy, como en la figura 8.9. El objeto está dividido en un gran número de partículas muy pequeñas de peso m_1g, m_2g, m_3g, ... que tienen coordenadas (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), ... Si el objeto puede girar alrededor del origen, cada partícula contribuye con un par de torsión respecto al origen, que es igual a su peso multiplicado por su brazo de palanca. Por ejemplo, el par de torsión debido al peso m_1g es m_1gx_1, y así sucesivamente.

Deseamos ubicar el punto de aplicación de una fuerza individual de magnitud $w = F_g = Mg$ (el peso total del objeto), donde el efecto sobre la rotación del objeto es el mismo que el de las partículas individuales. Ese punto se denomina **centro de gravedad** del objeto. Igualando el par de torsión ejercido por w en el centro de gravedad a la suma de los pares de torsión sobre las partículas individuales da

$$(m_1g + m_2g + m_3g + \cdots)x_{cg} = m_1gx_1 + m_2gx_2 + m_3gx_3 + \cdots$$

Suponemos que g es la misma en todas las partes del objeto (que es cierto para todos los objetos que encontraremos). Entonces los factores g en la ecuación anterior se cancelan, lo que resulta en

$$x_{cg} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \qquad [8.3a]$$

donde x_{cg} es la coordenada x del centro de gravedad. De igual forma, la coordenada y y la coordenada z del centro de gravedad del sistema se pueden encontrar a partir de

$$y_{cg} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \qquad [8.3b]$$

y

$$z_{cg} = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i} \qquad [8.3c]$$

Estas tres ecuaciones son idénticas a las ecuaciones para un concepto similar denominado **centro de masa**. El centro de masa y el centro de gravedad de un objeto son exactamente iguales cuando g no varía de manera significativa sobre el objeto.

Con frecuencia es posible suponer la ubicación del centro de gravedad. **El centro de gravedad de un cuerpo simétrico homogéneo debe encontrarse en el eje de simetría**. Por ejemplo, el centro de gravedad de una varilla homogénea se encuentra a la mitad entre sus extremos y el centro de gravedad de una esfera homogénea o de un cubo homogéneo se encuentra en el centro geométrico del objeto. El centro de gravedad de un objeto con forma irregular, como una llave, se puede determinar experimentalmente suspendiendo la llave de dos puntos arbitrarios diferentes (figura 8.10). Primero se cuelga del punto A y se traza una línea vertical AB (la cual se puede establecer con una plomada) cuando la llave esté en equilibrio. Luego la llave se cuelga del punto C y se traza una segunda línea vertical CD. El centro de gravedad coincide con la intersección de estas dos líneas. De hecho, si la llave se cuelga libremente de cualquier punto, el centro de gravedad siempre se encuentra debajo del punto de soporte, por lo que la línea vertical a través de este debe pasar por el centro de gravedad.

Varios ejemplos en la sección 8.4 comprenden objetos simétricos homogéneos cuyos centros de gravedad coinciden con los centros geométricos. Un objeto rígido en un campo gravitacional uniforme se puede equilibrar con una sola fuerza de magnitud igual a la del peso del objeto, siempre que la fuerza esté dirigida hacia arriba por el centro de gravedad del objeto.

Sugerencia 8.1 Especifique su eje

Elija el eje de rotación y úselo exclusivamente de principio a fin en un problema dado. No es necesario que corresponda con un eje físico o un punto pivote. Cualquier punto conveniente será adecuado.

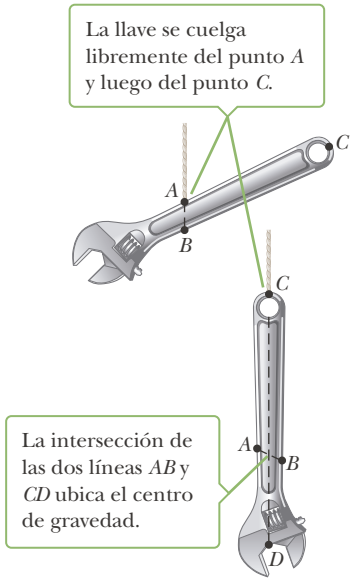


Figura 8.10 Técnica experimental para determinar el centro de gravedad de una llave.

EJEMPLO 8.4 ¿Dónde está el centro de gravedad?

OBJETIVO Determinar el centro de gravedad de un sistema de objetos.

PROBLEMA **a)** Tres objetos están ubicados en un sistema de coordenadas, como se muestra en la figura 8.11a. Determine el centro de gravedad. **b)** ¿Cómo cambia la respuesta si el objeto de la izquierda se desplaza hacia arriba 1.00 m y el de la derecha se desplaza hacia abajo 0.500 m (figura 8.11b)? Trate los objetos como partículas puntuales.

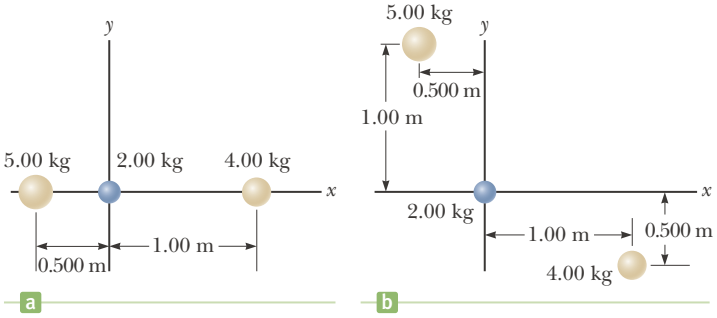


Figura 8.11 (Ejemplo 8.4) Ubicación del centro de gravedad de un sistema de tres partículas.

ESTRATEGIA Tanto la coordenada y como la coordenada z del centro de gravedad en el inciso a) son cero ya que todos los objetos están en el eje x. Podemos encontrar la coordenada x del centro de gravedad usando la ecuación 8.3a. El inciso b) requiere la ecuación 8.3b.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) Encuentre el centro de gravedad del sistema en la figura 8.11a.

Aplique la ecuación 8.3a al sistema de tres objetos:

$$\text{1)} \quad x_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Calcule el numerador de la ecuación 1):

$$\begin{aligned}\sum m_i x_i &= m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 \\ &= (5.00\ \text{kg})(-0.500\ \text{m}) + (2.00\ \text{kg})(0\ \text{m}) + (4.00\ \text{kg})(1.00\ \text{m}) \\ &= 1.50\ \text{kg} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

Sustituya el denominador, $\sum m_i = 11.0$ kg y el numerador en la ecuación 1).

$$x_{cg} = \frac{1.50\ \text{kg} \cdot \text{m}}{11.0\ \text{kg}} = \boxed{0.136\ \text{m}}$$

b) ¿Cómo cambia la respuesta si las posiciones de los objetos se cambian como en la figura 8.11b?

Dado que las coordenadas x no se han cambiado, la coordenada x del centro de gravedad tampoco ha cambiado:

$$x_{cg} = \boxed{0.136\ \text{m}}$$

Escriba la ecuación 8.3b:

$$y_{cg} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Sustituya los valores:

$$y_{cg} = \frac{(5.00\ \text{kg})(1.00\ \text{m}) + (2.00\ \text{kg})(0\ \text{m}) + (4.00\ \text{kg})(-0.500\ \text{m})}{5.00\ \text{kg} + 2.00\ \text{kg} + 4.00\ \text{kg}}$$

$$y_{cg} = \boxed{0.273\ \text{m}}$$

COMENTARIOS Observe que al trasladar los objetos en la dirección y no cambia la coordenada x del centro de gravedad. Las tres componentes del centro de gravedad son, cada una, independientes de las otras dos.

PREGUNTA 8.4 Si se agrega 1.00 kg a las masas a la izquierda y a la derecha en la figura 8.11a, ¿el centro de masa se mueve a) hacia la izquierda, b) hacia la derecha o c) permanece en la misma posición?

EJERCICIO 8.4 Si se coloca una cuarta partícula con masa de 2.00 kg en (0, 0.25 m) en la figura 8.11a, determine las coordenadas x y y del centro de gravedad para este sistema de cuatro partículas.

RESPUESTA $x_{cg} = 0.115$ m; $y_{cg} = 0.038\ 5$ m

EJEMPLO 8.5 Ubicación del centro de gravedad de su compañero de laboratorio BIO

OBJETIVO Usar el par de torsión para encontrar un centro de gravedad.

PROBLEMA En este ejemplo se muestra cómo encontrar la ubicación del centro de gravedad de una persona. Suponga que su compañero de laboratorio tiene una estatura L de 173 cm (5 pies 8 pulg) y un peso w de 715 N (160 lb). Usted puede determinar la posición de su centro de gravedad pidiéndole que se recueste sobre una tabla uniforme con un extremo apoyado en una báscula, como se muestra en la figura 8.12. Si el peso de la tabla w_b es 49 N y la lectura en la báscula F es 3.50×10^2 N, encuentre la distancia del centro de gravedad de su compañero desde el extremo izquierdo de la tabla.

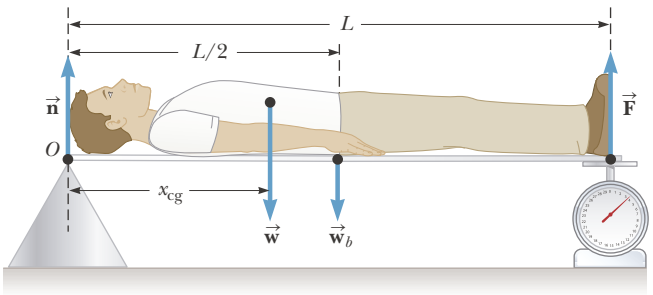


Figura 8.12 (Ejemplo 8.5) Determinación del centro de gravedad de su compañero de laboratorio.

ESTRATEGIA Para determinar la posición x_{cg} del centro de gravedad, calcule los pares de torsión usando un eje que pase por O. No hay par de torsión debido a la fuerza normal $\vec{\mathbf{n}}$ ya que su brazo de momento es cero respecto a un eje que pasa por O. Iguale a cero la suma de los pares de torsión y despeje x_{cg}.

SOLUCIÓN

Aplique la segunda condición para el equilibrio:

$$\sum \tau_i = \tau_n + \tau_w + \tau_{w_b} + \tau_F = 0$$

Sustituya las expresiones para los pares de torsión:

$$0 - wx_{cg} - w_b(L/2) + FL = 0$$

Despeje x_{cg} y sustituya los valores conocidos:

$$x_{cg} = \frac{FL - w_b(L/2)}{w}$$

$$= \frac{(350\ \text{N})(173\ \text{cm}) - (49\ \text{N})(86.5\ \text{cm})}{715\ \text{N}} = 79\ \text{cm}$$

COMENTARIOS La información dada es suficiente solo para determinar la coordenada x del centro de gravedad. Las otras dos coordenadas se pueden calcular, con base en la simetría del cuerpo.

PREGUNTA 8.5 ¿Qué pasaría si un soporte se coloca exactamente en $x = 79$ cm y luego se retiran los soportes de la cabeza y los pies del sujeto?

EJERCICIO 8.5 Suponga que un cocodrilo de 416 kg con una longitud de 3.5 m se coloca sobre una tabla de la misma longitud que pesa 65 N. Si los extremos de la tabla están apoyados como en la figura 8.12 y en la báscula se lee 1 880 N, encuentre la componente x del centro de gravedad del cocodrilo.

RESPUESTA 1.59 m

8.4 Ejemplos de objetos en equilibrio

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Aplicar las condiciones del equilibrio mecánico a los cuerpos rígidos.

Recuerde del capítulo 4 que cuando un objeto se trata como un punto geométrico, para el equilibrio solo se requiere que la fuerza neta sobre el objeto sea cero. En este capítulo hemos mostrado que para los objetos extendidos se debe satisfacer una segunda condición para el equilibrio: el par de torsión neto sobre el objeto debe ser cero. Se recomienda el siguiente procedimiento general para resolver problemas que comprenden objetos en equilibrio.

Sugerencia 8.2
Movimiento rotatorio bajo un par de torsión cero

Si se ejerce un par de torsión neto de cero sobre un objeto, este continuará girando con una rapidez angular constante, la cual no necesita ser cero. Sin embargo, un par de torsión cero *implica* que la aceleración angular es cero.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Objetos en equilibrio

1. **Diagrama del sistema.** Incluya las coordenadas y elija un eje de rotación conveniente para calcular el par de torsión neto sobre el objeto.
2. **Trace un diagrama de fuerzas** del objeto de interés, que muestre todas las fuerzas que actúan sobre él. Para los sistemas con más de un objeto, trace un diagrama *separado* para cada objeto (la mayoría de los problemas tendrán un solo objeto de interés).
3. **Aplique $\Sigma\tau_i = 0$, la segunda condición para el equilibrio.** Esta condición produce una sola ecuación para cada objeto de interés. Si el eje de rotación se ha elegido con cuidado, con frecuencia la ecuación solo tiene una incógnita y es posible resolverla de inmediato.
4. **Aplique $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$, la primera condición para el equilibrio.** Esta condición produce otras dos ecuaciones por objeto de interés.
5. **Resuelva el sistema de ecuaciones.** Para cada objeto, las dos condiciones para el equilibrio producen tres ecuaciones, por lo general con tres incógnitas. Resuelva por sustitución.

EJEMPLO 8.6 Un peso sobre el antebrazo BIO

OBJETIVO Aplicar las condiciones de equilibrio al cuerpo humano.

PROBLEMA Con el antebrazo en posición horizontal, una persona sostiene en su mano una bola de boliche de 50.0 N (11 lb), como se muestra en la figura 8.13a. El músculo del bíceps está conectado a 0.030 m de la articulación y la bola se

(*Continúa*)

encuentra a 0.350 m de la articulación. Determine la fuerza hacia arriba $\vec{\mathbf{F}}$ ejercida por el bíceps sobre el antebrazo (el cúbito) y la fuerza hacia abajo $\vec{\mathbf{R}}$ ejercida por el húmero sobre el antebrazo, que actúa en la articulación. Ignore el peso del antebrazo y la ligera desviación de la vertical del bíceps.

ESTRATEGIA Las fuerzas que actúan sobre el antebrazo son equivalentes a las que actúan sobre una varilla con una longitud de 0.350 m, como se muestra en la figura 8.13b. Elija las coordenadas x y y comunes como se muestra y el eje O en el extremo izquierdo (esto completa los pasos 1 y 2). Use las condiciones para el equilibrio para generar ecuaciones para las incógnitas y resuelva.

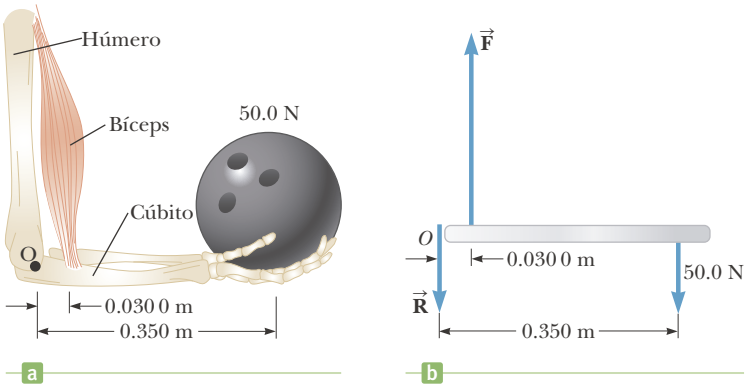


Figura 8.13 (Ejemplo 8.6) a) Peso sostenido por el antebrazo horizontal. b) Modelo mecánico del sistema.

SOLUCIÓN

Aplique la segunda condición para el equilibrio (paso 3) y despeje la fuerza hacia arriba F:

$$\sum \tau_i = \tau_R + \tau_F + \tau_{BB} = 0$$
$$R(0) + F(0.030\ 0\ \text{m}) - (50.0\ \text{N})(0.350\ \text{m}) = 0$$
$$F = \boxed{583\ \text{N (131 lb)}}$$

Aplique la primera condición para el equilibrio (paso 4) y despeje (paso 5) la fuerza hacia abajo R:

$$\sum F_y = F - R - 50.0\ \text{N} = 0$$
$$R = F - 50.0\ \text{N} = 583\ \text{N} - 50\ \text{N} = \boxed{533\ \text{N (120 lb)}}$$

COMENTARIOS ¡La magnitud de la fuerza proporcionada por el bíceps debe ser aproximadamente 10 veces la magnitud de la bola de boliche que soporta!

PREGUNTA 8.6 Suponga que el bíceps se reacomodó quirúrgicamente tres centímetros hacia la mano de la persona. Si sostuviera de nuevo la misma bola de boliche en la mano, ¿cómo influiría en la fuerza requerida del bíceps? Explique.

EJERCICIO 8.6 Suponga que usted quiere limitar la fuerza que actúa en su articulación a un valor máximo de 8.00×10^2 N. a) En estas circunstancias, ¿qué peso máximo intentaría levantar? a) ¿Qué fuerza aplicaría su bíceps mientras levanta este peso?

RESPUESTAS a) 75.0 N; b) 875 N

EJEMPLO 8.7 No se suba a la escalera

OBJETIVO Aplicar las dos condiciones para el equilibrio.

PROBLEMA Una escalera uniforme de 10.0 m de longitud y que pesa 50.0 N se encuentra contra una pared vertical sin fricción como en la figura 8.14a. Si la escalera está a punto de deslizarse cuando forma un ángulo de 50.0° con el suelo, determine el coeficiente de fricción estática entre la escalera y el suelo.

ESTRATEGIA En la figura 8.14b se muestra el diagrama de fuerzas para la escalera. La primera condición para el equilibrio, $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_i = 0$, da dos ecuaciones con tres incógnitas: las magnitudes de la fuerza de fricción estática f y de la fuerza normal, n, las dos actúan sobre la base de la escalera y la magnitud de la fuerza de la pared, P, que actúa sobre la parte superior de la escalera. La segunda condición para el equilibrio, $\Sigma\tau_i = 0$, da una tercera ecuación (para P), por lo que se pueden determinar las tres cantidades. Luego la definición de fricción estática permite calcular el coeficiente de fricción estática.

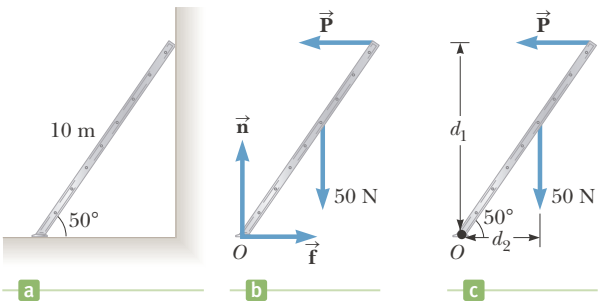


Figura 8.14 (Ejemplo 8.7) a) Escalera recargada en una pared sin fricción. a) Diagrama de fuerzas de la escalera. c) Brazos de palanca para la fuerza de gravedad y $\vec{\mathbf{P}}$.

SOLUCIÓN

Aplique la primera condición de equilibrio a la escalera:

1) $\Sigma F_x = f - P = 0 \quad \rightarrow \quad f = P$

2) $\Sigma F_y = n - 50.0\ \text{N} = 0 \quad \rightarrow \quad n = 50.0\ \text{N}$

Aplique la segunda condición de equilibrio, calculando los pares de torsión respecto a la base de la escalera, con τ_{grav} representando el par de torsión debido al peso de la escalera de 50.0 N:

$$\Sigma\tau_i = \tau_f + \tau_n + \tau_{grav} + \tau_P = 0$$

Los pares de torsión debidos a la fricción y la fuerza normal son cero respecto a O ya que sus brazos de momento son cero (los brazos de momento se pueden determinar a partir de la figura 8.14c).

$$0 + 0 - (50.0\text{ N})(5.00\text{ m})\text{ sen }40.0° + P(10.0\text{ m})\text{ sen }50.0° = 0$$
$$P = 21.0\text{ N}$$

De la ecuación 1) se sabe que $f = P = 21.0$ N. La escalera está a punto de deslizarse; por lo tanto escriba una expresión para la fuerza máxima de fricción estática y despeje μ_s:

$$21.0\text{ N} = f = f_{s,máx} = \mu_s n = \mu_s(50.0\text{ N})$$
$$\mu_s = \frac{21.0\text{ N}}{50.0\text{ N}} = \boxed{0.420}$$

COMENTARIOS Observe que los pares de torsión se calcularon respecto a un eje a través de la parte inferior de la escalera de manera que solo $\vec{\mathbf{P}}$ y la fuerza de gravedad contribuyeron con pares de torsión diferentes de cero. Esta elección del eje reduce la complejidad de la ecuación del par de torsión, lo que con frecuencia resulta en una ecuación con solo una incógnita.

PREGUNTA 8.7 Si un mono de 50.0 N cuelga del peldaño de en medio, el coeficiente de fricción estática, a) ¿se duplicaría, b) disminuiría a la mitad o c) no cambiaría?

EJERCICIO 8.7 Si el coeficiente de fricción estática es de 0.360 y la misma escalera forma un ángulo de 60.0° respecto a la horizontal, ¿qué tan lejos a lo largo de la longitud de la escalera puede subir un pintor de 70.0 kg antes de que la escalera comience a deslizarse?

RESPUESTA 6.33 m

EJEMPLO 8.8 Caminando por una viga horizontal

OBJETIVO Aplicar las dos condiciones para el equilibrio.

PROBLEMA Una viga horizontal uniforme de 5.00 m de longitud y que pesa 3.00×10^2 N está unida a un muro con una conexión articulada que permite que la viga gire. Su extremo más alejado está apoyado en un cable que forma un ángulo de 53.0° con la horizontal (figura 8.15a). Si una persona que pesa 6.00×10^2 N está de pie a 1.50 m del muro, encuentre la magnitud de la tensión $\vec{\mathbf{T}}$ en el cable y las componentes de la fuerza $\vec{\mathbf{R}}$ ejercida por el muro sobre la viga.

ESTRATEGIA Consulte la figura 8.15 a-c (pasos 1 y 2). De la segunda condición de equilibrio, $\Sigma\tau_i = 0$, con pares de torsión calculados respecto al pasador, es posible calcular la tensión T en el cable. La primera condición para el equilibrio, $\Sigma\vec{\mathbf{F}}_i = 0$, resulta en dos ecuaciones con dos incógnitas para las dos componentes de la fuerza ejercida por el muro, R_x y R_y.

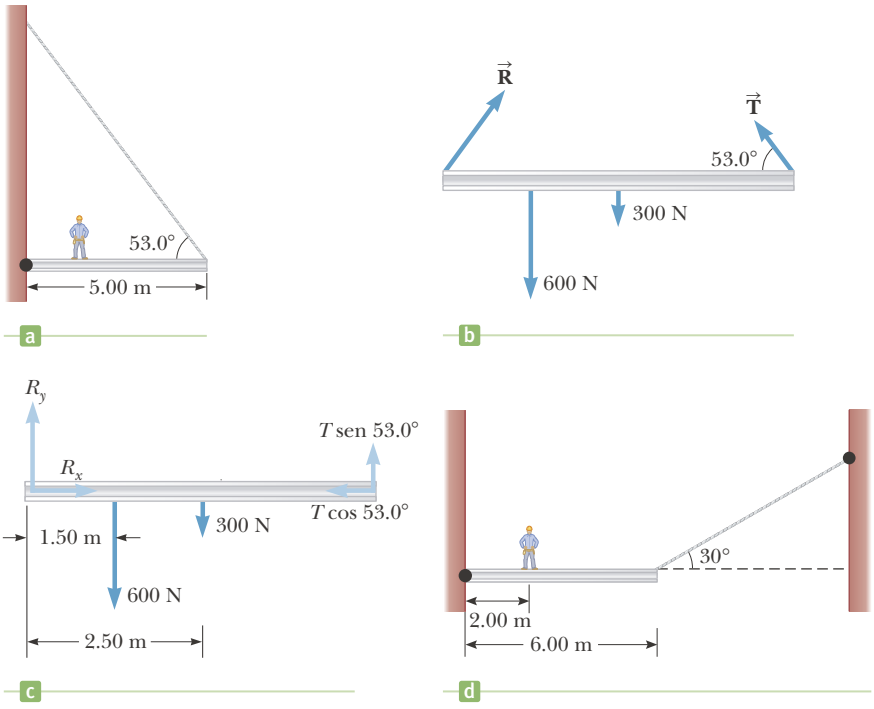


Figura 8.15 (Ejemplo 8.8) a) Una viga uniforme unida a un muro y soportada por un cable. b) Diagrama de fuerzas de la viga. c) Forma de los componentes del diagrama de fuerzas. d) (Ejercicio 8.8)

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

De la figura 8.15, las fuerzas que generan pares de torsión son la fuerza del muro $\vec{\mathbf{R}}$, las fuerzas de gravedad sobre la viga y la persona, w_B y w_M y la fuerza de tensión $\vec{\mathbf{T}}$. Aplique la condición de equilibrio rotacional (paso 3):

$$\sum \tau_i = \tau_R + \tau_B + \tau_M + \tau_T = 0$$

Calcule los pares de torsión respecto al pasador en O; por lo tanto $\tau_R = 0$ (brazo de momento cero). El par de torsión debido al peso de la viga actúa en el centro de gravedad de esta.

$$\sum \tau_i = 0 - w_B(L/2) - w_M(1.50\text{ m}) + TL\,\text{sen}\,(53°) = 0$$

Sustituya $L = 5.00$ m y los pesos, calcule T:

$$-(3.00 \times 10^2\text{ N})(2.50\text{ m}) - (6.00 \times 10^2\text{ N})(1.50\text{ m}) + (T\,\text{sen}\,53.0°)(5.00\text{ m}) = 0$$

$$T = 413\text{ N}$$

Ahora aplique la primera condición de equilibrio a la viga (paso 4):

$$\textbf{1)}\quad \sum F_x = R_x - T\cos 53.0° = 0$$

$$\textbf{2)}\quad \sum F_y = R_y - w_B - w_M + T\,\text{sen}\,53.0° = 0$$

Sustituyendo el valor de T que se encontró en el paso anterior y los pesos, obtenga las componentes de $\vec{\mathbf{R}}$ (paso 5):

$$R_x = 249\text{ N} \qquad R_y = 5.70 \times 10^2\text{ N}$$

COMENTARIOS Incluso si se selecciona algún otro eje para la ecuación del par de torsión, la solución sería la misma. Por ejemplo, si el eje pasara por el centro de gravedad de la viga, la ecuación del par de torsión comprendería tanto T como R_y. Sin embargo, junto con las ecuaciones 1) y 2), las incógnitas aún se podrían determinar, lo que sería un buen ejercicio. En los ejemplos 8.6 y 8.8, observe que los pasos de la estrategia para resolver problemas podrían efectuarse en el orden explícito recomendado.

PREGUNTA 8.8 ¿Qué sucede con la tensión en el cable si la persona en la figura 8.15a se aleja más del muro?

EJERCICIO 8.8 Una persona con una masa de 55.0 kg se encuentra a 2.00 m del muro sobre una viga uniforme de 6.00 m de longitud, como se muestra en la figura 8.15d. La masa de la viga es 40.0 kg. Encuentre las componentes de la fuerza sobre la bisagra y la tensión en el cable.

RESPUESTAS $T = 751$ N, $R_x = -6.50 \times 10^2$ N, $R_y = 556$ N

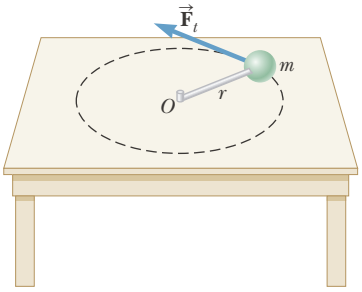


Figura 8.16 Un objeto de masa m conectado a una barra ligera de longitud r se mueve en una trayectoria circular sobre una superficie horizontal sin fricción mientras una fuerza tangencial $\vec{\mathbf{F}}_t$ actúa sobre él.

8.5 Relación entre el par de torsión y la aceleración angular

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir el momento de inercia y enunciar el análogo rotacional de la segunda ley de Newton.
2. Calcular el momento de inercia para una variedad de objetos diferentes.
3. Aplicar la segunda ley rotacional a los sistemas físicos.

Cuando un objeto rígido se somete a un par de torsión neto, experimenta una aceleración angular que es directamente proporcional al par de torsión neto. Este resultado, que es análogo a la segunda ley de Newton, se deduce como sigue.

El sistema que se muestra en la figura 8.16 consiste en un objeto de masa m conectado a una varilla muy ligera de longitud r. La varilla está articulada en el punto O y su movimiento está confinado a la rotación sobre una mesa *horizontal* sin fricción. Suponga que una fuerza F_t actúa perpendicular a la varilla y de aquí que sea

tangente a la trayectoria circular del objeto. Dado que no hay una fuerza que se oponga a esta fuerza tangencial, el objeto está sujeto a una aceleración tangencial a_t de acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$F_t = ma_t$$

Multiplique los dos lados de esta ecuación por r:

$$F_t r = mra_t$$

Al sustituir la expresión $a_t = r\alpha$ que relaciona las aceleraciones tangencial y angular en la expresión anterior se obtiene

$$F_t r = mr^2\alpha \qquad [8.4]$$

El lado izquierdo de la ecuación 8.4 es el par de torsión que actúa sobre el objeto respecto a su eje de rotación, por lo que se puede reescribir como

$$\tau = mr^2\alpha \qquad [8.5]$$

La ecuación 8.5 muestra que el par de torsión sobre el objeto es proporcional a la aceleración angular de este último, donde la constante de proporcionalidad mr^2 se denomina **momento de inercia** del objeto de masa m (debido a que la varilla es muy ligera, su momento de inercia se puede ignorar).

Cuestionario rápido

8.1 Con un destornillador, usted intenta sacar un tornillo de un mueble, pero no logra hacerlo girar. Para aumentar las probabilidades de éxito, usted debe usar un destornillador que a) sea más largo, b) más corto, c) tenga una hoja más angosta o d) tenga un mango más ancho.

Par de torsión sobre un objeto que gira

Considere un disco sólido que gira respecto a su eje como en la figura 8.17a. El disco consiste en muchas partículas colocadas en varias distancias del eje de rotación (consulte la figura 8.17b). El par de torsión sobre cada una de estas partículas está dado por la ecuación 8.5. El par de torsión *neto* sobre el disco está dado por la suma de los pares de torsión individuales sobre todas las partículas:

$$\sum \tau = (\sum mr^2)\alpha \qquad [8.6]$$

Dado que el disco es rígido, todas sus partículas tienen la *misma* aceleración angular; por lo tanto, α no está comprendida en la suma. Si las masas y las distancias de las partículas se identifican con subíndices como en la figura 8.17b, entonces

$$\sum mr^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots$$

Esta cantidad es el momento de inercia, I, de todo el cuerpo:

$$I \equiv \sum mr^2 \qquad [8.7]$$

◀ Momento de inercia

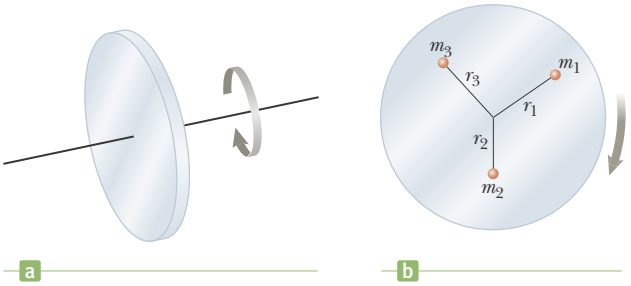


Figura 8.17 a) Disco sólido que gira respecto a su eje. b) El disco consiste en muchas partículas, todas con la misma aceleración angular.

El momento de inercia tiene unidades SI de kg · m^2. Usando este resultado en la ecuación 8.6 se observa que el par de torsión neto sobre un cuerpo rígido que gira respecto a un eje fijo está dado por

$$\sum \tau = I\alpha \qquad [8.8]$$

Rotacional análogo de la segunda ley de Newton ▶

La ecuación 8.8 establece que **la aceleración angular de un objeto rígido extendido es proporcional al par de torsión neto que actúa sobre él**. Esta ecuación es el análogo rotacional de la segunda ley del movimiento de Newton; el par de torsión reemplaza a la fuerza, el momento de inercia reemplaza a la masa y la aceleración angular reemplaza a la aceleración lineal. Aunque el momento de inercia de un objeto está relacionado con su masa, hay una diferencia importante entre ellos. La masa m depende solo de la cantidad de materia en un objeto, en tanto que el momento de inercia, I, depende tanto de la cantidad de materia como de su distribución (mediante el término r^2 en $I = \Sigma mr^2$) en el objeto rígido.

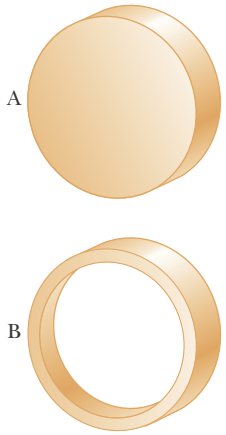


Figura 8.18 (Cuestionario rápido 8.3)

Cuestionario rápido

8.2 Un par de torsión neto constante se aplica a un objeto. ¿Cuál de los siguientes conceptos *no* será constante? a) la aceleración angular, b) la velocidad angular, c) el momento de inercia o d) el centro de gravedad.

8.3 Los dos objetos rígidos que se muestran en la figura 8.18 tienen la misma masa, el mismo radio y la misma rapidez angular, cada uno gira en torno a un eje por el centro de su forma circular. Si se aplica el mismo par de torsión de frenado a cada uno, ¿cuál tarda más en parar? a) A b) B c) se necesita más información.

APLICACIÓN
Piñones de una bicicleta

El sistema de piñones en una bicicleta proporciona un ejemplo vistoso de la relación entre el par de torsión y la aceleración angular. Considere primero un sistema de cinco velocidades en el cual la cadena de impulsión se puede ajustar para envolverse alrededor de cualquiera de los cinco piñones unidos a la rueda trasera (figura 8.19). Los piñones, con radios diferentes, son concéntricos con la masa de la rueda. Cuando el ciclista empieza a pedalear partiendo del reposo, la cadena está conectada al piñón más grande. Debido a que tiene el radio más grande, este piñón proporciona el par de torsión mayor a la rueda de impulsión. Inicialmente se requiere un par de torsión grande, ya que la bicicleta parte del reposo. Conforme la bicicleta avanza más rápido, la rapidez tangencial de la cadena aumenta y al final se vuelve demasiado rápida para que el ciclista pueda seguir empujando los pedales. Entonces la cadena se mueve hacia un piñón con un radio menor; por lo tanto, la cadena tiene una rapidez tangencial menor de manera que el ciclista la puede mantener con mayor facilidad. Este piñón no proporciona tanto par de torsión como el primero, pero el ciclista solo tiene que acelerar a una rapidez un poco mayor. Este proceso continúa conforme la bicicleta se mueve más y más rápido y el ciclista va cambiando a los cinco piñones. El quinto piñón proporciona el par de torsión menor, pero ahora la función principal de ese par de torsión es contrarrestar el par de torsión friccional de los neumáticos en rodamiento, el cual tiende a reducir la rapidez de la bicicleta. El radio pequeño del quinto piñón permite que el ciclista mantenga el movimiento de la cadena empujando los pedales.

© Cengage Learning/George Semple

Figura 8.19 Rueda de impulsión y piñones de una bicicleta.

Una bicicleta de 15 velocidades tiene la misma estructura de piñones en la rueda de impulsión, pero tiene tres piñones en la rueda dentada conectada a los pedales. Al combinar posiciones diferentes de la cadena sobre los piñones traseros y las ruedas dentadas, se dispone de 15 pares de torsión diferentes.

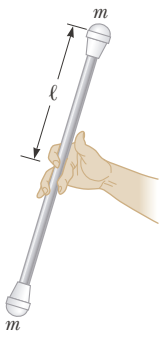


Figura 8.20 Bastón de longitud 2ℓ y masa $2m$ (la masa de la varilla de conexión se ignora). El momento de inercia respecto al eje a través del centro del bastón y perpendicular a su longitud es $2m\ell^2$.

Más sobre el momento de inercia

Como hemos visto, un objeto pequeño (o una partícula) tiene un momento de inercia igual a mr^2 respecto a algún eje. El momento de inercia de un objeto *compuesto* respecto a algún eje es solo la suma de los momentos de inercia de las componentes del objeto. Por ejemplo, suponga que una bastonera hace girar un bastón como en la figura 8.20. Suponga que el bastón se puede modelar como una varilla muy ligera de longitud 2ℓ con un objeto pesado en cada extremo (la varilla de un bastón real tiene una masa significativa en relación con sus extremos). Como se ignora la masa de la varilla, el momento de inercia del bastón respecto a un eje a través de su centro y perpendicular a su longitud está dado por la ecuación 8.7:

$$I = \Sigma mr^2$$

Debido a que este sistema consta de dos objetos con masas iguales equidistantes del eje de rotación, $r = \ell$ para cada objeto, y la suma es

$$I = \Sigma mr^2 = m\ell^2 + m\ell^2 = 2m\ell^2$$

Si la masa de la varilla no se ignorara, se tendría que incluir su momento de inercia para encontrar el momento de inercia total del bastón.

Antes se indicó que I es la contraparte rotacional de m. Sin embargo, hay algunas distinciones importantes entre las dos. Por ejemplo, la masa es una propiedad intrínseca de cualquier objeto que no cambia, en tanto que **el momento de inercia de un sistema depende de cómo está distribuida la masa y la ubicación del eje de rotación.** El ejemplo 8.9 ilustra este punto.

EJEMPLO 8.9 Juegos malabares con un bastón

OBJETIVO Calcular el momento de inercia.

PROBLEMA En un esfuerzo por ser la estrella del espectáculo de medio tiempo, una bastonera hace juegos malabares con un bastón poco común hecho con cuatro bolas conectadas a los extremos de varillas muy ligeras (figuras 8.21). Cada varilla tiene una longitud de 1.0 m. **a)** Encuentre el momento de inercia del bastón respecto a un eje perpendicular a la página y que pasa por el punto donde se cruzan las varillas. **b)** La bastonera intenta girar su extraño bastón respecto al eje OO', como se muestra en la figura 8.22 en la página 256. Calcule el momento de inercia del bastón respecto a este eje.

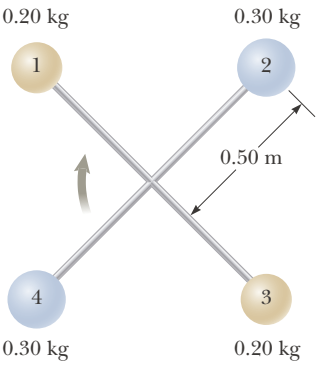


Figura 8.21 (Ejemplo 8.9a) Cuatro bolas conectadas a varillas ligeras que giran en el plano de la página.

ESTRATEGIA En la figura 8.21 las cuatro bolas contribuyen al momento de inercia, mientras que en la figura 8.22, con el nuevo eje, solo las dos bolas, en la izquierda y la derecha, contribuyen. Técnicamente, las bolas en la parte superior y en la inferior en la figura 8.22 aún hacen una pequeña contribución dado que en realidad no son partículas puntuales. Sin embargo, sus contribuciones se pueden ignorar debido a que la distancia desde el eje de rotación de las bolas en la varilla horizontal es mucho mayor que los radios de las bolas en el eje vertical.

SOLUCIÓN

a) Calcule el momento de inercia del bastón cuando está orientado como en la figura 8.21.

Aplique la ecuación 8.7 ignorando la masa de las varillas de conexión:

$$\begin{aligned} I = \Sigma mr^2 &= m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} + m_3 r_3^{\,2} + m_4 r_4^{\,2} \\ &= (0.20\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2 + (0.30\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2 \\ &\quad + (0.20\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2 + (0.30\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2 \\ I &= \boxed{0.25\ \text{kg} \cdot \text{m}^2} \end{aligned}$$

b) Calcule el momento de inercia del bastón cuando está orientado como en la figura 8.22.

Aplique la ecuación 8.7 de nuevo ignorando los radios de las bolas de 0.20 kg.

$$\begin{aligned} I = \Sigma mr^2 &= m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} + m_3 r_3^{\,2} + m_4 r_4^{\,2} \\ &= (0.20\ \text{kg})(0)^2 + (0.30\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2 + (0.20\ \text{kg})(0)^2 \\ &\quad + (0.30\ \text{kg})(0.50\ \text{m})^2 \\ I &= \boxed{0.15\ \text{kg} \cdot \text{m}^2} \end{aligned}$$

COMENTARIOS El momento de inercia es menor en el inciso b) ya que en esa configuración las bolas de 0.20 kg en esencia están ubicadas en el eje de rotación.

(*Continúa*)

PREGUNTA 8.9 Si una de las varillas se agranda, ¿cuál ocasionará el mayor cambio en el momento de inercia, la varilla que conecta a las bolas uno y dos o la varilla que conecta a las bolas dos y cuatro?

EJERCICIO 8.9 Se crea otro bastón bizarro tomando cuatro bolas idénticas, cada una con masa de 0.300 kg y colocándolas igual que antes, excepto que una de las varillas tiene una longitud de 1.00 m y la otra de 1.50 m. Calcule el momento de inercia de este bastón a) cuando está orientado como en la figura 8.21, con la varilla vertical más corta y c) cuando está orientado como en la figura 8.22, pero con la varilla vertical más larga.

RESPUESTAS a) 0.488 kg · m^2; b) 0.338 kg · m^2; c) 0.150 kg · m^2

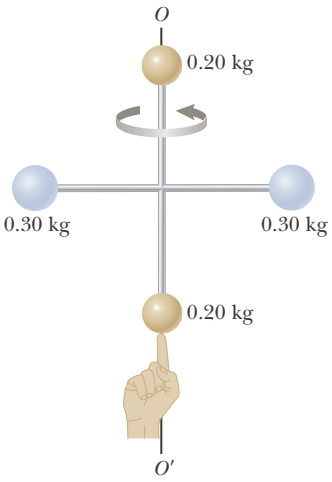


Figura 8.22 (Ejemplo 8.9b) Bastón doble que gira respecto al eje OO'.

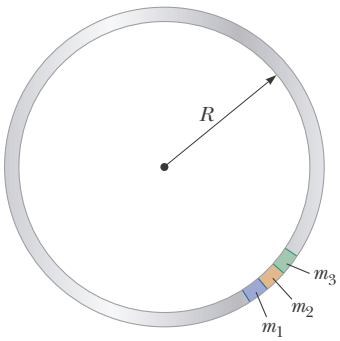


Figura 8.23 Un aro uniforme se puede dividir en un número grande de segmentos pequeños que se encuentran equidistantes del centro del aro.

Cálculo de momentos de inercia para objetos extendidos

El método que se usa para calcular momentos de inercia en el ejemplo 8.9 es simple cuando solo algunos objetos pequeños giran respecto a un eje. Cuando el objeto está extendido, como una esfera, un cilindro o un cono, con frecuencia se requieren técnicas del cálculo, a menos que haya cierta geometría de simplificación. Uno de esos objetos extendidos tratable con una solución simple es un aro que gira respecto a un eje perpendicular a su plano y que pasa por su centro, como se muestra en la figura 8.23 (por ejemplo, un neumático de una bicicleta aproximadamente estaría en esta categoría).

Para evaluar el momento de inercia del aro, aún se puede usar la ecuación $I = \Sigma mr^2$ e imaginar que la masa del aro M está dividida en n segmentos pequeños que tienen masas m_1, m_2, m_3, $\cdots$, m_n, como en la figura 8.23, con $M = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n$. Este enfoque es solo una extensión del problema del bastón descrito en los ejemplos anteriores, excepto que ahora se tiene un número grande de masas pequeñas en rotación en vez de solo cuatro.

La suma de I se puede expresar como

$$I = \Sigma mr^2 = m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} + m_3 r_3^{\,2} + \cdots + m_n r_n^{\,2}$$

Todos los segmentos alrededor del aro están a la *misma distancia* R del eje de rotación, por lo tanto se pueden omitir los subíndices en las distancias y factorizar R^2 para obtener

$$I = (m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n)R^2 = MR^2 \qquad [8.9]$$

Esta expresión se puede usar para el momento de inercia de cualquier objeto con forma de anillo y que gira sobre un eje a través de su centro y perpendicular a su plano. Observe que el resultado es estrictamente válido solo si el espesor del anillo es pequeño en relación con su radio interno.

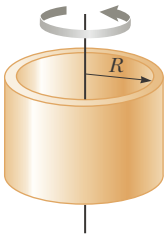
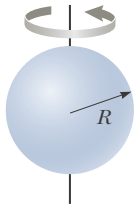
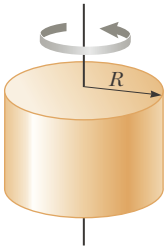
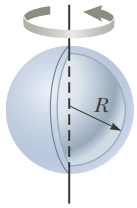
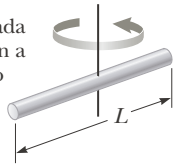
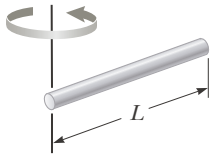
El aro que se seleccionó como ejemplo es el único en el que pudimos determinar una expresión para su momento de inercia usando solo álgebra simple. Por desgracia, para la mayoría de los objetos extendidos el cálculo es mucho más difícil ya que no todos los elementos de masa están ubicados a la misma distancia del eje, por lo que se requieren métodos de cálculo integral. Los momentos de inercia para algunas formas comunes ocurren sin demostración en la tabla 8.1. Es posible usar esta tabla cuando se requiera para determinar el momento de inercia de un cuerpo que tenga cualquiera de las formas listadas.

Si los elementos de masa en un objeto se redistribuyen de forma paralela al eje de rotación, el momento de inercia del objeto no cambia. En consecuencia, la expresión $I = MR^2$ se puede usar igualmente bien para encontrar el momento de inercia axial de un aro bordado o de un tubo de alcantarilla largo. De igual forma, una puerta que gira sobre sus bisagras se describe con la misma expresión del momento de inercia como la que se muestra en la tabla 8.1, para una varilla delgada larga respecto a un eje que pasa a través de su extremo.

Sugerencia 8.3 No existe un solo momento de inercia

El momento de inercia es análogo a la masa, pero hay diferencias importantes. La masa es una propiedad intrínseca de un objeto. El momento de inercia de un objeto depende de la forma de este último, de su masa y de la elección del eje de rotación.

Tabla 8.1 Momentos de inercia para varios objetos rígidos de composición uniforme

Aro o cascarón cilíndrico delgado $I = MR^2$ 	Esfera sólida $I = \frac{2}{5}MR^2$ 
Cilindro o disco sólido $I = \frac{1}{2}MR^2$ 	Cascarón cilíndrico delgado $I = \frac{2}{3}MR^2$ 
Varilla larga, delgada con eje de rotación a través de su centro $I = \frac{1}{12}ML^2$ 	Varilla larga, delgada con eje de rotación a través de un extremo $I = \frac{1}{3}ML^2$ 

EJEMPLO 8.10 Calentando el brazo

OBJETIVO Determinar el momento de inercia y aplicar el análogo rotacional de la segunda ley de Newton.

PROBLEMA Un jugador de béisbol que calienta su brazo antes de un juego lanza una pelota de 0.150 kg, usando solo la rotación de su antebrazo para acelerar la pelota (figura 8.24). El antebrazo tiene una masa de 1.50 kg y la longitud del codo al centro de la bola es de 0.350 m. La pelota parte del reposo y se libera con una rapidez de 30.0 m/s en 0.300 s. **a)** Obtenga la aceleración angular constante del brazo y la pelota. **b)** Calcule el momento de inercia del sistema que consiste en el brazo y la pelota. **c)** Encuentre el par de torsión ejercido sobre el sistema que resulta en la aceleración angular determinada en el inciso a).

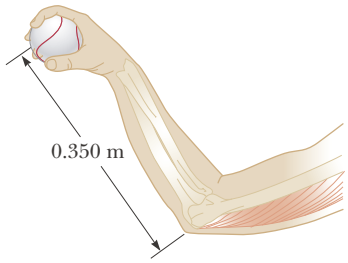


Figura 8.24 (Ejemplo 8.10) Pelota lanzada por un jugador. El brazo se utiliza para acelerar la pelota.

ESTRATEGIA La aceleración angular se puede determinar con ecuaciones cinemáticas rotacionales, en tanto que es posible encontrar el momento de inercia del sistema sumando los momentos de inercia separados de la pelota y el brazo. La pelota se trata como una partícula puntual. Multiplicando estos dos resultados se obtiene el par de torsión.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la aceleración angular de la pelota.

La aceleración angular es constante; por lo tanto use la ecuación cinemática angular con $\omega_i = 0$:

$$\omega = \omega_i + \alpha t \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{\omega}{t}$$

La pelota acelera a lo largo de un arco circular con un radio dado por la longitud del brazo. Despeje ω de $v = r\omega$ y sustituya:

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{v}{rt} = \frac{30.0 \text{ m/s}}{(0.350 \text{ m})(0.300 \text{ s})} = 286 \text{ rad/s}^2$$

(*Continúa*)

b) Encuentre el momento de inercia del sistema (brazo de palanca más pelota).

Encuentre el momento de inercia de la pelota respecto al eje que pasa por el codo, perpendicular al brazo:

$$I_{\text{pelota}} = mr^2 = (0.150\ \text{kg})(0.350\ \text{m})^2 = 1.84 \times 10^{-2}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Obtenga el momento de inercia del antebrazo, modelado como una varilla que gira respecto a un eje a través de un extremo, consultando la tabla 8.1:

$$I_{\text{antebrazo}} = \tfrac{1}{3} ML^2 = \tfrac{1}{3}(1.50\ \text{kg})(0.350\ \text{m})^2 = 6.13 \times 10^{-2}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Sume los momentos de inercia individuales para obtener el momento de inercia del sistema (pelota más antebrazo):

$$I_{\text{sistema}} = I_{\text{pelota}} + I_{\text{antebrazo}} = 7.97 \times 10^{-2}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

c) Determine el par de torsión ejercido sobre el sistema.

Aplique la ecuación 8.8, usando los resultados de los incisos a) y b):

$$\tau = I_{\text{sistema}}\alpha = (7.97 \times 10^{-2}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2)(286\ \text{rad/s}^2) = 22.8\ \text{N} \cdot \text{m}$$

COMENTARIOS Observe que al tener un antebrazo largo se puede aumentar en gran medida el par de torsión y de aquí la aceleración de la pelota. Esta es una razón por la que es ventajoso que un lanzador sea alto: el brazo de lanzamiento es proporcionalmente más largo. Una ventaja similar es válida en el tenis, donde un jugador más alto suele servir más rápido.

PREGUNTA 8.10 ¿Por qué los lanzadores dan un paso hacia adelante al lanzar la pelota? ¿Por qué la sincronización es tan importante?

EJERCICIO 8.10 Una catapulta con un brazo radial de 4.00 m de longitud acelera una bola con una masa de 20.0 kg a través de un cuarto de círculo. La bola sale del aparato a 45.0 m/s. Si la masa del brazo es de 25.0 kg y la aceleración es constante, encuentre a) la aceleración angular, b) el momento de inercia del brazo y la bola y c) el par de torsión neto sobre la bola y el brazo.

Sugerencia: use la ecuación cinemática rotacional independiente del tiempo para obtener la aceleración angular, en lugar de la ecuación de la velocidad angular.

RESPUESTAS a) 40.3 rad/s^2; b) 453 kg · m^2; c) 1.83×10^4 N · m

EJEMPLO 8.11 La caída de una cubeta

OBJETIVO Combinar la segunda ley de Newton con su análogo rotacional.

PROBLEMA Para sacar agua de un pozo se utiliza un carrete cilíndrico, sólido, uniforme y sin fricción con masa $M = 3.00$ kg y radio $R = 0.400$ m (figura 8.25a). Una cubeta con masa $m = 2.00$ kg está atada a una cuerda que está enrollada en torno al cilindro. **a)** Encuentre la tensión T en la cuerda y la aceleración a de la cubeta. **b)** Si la cubeta parte del reposo y cae durante 3.00 s antes de chocar con el agua, ¿qué tan profunda es la caída?

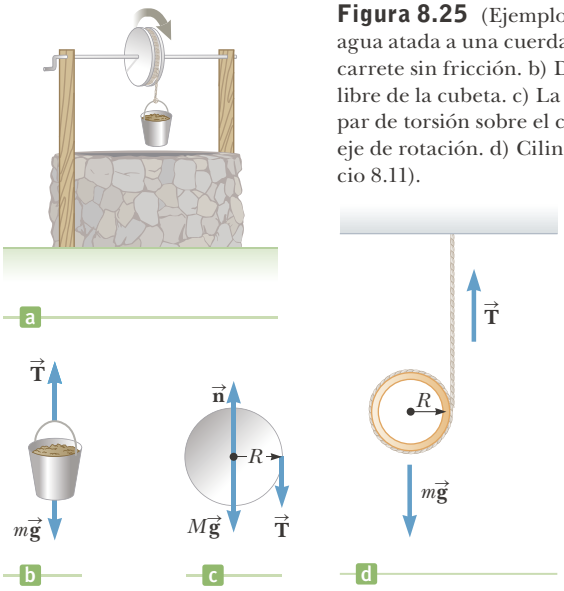


Figura 8.25 (Ejemplo 8.11) a) Cubeta con agua atada a una cuerda que pasa sobre un carrete sin fricción. b) Diagrama de cuerpo libre de la cubeta. c) La tensión produce un par de torsión sobre el cilindro respecto a su eje de rotación. d) Cilindro en caída (ejercicio 8.11).

ESTRATEGIA Este problema implica tres ecuaciones con tres incógnitas. Las tres ecuaciones son la segunda ley de Newton aplicada a la cubeta, $ma = \Sigma F_i$; la versión rotacional de la segunda ley aplicada al cilindro, $I\alpha = \Sigma\tau_i$ y la relación entre la aceleración lineal y la angular, $a = r\alpha$, la cual conecta la dinámica de la cubeta y el cilindro. Las tres incógnitas son la aceleración a de la cubeta, la aceleración angular a del cilindro y la tensión T en la cuerda. Agrupe los términos de las tres ecuaciones y despeje las tres incógnitas por sustitución. El inciso b) es un repaso de cinemática.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la tensión en la cuerda y la aceleración de la cubeta.

Aplique la segunda ley de Newton en la figura 8.25b. Hay dos fuerzas: la tensión $\vec{\mathbf{T}}$ que actúa hacia arriba y la gravedad $m\vec{\mathbf{g}}$ que actúa hacia abajo.

1) $ma = -mg + T$

Aplique $\tau = I\alpha$ al cilindro en la figura 8.25c:

$\sum\tau = I\alpha = \frac{1}{2}MR^2\alpha$ (cilindro sólido)

Observe que la aceleración angular ocurre en el sentido de las manecillas del reloj; por lo tanto, el par de torsión es negativo. Las fuerzas normal y de la gravedad tienen brazo de momento cero tal que no contribuyen al par de torsión.

2) $-TR = \frac{1}{2}MR^2\alpha$

Despeje T y sustituya $\alpha = a/R$ (observe que tanto α como a son negativas):

3) $T = -\frac{1}{2}MR\alpha = -\frac{1}{2}Ma$

Sustituya las expresiones para T en la ecuación 3) y la ecuación 1) y despeje la aceleración:

$$ma = -mg - \tfrac{1}{2}Ma \quad \rightarrow \quad a = -\frac{mg}{m + \frac{1}{2}M}$$

Sustituya los valores de m, M y g, obteniendo a, luego sustituya a en la ecuación 3) para obtener T:

$a = -5.60\ \text{m/s}^2$ $\quad T = 8.40\ \text{N}$

b) Encuentre la distancia que cae el cubo en 3.00 s.

Aplique la ecuación cinemática del desplazamiento para aceleración constante, con $t = 3.00$ s y $v_0 = 0$:

$\Delta y = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = -\frac{1}{2}(5.60\ \text{m/s}^2)(3.00\ \text{s})^2 = -25.2\ \text{m}$

COMENTARIOS El manejo apropiado de los signos es muy importante en este problema. Todos los signos deben elegirse al inicio y verificar de forma matemática y física. Por ejemplo, en este problema tanto la aceleración angular α como la aceleración a son negativas; por lo tanto, se aplica $\alpha = a/R$. Si la cuerda se hubiera enrollado de otra manera en el cilindro, causando una rotación en sentido contrario a las manecillas del reloj, el par podría haber sido positivo, y la relación habría sido $\alpha = -a/R$, con el doble negativo haciendo el lado derecho positivo, al igual que el lado izquierdo.

PREGUNTA 8.11 ¿Cuál es el cambio en la aceleración y la tensión si la mayor parte de la masa del carrete estuviera en su borde?

EJERCICIO 8.11 Un cilindro hueco con masa de 0.100 kg y radio de 4.00 cm tiene una cuerda enrollada varias veces a su alrededor, como en la figura 8.25d. Si la cuerda está atada a un soporte rígido y se permite que el cilindro caiga del reposo, encuentre a) la aceleración del cilindro y b) la rapidez del cilindro cuando se desenrolla un metro de cuerda.

RESPUESTAS a) $-4.90\ \text{m/s}^2$; b) 3.13 m/s

8.6 Energía cinética rotacional

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la energía cinética de un objeto giratorio y ampliar el teorema del trabajo y de la energía para incluirlo.
2. Aplicar el teorema del trabajo y de la energía a los sistemas que implican rotación.

En el capítulo 5 se definió la energía cinética de una partícula que se mueve por el espacio con una rapidez v dada por la cantidad $\frac{1}{2}mv^2$. De forma análoga, **un objeto que gira respecto a un eje con una rapidez angular ω tiene una energía cinética rotacional dada por $\frac{1}{2}I\omega^2$**. Para demostrar esto, considere un objeto con forma de una placa delgada y rígida que gira respecto a un eje perpendicular a su plano, como en la figura 8.26. La placa consta de muchas partículas pequeñas, cada una de masa m. Todas estas partículas giran en trayectorias circulares en torno al eje. Si r es la dis-

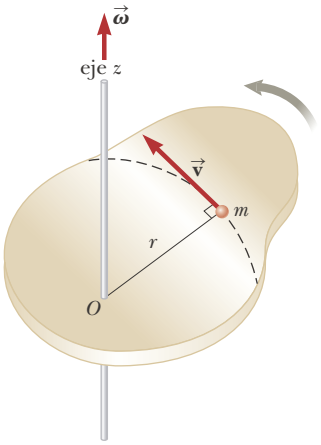


Figura 8.26 Una placa rígida gira alrededor del eje z con rapidez angular v. La energía cinética de una partícula de masa m es $\frac{1}{2}mv^2$. La energía cinética total de la placa es $\frac{1}{2}I\omega^2$.

tancia de una de las partículas desde el eje de rotación, la rapidez de esa partícula es $v = r\omega$. Dado que la energía cinética *total* de la rotación de la placa es la suma de todas las energías cinéticas asociadas con sus partículas, se tiene

$$EC_r = \sum(\tfrac{1}{2}mv^2) = \sum(\tfrac{1}{2}mr^2\omega^2) = \tfrac{1}{2}(\sum mr^2)\omega^2$$

En el último paso se factorizó el término ω^2 ya que es el mismo para cada partícula. Ahora, la cantidad entre paréntesis a la derecha es el momento de inercia de la placa en el límite cuando el tamaño de las partículas tiende a cero, por lo tanto

$$EC_r = \tfrac{1}{2}I\omega^2 \qquad [8.10]$$

donde $I = \Sigma mr^2$ es el momento de inercia de la placa.

Un sistema como una bola de boliche que rueda hacia abajo por una rampa es descrito por tres tipos de energía: **energía gravitacional EP_g, energía cinética de traslación EC_t** y **energía cinética rotacional EC_r.** Todas estas formas más las energías potenciales de cualesquiera fuerzas conservativas, deben incluirse en nuestra ecuación para la conservación de la energía mecánica de un sistema aislado:

Conservación de la energía mecánica ▶

$$(EC_t + EC_r + EP)_i = (EC_t + EC_r + EC)_f \qquad [8.11]$$

donde i y f se refieren a los valores inicial y final, respectivamente, y EP incluye las energías potenciales de todas las fuerzas conservativas en un problema dado. Esta relación es cierta *solo* si se ignoran las fuerzas disipativas como la fricción. De lo contrario, es necesario recurrir a una generalización del teorema del trabajo y de la energía:

Teorema del trabajo y de la energía incluyendo energía totacional ▶

$$W_{nc} = \Delta EC_t + \Delta EC_r + \Delta EP \qquad [8.12]$$

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Métodos de energía y rotación

1. **Elija dos puntos de interés**, uno donde se conozca toda la información necesaria y el otro donde se desee obtener información.
2. **Identifique** las fuerzas conservativas y no conservativas que actúan sobre el sistema que se analiza.
3. **Escriba el teorema general del trabajo y la energía**, ecuación 8.12, o ecuación 8.11 si todas las fuerzas son conservativas.
4. **Sustituya las expresiones generales** para los términos en la ecuación.
5. **Utilice $v = r\omega$** para eliminar ω o v de la ecuación.
6. **Calcule** las incógnitas.

EJEMPLO 8.12 Una bola rodando por un plano inclinado

OBJETIVO Combinar la energía gravitacional, traslacional y rotacional.

PROBLEMA Una bola de masa M y radio R parte del reposo a una altura de $h = 2.00$ m y rueda hacia abajo por una pendiente con $\theta = 30.0°$, como en la figura 8.27. ¿Cuál es la rapidez lineal de la bola cuando sale del plano inclinado? Suponga que la bola rueda sin deslizarse.

ESTRATEGIA Los dos puntos de interés son las partes superior e inferior del plano inclinado; la parte inferior actúa como el punto cero de energía potencial gravitacional. Conforme la bola rueda hacia abajo por la rampa, la energía potencial gravitacional se conserva en energía cinética de traslación y rotacional sin disipación, por lo tanto la conservación de la energía mecánica se puede aplicar usando la ecuación 8.11.

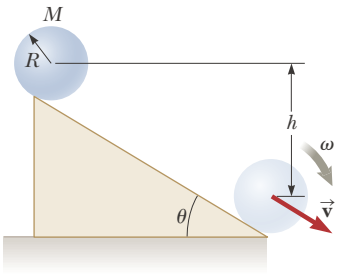


Figura 8.27 (Ejemplo 8.12) Una bola parte del reposo en la parte superior de un plano inclinado y rueda hacia abajo hasta el fondo sin deslizarse.

SOLUCIÓN

Aplique la conservación de la energía con $EP = EP_g$, la energía potencial asociada con la gravedad:

$$(EC_t + EC_r + EP_g)_i = (EC_t + EC_r + EC_g)_f$$

Sustituya las expresiones generales apropiadas, observando que $(EC_t)_i = (EC_r)_i = 0$ y $(EP_g)_f = 0$ (obtenga el momento de inercia de una bola de la tabla 8.1):

$$0 + 0 + Mgh = \tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{2}(\tfrac{2}{5}MR^2)\omega^2 + 0$$

La bola rueda sin deslizarse; por lo tanto $R\omega = v$, se puede aplicar la condición "sin deslizamiento":

$$Mgh = \tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{5}Mv^2 = \tfrac{7}{10}Mv^2$$

Despeje v, observe que M se elimina:

$$v = \sqrt{\frac{10gh}{7}} = \sqrt{\frac{10(9.80\ \text{m/s}^2)(2.00\ \text{m})}{7}} = 5.29\ \text{m/s}$$

COMENTARIOS Observe que la rapidez de traslación es menor que la de un bloque que se desliza hacia abajo por una pendiente sin fricción, $v = \sqrt{2gh}$. Eso se debe a que parte de la energía potencial original debe usarse para incrementar la energía cinética rotacional.

PREGUNTA 8.12 Ordene de más rápido a menos rápido: a) una bola sólida que rueda hacia abajo por una rampa sin deslizarse, b) un cilindro que rueda hacia abajo por la misma rampa sin deslizarse, c) un bloque que se desliza hacia abajo por una rampa sin fricción con la misma altura y pendiente.

EJERCICIO 8.12 Repita este ejemplo para un cilindro sólido con la misma masa y el mismo radio que la bola liberada desde la misma altura. En una carrera entre los dos objetos en el plano inclinado, ¿cuál ganaría?

RESPUESTA $v = \sqrt{4gh/3} = 5.11$ m/s; la bola ganaría.

Cuestionario rápido

8.4 Dos esferas, una hueca y la otra sólida, giran con la misma rapidez angular respecto a un eje a través de sus centros. Las dos esferas tienen la misma masa y el mismo radio. ¿Cuál tiene la mayor energía cinética rotacional?, si es que hay alguna diferencia. a) La esfera hueca. b) La esfera sólida. c) Tienen la misma energía cinética.

EJEMPLO 8.13 Dos bloques y una polea

OBJETIVO Resolver un sistema que requiere conceptos de rotación y el teorema del trabajo y la energía.

PROBLEMA Dos bloques con masas $m_1 = 5.00$ kg y $m_2 = 7.00$ kg están atados con una cuerda como en la figura 8.28a, sobre una polea con masa $M = 2.00$ kg. La polea, que gira sobre un eje sin fricción, es un cilindro hueco con radio de 0.050 0 m sobre la cual la cuerda se mueve sin deslizarse. La superficie horizontal tiene un coeficiente de fricción cinética de 0.350. Determine la rapidez del sistema cuando el bloque de masa m_2 ha caído 2.00 m.

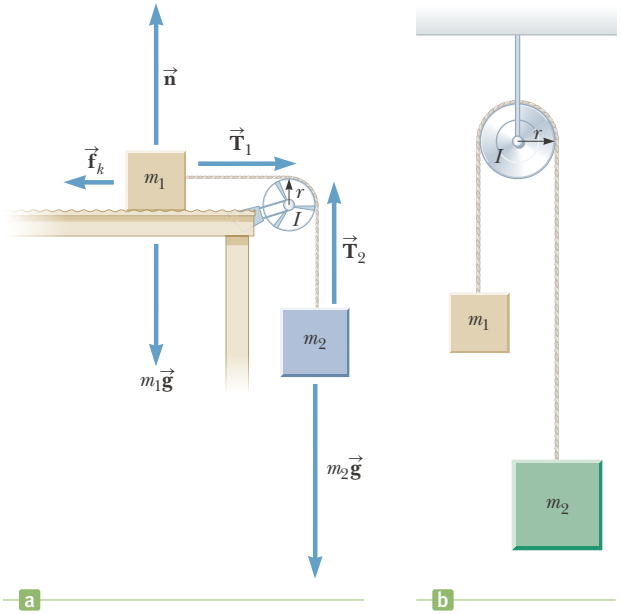


Figura 8.28 a) (Ejemplo 8.13) $\vec{\mathbf{T}}_1$ y $\vec{\mathbf{T}}_2$ ejercen pares de torsión sobre la polea. b) (Ejercicio 8.13.)

(*Continúa*)

ESTRATEGIA Este problema se puede resolver con la extensión del teorema del trabajo y la energía, ecuación 8.12. Si el bloque de masa m_2 cae de una altura h a 0, entonces el bloque de masa m_1 se mueve la misma distancia, $\Delta x = h$. Aplique el teorema del trabajo y la energía, despeje v y sustituya. La fricción cinética es la única fuerza no conservativa.

SOLUCIÓN

Aplique el teorema del trabajo y la energía, con $EP = EP_g$, la energía potencial asociada con la gravedad:

$$W_{nc} = \Delta EC_t + \Delta EC_r + \Delta EP_g$$

Sustituya el trabajo friccional para W_{nc}, los cambios en la energía cinética para los dos bloques, el cambio en energía cinética rotacional para la polea y el cambio en energía potencial para el segundo bloque:

$$-\mu_k n\,\Delta x = -\mu_k(m_1 g)\,\Delta x = (\tfrac{1}{2}m_1 v^2 - 0) + (\tfrac{1}{2}m_2 v^2 - 0) + (\tfrac{1}{2}I\omega^2 - 0) + (0 - m_2 g h)$$

Sustituya $\Delta x = h$ y escriba I como $(I/r^2)r^2$:

$$-\mu_k(m_1 g)h = \tfrac{1}{2}m_1 v^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v^2 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{I}{r^2}\right)r^2\omega^2 - m_2 g h$$

Para un aro, $I = Mr^2$, por lo tanto $(I/r^2) = M$. Sustituya esta cantidad y $v = r\omega$:

$$-\mu_k(m_1 g)h = \tfrac{1}{2}m_1 v^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v^2 + \tfrac{1}{2}Mv^2 - m_2 g h$$

Despeje v:

$$m_2 g h - \mu_k(m_1 g)h = \tfrac{1}{2}m_1 v^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v^2 + \tfrac{1}{2}Mv^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2 + M)v^2$$
$$v = \sqrt{\frac{2gh(m_2 - \mu_k m_1)}{m_1 + m_2 + M}}$$

Sustituya $m_1 = 5.00$ kg, $m_2 = 7.00$ kg, $M = 2.00$ kg, $g = 9.80$ m/s^2, $h = 2.00$ m y $\mu_k = 0.350$:

$$v = 3.83 \text{ m/s}$$

COMENTARIOS En la expresión para la rapidez v, tanto la masa m_1 del primer bloque como la masa M de la polea aparecen en el denominador, reduciendo la rapidez, como deberían. En el numerador, m_2 es positiva en tanto que el término de la fricción es negativo. Las dos afirmaciones son razonables ya que la fuerza de gravedad sobre m_2 aumenta la rapidez del sistema en tanto que la fuerza de fricción sobre m_1 la disminuye. Este problema también se puede resolver con la segunda ley de Newton junto con $\tau = I\alpha$, lo que sería un buen ejercicio.

PREGUNTA 8.13 ¿Cuál es el efecto en la respuesta final si se incrementa el radio de la polea? Suponga que los cables de las poleas no cambian y la masa tampoco.

EJERCICIO 8.13 Dos bloques con masas $m_1 = 2.00$ kg y $m_2 = 9.00$ kg están atados sobre una polea con masa $M = 3.00$ kg y cuelgan directamente hacia abajo como en una máquina de Atwood (figura 8.28b). La polea es un cilindro sólido con un radio de 0.050 0 m y se tiene cierta fricción en el eje. El sistema se libera del reposo y el resorte se mueve sin deslizarse sobre la polea. Si la masa mayor viaja a una rapidez de 2.50 m/s cuando ha caído 1.00 m, ¿cuánta energía mecánica se perdió debido a la fricción en el eje de la polea?

RESPUESTA 29.5 J

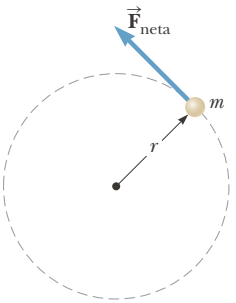


Figura 8.29 Objeto de masa m que gira en una trayectoria circular bajo la acción de un par de torsión constante.

8.7 Cantidad de movimiento angular

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la cantidad de movimiento angular y enunciar la segunda ley rotacional en términos de ella.
2. Enunciar y aplicar el principio de la conservación de la cantidad de movimiento angular.

En la figura 8.29, un objeto de masa m gira en una trayectoria de radio r, sometida por una fuerza neta $\vec{F}_{neta}$. El par de torsión neto que resulta sobre el objeto aumenta su rapidez angular del valor ω_0 al valor ω en un intervalo de tiempo Δt. Por lo tanto, se puede escribir

$$\sum\tau = I\alpha = I\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = I\left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta t}\right) = \frac{I\omega - I\omega_0}{\Delta t}$$

Si se define el producto

$$L \equiv I\omega \qquad [8.13]$$

como la **cantidad de movimiento angular** del objeto, entonces se puede escribir

$$\sum\tau = \frac{\text{cambio en la cantidad de movimiento angular}}{\text{intervalo de tiempo}} = \frac{\Delta L}{\Delta t} \qquad [8.14]$$

La ecuación 8.14 es el análogo rotacional de la segunda ley de Newton, la cual se puede reescribir en la forma $F = \Delta p/\Delta t$, que establece que **el par de torsión neto que actúa sobre un objeto es igual a la razón de cambio de la cantidad de movimiento angular del objeto respecto al tiempo**. Recuerde que esta ecuación también equivale al teorema del impulso y la cantidad de movimiento.

Cuando el par de torsión externo neto ($\Sigma\tau$) que actúa sobre un sistema es cero. La ecuación 8.14 da $\Delta L/\Delta t = 0$, lo cual establece que la razón de cambio de la cantidad de movimiento del sistema respecto al tiempo es cero. Entonces se puede obtener el resultado importante siguiente:

◀ Conservación de la cantidad de movimiento angular

Sean L_i y L_f las cantidades de movimiento angular en dos tiempos diferentes y suponga que no hay un par de torsión externo neto, por lo tanto $\Sigma\tau = 0$. Entonces

$$L_i = L_f \qquad [8.15]$$

y se dice que la cantidad de movimiento angular se *conserva*.

La ecuación 8.15 nos proporciona una tercera ley de conservación para sumarla a nuestra lista: **la conservación de la cantidad de movimiento angular**. Ahora es posible afirmar que **la energía mecánica, la cantidad de movimiento lineal y la cantidad de movimiento angular de un sistema aislado permanecen constantes**.

Si el momento de inercia de un sistema giratorio aislado cambia, la rapidez angular del sistema variará. Entonces la conservación de la cantidad de movimiento angular requiere que

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f \qquad \text{si} \qquad \sum\tau = 0 \qquad [8.16]$$

Observe que la conservación de la cantidad de movimiento angular se aplica a objetos macroscópicos como planetas y personas, pero también a los átomos y las moléculas. Existen muchos ejemplos de conservación de la cantidad de movimiento angular; uno de los más representativos es el de un patinador artístico que gira al final de su presentación. En la figura 8.30a, el patinador coloca sus brazos y piernas cerca de su cuerpo, reduciendo así la distancia hacia su eje de rotación y también disminuye su momento de inercia. Al conservar la cantidad de movimiento angular, una reducción en su momento

APLICACIÓN
Patinaje artístico

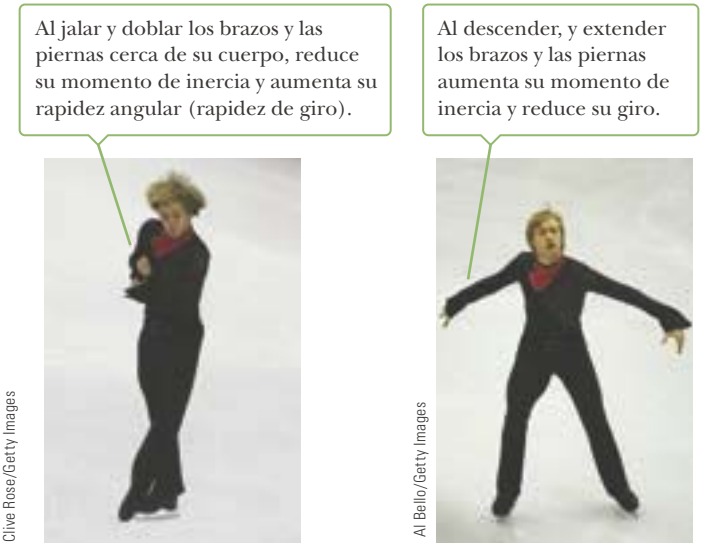
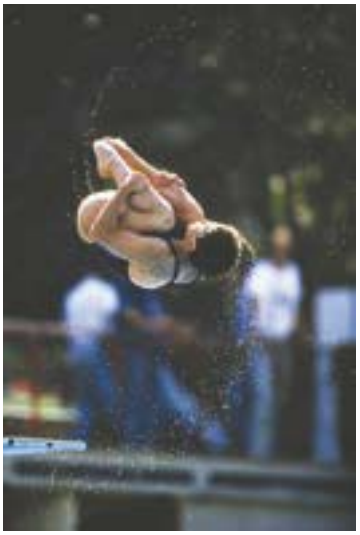


Figura 8.30 Evgeni Plushenko modifica su momento de inercia para cambiar su rapidez angular.


Action Plus/Stone/Getty Images

Al compactar su cuerpo, una clavadista disminuye su momento de inercia y así aumenta su rapidez angular.

de inercia debe aumentar su rapidez angular. Al salir del giro en la figura 8.30b, necesita reducir su rapidez angular, por lo que extiende los brazos y las piernas; de esta forma aumenta su momento de inercia y, por ende, disminuye su rotación.

APLICACIÓN
Saltos mortales aéreos

De manera similar, cuando una clavadista o una acróbata quiere efectuar varios saltos mortales retrae sus pies y sus manos hacia el tronco de su cuerpo con objeto de girar con una rapidez angular mayor. En este caso, la fuerza externa debida a la gravedad actúa a través de su centro de gravedad y, por lo tanto, no ejerce un par de torsión respecto a su eje de rotación, de modo que la cantidad de movimiento angular en relación con su centro de gravedad se conserva. Por ejemplo, cuando una clavadista desea duplicar su rapidez angular, debe reducir su momento de inercia a la mitad de su valor inicial.

Un interesante ejemplo astrofísico de la conservación de la cantidad de movimiento angular ocurre cuando una estrella masiva, al final de su ciclo de vida, agota todo su combustible y colapsa bajo la influencia de las fuerzas gravitacionales, lo que ocasiona una explosión gigantesca de energía denominada supernova. El ejemplo mejor estudiado de remanente de una explosión supernova es la Nebulosa del Cangrejo, que es una masa de gas caótica en expansión (figura 8.31). En una supernova, parte de la masa de la estrella se expulsa hacia el espacio, donde al paso del tiempo se condensa en nuevas estrellas y planetas. Es común que la mayor parte de lo que queda atrás colapse en una **estrella de neutrones**, que es una esfera de materia en extremo densa con un diámetro de aproximadamente 10 km, reducida en gran medida del diámetro de 10^6 km de la estrella original y que contiene una gran parte de su masa original. En una estrella de neutrones, la presión se vuelve tan grande que los electrones se combinan con protones, convirtiéndose en neutrones. Conforme el momento de inercia del sistema disminuye durante el colapso, la rapidez rotacional de la estrella aumenta. Se han identificado más de 700 estrellas de neutrones que giran muy rápido desde su descubrimiento en 1967, con periodos de rotación que varían desde un milisegundo hasta varios segundos. La estrella de neutrones es un sistema extraordinario, ¡es un objeto con una masa mayor que la del Sol, que cabe bien dentro del espacio de un país pequeño y que gira tan rápido que la rapidez tangencial de su superficie se aproxima a una fracción considerable de la rapidez de la luz!

APLICACIÓN
Estrellas de neutrones que rotan

Cuestionario rápido

8.5 Un disco horizontal con momento de inercia I_1 gira con rapidez angular ω_1 respecto a un eje vertical sin fricción. Un segundo disco con momento de inercia I_2 cae en el primero, inicialmente sin girar pero compartiendo el mismo eje que el primer disco. Debido a que sus superficies son rugosas, con el tiempo los dos discos alcanzan la misma rapidez angular ω. La razón ω/ω_1 es igual a a) I_1/I_2 b) I_2/I_1 c) $I_1/(I_1 + I_2)$ d) $I_2/(I_1 + I_2)$

8.6 Si el calentamiento global continúa, es probable que el hielo de los casquetes polares de la Tierra se derrita y que el agua se distribuya más cerca del ecuador. Si esto sucede, ¿la duración del día a) aumentaría, b) disminuiría o c) permanecería igual?

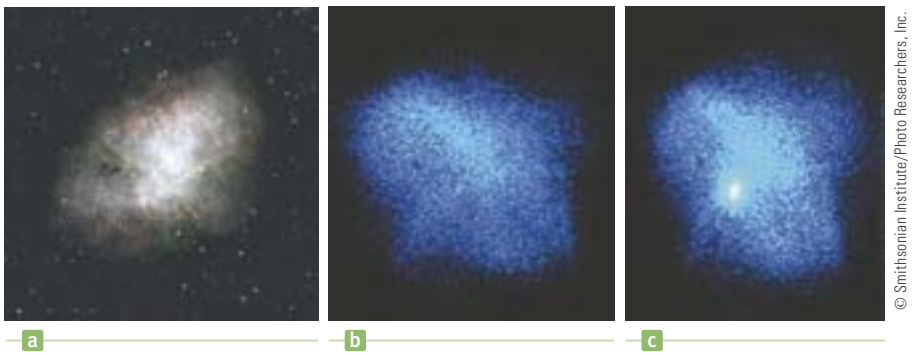


Figura 8.31 a) Nebulosa del Cangrejo en la constelación de Tauro. Esta nebulosa es el remanente de una supernova vista en la Tierra en 1054 d.C. Está ubicada a unos 6 300 años luz de la Tierra, su diámetro es de aproximadamente seis años luz y aún se expande. Un pulsar muy adentro de la nebulosa destella 30 veces cada segundo. b) Sin destello del pulsar. c) Destello del pulsar.

EJEMPLO 8.14 El banco giratorio

OBJETIVO Aplicar la conservación de la cantidad de movimiento angular a un sistema simple.

PROBLEMA Un estudiante se sienta en un banco giratorio al tiempo que sostiene un par de pesas en sus manos (consulte la figura 8.32). El banco puede girar respecto a un eje vertical con fricción despreciable. El momento de inercia del estudiante, de las pesas y del banco es de 2.25 kg · m^2. El estudiante se pone en movimiento con sus brazos extendidos, dando una vuelta completa cada 1.26 s. **a)** ¿Cuál es la rapidez angular inicial del sistema? **b)** conforme gira, jala las pesas hacia adentro de manera que el nuevo momento de inercia del sistema (estudiante, objetos y banco) ahora es de 1.80 kg · m^2. ¿Cuál es la nueva rapidez angular del sistema? **c)** Encuentre el trabajo realizado por el estudiante sobre el sistema mientras jala las pesas (ignore la energía perdida en la disipación de sus músculos).

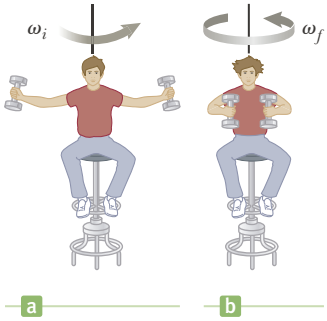


Figura 8.32 (Ejemplo 8.14) a) A un estudiante se le da una rapidez angular inicial mientras sostiene dos pesas con sus brazos extendidos. b) La rapidez angular aumenta conforme el estudiante jala las pesas hacia adentro.

ESTRATEGIA a) La rapidez angular se puede obtener a partir de la frecuencia, que es el inverso del periodo. b) No hay pares de torsión externos actuando sobre el sistema; por lo tanto, la nueva rapidez angular se puede encontrar con el principio de la conservación de la cantidad de movimiento angular. c) El trabajo realizado sobre el sistema durante este proceso es el mismo que el del cambio en la energía cinética rotacional del sistema.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez angular inicial del sistema.

Invierta el periodo para obtener la frecuencia y multiplique por 2π:

$$\omega_i = 2\pi f = 2\pi/T = \boxed{4.99 \text{ rad/s}}$$

b) Después de que jala las pesas hacia adentro, ¿cuál es la nueva rapidez angular del sistema?

Iguale las cantidades de movimiento inicial y final del sistema:

$$\textbf{1)} \quad L_i = L_f \rightarrow I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

Sustituya y despeje la rapidez angular final ω_f:

$$\textbf{2)} \quad (2.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(4.99 \text{ rad/s}) = (1.80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)\omega_f$$
$$\omega_f = \boxed{6.24 \text{ rad/s}}$$

c) Encuentre el trabajo que el estudiante realiza sobre el sistema.

Aplique el teorema del trabajo y de la energía:

$$W_{\text{estudiante}} = \Delta K_r = \tfrac{1}{2}I_f\omega_f^2 - \tfrac{1}{2}I_i\omega_i^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(1.80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(6.24 \text{ rad/s})^2$$
$$- \tfrac{1}{2}(2.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(4.99 \text{ rad/s})^2$$
$$W_{\text{estudiante}} = \boxed{7.03 \text{ J}}$$

COMENTARIOS Si bien la cantidad de movimiento angular del sistema se conserva, la energía mecánica no debido a que el estudiante realiza trabajo sobre el sistema.

PREGUNTA 8.14 Si el estudiante de repente suelta las pesas, su rapidez angular ¿aumentará, disminuirá o permanecerá igual?

EJERCICIO 8.14 Una estrella con un radio inicial de 1.0×10^8 m y un periodo de 30.0 días colapsa de repente a un radio de 1.0×10^4 m. Determine el periodo de rotación después del colapso. b) Obtenga el trabajo realizado por la gravedad durante el colapso si la masa de la estrella es de 2.0×10^{30} kg. c) ¿Cuál es la rapidez de una persona indestructible de pie sobre el ecuador de la estrella colapsada? (Ignore todos los efectos relativistas o físicos, y suponga que la estrella es esférica antes y después de colapsar).

RESPUESTAS a) 2.6×10^{-2} s; b) 2.3×10^{42} J; c) 2.4×10^6 m/s

EJEMPLO 8.15 El carrusel

OBJETIVO Aplicar la conservación de la cantidad de movimiento angular mientras se combinan dos momentos de inercia.

PROBLEMA Un carrusel modelado como un disco de masa $M = 1.00 \times 10^2$ kg y radio $R = 2.00$ m gira en un plano horizontal respecto a un eje vertical sin fricción (la figura 8.33 es una vista superior del sistema). **a)** Después de que una estu-

(*Continúa*)

diante con masa $m = 60.0$ kg salta sobre el borde del carrusel, la rapidez angular del sistema disminuye a 2.00 rad/s. Si la estudiante camina lentamente desde el borde hacia el centro, **a)** encuentre la rapidez angular del sistema cuando ella llega a un punto a 0.500 m del centro. **b)** Encuentre el cambio en la energía cinética rotacional del sistema causado por su movimiento a $r = 0.500$ m. **c)** Obtenga el trabajo realizado sobre la estudiante cuando camina a $r = 0.500$ m.

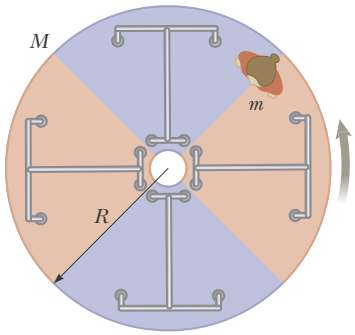


Figura 8.33 (Ejemplo 8.15) Conforme la estudiante camina hacia el centro del carrusel, el momento de inercia I de sistema disminuye. Dado que la cantidad de movimiento se conserva y $L = I\omega$, la rapidez angular debe aumentar.

ESTRATEGIA Este problema se puede resolver con la conservación de la cantidad de movimiento angular, al igualar la cantidad de movimiento angular inicial del sistema cuando la estudiante se coloca en el borde con la cantidad de movimiento angular que resulta cuando la estudiante llega a $r = 0.500$ m. La clave es encontrar los diferentes momentos de inercia.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez angular cuando la estudiante llega al punto de 0.500 m del centro.

Calcule el momento de inercia del disco, I_D:

$$I_D = \tfrac{1}{2}MR^2 = \tfrac{1}{2}(1.00 \times 10^2 \text{ kg})(2.00 \text{ m})^2 = 2.00 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Calcule el momento de inercia inicial de la estudiante. Este es el mismo que el momento de inercia de una masa a una distancia R del eje:

$$I_{Si} = mR^2 = (60.0 \text{ kg})(2.00 \text{ m})^2 = 2.40 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Sume los dos momentos de inercia y multiplique por la rapidez angular inicial para encontrar L_i, la cantidad de movimiento angular del sistema:

$$L_i = (I_D + I_{Si})\omega_i = (2.00 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 2.40 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(2.00 \text{ rad/s}) = 8.80 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

Calcule el momento de inercia final de la estudiante, I_{Sf}, cuando se encuentra a 0.500 m del centro:

$$I_{Sf} = mr_f^2 = (60.0 \text{ kg})(0.50 \text{ m})^2 = 15.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

El momento de inercia de la plataforma no cambia. Súmelo al momento de inercia final de la estudiante y multiplique por la rapidez angular final desconocida para encontrar L_f:

$$L_f = (I_D + I_{Sf})\omega_f = (2.00 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 15.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)\omega_f = (2.15 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)\omega_f$$

Iguale las cantidades de movimiento angular inicial y final, y despeje la rapidez angular final del sistema:

$$L_i = L_f$$
$$(8.80 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}) = (2.15 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)\omega_f$$
$$\omega_f = \boxed{4.09 \text{ rad/s}}$$

b) Encuentre el cambio en la energía cinética rotacional del sistema.

Calcule la energía cinética inicial del sistema:

$$EC_i = \tfrac{1}{2}I_i\omega_i^2 = \tfrac{1}{2}(4.40 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(2.00 \text{ rad/s})^2 = 8.80 \times 10^2 \text{ J}$$

Calcule la energía cinética final del sistema:

$$EC_f = \tfrac{1}{2}I_f\omega_f^2 = \tfrac{1}{2}(215 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(4.09 \text{ rad/s})^2 = 1.80 \times 10^3 \text{ J}$$

Calcule el cambio en la energía cinética del sistema:

$$EC_f - EC_i = \boxed{920 \text{ J}}$$

c) Obtenga el trabajo realizado sobre la estudiante.

La estudiante experimenta un cambio en la energía cinética que es igual al trabajo realizado sobre ella. Aplique el teorema del trabajo y la energía:

$$W = \Delta EC_{\text{estudiante}} = \tfrac{1}{2}I_{Sf}\omega_f^2 - \tfrac{1}{2}I_{Si}\omega_i^2 = \tfrac{1}{2}(15.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(4.09 \text{ rad/s})^2 - \tfrac{1}{2}(2.40 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(2.00 \text{ rad/s})^2$$
$$W = \boxed{-355 \text{ J}}$$

COMENTARIOS La cantidad de movimiento angular no cambia por las fuerzas internas; sin embargo, la energía cinética aumenta debido a que la estudiante debe realizar un trabajo positivo a fin de caminar hacia el centro de la plataforma.

PREGUNTA 8.15 En este ejemplo, ¿se viola la conservación de la energía? Explique por qué hay un cambio neto positivo en la energía mecánica. ¿Cuál es el origen de esta energía?

EJERCICIO 8.15 a) Encuentre la rapidez angular del carrusel antes de que la estudiante salte, suponiendo que ella no transfirió ninguna cantidad de movimiento o de energía cuando saltó sobre el carrusel. b) ¿En cuánto cambió la energía cinética del sistema cuando saltó? Observe que la energía se pierde en este proceso, como es de esperar, dado que en esencia se trata de un choque perfectamente inelástico.

RESPUESTAS a) 4.40 rad/s; b) $EC_f - EC_i = -1.06 \times 10^3$ J.

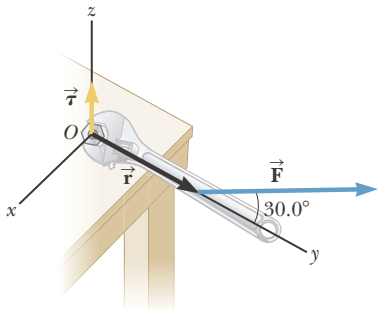
RESUMEN

8.1 Par de torsión

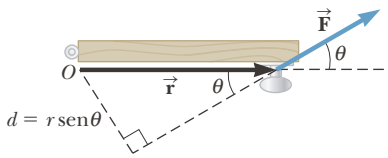
Sea $\vec{\mathbf{F}}$ una fuerza que actúa sobre un objeto y sea $\vec{\mathbf{r}}$ un vector posición desde un punto elegido O hasta el punto de aplicación de la fuerza. Entonces la magnitud del par de torsión $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ está dada por

$$\tau = rF \operatorname{sen} \theta \qquad [8.2]$$

donde r es la longitud del vector posición, F la magnitud de la fuerza y θ el ángulo entre $\vec{\mathbf{F}}$ y $\vec{\mathbf{r}}$.



El par de torsión en O depende de la distancia hasta el punto de aplicación de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ y de la magnitud y dirección de la fuerza.



Una interpretación alterna del par de torsión comprende el concepto de un brazo de palanca $d = r \operatorname{sen} \theta$ que es perpendicular a la fuerza.

La cantidad $d = r \operatorname{sen} \theta$ se denomina *brazo de palanca* de la fuerza.

8.2 Par de torsión y las dos condiciones para el equilibrio

Un objeto en equilibrio mecánico debe satisfacer las dos condiciones siguientes:

1. La fuerza externa neta debe ser cero: $\sum \vec{\mathbf{F}} = 0$.
2. El par de torsión externo neto debe ser cero: $\sum \vec{\boldsymbol{\tau}} = 0$.

Estas dos condiciones, que se usan para resolver problemas que implican la rotación en un plano, resultan en tres ecuaciones con tres incógnitas, dos de la primera condición (correspondientes a las componentes x y y de la fuerza) y una de la segunda condición, a partir de los pares de torsión. Estas ecuaciones deben resolverse de manera simultánea.

8.5 Relación entre el par de torsión y la aceleración angular

El **momento de inercia** de un grupo de partículas es

$$I \equiv \Sigma m r^2 \qquad [8.7]$$

Si un cuerpo rígido que puede girar sobre un eje fijo tiene un par de torsión externo neto $\Sigma\tau$ que actúa sobre él, entonces el objeto experimenta una aceleración angular a, donde

$$\Sigma\tau = I\alpha \qquad [8.8]$$

Esta ecuación es el equivalente rotacional de la segunda ley del movimiento.

Los problemas se resuelven usando la ecuación 8.8 junto con la segunda ley de Newton y realizando las ecuaciones resultantes de manera simultánea. La relación $a = r\alpha$ con frecuencia es clave para relacionar las ecuaciones de traslación con las ecuaciones rotacionales.

8.6 Energía cinética rotacional

Si un objeto rígido gira sobre un eje fijo con rapidez angular ω, su **energía cinética rotacional es**

$$EC_r = \tfrac{1}{2} I\omega^2 \qquad [8.10]$$

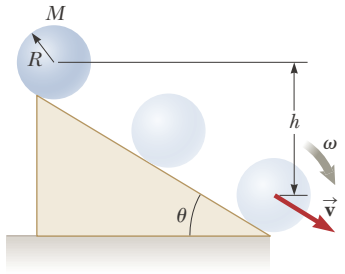
donde I es el momento de inercia del objeto respecto al eje de rotación.

Un sistema que involucra la rotación se describe con tres tipos de energía: energía potencial EP, energía cinética de traslación EC_t y energía cinética rotacional EC_r. Todas estas formas de energía se deben incluir en la ecuación de la conservación de la energía mecánica para un sistema aislado:

$$(EC_t + EC_r + EP)_i = (EC_t + EC_r + EP)_f \qquad [8.11]$$

donde los subíndices i y f se refieren a los valores inicial y final, respectivamente. Cuando hay presentes fuerzas no conservativas, es necesario utilizar una generalización del teorema del trabajo y de la energía:

$$W_{nc} = \Delta EC_t + \Delta EC_r + \Delta EP \qquad [8.12]$$



Una bola que rueda hacia abajo por un plano inclinado convierte la energía potencial en energía cinética de traslación y rotacional.

8.7 Cantidad de movimiento angular

La **cantidad de movimiento angular** de un objeto rotatorio está dada por

$$L \equiv I\omega \qquad [8.13]$$

La cantidad de movimiento angular está relacionada con el par de torsión en la ecuación siguiente:

$$\sum\tau = \frac{\text{cambio en la cantidad de movimiento angular}}{\text{intervalo de tiempo}} = \frac{\Delta L}{\Delta t} \qquad [8.14]$$

Si el par de torsión externo neto sobre un sistema es cero, la cantidad de movimiento angular total del sistema es constante,

$$L_i = L_f \qquad [8.15]$$

y se dice que se conserva. La resolución de problemas por lo general implica sustituir en la expresión

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f \qquad [8.16]$$

y se despeja la incógnita.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de matemáticas.** Las dos condiciones para el equilibrio (consulte las secciones 8.2 y 8.4) a menudo resultan en un sistema de ecuaciones como $F_1 + F_2 = 60.0$ N y $2.00F_1 - 3.00F_2 = 0$. Encuentre a) F_1 y b) F_2.
2. **Repaso de matemáticas.** Resuelva la rapidez v de las ecuaciones $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$ y $v = r\omega$ por sustitución, dado que $I = mr^2$ y $h = 3.00$ m. (Consulte la sección 8.6. Observe que la masa m y el radio r se cancelarán, por lo que sus valores numéricos no se requieren.)
3. **Repaso de física.** Una rueca desacelera de forma uniforme desde una velocidad angular inicial de 2.00 rev/s hasta 0.500 rev/s en 10.0 s. a) Calcule la aceleración angular de la rueca en radianes por segundo al cuadrado. b) ¿Qué ángulo recorre durante ese tiempo? (Consulte las secciones 7.1 y 7.2.)
4. **Repaso de física.** Con el cable de una grúa de construcción se levanta una caja de 50.0 kg hacia arriba con una aceleración de 1.50 m/s^2. Encuentre la tensión en el cable. (Consulte la sección 4.5.)
5. Una persona abre una puerta de 1.00 m de ancho empujándola con una fuerza de 50.0 N dirigida de manera perpendicular a su superficie. ¿Qué magnitud del par de torsión aplica sobre un eje a través de las bisagras si la fuerza se aplica a) en el centro de la puerta? b) ¿en el borde más alejado desde las bisagras? (Consulte la sección 8.1.)
6. Una trabajadora aplica un par de torsión a una tuerca con una llave de 0.500 m de longitud. Debido al espacio confinado, ella debe ejercer una fuerza hacia arriba con un ángulo de 60.0° respecto a una línea desde la tuerca hasta el extremo de la llave. Si la fuerza que ejerce tiene una magnitud de 80.0 N, ¿cuál es la magnitud del par de torsión que aplica sobre la tuerca? (Consulte la sección 8.1.)
7. Una masa de 1.00 kg está en (–2.00 m, 0) y una masa de 2.00 kg en (3.00 m, 3.00 m). Determine el centro de masa del sistema. (Consulte la sección 8.3.)
8. Un tablón de 4.00 m de longitud y que tiene una masa de 20.0 kg descansa sobre dos pivotes, uno en el extremo izquierdo y el otro a 1.00 m del extremo derecho. Obtenga la magnitud de la fuerza ejercida sobre el tablón por el segundo pivote. (Consulte la sección 8.4.)
9. Un estudiante pasea en su bicicleta con una rapidez constante de 3.00 m/s por un camino plano y recto. Si cada neumático de la bicicleta tiene un radio de 0.350 m, a) ¿cuál es la rapidez angular de los neumáticos? (Consulte la sección 7.3.) b) ¿Cuál es el par de torsión neto sobre cada neumático? (Consulte la sección 8.5.)
10. ¿Cuál es la magnitud de la aceleración angular de un disco de 25.0 kg que tiene un radio de 0.800 m cuando se le aplica un par de torsión con una magnitud de 40.0 N · m? (Consulte la sección 8.5.)
11. Un neumático de una bicicleta tiene una masa de 2.70 kg y un radio de 0.350 m. a) Tratando el neumático como un aro, ¿cuál es su momento de inercia respecto a un eje que pasa por el cubo en su centro? b) ¿Qué par de torsión se requiere para producir una aceleración angular de 0.750 rad/s^2? c) ¿Qué fuerza de fricción aplicada tangencialmente al borde del neumático creará un par de torsión de esa magnitud? (Consulte la sección 8.5.)
12. Una bola de boliche con una masa de 7.00 kg rueda a 3.00 m/s por una superficie nivelada. Calcule a) la energía cinética de traslación de la bola, b) la energía cinética rotacional de la bola y c) la energía cinética total de la bola. d) ¿Cuánto trabajo se tendría que realizar sobre la bola para llevarla al reposo? (Consulte la sección 8.6.)
13. Un jugador de básquetbol entretiene a una multitud al girar un balón sobre su nariz. El balón tiene una masa de 0.600 kg y un radio de 0.121 m. Si el balón gira con una rapidez de 3.00 revoluciones por segundo, a) ¿cuál es su energía cinética rotacional? (Consulte la sección 8.6.) b) ¿Cuál es la magnitud de su cantidad de movi-

miento angular? Trate el balón como un cascarón esférico delgado. (Consulte la sección 8.7.)

14. Un disco de masa m gira libremente a 6.00 rad/s cuando un segundo disco de masa idéntica, inicialmente sin girar, se deja caer sobre él de manera que sus ejes coinciden. En un tiempo breve los dos discos giran juntos. a) ¿Cuál es la rapidez angular del nuevo sistema? b) Si se deja caer un tercer disco igual sobre los dos primeros, encuentre la rapidez angular final del sistema. (Consulte la sección 8.7.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

WebAssign Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. ¿Por qué no es posible poner los talones firmemente contra una pared e inclinarse hacia adelante sin caer?

2. Explique porqué al cambiar el eje de rotación de un objeto se modifica su momento de inercia.

3. Si usted ve un objeto que gira, ¿existe necesariamente un par de torsión neto actuando sobre él?

4. a) ¿Es posible calcular el par de torsión que actúa sobre un objeto rígido sin especificar un origen? b) ¿Es el par de torsión independiente de la ubicación del origen?

5. ¿Por qué una pértiga larga ayuda a una persona sobre una cuerda floja a permanecer en equilibrio?

6. En la película *Parque jurásico* hay una escena en la cual algunos miembros del grupo visitante están atrapados en el cuarto de control perseguidos por dinosaurios. El paleontólogo presiona contra el centro de la puerta, tratando de mantener afuera a los dinosaurios. La botánica se lanza contra la puerta en el borde cerca de la bisagra. Un punto esencial en la película es que ella no puede alcanzar un rifle en el piso debido a que trata de mantener la puerta cerrada. Si el paleontólogo presiona en el centro de la puerta y la botánica presiona en el borde a unos 8 cm de la bisagra, estime qué tan lejos del paleontólogo se tiene que reubicar a fin de tener un efecto mayor que el que tienen los dos empujando juntos en sus posiciones originales para mantener la puerta cerrada (la pregunta 6 es cortesía de Edward F. Redish. Para consultar más preguntas de este tipo visite www.physics.umd.edu/perg/).

7. En algunas carreras de motocicletas, los pilotos conducen en colinas pequeñas y las motocicletas quedan suspendidas en el aire durante un tiempo breve. Si el corredor de motocicletas mantiene el acelerador abierto mientras sale de la colina y va en el aire, la parte delantera de la motocicleta tiende a subir. ¿Por qué sucede esto?

8. Si usted lanza un libro de texto al aire, haciéndolo girar en cada ocasión sobre uno de los tres ejes perpendiculares a él, usted observará que no girará uniformemente sobre uno de los ejes. (Intente colocar una banda elástica fuerte alrededor del libro antes de lanzarlo para que permanezca cerrado.) La rotación del libro es estable respecto a los ejes que tienen los momentos de inercia mayor y menor, pero es inestable sobre el eje de momento intermedio. Intente esto para encontrar el eje que tiene este momento de inercia intermedio.

9. Las estrellas se originan como cuerpos grandes de gas en rotación lenta. Debido a la gravedad, el tamaño de estas masas de gas disminuye lentamente. ¿Qué sucede con la rapidez angular de una estrella cuando se contrae? Explique.

10. Si un atleta de salto de altura coloca su cuerpo de manera correcta cuando pasa sobre la varilla, su centro de gravedad en realidad puede pasar bajo la varilla. (Consulte la figura PC8.10.) Explique cómo es posible esto.

Mark Dadswell/Getty Images

Figura PC8.10

11. En una grabadora de cinta, la cinta se jala para que pase por los cabezales de lectura/escritura con una rapidez constante por el mecanismo de arrastre. Considere el carrete de donde se jala la cinta: conforme se jala, el radio de su rollo restante disminuye. a) ¿Cómo cambia el par de torsión sobre el carrete con el tiempo? b) Si el mecanismo de la cinta de repente se enciende de manera que la cinta se jala rápidamente con una gran fuerza, ¿es probable que la cinta se rompa cuando se jala de un carrete casi lleno o de uno casi vacío?

12. a) Proporcione un ejemplo en el que la fuerza neta que actúa sobre un objeto sea cero, pero que el par de torsión sea diferente de cero. b) Proporcione un ejemplo en el que el par de torsión neto que actúa sobre un objeto sea cero, pero que la fuerza neta sea diferente de cero.

13. Una escalera está apoyada contra una pared. ¿Se sentiría más seguro subiendo por la escalera si le dijeran que el piso no tiene fricción, pero que la pared es rugosa o que la pared no tiene fricción, pero el piso es rugoso? Justifique su respuesta.

14. Por lo general, los gatos al caer aterrizan sobre sus patas, sin importar la posición desde la cual se hayan dejado caer. Una película en cámara lenta de un gato cayendo muestra que la mitad superior de su cuerpo gira en una dirección mientras la mitad inferior gira en la dirección opuesta. (Consulte la figura PC8.14.) ¿Por qué ocurre este tipo de rotación?

Agence Nature/Photo Researchers, Inc.

Figura PC8.14

15. Un disco sólido y un aro se liberan a partir del reposo al mismo

tiempo en la parte superior de un plano inclinado y ruedan hacia abajo sin deslizarse. ¿Cuál objeto llega primero a la parte inferior del plano inclinado? a) El que tiene la masa mayor, b) el que tiene el radio mayor. c) El aro llega primero. d) El disco llega primero. e) Ambos llegan al mismo tiempo.

16. Un ratón está inicialmente en reposo sobre una placa giratoria horizontal montada sobre un eje vertical sin fricción. Conforme el ratón comienza a caminar en el sentido de las manecillas del reloj por el perímetro, ¿cuál de las afirmaciones siguientes *debe* ser cierta acerca de la placa giratoria? a) También gira en el sentido de las manecillas del reloj. b) Gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj con la misma velocidad angular que el ratón. c) Permanece estacionaria. d) Gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj debido a que la cantidad de movimiento se conserva. e) Gira en el sentido de las manecillas del reloj debido a que la energía mecánica se conserva.

17. Los vehículos en una carrera de autos improvisados sin motor, simplemente se mueven por inercia colina abajo. ¿Cuál de los criterios de diseño siguientes es mejor desde el punto de vista competitivo? Las ruedas del coche deben a) tener momentos de inercia grandes, b) ser masivas, c) ser como aros en vez de discos sólidos, d) ser grandes en vez de pequeñas o e) tener momentos de inercia pequeños.

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;

2. denota un problema intermedio;

3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos

GP denota problemas guiados

M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign

Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual

S denota un problema de razonamiento simbólico

W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

8.1 Par de torsión

1. La caña de pescar en la figura P8.1 forma un ángulo de 20.0° con la horizontal. ¿Cuál es la magnitud del par de torsión ejercido por el pez respecto a un eje perpendicular a la página y que pasa por la mano del pescador si el pez jala el sedal con una fuerza $\vec{\mathbf{F}} = 100$ N en un ángulo de 37.0° debajo de la horizontal? La fuerza se aplica en un punto a 2.00 m de las manos del pescador.

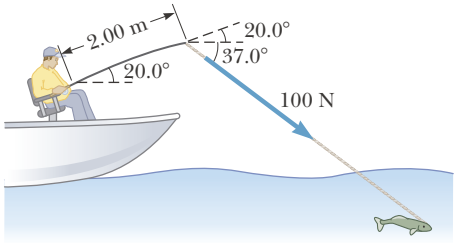


Figura P8.1

2. M Encuentre el par de torsión neto sobre la rueda en la figura P8.2 respecto al eje que pasa por O perpendicular a la página, tomando $a = 10.0$ cm y $h = 25.0$ cm.

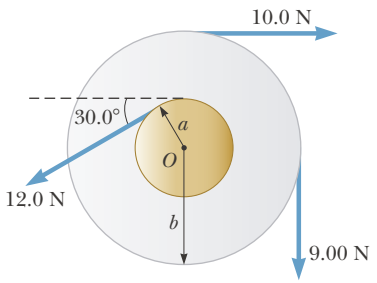


Figura P8.2

3. Calcule el par de torsión neto (magnitud y dirección) sobre la viga en la figura P8.3 respecto a) a un eje que pasa por O perpendicular a la página y b) a un eje por C perpendicular a la página.

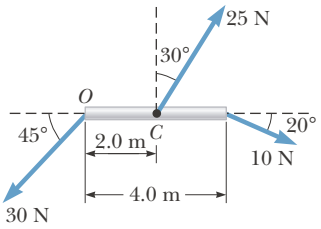


Figura P8.3

4. BIO Un freno dental ejerce una fuerza horizontal de 80.0 N sobre un diente en el punto B en la figura P8.4. ¿Cuál es el par de torsión sobre la raíz del diente respecto al punto A?

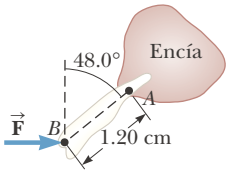


Figura P8.4

5. Q|C Un péndulo simple consiste en un objeto pequeño con masa de 3.0 kg que cuelga de un extremo de una cuerda delgada de 2.0 m de longitud que está conectado a un punto pivote. a) Calcule la magnitud del par de torsión (debido a la fuerza de la gravedad) respecto a este punto pivote cuando la cuerda forma un ángulo de 5.0° con la vertical. b) ¿Aumenta o disminuye el par de torsión cuando el ángulo aumenta? Explique.

6. S Escriba las ecuaciones necesarias para el equilibrio del objeto que se muestra en la figura P8.6. Tome el origen de la ecuación del par de torsión respecto a un eje perpendicular a la página a través del punto O.

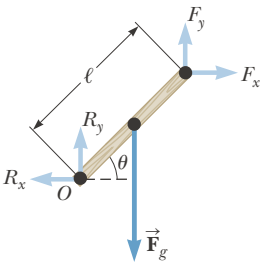


Figura P8.6

8.2 Par de torsión y las dos condiciones para el equilibrio

8.3 El centro de gravedad

8.4 Ejemplos de objetos en equilibrio

7. BIO El brazo en la figura P8.7 pesa 41.5 N. La fuerza de la gravedad que actúa sobre el brazo lo hace a través del punto *A*. Determine las magnitudes de la fuerza de tensión $\vec{\mathbf{F}}_t$, en el músculo deltoide y la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_s$ ejercida por el hombro sobre el húmero (hueso del brazo superior) para mantener al brazo en la posición mostrada.

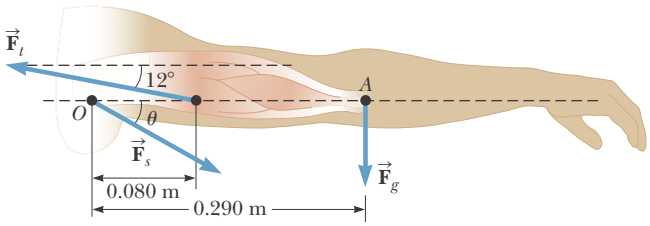


Figura P8.7

8. Una viga uniforme de 35.0 kg de longitud $\ell = 5.00$ m tiene como soporte una cuerda vertical ubicada en $d = 1.20$ m desde su extremo izquierdo como en la figura P8.8. El extremo derecho de la viga está apoyado sobre una columna vertical. Encuentre a) la tensión en la cuerda y b) la fuerza que ejerce la columna sobre el extremo derecho de la viga.

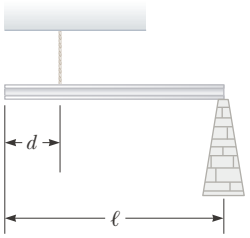


Figura P8.8

9. BIO Un cocinero sostiene un envase de leche de 2.00 kg con su brazo extendido (figura P8.9). ¿Qué fuerza $\vec{\mathbf{F}}_B$ debe ejercer el músculo del bíceps? (Ignore el peso del antebrazo.)

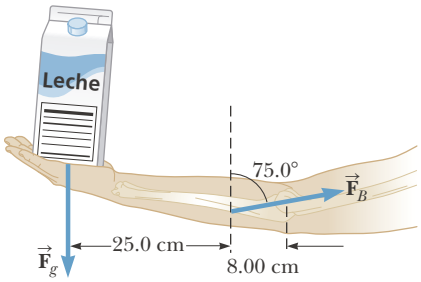


Figura P8.9

10. Una regla de un metro de longitud se equilibra en la marca de 49.7 cm cuando se coloca sobre un punto de apoyo. Cuando una masa de 50.0 gramos se coloca en la marca de 10.0 cm, el punto de apoyo debe moverse a la marca de 39.2 cm para equilibrarla. ¿Cuál es la masa de la regla?

11. Encuentre las coordenadas *x* y *y* del centro de gravedad de un panel uniforme de madera contrachapada de 4.00 pies por 8.00 pies con el cuadrante superior derecho removido como se muestra en la figura P8.11. *Sugerencia:* la masa de cualquier segmento del panel de madera contrachapada es proporcional al área de ese segmento.

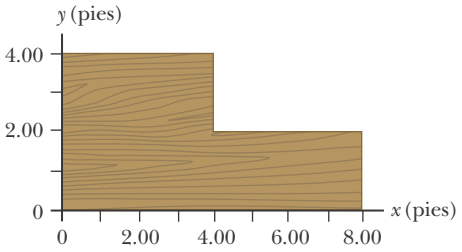


Figura P8.11

12. GP Una viga que reposa sobre dos pivotes tiene una longitud $L = 6.00$ m y una masa $M = 90.0$ kg. El pivote bajo el extremo izquierdo ejerce una fuerza normal n_1 sobre la viga y el segundo pivote colocado a una distancia $\ell = 4.00$ m desde el extremo izquierdo ejerce una fuerza normal n_2. Una mujer de masa $m = 55.0$ kg se coloca sobre el extremo izquierdo de la viga y comienza a caminar hacia la derecha como en la figura P8.12. El objetivo es encontrar la posición de la mujer cuando la viga comienza a volcarse. a) Bosqueje un diagrama de cuerpo libre, etiquetando las fuerzas gravitacional y normal que actúan sobe la viga y colocando a la mujer a *x* metros hacia la derecha del primer punto pivote, que es el origen. b) ¿Dónde está la mujer cuando la fuerza normal n_1 tiene un valor máximo? c) ¿Cuál es el valor de n_1 cuando la viga está a punto de volcarse? d) Use la ecuación de equilibrio de fuerzas para determinar el valor de n_2 cuando la viga está a punto de volcarse. e) Con el resultado del inciso c) y la ecuación del equilibrio de los pares de torsión, con pares de torsión calculados respecto al segundo punto pivote, encuentre la posición de la mujer cuando la viga está a punto de volcarse. f) Verifique la respuesta del inciso e) calculando los pares de torsión respecto al primer punto pivote. Excepto por diferencias ligeras debido al redondeo, ¿es la misma la respuesta?

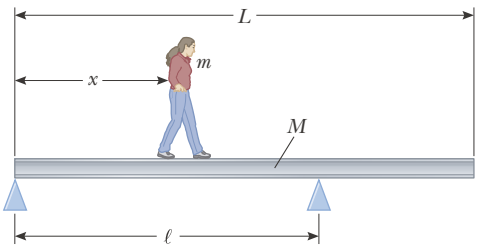


Figura P8.12 Problemas 12 y 14.

13. Considere la siguiente distribución de masas, donde las coordenadas *x* y *y* están dada en metros: 5.0 kg en (0.0, 0.0) m, 3.0 kg en (0.0, 4.0) m y 4.0 kg en (3.0, 0.0) m. ¿Dónde debe colocarse un cuarto objeto de 8.0 kg de manera que el centro de gravedad de la configuración de cuatro objetos esté en (0.0, 0.0) m?

14. S Una viga de longitud *L* y masa *M* se encuentra sobre dos pivotes. El primer pivote está en el extremo izquierdo, que se toma como el origen, y el segundo está a una distancia ℓ del extremo izquierdo. Una mujer de masa *m* parte del extremo izquierdo y camina hacia el extremo derecho como en la figura P8.12. Cuando la viga está a punto de volcarse, encuentre expresiones simbólicas para a) la fuerza normal ejercida por el segundo pivote en términos de *M*, *m* y *g* y b) la posición de la mujer en términos de *M*, *m*, *L* y ℓ. c) encuentre el

valor mínimo de ℓ que permita que la mujer llegue al extremo de la viga sin volcarla.

15. BIO Muchos de los elementos en los ejercicios en una barra horizontal se pueden modelar representando al gimnasta mediante cuatro segmentos que consisten en los brazos, el torso (incluyendo la cabeza), los muslos y la parte inferior de las piernas, como se muestra en la figura P8.15a. Los parámetros inerciales para un gimnasta particular son los siguientes:

Segmento	Masa (kg)	Longitud (m)	r_{cg} (m)	I (kg · m^2)
Brazos	6.87	0.548	0.239	0.205
Torso	33.57	0.601	0.337	1.610
Muslos	14.07	0.374	0.151	0.173
Piernas	7.54	—	0.227	0.164

Observe que en la figura P8.15a r_{cg} es la distancia hasta el centro de gravedad medida desde la articulación más cercana a la barra y que las masas para los brazos, los muslos y las piernas incluyen las dos extremidades. I es el momento de inercia de cada segmento respecto a su centro de gravedad. Determine la distancia desde la barra hasta el centro de gravedad del gimnasta para las dos posiciones que se muestran en las figuras P8.15b y P8.15c.

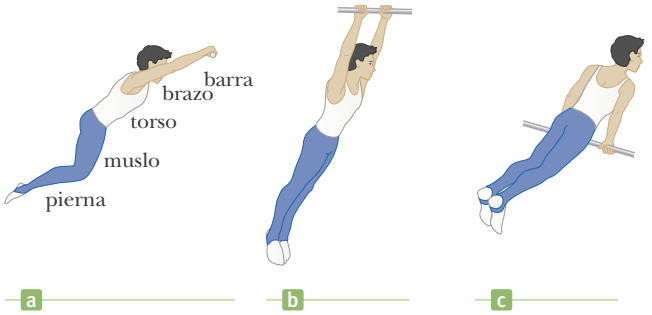


Figura P8.15

16. BIO Con los datos que se han proporcionado en el problema 15 y el sistema de coordenadas que se muestra en la figura P8.16b, calcule la posición del centro de gravedad del gimnasta que se muestra en la figura P8.16a. Ponga atención en la definición de r_{cg} en la tabla.

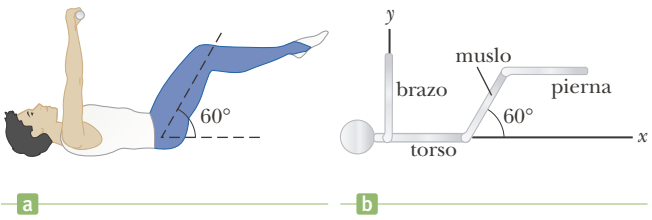


Figura P8.16

17. BIO Una persona que se inclina hacia adelante para levantar una carga "con su espalda" (figura P8.17a) en lugar de hacerlo "con sus rodillas" puede lesionarse debido a las fuerzas grandes ejercidas sobre los músculos y las vértebras. La columna vertebral pivota principalmente en la quinta vértebra lumbar, con la fuerza de soporte principal proporcionada por el músculo erector de la espina dorsal en la espalda. Para ver la magnitud de las fuerzas implicadas y comprender por qué los problemas de espalda son comunes entre los seres humanos, considere el modelo que se muestra en la figura P8.17b de una persona que se inclina hacia adelante para levantar un objeto de 200 N. La espina y la parte superior del cuerpo se representan como una barra horizontal uniforme con un peso de 350 N, pivotado en la base de la espina. El músculo erector de la espina, conectado en un punto a dos tercios hacia arriba de la espina, mantiene la posición de la espalda. El ángulo entre la espina y este músculo es de 12.0°. Encuentre a) la tensión en el músculo de la espalda y b) la fuerza de compresión en la espina.

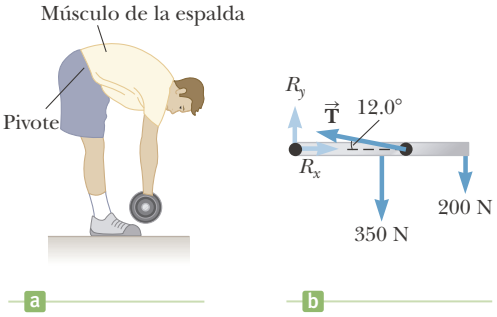


Figura P8.17

18. BIO Cuando una persona se apoya sobre la punta de un pie (una posición extenuante), la posición del pie queda como se muestra en la figura P8.18a. La fuerza gravitacional total sobre el cuerpo $\vec{\mathbf{F}}_g$, tiene como soporte la fuerza $\vec{\mathbf{n}}$ ejercida por el piso sobre los dedos del pie. Un modelo mecánico de la situación se muestra en la figura P8.18b, donde $\vec{\mathbf{T}}$ es la fuerza ejercida por el tendón de Aquiles sobre el pie y $\vec{\mathbf{R}}$ es la fuerza ejercida por la tibia sobre el pie. Encuentre los valores de T, R y θ cuando $F_g = n = 700$ N.

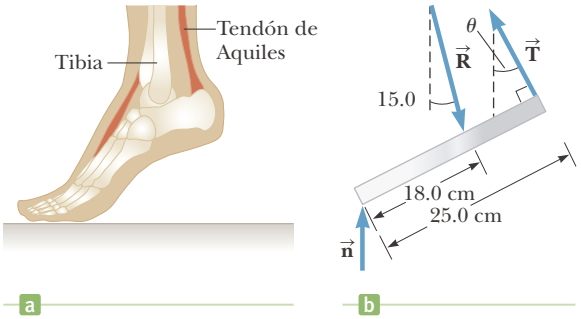


Figura P8.18

19. M Un anuncio rectangular uniforme de 500 N, 4.00 m de ancho y 3.00 m de altura está suspendido de una barra horizontal uniforme de 6.00 m de longitud y 100 N, como se indica en la figura P8.19. El extremo izquierdo de la barra tiene como soporte una bisagra y el extremo derecho un cable delgado que forma un ángulo de 30.0° con la vertical. a) Encuentre la tensión T en el cable. b) Determine las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida sobre el extremo izquierdo de la barra por la bisagra.

Figura P8.19

20. Una persona que limpia ventanas está de pie sobre un andamio que cuelga de una cuerda vertical en cada extremo. El andamio pesa 200 N y tiene una longitud

de 3.00 m. ¿Cuál es la tensión en cada cuerda cuando el trabajador de 700 N se para a 1.00 m de un extremo?

21. W Un tablón uniforme con una longitud de 2.00 m y masa de 30.0 kg está suspendido de tres cuerdas, como indican los vectores color azul en la figura P8.21. Encuentre la tensión en cada cuerda cuando una persona de 700 N está a $d = 0.500$ m del extremo izquierdo.

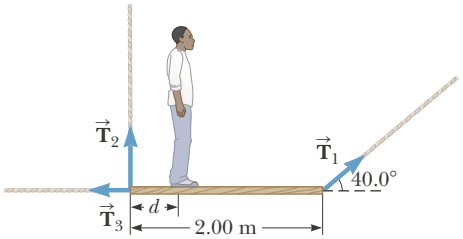


Figura P8.21

22. Un oso hambriento que pesa 700 N camina por una viga intentando recoger una canasta con golosinas que cuelga en el extremo (figura P8.22). La viga es uniforme, pesa 200 N, tiene una longitud de 6.00 m y está sostenida por un cable con un ángulo de $\theta = 60.0°$. La canasta pesa 80.0 N. a) Trace un diagrama de fuerzas para la viga. b) Cuando el oso se encuentra en $x = 1.00$ m, encuentre la tensión en el cable que soporta la viga y las componentes de la fuerza ejercida por el muro sobre el extremo izquierdo de la viga. c) Si el cable puede soportar una tensión máxima de 900 N, ¿cuál es la distancia máxima que puede caminar el oso antes de que se rompa el cable?

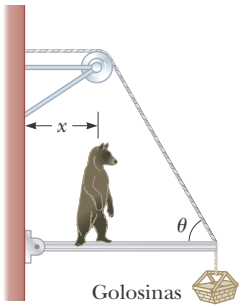


Figura P8.22

23. S En la figura P8.23 se muestra una viga uniforme de masa m pivotada en su extremo inferior, con un resorte horizontal colocado entre su extremo superior y un muro vertical. La viga forma un ángulo θ con la horizontal. Encuentre expresiones para a) la distancia d que el resorte se estira desde el equilibrio y b) las componentes de la fuerza ejercida por el pivote sobre la viga.

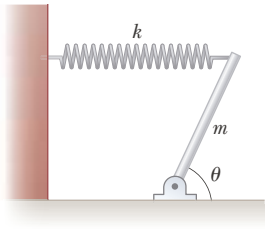


Figura P8.23

24. GP Un puntal de longitud $L = 3.00$ m y masa $m = 16.0$ kg se sostiene de un cable con un ángulo $\theta = 30.0°$ respecto a la horizontal, como se muestra en la figura P8.24. a) Trace un diagrama de fuerzas, indicando todas las fuerzas y su ubicación sobre el puntal. b) ¿Por qué la bisagra es un buen lugar de referencia para calcular los pares de torsión? c) Escriba de forma simbólica la condición para el equilibrio rotacional, calculando los pares de torsión respecto a la bisagra. d) Use la ecuación del par de torsión para calcular la tensión en el cable. e) Escriba las componentes x y y de la segunda ley de Newton para el equilibrio. f) Utilice la ecuación de la fuerza para determinar las componentes x y y de la fuerza sobre la bisagra. g) Suponiendo que la posición del puntal no debe cambiar, ¿sería conveniente conectar el cable más arriba sobre el muro? Explique el beneficio en términos de la fuerza sobre la bisagra y de la tensión en el cable.

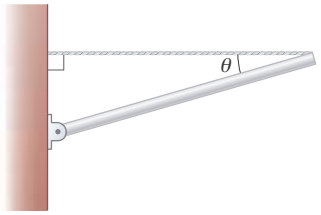


Figura P8.24

25. S Un refrigerador de ancho w y altura h descansa sobre un plano inclinado rugoso como en la figura P8.25. Obtenga una expresión para el valor máximo que el ángulo θ puede tener antes de que el refrigerador se vuelque. Observe que el punto de contacto entre el refrigerador y el plano inclinado se desplaza conforme θ aumenta y trate al refrigerador como una caja uniforme.

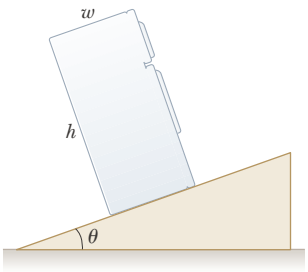


Figura P8.25

26. Q|C S La viga uniforme de longitud L y masa m que se muestra en la figura P8.26 está inclinada con un ángulo θ respecto a la horizontal. Su extremo superior está unido a un muro con una cuerda y su extremo inferior se apoya sobre una superficie rugosa. El coeficiente de fricción estática entre la viga y la superficie es μ_s. Suponga que el ángulo es tal que la fuerza de fricción estática está a su valor máximo. a) Usando la segunda ley de Newton para el equilibrio, encuentre una segunda expresión para T en términos de μ_s, m y g. d) Con los resultados anteriores, obtenga una relación que solo comprenda μ_s y el ángulo θ. e) ¿Qué sucede si el ángulo se hace menor? ¿Es válida esta ecuación para todos los valores de θ? Explique.

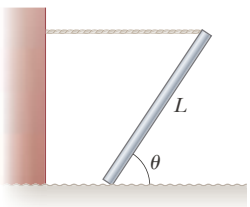


Figura P8.26

27. BIO El músculo para la masticación, el masetero, es uno de los más fuertes del cuerpo humano. Esta unido a la mandíbula (maxilar inferior) como se muestra en la figura P8.27a. El maxilar pivota respecto a un receptáculo justo en frente del canal auditivo. Las fuerzas que actúan sobre el maxilar son equivalentes a los que actúan sobre una barra curva en la figura P8.27b. $\vec{F}_C$ es la fuerza ejercida por el alimento que se mastica contra el maxilar, $\vec{T}$ es la fuerza de tensión en el masetero y

$\vec{\mathbf{R}}$ es la fuerza ejercida por el receptáculo en la mandíbula. Encuentre $\vec{\mathbf{T}}$ y $\vec{\mathbf{R}}$ para una persona que muerde un trozo de bistec con una fuerza de 50.0 N.

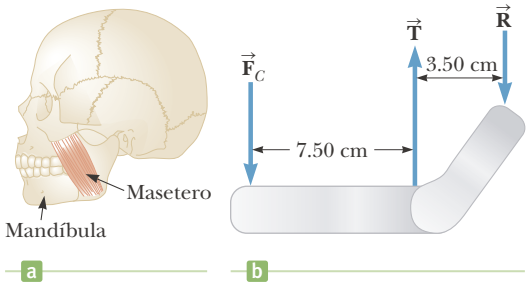


Figura P8.27

28. Un brazo uniforme de 1 200 N en un ángulo $\phi = 65°$ respecto a la horizontal, está sostenido por un cable con un ángulo $\theta = 25.0°$ respecto a la horizontal, como se muestra en la figura P8.28. El brazo tiene un pivote en su base y un objeto de peso $w = 2000$ N cuelga de la parte superior. Encuentre a) la tensión en el cable de soporte y b) las componentes de la fuerza de reacción ejercida por el pivote sobre el brazo.

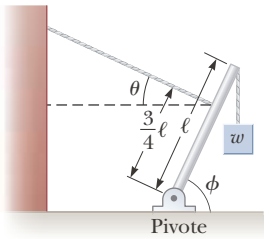


Figura P8.28

29. BIO El músculo cuádriceps grande en la parte superior de la pierna termina en su extremo inferior en un tendón conectado al extremo superior de la tibia (figura P8.29a). Cuando se encuentra extendida, las fuerzas sobre la parte inferior de la pierna se modelan como en la figura P8.29b, donde $\vec{\mathbf{T}}$ es la fuerza de tensión en el tendón, $\vec{\mathbf{w}}$ es la fuerza de la gravedad que actúa sobre la parte inferior de la pierna y $\vec{\mathbf{F}}$ es la fuerza de la gravedad que actúa sobre el pie. Encuentre $\vec{\mathbf{T}}$ cuando el tendón está en un ángulo de 25.0° respecto a la tibia, suponiendo que $w = 30.0$ N, $F = 12.5$ N y la pierna está extendida en un ángulo θ de 40.0° con la vertical. Suponga que el centro de gravedad de la parte inferior de la pierna está en su centro y que el tendón se conecta con la pierna inferior en un punto que se encuentra a un quinto de la longitud hacia abajo de la pierna.

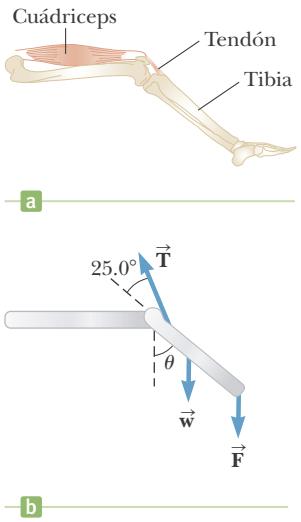


Figura P8.29

30. Un extremo de una varilla uniforme de 4.0 m de longitud y peso w está sostenida por un cable en un ángulo $\theta = 37°$ respecto a la varilla. El otro extremo está apoyado en un muro, donde se sostiene por la fricción. (Consulte la figura P8.30.) El coeficiente de fricción estática entre el muro y la varilla es $\mu_s = 0.50$. Determine la distancia mínima x desde el punto A en el cual un peso adicional w (igual que el peso de la varilla) se puede colgar sin ocasionar que la varilla se deslice en el punto A.

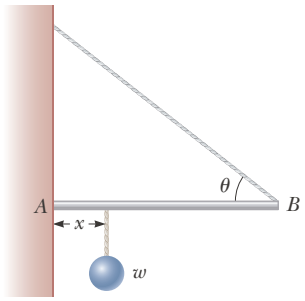


Figura P8.30

8.5 Relación entre el par de torsión y la aceleración angular

31. Cuatro objetos se mantienen fijos en las esquinas de un rectángulo con varillas ligeras, como se muestra en la figura P8.31. Encuentre el momento de inercia del sistema respecto a) al eje x, b) al eje y y c) a un eje que pasa por O y es perpendicular a la página.

32. Si el sistema que se muestra en la figura P8.31 se pone en rotación respecto a cada uno de los ejes mencionados en el problema 31, determine el par de torsión que produzca una aceleración angular de 1.50 rad/s^2 en cada caso.

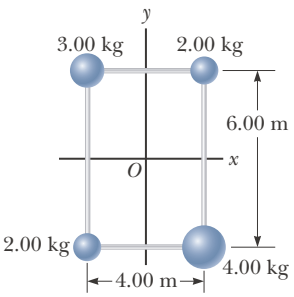


Figura P8.31 Problemas 31 y 32.

33. Una rueda grande para moler con forma de un cilindro sólido cuyo radio es de 0.330 m puede girar sobre un eje vertical sin fricción. Una fuerza tangencial constante de 250 N aplicada a su borde ocasiona que la rueda tenga una aceleración angular de 0.940 rad/s^2. a) ¿Cuál es el momento de inercia de la rueda? b) ¿Cuál es la masa de la rueda? c) Si la rueda parte del reposo, ¿cuál es su velocidad angular después de que han transcurrido 5.00 s, suponiendo que la fuerza actúa durante ese tiempo?

34. GP Un yo-yo de gran tamaño está hecho con dos discos sólidos idénticos, cada uno de masa $M = 2.00$ kg y radio $R = 10.0$ cm. Los dos están unidos por un cilindro sólido de radio $r = 4.00$ cm y masa $m = 1.00$ kg como se muestra en la figura P8.34. Tome el centro del cilindro como el eje del sistema, con los pares de torsión positivos dirigidos hacia la izquierda a lo largo de este eje. Todos los pares de torsión y las variables angulares deben calcularse respecto a este eje. Una cuerda ligera se enrrolla alrededor del cilindro y luego se deja que el sistema caiga partiendo del reposo. a) ¿Cuál es el momento de inercia del sistema? Proporcione una respuesta simbólica. b) ¿Qué par de torsión ejerce la gravedad sobre el sistema respecto al eje dado? c) Tome el sentido hacia abajo como la dirección de coordenada negativa. Como se representa en la figura P8.34, el par de torsión ejercido por la tensión, ¿es positivo o negativo? ¿La aceleración angular es positiva o negativa? ¿Es positiva o negativa la aceleración de traslación?

d) Escriba una ecuación para la aceleración angular α en términos de la aceleración de traslación a y del radio r. (¡Tenga cuidado con el signo!) e) Escriba la segunda ley de Newton para el sistema en términos de m, M, a, T y g. f) Escriba la segunda ley de Newton para la rotación en términos de I, α, T y r. g) Elimine α de la segunda ley rotacional con la expresión determinada en el inciso d) y encuentre una expresión simbólica para la aceleración a en términos de m, M, g, r y R. h) ¿Cuál es el valor numérico para la aceleración del sistema? i) ¿Cuál es la tensión en la cuerda? j) ¿Cuánto le toma al sistema caer 1.00 m partiendo del reposo?

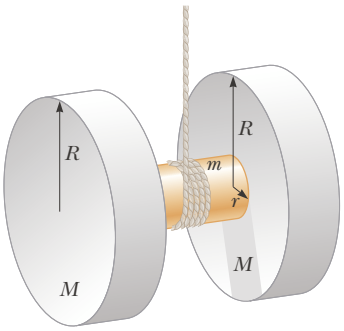


Figura P8.34

35. Q|C Una cuerda de masa despreciable está enrollada alrededor de un cilindro sólido de 225 kg con un radio de 0.400 m. El cilindro está suspendido a varios metros sobre el suelo con su eje orientado de forma horizontal y gira sobre ese eje sin fricción. a) Si una persona de 75.0 kg se aferra el extremo libre de la cuerda y cae bajo la fuerza de la gravedad, ¿cuál es su aceleración? b) ¿Cuál es la aceleración angular del cilindro? c) Si la masa de la cuerda no se ignorara, ¿qué le pasaría a la aceleración angular del cilindro mientras la persona cae?

36. W Un torno de alfarero que tiene un radio de 0.50 m y un momento de inercia de 12 kg · m^2 gira libremente a 50 rev/min. El alfarero puede detener el torno en 6.0 s presionando un trapo húmedo contra el borde y ejerciendo una fuerza hacia adentro de 70.0 N de manera radial. Determine el coeficiente de fricción cinética efectivo entre el torno y el trapo húmedo.

37. Un aeroplano a escala con una masa de 0.750 kg está atado con un alambre de manera que vuela en un círculo con radio de 30.0 m. Su motor proporciona un empuje neto de 0.800 N perpendicular al alambre de sujeción. a) Obtenga el par de torsión que produce el empuje neto respecto al centro del círculo. b) Determine la aceleración angular del aeroplano cuando está en vuelo plano (altitud y rapidez constantes). c) Encuentre la aceleración lineal del aeroplano tangente a su trayectoria de vuelo.

38. Una rueda de bicicleta tiene un diámetro de 64.0 cm y una masa de 1.80 kg. Suponga que la rueda es un aro con toda la masa concentrada en el radio exterior. La bicicleta se coloca sobre un soporte estacionario y se aplica una fuerza resistiva de 120 N tangente al aro del neumático. a) ¿Qué fuerza se debe aplicar con una cadena que pasa sobre un piñón de 9.00 cm de diámetro a fin de proporcionar a la rueda una aceleración de 4.50 rad/s^2? b) ¿Qué fuerza se requiere si se hace un cambio a un piñón de 5.60 cm de diámetro.

39. M Un carrusel de 150 kg con forma de disco horizontal, sólido y uniforme, con un radio de 1.50 m, se pone en movimiento enrrollando una cuerda alrededor del borde del disco y jalándola. ¿Qué fuerza constante se debe ejercer sobre la cuerda para llevar al carrusel desde el reposo hasta una rapidez angular de 0.500 rev/s en 2.00 s?

40. Q|C S Una máquina de Atwood consiste en bloques con masas m_1 = 10.0 kg y m_2 = 20.0 kg atados con una cuerda que pasa sobre una polea, como en la figura P8.40. La polea es un cilindro sólido con masa M = 8.00 kg y radio r = 0.200 m. El bloque de masa m^2 se deja caer y la cuerda gira la polea sin deslizarse. a) ¿Por qué la tensión T_2 debe ser mayor que la tensión T_1? b) ¿Cuál es la aceleración del sistema, suponiendo que el eje de la polea no tiene fricción? c) Encuentre las tensiones T_1 y T_2.

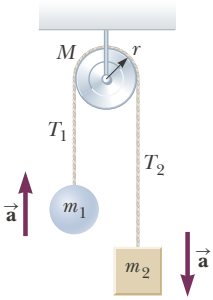


Figura P8.40

41. Un avión de pasajeros aterriza con una rapidez de 50.0 m/s. Cada rueda del avión tiene un radio de 1.25 m y un momento de inercia de 110 kg · m^2. Al momento de tocar la pista las ruedas comienzan a girar bajo la acción de la fricción. Cada rueda soporta un peso de 1.40×10^4 N y obtienen su rapidez angular en 0.480 s mientras ruedan sin deslizarse. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética entre las ruedas y la pista? Suponga que la rapidez del avión es constante.

8.6 Energía cinética rotacional

42. Un automóvil está diseñado para obtener su energía a partir de un volante de inercia con un radio de 2.00 m y una masa de 500 kg. Antes de un viaje, el volante se conecta a un motor eléctrico, el cual aumenta la rapidez rotacional del volante a 5 000 rev/min. a) Encuentre la energía cinética almacenada en el volante. b) Si el volante de inercia debe suministrar energía al automóvil como lo haría un motor de 10.0 hp, determine la longitud de tiempo que el automóvil podría funcionar antes de que el volante de inercia deba ponerse a funcionar de nuevo para aumentar su rapidez.

43. Un carrusel horizontal de 800 N con un radio de 1.50 m que parte del reposo se hace funcionar por una fuerza horizontal constante de 50.0 N, que se le aplica de forma tangencial. Encuentre la energía cinética del carrusel después de 3.00 s (suponga que es un cilindro sólido).

44. Q|C Cuatro objetos (un aro, un cilindro, una esfera sólida y un cascarón esférico delgado) tienen cada uno una masa de 4.80 kg y un radio de 0.230 m. a) Encuentre el momento de inercia para cada objeto cuando gira sobre los ejes que se muestran en la tabla 8.1. b) Suponga que cada objeto se hace rodar hacia abajo por una rampa. Ordene la rapidez de traslación de cada objeto de mayor a menor. c) Ordene las energías cinéticas rotacionales de mayor a menor cuando los objetos ruedan hacia abajo por la rampa.

45. Una varilla ligera de longitud ℓ = 1.00 m gira sobre un eje perpendicular a su longitud y pasa por su centro como en la figura P8.45. Dos partículas de masas m_1 = 4.00 kg y m_2 = 3.00 kg están unidas a los extremos de la varilla. a) Ignorando la masa de la varilla, ¿cuál es la energía cinética del sistema cuando su rapidez angular es de 2.50 rad/s? b) Repita el problema, suponiendo que la masa de la varilla es igual a 2.00 kg.

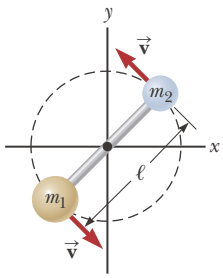


Figura P8.45 Problemas 45 y 57.

46. Una esfera de 240 N con un radio de 0.20 m rueda sin deslizarse 6.0 m hacia abajo por una rampa que está inclinada a 37° con la horizontal. ¿Cuál es la rapidez angular de la esfera en la parte inferior de la pendiente si parte del reposo?

47. Un disco sólido uniforme con un radio de 0.250 m y una masa de 55.0 kg rueda hacia abajo por una rampa con una longitud de 4.50 m que forma un ángulo de 15.0° con la horizontal. El disco parte del reposo desde arriba de la rampa. Determine a) la rapidez del centro de masa del disco cuando llega al fondo de la rampa y b) la rapidez angular del disco en la parte inferior de la rampa.

48. Q|C S Una esfera sólida uniforme de masa m y radio R rueda sin deslizarse hacia abajo por un plano inclinado de altura h. a) ¿Qué formas de energía mecánica están asociadas con la esfera en cualquier punto a lo largo del plano inclinado cuando su rapidez angular es ω? Responda con palabras y de forma simbólica en términos de las cantidades m, g, y, I, ω y v. b) ¿Cuál fuerza que actúa sobre la esfera ocasiona que gire en vez de deslizarse hacia abajo por el plano inclinado? c) Determine la razón de la energía cinética rotacional de la esfera con su energía cinética total en cualquier instante.

49. El trompo que se muestra en la figura 8.49 tiene un momento de inercia de 4.00×10^{-4} kg · m^2 y al inicio está en reposo. Puede girar sobre un eje estacionario AA'. Una cuerda enrollada alrededor de una clavija a lo largo del eje del trompo se jala de tal manera que mantenga una tensión constante de 5.57 N en la cuerda. Si la cuerda no se desliza mientras está enrollada sobre la clavija, ¿cuál es la rapidez angular del trompo después de que 80.0 cm de cuerda se han jalado de la clavija? *Sugerencia*: considere el trabajo que se realiza.

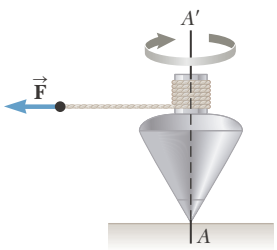


Figura P8.49

50. Un par de torsión constante de 25 N · m se aplica a una piedra de amolar cuyo momento de inercia es de 0.130 kg · m^2. Usando principios de energía e ignorando la fricción, obtenga la rapidez angular después de que la piedra de amolar ha realizado 15.0 revoluciones. *Sugerencia:* el equivalente angular de $W_{\text{neto}} = F\Delta x = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$ es $W_{\text{neto}} = \tau\Delta\theta = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2$. Usted debe convencerse de que esta última relación es correcta.

51. Un cilindro de 10.0 kg rueda sin deslizarse sobre una superficie rugosa. En un instante en que su centro de gravedad tiene una rapidez de 10.0 m/s, determine a) la energía cinética de traslación de su centro de gravedad, b) la energía cinética rotacional respecto a su centro de gravedad y e) su energía cinética total.

52. W Use la conservación de la energía para determinar la rapidez angular del carrete que se muestra en la figura P8.52 después de que la cubeta de 3.00 kg ha caído 4.00 m, partiendo del reposo. La cuerda ligera atada la cubeta está enrollada en el carrete y no se desliza cuando se desenrolla.

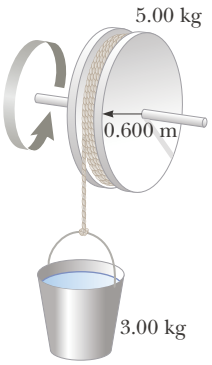


Figura P8.52

53. Q|C Un columpio gigante en un parque de diversiones consiste en un brazo uniforme de 365 kg y 10.0 m de longitud, con dos asientos de masa despreciable conectados en el extremo inferior del brazo (figura P8.53). a) ¿A qué distancia del extremo superior está el centro de masa del brazo? b) La energía potencial gravitacional del brazo es la misma que si toda su masa estuviera concentrada en el centro de masa. Si el brazo se eleva un ángulo de 45.0°, encuentre la energía potencial gravitacional, donde el nivel cero se toma a 10.0 m abajo del eje. c) El brazo cae desde el reposo de la posición descrita en el inciso b). Determine la energía potencial gravitacional del sistema cuando llega a la orientación vertical. d) Obtenga la rapidez de los asientos en la parte inferior del columpio.

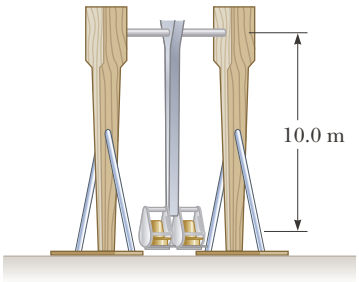


Figura P8.53

8.7 Cantidad de movimiento angular

54. Cada uno de los objetos siguientes tiene un radio de 0.180 m y una masa de 2.40 kg y cada uno gira sobre un eje en su centro (como en la tabla 8.1) con una rapidez angular de 35.0 rad/s. Encuentre la magnitud de la cantidad de movimiento angular de cada objeto. a) un aro, b) un cilindro sólido, c) una esfera sólida, d) un cascaron esférico hueco.

55. a) Calcule la cantidad de movimiento angular de la Tierra que se origina de su movimiento de rotación sobre su eje, tratando a la Tierra como una esfera sólida uniforme. b) Calcule la cantidad de movimiento angular que se origina de su movimiento orbital alrededor del Sol, tratando a la Tierra como una partícula puntual.

56. Q|C Una bala de 0.005 00 kg que viaja horizontalmente con una rapidez de 1.00×10^3 m/s se incrusta en una puerta de 18.0 kg, alojándose 10.0 cm desde el lado opuesto a las bisagras, como en la figura P8.56. La puerta de 1.00 m de ancho puede girar libremente sobre sus bisagras. a) Antes de incrustarse, ¿tiene la bala una cantidad de movimiento angular en relación con el eje de rotación de la puerta? Explique. b) ¿Se conserva la energía mecánica en este choque? Responda sin realizar cálculos. c) ¿Con qué rapidez angular se abre la puerta inmediatamente después del choque? (La puerta tiene el mismo momento de inercia que una varilla con un eje en un extremo). d) Calcule la energía del sistema puerta-bala y determine si es menor que o igual que la energía cinética de la bala antes del choque.

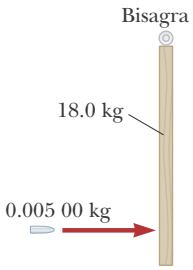


Figura P8.56. Vista superior de una bala incrustándose en una puerta.

57. Una varilla ligera de longitud $\ell = 1.00$ m gira sobre un eje perpendicular a su longitud y a través de su centro, como se muestra en la figura P8.45. Dos partículas de masas $m_1 = 4.00$ kg y $m_2 = 3.00$ kg están unidas a los extremos de la varilla. ¿Cuál es la cantidad de movimiento angular del sistema si la rapidez de cada partícula es 5.00 m/s? (Ignore la masa de la varilla.)

58. El cometa Halley se mueve alrededor del Sol en una órbita elíptica; su aproximación más cercana al Sol es de 0.59 UA y la distancia mayor hacia el Sol es de 35 UA (1 UA es la distancia entre la Tierra y el Sol). Si la rapidez del cometa en su aproximación más cercana es de 54 km/s, ¿cuál es su rapidez cuando está más alejado del Sol? Puede ignorar cualquier cambio en la masa del cometa y suponga que su cantidad de movimiento angular alrededor del Sol se conserva.

59. S Una varilla rígida sin masa tiene conectadas tres partículas con masas iguales, como se muestra en la figura P8.59. La varilla puede girar con libertad en un plano vertical sobre un eje sin fricción perpendicular a la varilla a través del punto P y se libera del reposo en la posición horizontal en $t = 0$. Suponiendo que conocemos m y d, encuentre a) el momento de inercia del sistema (varilla más partículas) alrededor del pivote, b) el par de torsión que actúa sobre el sistema en $t = 0$, c) la aceleración angular del sistema en $t = 0$, d) la aceleración lineal de la partícula etiquetada 3 en $t = 0$, e) la energía cinética máxima del sistema, f) la rapidez angular máxima alcanzada por la varilla, g) la cantidad de movimiento angular máxima del sistema y h) la rapidez de traslación máxima alcanzada por la partícula etiquetada 2.

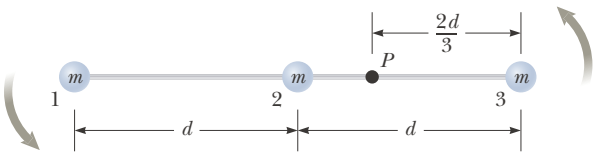


Figura P8.59

60. M Una mujer de 60.0 kg está de pie en el borde de una mesa giratoria horizontal que tiene un momento de inercia de 500 kg · m^2 y un radio de 2.00 m. Al inicio la mesa giratoria está en reposo y puede girar sobre un eje vertical sin fricción a través de su centro. Luego, la mujer camina por el borde en el sentido de las manecillas del reloj (según se observa desde arriba del sistema) con una rapidez constante de 1.50 m/s respecto a la Tierra. a) ¿En qué dirección y con qué rapidez angular gira la mesa giratoria? b) ¿Cuánto trabajo realiza la mujer para ponerse a sí misma y a la mesa giratoria en movimiento?

61. Un cilindro sólido horizontal con una masa de 10.0 kg y un radio de 1.00 m gira con una rapidez angular de 7.00 rad/s sobre un eje fijo vertical a través de su centro. Una bola de plastilina de 0.250 kg se deja caer verticalmente sobre el cilindro en un punto a 0.900 m del centro de rotación y se pega al cilindro. Determine la rapidez angular final del sistema.

62. Un estudiante se encuentra sentado en un banco giratorio sosteniendo dos objetos de 3.0 kg. Cuando sus brazos están extendidos en sentido horizontal, los objetos están a 1.0 m del eje de rotación y el estudiante gira con una rapidez angular de 0.75 rad/s. El momento de inercia del estudiante más el banco es de 3.0 kg · m^2 y se supone que es constante. Luego, el estudiante jala hacia adentro los objetos horizontalmente hasta 0.30 m del eje de rotación. a) Encuentre la nueva rapidez angular del estudiante. b) Determine la energía cinética del estudiante antes y después de que los objetos se jalen hacia adentro.

63. W El disco en la figura P8.63 tiene una masa de 0.120 kg. Su distancia original desde el centro de rotación es de 40.0 cm y se mueve con una rapidez de 80.0 cm/s. La cuerda se jala hacia abajo 15.0 cm a través del agujero en la mesa sin fricción. Determine el trabajo realizado sobre el disco. *Sugerencia:* considere el cambio en la energía cinética del disco.

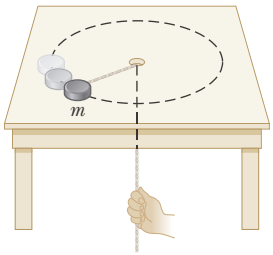


Figura P8.63

64. Una estación espacial con forma de una rueda gigante tiene un radio de 100 m y un momento de inercia de 5.00×10^8 kg · m^2. Una tripulación de 150 vive en el borde, y la estación gira de manera que la tripulación experimenta una aceleración aparente de 1g (figura P8.64). Cuando 100 personas se mueven hacia el centro de la estación para una reunión sindical, la rapidez angular cambia. ¿Qué aceleración aparente experimentan los gerentes que se quedaron en el borde? Suponga que la masa promedio de un miembro de la tripulación es 65.0 kg.

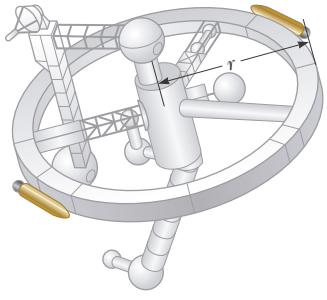


Figura P8.64

65. Q|C S Un cilindro con momento de inercia I_1 gira con velocidad angular ω_0 sobre un eje vertical sin fricción. Un segundo cilindro, con momento de inercia I_2, al inicio sin girar, cae hacia el primer cilindro (figura P8.65). Debido a que las superficies son rugosas, los dos cilindros con el tiempo alcanzan la misma rapidez angular ω. a) Calcule ω. b) Demuestre que la energía cinética se pierde en esta situación y calcule la razón de la energía cinética final a la inicial.

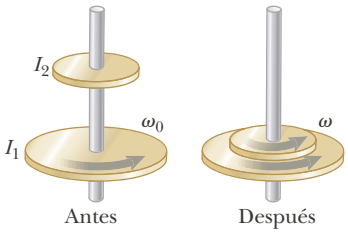


Figura P8.65

66. M Una partícula con masa de 4.00 kg está atada en la marca de 100 cm de una regla con masa de 0.100 kg. La regla gira sobre una mesa horizontal sin fricción con una rapidez angular de 4.00 rad/s. Calcule la cantidad de movimiento angular del sistema cuando la regla pivota alrededor de un eje a) perpendicular a la mesa a través de la marca de 50.0 cm y b) perpendicular a la mesa a través de la marca de 0 cm.

Problemas adicionales

67. GP Una hélice común de una turbina que se usa para generar electricidad del viento consiste en tres palas como en la figura P8.67. Cada pala tiene una longitud $L = 35$ m y una masa $m = 420$ kg. La hélice gira a una razón de 25 rev/min. a) Convierta la rapidez angular de la hélice a unidades de rad/s. Encuentre b) el momento de inercia de la hélice sobre eje de rotación y c) la energía cinética de la hélice.

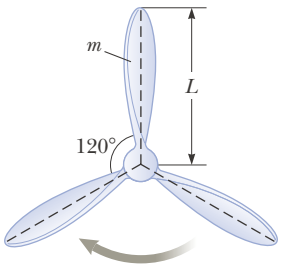


Figura P8.67

68. En la figura P8.68 se muestra un martillo de carpintero cuando se utiliza para sacar un clavo de una tabla horizontal. Si se ejerce una fuerza con una magnitud de 150 N de forma horizontal como se muestra, encuentre a) la fuerza ejercida sobre el clavo y b) la fuerza ejercida por la superficie en el punto de contacto con la cabeza del martillo. Suponga que la fuerza que ejerce el martillo sobre el clavo es paralela al clavo y perpendicular al vector posición desde el punto de contacto.

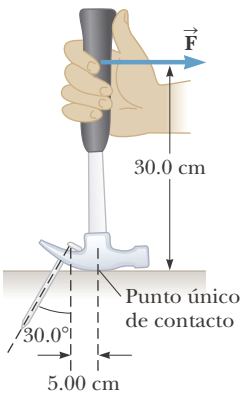


Figura P8.68

69. Q|C Un niño de 40.0 kg está de pie en un extremo de un bote de 70.0 kg que tiene una longitud de 4.00 m (figura P8.69). El bote al inicio está a 3.00 m del muelle. El niño ve una tortuga sobre una roca más allá del extremo del bote y camina hacia ese extremo para atraparla. a) Ignorando la fricción entre el bote y el agua, describa el movimiento del sistema (niño más bote). b) ¿Dónde estará el niño en relación con el muelle cuando llega al extremo del bote? c) ¿Atrapará a la tortuga? (Suponga que puede alcanzar 1.00 m desde el extremo del bote.)

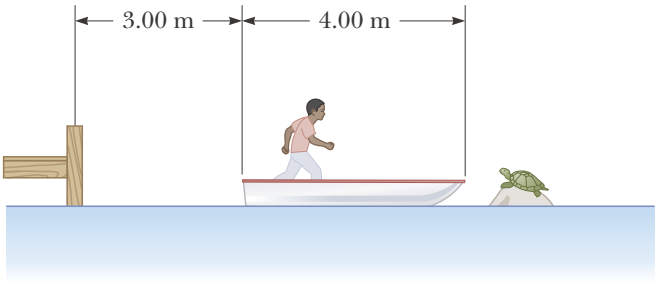


Figura P8.69

70. Un objeto de masa $M = 12.0$ kg encuentra atado a una cuerda que está enrollada alrededor de una rueda de radio $r = 10.0$ cm (figura P8.70). La aceleración del objeto hacia abajo por el plano inclinado sin fricción es $a = 2.00$ m/s^2 y el plano inclinado forma un ángulo $\theta = 37.0°$ con la horizontal. Suponiendo que el eje de la rueda no tiene fricción, determine a) la tensión en la cuerda, b) el momento de inercia de la rueda y c) la rapidez angular de la rueda 2.00 s después que empieza a girar, partiendo del reposo.

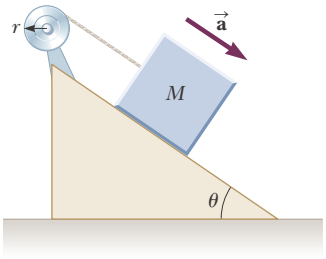


Figura P8.70

71. Una escalera uniforme de longitud L y peso w está recargada en una pared vertical. El coeficiente de fricción estática entre la escalera y el piso es el mismo que entre la escalera y la pared. Si este coeficiente es $\mu_s = 0.500$, determine el ángulo menor que la escalera puede formar con el piso sin deslizarse.

72. Dos astronautas (figura P8.72), cada uno con una masa de 75.0 kg, están unidos con una cuerda de 10.0 m de masa despreciable. Se encuentran aislados en el espacio, moviéndose en círculos alrededor del punto que está a la mitad entre ellos con una rapidez de 5.00 m/s. Tratando a los astronautas como partículas, calcule a) la magnitud de la cantidad de movimiento angular y b) la energía rotacional del sistema. Al jalar la cuerda los astronautas acortan la distancia entre ellos a 5.00 m. c) ¿Cuál es la nueva cantidad de movimiento angular del sistema? d) ¿Cuáles son sus nuevas rapideces? e) ¿Cuál es la nueva energía rotacional del sistema? f) ¿Cuánto trabajo realizan los astronautas al acortar la cuerda?

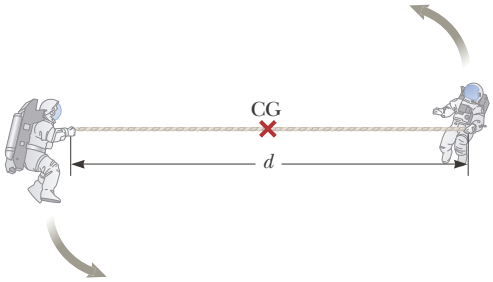


Figura P8.72 Problemas 72 y 73.

73. S ***Esta es una versión simbólica del problema* 72.** Dos astronautas (figura P8.72), cada uno con una masa M, están unidos por una cuerda de longitud d que tiene una masa despreciable. Se encuentran aislados en el espacio, moviéndose en círculos alrededor del punto que está a la mitad entre ellos con una rapidez v. a) Calcule la magnitud de la cantidad de movimiento angular del sistema tratando a los astronautas como partículas. b) Calcule la energía rotacional del sistema. Al jalar la cuerda, los astronautas acortan la distancia entre ellos a $d/2$. c) ¿Cuál es la nueva cantidad de movimiento angular del sistema? d) ¿Cuáles son sus nuevas rapideces? e) ¿Cuál es la nueva energía rotacional del sistema? f) ¿Cuánto trabajo realizan los astronautas al acortar la cuerda?

74. Dos personas que lavan ventanas, Bob y Joe, están sobre un andamio de 3.00 m de longitud y 345 N sostenido por dos cables unidos en sus extremos. Bob pesa 750 N y está a 1.00 m del extremo izquierdo, como se muestra en la figura P8.74. A dos metros del extremo izquierdo está el equipo de lavado de 500 N. Joe está a 0.500 m del extremo derecho y pesa 1 000 N. Dado que el andamio está en equilibrio rotacional y traslacional, ¿cuáles son las fuerzas sobre cada cable?

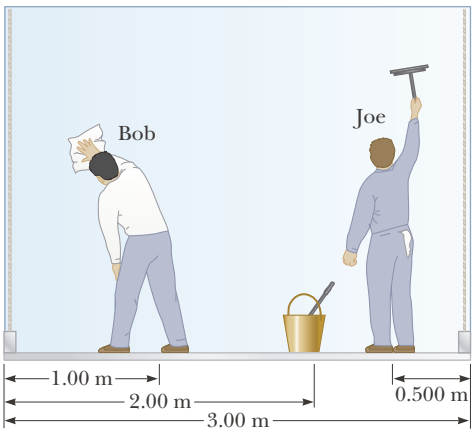


Figura P8.74

75. Una varilla uniforme de 2.35 kg con longitud $\ell = 1.30$ m se mantiene en una posición horizontal gracias a tres resortes verticales, como en la figura P8.75. Los dos resortes inferiores están comprimidos y ejercen fuerzas *hacia arriba* sobre la varilla de magnitud $F_1 = 6.80$ N y $F_2 = 9.50$ N, respectivamente. Encuentre a) la fuerza F_s ejercida por el resorte superior sobre la varilla y b) la ubicación x del resorte superior que mantenga la varilla en equilibrio.

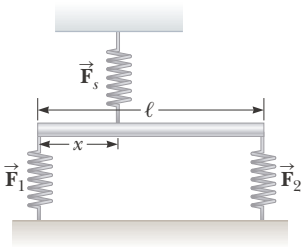


Figura P8.75

76. Q|C S Una varilla ligera de longitud $2L$ puede girar en un plano *vertical* alrededor de un pivote sin fricción a través de su centro. Una partícula de masa m_1 está conectada en un extremo de la varilla y una masa m_2 está en el extremo opuesto, donde $m_1 > m_2$. El sistema se libera del reposo en la posición vertical que se muestra en la figura P8.76a y en un tiempo posterior el sistema gira en la posición que se muestra en la figura P8.76b. Tome el punto de referencia de la energía potencial gravitacional en el pivote. a) Encuentre una expresión para la energía mecánica total del sistema en la posición vertical. b) Obtenga una expresión para la energía mecánica total en la posición girada que se muestra en la figura P8.76b. c) Partiendo del hecho de que la energía mecánica del sistema se conserva, ¿cómo determinaría la rapidez angular ω del sistema en la posición girada? d) Determine la magnitud del par de torsión sobre el sistema en la posición vertical y en la posición girada. ¿Es constante el par de torsión? Explique qué implican estos resultados respecto a la cantidad de movimiento angular del sistema. e) Encuentre una expresión para la magnitud de la aceleración angular del sistema en la posición girada. ¿Tiene sentido su respuesta cuando la varilla está horizontal? ¿Cuándo está vertical? Explique.

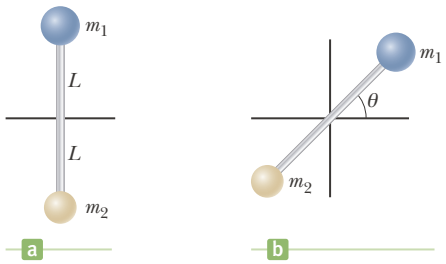


Figura P8.76

77. Q|C Una cuerda delgada pasa sobre una polea ligera y sin fricción. Un extremo está atado a un racimo de plátanos de masa M y un mono de masa M se aferra al otro extremo (figura P8.77). El mono sube por la cuerda tratando de alcanzar los plátanos. a) Tratando al sistema como si consistiera en el mono, los plátanos, la cuerda y la polea, encuentre el par de torsión neto del sistema respecto al eje de la polea. b) Con el resultado del inciso a), determine la cantidad de movimiento angular respecto al eje de la polea y describa el movimiento del sistema. c) ¿Alcanzará el mono los plátanos antes de que se atoren en la polea?

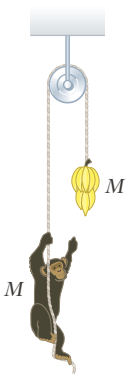


Figura P8.77

78. Un motor eléctrico gira un volante de inercia a través de una banda de impulsión que une una polea en el motor y una polea que está rígidamente colocada al volante de inercia, como se muestra en la figura P8.78. El volante de inercia es un disco uniforme con una masa de 80.0 kg y un radio $R = 0.625$ m. Gira sobre un eje sin fricción.

Su polea tiene una masa mucho menor y un radio de $r = 0.230$ m. La tensión T_u en el segmento superior de la banda es de 135 N y el volante de inercia tiene una aceleración angular en el sentido de las manecillas del reloj de 1.67 rad/s^2. Encuentre la tensión en el segmento inferior (estacionario) de la banda.

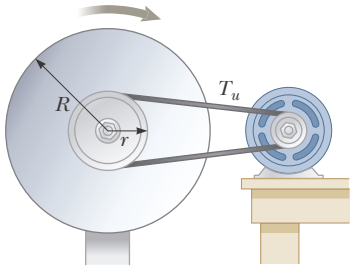


Figura P8.78

79. BIO En los estudios de fisiología del ejercicio en ocasiones es importante determinar la ubicación del centro de gravedad de una persona. Esto se puede hacer con la configuración que se muestra en la figura P8.79. Una tabla ligera se apoya sobre dos básculas en las que se lee $F_{g1} = 380$ N y $F_{g2} = 320$ N. Las básculas están separadas por una distancia de 2.00 m. ¿A qué distancia de sus pies está su centro de gravedad?

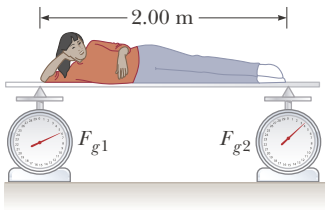


Figura P8.79

80. S Una barra delgada y uniforme de longitud L y masa M puede girar sobre un pasador sin fricción que atraviesa su extremo (figura P8.80). La barra se libera del reposo en la posición horizontal. a) ¿Cuál es la rapidez de su centro de gravedad cuando la barra llega a su posición más baja? b) ¿Cuál es la rapidez tangencial del punto más bajo en la barra cuando está en la posición vertical?

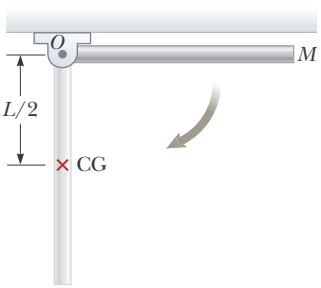


Figura P8.80

81. S Un cilindro sólido uniforme de masa M y radio R gira sobre un eje horizontal y sin fricción (figura P8.81). Dos objetos con masas iguales m cuelgan de cuerdas ligeras enrolladas en torno al cilindro. Si el sistema se libera del reposo, encuentre a) la tensión en cada cuerda y b) la aceleración de cada objeto después de que han descendido una distancia h.

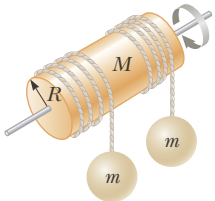


Figura P8.81

82. Q|C S Un pintor sube por una escalera que está apoyada en una pared lisa. A cierta altura, la escalera empieza a deslizarse. a) Explique porqué la fuerza ejercida por la pared vertical sobre la escalera es horizontal. b) Si la escalera de longitud L se apoya con un ángulo θ con la horizontal, ¿cuál es el brazo de palanca para esta fuerza horizontal si se toma el eje de rotación en la base de la escalera? c) Si la escalera es uniforme, ¿cuál es el brazo de palanca para la fuerza de gravedad que actúa sobre ella? d) Sea la masa del pintor 80 kg, $L = 4.0$ m, la masa de la escalera 30 kg, $\theta = 53°$ y el coeficiente de fricción entre el suelo y la escalera 0.45. Encuentre la distancia máxima a la que puede subir el pintor.

83. *Un lobo de guerra o trabuco,* es un dispositivo que se usó durante la Edad Media para lanzar rocas a los castillos y en la actualidad a veces se utiliza para lanzar calabazas y pianos. En la figura P8.83 se muestra un trabuco simple. Modélelo como una varilla rígida de masa despreciable de 3.00 m de longitud y que une partículas de masa $m_1 = 0.120$ kg y $m_2 = 60.0$ kg en sus extremos. Puede girar sobre un eje horizontal y sin fricción perpendicular a la varilla y a 14.0 cm de la partícula de masa mayor. La varilla se libera del reposo en una orientación horizontal. Encuentre la rapidez máxima que logra el objeto de masa menor.

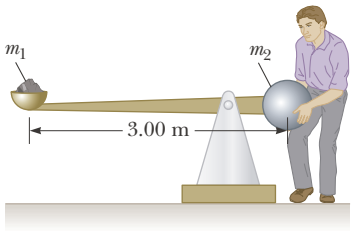


Figura P8.83

84. Una cuerda está enrrollada en torno a un cilindro uniforme de masa M y radio R. El cilindro se libera del reposo con la cuerda vertical y su extremo superior atado a una varilla fija (figura P8.84). Demuestre que a) la tensión en la cuerda es un tercio del peso del cilindro, b) la magnitud de la aceleración del centro de gravedad es $2g/3$ y c) la rapidez del centro de gravedad es $(4gh/3)^{1/2}$ después de que el cilindro ha descendido una distancia h. Verifique su respuesta al inciso c) con el método de la energía.

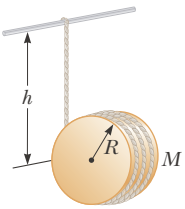


Figura P8.84

85. BIO **La cruz de hierro** Cuando un gimnasta que pesa 750 N ejecuta la cruz de hierro como en la figura P8.85a, los músculos principales que intervienen para mantener esta posición son el *latissimus dorsi* y el pectoral mayor. Los anillos ejercen una fuerza hacia arriba sobre los brazos y soportan el peso del gimnasta. La fuerza ejercida por la articulación del hombro sobre el brazo se denota por $\vec{\mathbf{F}}_s$, en tanto que los dos músculos ejercen una fuerza total $\vec{\mathbf{F}}_m$ sobre el brazo. Estime la magnitud de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_m$. Observe que un anillo soporta la mitad del peso del gimnasta, que es de 375 N como se indica en la figura P8.85b. Suponga que la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_m$ actúa en un ángulo de 45° abajo de la horizontal a una

distancia de 4.0 cm de la articulación del hombro. En su estimación, tome la distancia de la articulación del hombro a la mano como $L = 70$ cm e ignore el peso del brazo.

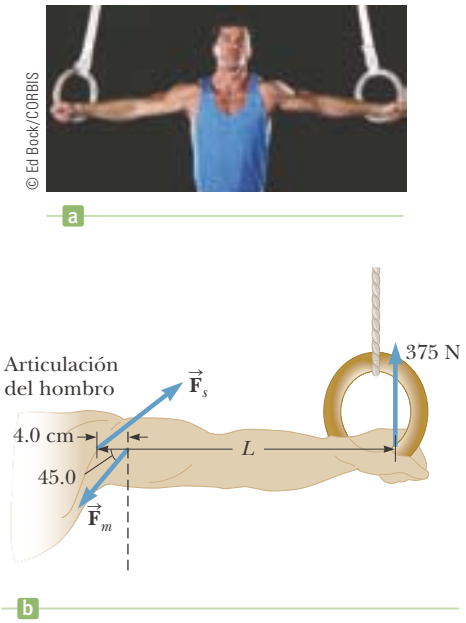


Figura P8.85

86. BIO En una situación de emergencia, una persona con un antebrazo roto ata una correa desde su mano hasta un gancho en su hombro, como en la figura P8.86. Su antebrazo de 1.60 kg permanece en una posición horizontal y la correa forma un ángulo $\theta = 50.0°$ con la horizontal. Suponga que el antebrazo es uniforme con una longitud $\ell = 0.320$ m y también que el bíceps está relajado, e ignore la masa y la longitud de la mano. Encuentre a) la tensión en la correa y b) las componentes de la fuerza de reacción ejercida por el húmero sobre el antebrazo.

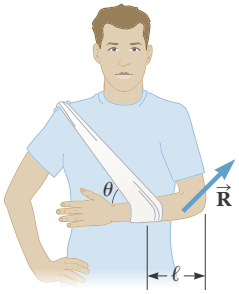


Figura P8.86

87. Un objeto de masa $m_1 = 4.00$ kg está conectado por una cuerda ligera a un objeto de masa $m_2 = 3.00$ kg que se encuentra sobre una superficie sin fricción (figura P8.87). La polea gira sobre un eje sin fricción y tiene un momento de inercia de 0.500 kg · m^2 y un radio de 0.300 m. Suponiendo que la cuerda no se desliza sobre la polea, determine a) la aceleración de las dos masas y b) las tensiones T_1 y T_2.

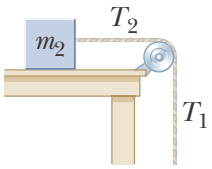


Figura P8.87

88. Q|C Un mono de 10.0 kg sube por una escalera uniforme con peso $w = 1.20 \times 10^2$ N y longitud $L = 3.00$ m, como se muestra en la figura P8.88. La escalera reposa contra la pared en un ángulo $\theta = 60.0°$. Los extremos superior e inferior de la escalera se apoyan sobre superficies sin fricción, con el extremo inferior sujeto a la pared por una cuerda horizontal que está deshilachada y que puede soportar una tensión máxima de solo 80.0 N. a) Trace un diagrama de fuerzas para la escalera. b) Determine la fuerza normal ejercida por su parte inferior. c) Encuentre la tensión en la cuerda cuando el mono está a dos tercios de la altura de la escalera. d) Obtenga la distancia máxima d que el mono puede subir por la escalera antes de que se rompa la cuerda. e) Si la superficie horizontal estuviera rugosa y la cuerda se removiera, ¿cómo cambiaría su análisis del problema y qué otra información necesitaría para responder los incisos c) y d)?

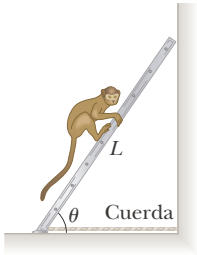


Figura P8.88

89. Una esfera de 3.2 kg está suspendida por una cuerda que pasa sobre una polea de 1.8 kg con un radio de 3.8 cm. La cuerda está atada a un resorte cuya fuerza constante es $k = 86$ N/m como en la figura P8.89. Suponga que la polea es un disco sólido. a) Si la esfera se libera del reposo con el resorte sin estirar, ¿qué distancia cae la esfera antes de detenerse? b) Determine la rapidez de la esfera después que ha caído 25 cm.

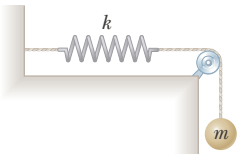


Figura P8.89

En los globos de aire caliente se aplica el principio de Arquímedes: la fuerza de flotación es igual al peso del aire desplazado. El aire caliente se expande por lo que es menos denso que el aire del medio ambiente, por eso es más ligero. Cuando el peso total del globo es menor que el peso del aire que desplaza, el globo sube.

Totophotos/Shutterstock.com

9 Sólidos y fluidos

9.1 Estados de la materia
9.2 Densidad y presión
9.3 Deformación de los sólidos
9.4 Variación de la presión con la profundidad
9.5 Mediciones de la presión
9.6 Fuerzas de flotación y el principio de Arquímedes
9.7 Fluidos en movimiento
9.8 Otras aplicaciones de la dinámica de fluidos
9.9 Tensión superficial, acción capilar y flujo de fluidos viscosos
9.10 Fenómenos de transporte

Existen cuatro estados de la materia conocidos: sólido, líquido, gaseoso y plasma. En el Universo en general, los plasmas (que son sistemas de partículas cargadas que interactúan de manera electromagnética) son los más comunes. En nuestro entorno en la Tierra predominan los sólidos, los líquidos y los gases.

La comprensión de las propiedades fundamentales de estos diferentes estados de la materia es importante en todas las ciencias, en la ingeniería y en la medicina. Las fuerzas generan esfuerzos sobre los sólidos y estos esfuerzos pueden presionarlos, deformarlos o romperlos, ya sea que se trate de vigas de acero o de huesos. Los fluidos bajo presión pueden realizar trabajo o transportar nutrientes y solutos esenciales, como la sangre que fluye por nuestras venas y arterias. El flujo de los gases ocasiona diferencias de presión que en un huracán pueden elevar un avión que transporta cargas con mucha masa o arrancar el techo de una casa. Los plasmas de alta temperatura creados en reactores de fusión algún día podrían permitir que la raza humana controle la fuente de energía del Sol.

El estudio de cualquiera de estos estados de la materia es en sí una disciplina muy amplia. Aquí se presentan las propiedades básicas de los sólidos y los líquidos; estos últimos incluyen algunas propiedades de los gases. Además, se analiza de forma breve la tensión superficial, la viscosidad, la ósmosis y la difusión.

9.1 Estados de la materia

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Describir y comparar los cuatro estados de la materia.

La materia por lo general se clasifica en alguno de estos tres estados: **sólido**, **líquido** o **gaseoso**. Con frecuencia este sistema de clasificación se extiende para incluir un cuarto estado de la materia, que se denomina **plasma**.

La experiencia cotidiana nos indica que un sólido tiene un volumen y una forma definidos. Por ejemplo, un ladrillo mantiene siempre su forma y su tamaño conocidos.

Un líquido tiene un volumen definido, pero no una forma determinada. Cuando usted llena el tanque de una podadora, la gasolina cambia su forma del recipiente original a la del tanque, pero el volumen original no se modifica. Un gas difiere de los sólidos

y de los líquidos por el hecho de que no tiene un volumen ni una forma definidos. Sin embargo, dado que un gas puede fluir, comparte muchas propiedades con los líquidos.

Toda la materia consta de alguna distribución de átomos o moléculas. Los átomos en un sólido, agrupados por fuerzas que principalmente son eléctricas, se ubican en posiciones específicas unos respecto de otros y vibran de acuerdo con esas posiciones. A temperaturas bajas, el movimiento vibratorio es ligero y los átomos pueden considerarse en esencia fijos. Cuando se agrega energía al material, la amplitud de las vibraciones aumenta. Es posible considerar que un átomo que vibra está enlazado en su posición de equilibrio por resortes conectados a los átomos circundantes. En la figura 9.1 se muestra un conjunto de átomos y resortes imaginarios. Es posible imaginar las fuerzas externas aplicadas como si comprimieran estos resortes diminutos externos. Cuando las fuerzas externas se remueven, el sólido regresa a su forma y su tamaño originales. En consecuencia, se dice que un sólido tiene *elasticidad*.

Los sólidos pueden clasificarse como cristalinos o amorfos. En un **sólido cristalino** los átomos tienen una estructura ordenada. Por ejemplo, en el cristal de cloruro de sodio (sal de mesa común), los átomos de sodio y cloro ocupan las esquinas alternas de un cubo, como en la figura 9.2a. En un **sólido amorfo**, como el vidrio, los átomos están configurados casi aleatoriamente, como en la figura 9.2b.

Para cualquier sustancia dada, el estado líquido existe a una temperatura mayor que el estado sólido. Las fuerzas intermoleculares en un líquido no son suficientemente fuertes para mantener a las moléculas en posiciones fijas y deambulan de forma aleatoria en dicho líquido (figura 9.2c). Una propiedad común de los sólidos y los líquidos es que cuando se intenta comprimirlos las fuerzas atómicas de repulsión fuertes actúan en su interior para resistir la compresión.

En el estado gaseoso, las moléculas se encuentran en un movimiento aleatorio constante y solo ejercen fuerzas débiles entre sí. La distancia promedio entre las moléculas de un gas es muy grande en comparación con su tamaño. En ocasiones, las moléculas chocan unas con otras, pero la mayoría del tiempo se mueven como partículas casi libres, sin interactuar. Como resultado, a diferencia de los sólidos y de los líquidos, los gases pueden comprimirse con facilidad. En los capítulos siguientes se hablará más acerca de los gases.

Cuando un gas se calienta a alta temperatura, muchos de los electrones que rodean a cada átomo se liberan del núcleo. El sistema resultante es un conjunto de partículas libres con carga eléctrica (electrones con carga negativa y iones con carga positiva). Ese estado de la materia altamente ionizado se denomina **plasma**. A diferencia de un gas neutro, las fuerzas magnéticas y eléctricas de largo alcance permiten que los constituyentes de un plasma interactúen entre sí. Los plasmas se encuentran dentro de las estrellas y en los discos de acreción alrededor de los agujeros negros, por ejemplo, y son mucho más comunes que los estados sólido, líquido y gaseoso debido a que hay más estrellas que otra forma de materia celeste.

Sin embargo, la materia normal puede constituir menos de 5% de toda la materia en el Universo. Las observaciones de los últimos años indican la existencia de una **materia oscura** invisible, que afecta el movimiento de las estrellas que orbitan los centros de las galaxias. La materia oscura puede comprender casi 25% de la materia en

© Cengage Learning/Charles D. Winters

Cristales de cuarzo natural (SiO_2), uno de los minerales más comunes en la Tierra. Los cristales de cuarzo se utilizan para hacer lentes y prismas especiales y en ciertas aplicaciones electrónicas.

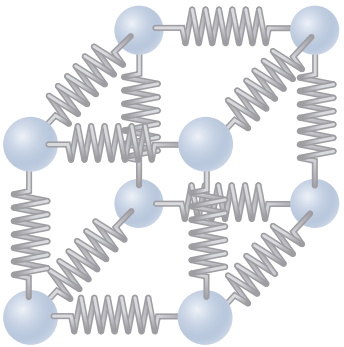


Figura 9.1 Modelo de parte de un sólido. Se imaginan los átomos (esferas) conectados entre sí mediante resortes, los cuales representan la naturaleza elástica de las fuerzas interatómicas. Un sólido consta de billones de segmentos como este, con resortes que los conectan.

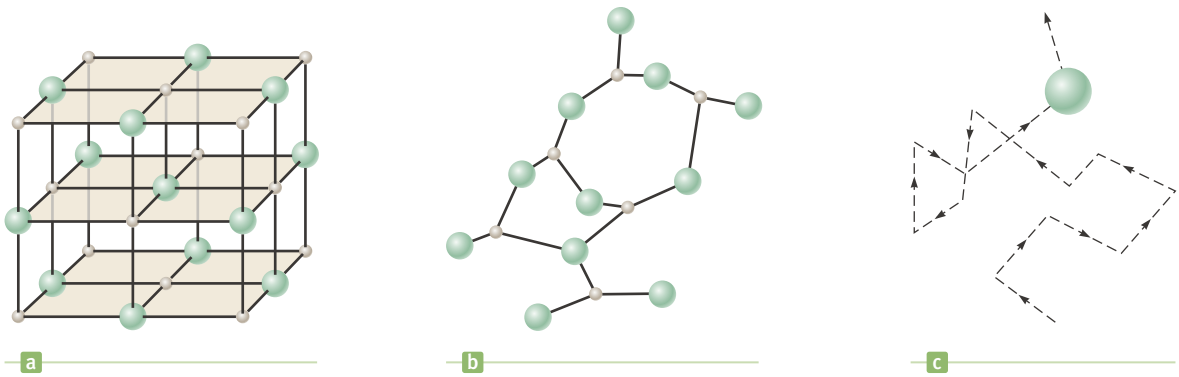


Figura 9.2 a) Estructura del NaCl, con los iones Na^+ (color gris) y Cl^- (color verde) en las esquinas alternas de un cubo. b) En un sólido amorfo, los átomos están configurados de forma aleatoria. c) Movimiento errático de una molécula en un líquido.

el Universo, varias veces mayor que la cantidad de materia normal. Por último, la aceleración rápida de la expansión del Universo puede ser impulsada por una forma de materia aún más misteriosa, llamada **energía oscura**, que puede representar más de 70% de toda la materia en el Universo.

9.2 Densidad y presión

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la densidad de un objeto uniforme.
2. Definir la presión y aplicarla en contextos físicos comunes.

Las masas iguales de aluminio y oro tienen una diferencia física importante: el aluminio ocupa aproximadamente siete veces más espacio que el oro. Aunque las razones de la diferencia se encuentran en los niveles atómico y nuclear, una medida simple de esta diferencia es el concepto de *densidad*.

Densidad ▶

La **densidad** ρ de un objeto que tiene una composición uniforme es su masa M dividida entre su volumen V:

$$\rho \equiv \frac{M}{V} \qquad [9.1]$$

Unidad SI: kilogramo por metro cúbico (kg/m^3)

Para un objeto con composición no uniforme, la ecuación 9.1 define una densidad promedio. Las unidades más comunes que se usan para la densidad son los kilogramos por metro cúbico en el sistema SI y los gramos por centímetro cúbico en el sistema cgs. En la tabla 9.1 se listan las densidades de algunas sustancias. Las densidades de la mayoría de los líquidos y sólidos varían ligeramente con los cambios de temperatura y presión; las de los gases varían en gran medida con tales cambios. En condiciones normales, las densidades de los sólidos y los líquidos son aproximadamente 1 000 veces mayores que las de los gases. Esta diferencia implica que el espaciamiento promedio entre las moléculas de un gas en esas condiciones es casi 10 veces mayor que en un sólido o en un líquido.

La **gravedad específica** de una sustancia es el cociente de su densidad con la densidad del agua a 4°C, que es de 1.0×10^3 kg/m^3 (originalmente el tamaño del kilogramo se definió para hacer la densidad del agua igual que 1.0×10^3 kg/m^3 a 4°C). Por definición, la gravedad específica es una cantidad adimensional. Por ejemplo, si la gravedad específica de una sustancia es de 3.0, su densidad es de $3.0(1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) = 3.0 \times 10^3$ kg/m^3.

Cuestionario rápido

9.1 Suponga que usted tiene un metro cúbico de oro, dos metros cúbicos de plata y seis metros cúbicos de aluminio. Ordénelos por masa, de menor a mayor: a) oro, aluminio, plata; b) oro, plata, aluminio; c) aluminio, oro, plata, o d) plata, aluminio, oro.

Tabla 9.1 Densidades de algunas sustancias comunes

Sustancia	ρ (kg/m^3)[a]	Sustancia	ρ (kg/m^3)[a]
Hielo	0.917×10^3	Agua	1.00×10^3
Aluminio	2.70×10^3	Glicerina	1.26×10^3
Hierro	7.86×10^3	Alcohol etílico	0.806×10^3
Cobre	8.92×10^3	Benceno	0.879×10^3
Plata	10.5×10^3	Mercurio	13.6×10^3
Plomo	11.3×10^3	Aire	1.29
Oro	19.3×10^3	Oxígeno	1.43
Platino	21.4×10^3	Hidrógeno	8.99×10^{-2}
Uranio	18.7×10^3	Helio	1.79×10^{-1}

[a]Todos los valores se encuentran a temperatura y presión atmosférica estándar (STP), definidos como 0°C (273 K) y 1 atm (1.013×10^5 Pa). Para convertir a gramos por centímetro cúbico, multiplique por 10^{-3}.

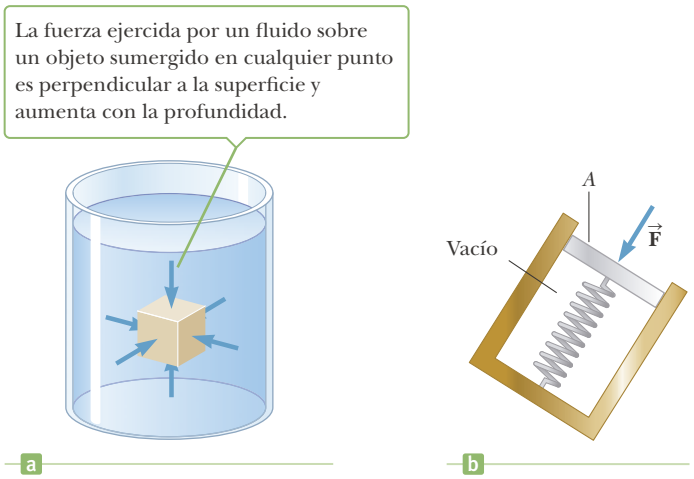


Figura 9.3 a) Fuerza ejercida por un fluido sobre las superficies de un objeto sumergido. b) Dispositivo simple para medir la presión en un fluido.

La fuerza ejercida por un fluido sobre un objeto siempre es perpendicular a las superficies del objeto, como se muestra en la figura 9.3a.

La presión en un punto específico en un fluido se puede medir con el dispositivo que se ilustra en la figura 9.3b: un cilindro al vacío que contiene un pistón ligero conectado a un resorte que previamente se ha calibrado con pesos conocidos. Cuando el dispositivo se sumerge en un fluido, este presiona hacia abajo sobre la parte superior del pistón y comprime el resorte hasta que la fuerza hacia adentro ejercida por el fluido se equilibra por la fuerza hacia afuera ejercida por el resorte. Sea F la magnitud de la fuerza sobre el pistón y A el área de la superficie superior del pistón. Observe que la fuerza que comprime el resorte se dispersa sobre toda el área, lo que motiva nuestra definición formal de presión:

Sugerencia 9.1 Fuerza y presión

La ecuación 9.2 hace una distinción clara entre fuerza y presión. Otra distinción importante es que la *fuerza es un vector* y la *presión es un escalar*. No hay una dirección asociada con la presión, pero la dirección de la fuerza asociada con la presión es perpendicular a la superficie de interés.

◀ Presión

Si F es la magnitud de una fuerza ejercida perpendicular a una superficie dada de área A, entonces la presión promedio P es la fuerza dividida entre el área:

$$P \equiv \frac{F}{A} \qquad [9.2]$$

Unidad SI: pascal (Pa = N/m^2)

La presión puede cambiar de un punto a otro, por eso en la ecuación 9.2 la presión se denomina promedio. Dado que la presión se define como fuerza por área unitaria, tiene unidades de pascales (newtons por metro cuadrado). La unidad inglesa que se usa para la presión es la libra por pulgada cuadrada. La presión atmosférica a nivel del mar es de 14.7 lb/pulg^2, lo que en unidades SI es 1.01×10^5 Pa.

Como se deduce de la ecuación 9.2, el efecto de una fuerza dada depende de manera fundamental del área a la que se aplica. Una persona de 700 N con zapatos de calle puede colocarse sobre un piso cubierto de vinilo sin dañar la superficie, pero si lleva puestos zapatos de golf, los tacos metálicos que sobresalen de la suela pueden dañar el piso de forma considerable. Con los tacos, la misma fuerza se concentra en un área menor, lo que aumenta la presión en esas zonas y resulta en una mayor posibilidad de sobrepasar la resistencia máxima del material del piso.

En las raquetas para nieve se aplica el mismo principio (figura 9.4). La nieve ejerce una fuerza normal hacia arriba sobre las raquetas para soportar el peso de la persona. De acuerdo con la tercera ley de Newton, esta fuerza hacia arriba está acompañada por una fuerza hacia abajo ejercida por las raquetas sobre la nieve. Si la persona lleva puestas las raquetas, esa fuerza se distribuye sobre el área grande de cada raqueta, de manera que la presión en cualquier punto dado es relativamente baja y la persona no se hunde en la nieve.

© Royalty-Free/Corbis

Figura 9.4 Las raquetas para nieve evitan que una persona se hunda en la nieve suave debido a que la fuerza sobre esta se dispersa en un área mayor, lo que reduce la presión sobre la superficie.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 9.1 El truco de la cama de clavos

Después de una conferencia emocionante pero agotadora, un profesor de física se relaja para tomar una siesta sobre una cama de clavos, como en la figura 9.5, sin sufrir daños mayores que una incomodidad moderada. ¿Cómo es posible?

EXPLICACIÓN Si usted intenta apoyar todo su peso sobre un solo clavo, la presión sobre su cuerpo es su peso dividido entre el área muy pequeña de la punta del clavo. La presión resultante es suficientemente grande para penetrar la piel. Sin embargo, si usted distribuye su peso sobre varios cientos de clavos, como lo demuestra el profesor, la presión se reduce considerablemente ya que el área que soporta su peso es el área total de todos los clavos en contacto con su cuerpo. (¿Por qué es más cómodo acostarse sobre la cama de clavos que sentarse sobre ella? Amplíe la lógica para demostrar que sería aún más incómodo ponerse de pie sobre ella sin zapatos). ■

Raymond A. Serway

Figura 9.5 (Aplicación de la física 9.1) ¿Alguien tiene una almohada?

EJEMPLO 9.1 Presión y peso del agua

OBJETIVO Relacionar la densidad, la presión y el peso.

PROBLEMA **a)** Calcule el peso de una columna cilíndrica de agua con una altura $h = 40.0$ m y un radio $r = 1.00$ m (consulte la figura 9.6). **b)** Calcule la fuerza ejercida por el aire sobre un disco que tiene un radio de 1.00 m en la superficie del agua. **c)** ¿Qué presión a una profundidad de 40.0 m soporta la columna de agua?

ESTRATEGIA Para el inciso a), calcule el volumen y multiplique por la densidad para obtener la masa de agua, luego multiplique la masa por g para obtener el peso. El inciso b) requiere sustitución en la definición de presión. Al sumar los resultados de los incisos a) y b) y dividiendo entre el área se obtiene la presión del agua en el fondo de la columna.

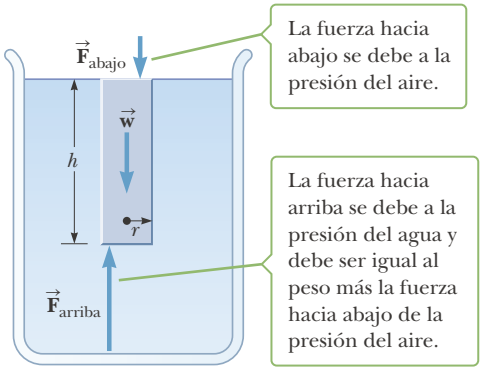


Figura 9.6 (Ejemplo 9.1)

SOLUCIÓN

a) Calcule el peso de una columna cilíndrica de agua con altura de 40.0 m y radio de 1.00 m.

Calcule el volumen del cilindro:
$$V = \pi r^2 h = \pi(1.00\text{ m})^2(40.0\text{ m}) = 126\text{ m}^3$$

Multiplique el volumen por la densidad del agua para obtener la masa de agua en el cilindro:
$$m = \rho V = (1.00 \times 10^3\text{ kg/m}^3)(126\text{ m}^3) = 1.26 \times 10^5\text{ kg}$$

Multiplique la masa por la aceleración de la gravedad g para obtener el peso w:
$$w = mg = (1.26 \times 10^5\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) = 1.23 \times 10^6\text{ N}$$

b) Calcule la fuerza ejercida por el aire sobre un disco con un radio de 1.00 m en la superficie del agua.

Escriba la ecuación para la presión:
$$P = \frac{F}{A}$$

Despeje la ecuación de presión para la fuerza y sustituya $A = \pi r^2$:
$$F = PA = P\pi r^2$$

Sustituya los valores:
$$F = (1.01 \times 10^5\text{ Pa})\pi\,(1.00\text{ m})^2 = 3.17 \times 10^5\text{ N}$$

c) ¿Qué presión soporta la columna de agua a una profundidad de 40.0 m?

Escriba la segunda ley de Newton para la columna de agua: $-F_{\text{abajo}} - w + F_{\text{arriba}} = 0$

Calcule la fuerza hacia arriba: $F_{\text{arriba}} = F_{\text{abajo}} + w = (3.17 \times 10^5\ \text{N}) + (1.23 \times 10^6\ \text{N}) = 1.55 \times 10^6\ \text{N}$

Divida la fuerza entre el área para obtener la presión requerida: $P = \dfrac{F_{\text{arriba}}}{A} = \dfrac{1.55 \times 10^6\ \text{N}}{\pi(1.00\ \text{m})^2} = 4.93 \times 10^5\ \text{Pa}$

COMENTARIOS Observe que la presión a una profundidad dada está relacionada con la suma del peso del agua y con la fuerza ejercida por la presión del aire en la superficie del agua. El agua a una profundidad de 40.0 m debe empujar hacia arriba para mantener la columna en equilibrio. También observe la función importante de la densidad al determinar la presión a una profundidad dada.

PREGUNTA 9.1 Una instalación gigantesca de almacenamiento resguarda petróleo en contenedores que tienen una altura de 40.0 m. ¿Cuál es la presión en el fondo del tanque en comparación con la presión a una profundidad de 40.0 m en el agua? Explique.

EJERCICIO 9.1 Una tina rectangular grande está llena a una profundidad de 2.60 m con aceite de oliva, cuya densidad es de 915 kg/m^3. Si la tina tiene una longitud de 5.00 m y un ancho de 3.00 m, calcule a) el peso del aceite de oliva, b) la fuerza de la presión del aire sobre la superficie del aceite y c) la presión ejercida hacia arriba por el fondo de la tina.

RESPUESTAS a) 3.50×10^5 N; b) 1.52×10^6 N; c) 1.25×10^5 Pa

9.3 Deformación de los sólidos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Identificar los tres módulos de elasticidad relacionados con los cambios en la longitud, la forma y el volumen de un objeto en respuesta a un esfuerzo aplicado.
2. Aplicar las ecuaciones de esfuerzo y deformación a los problemas de cambio de forma y volumen.

Aunque se considera que un sólido tiene una forma y un volumen definidos, es posible cambiar estas características al aplicar fuerzas externas. Una fuerza suficientemente grande deformará un objeto de manera permanente o lo romperá; pero, por otro lado, cuando se quitan las fuerzas externas, el objeto tiende a regresar a su forma y su tamaño originales. A esto se le llama *comportamiento elástico*.

Las propiedades elásticas de los sólidos se analizan en términos del esfuerzo y la deformación. El **esfuerzo** es la fuerza por área unitaria que causa una deformación; la **deformación** es una medida de la cantidad de cambio en la forma y el volumen. Para los esfuerzos suficientemente pequeños, el **esfuerzo es proporcional a la deformación** y la constante de proporcionalidad depende del material que se está deformando y de la naturaleza de la deformación. A esta constante de proporcionalidad se le denomina **módulo de elasticidad**:

$$\text{esfuerzo} = \text{módulo de elasticidad} \times \text{deformación} \qquad [9.3]$$

El módulo de elasticidad es análogo a una constante de resorte. Se puede tomar como la rigidez de un material: un material que tiene un módulo de elasticidad grande es muy rígido y difícil de deformar. Hay tres relaciones que tienen la forma de la ecuación 9.3 y corresponden a la deformación por tensión, por cortante y volumétrica, y todas ellas satisfacen una ecuación similar a la ley de Hooke para los resortes:

$$F = -k\,\Delta x \qquad [9.4]$$

donde F es la fuerza aplicada, k es la constante de resorte y Δx es en esencia la cantidad en la que el resorte se estira o se comprime.

Módulo de Young: elasticidad en la longitud

Considere una barra larga de área transversal A y longitud L_0, sujeta en un extremo (figura 9.7). Cuando una fuerza externa $\vec{\mathbf{F}}$ se aplica a lo largo de la barra, de manera perpendicular a la sección transversal, las fuerzas internas en la barra resisten la

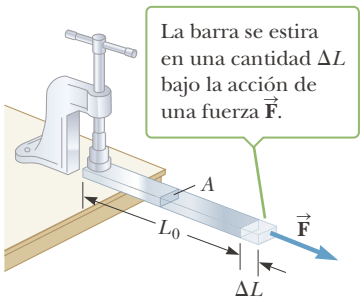


Figura 9.7 Fuerza aplicada a una barra larga sujeta en un extremo.

distorsión ("estiramiento") que $\vec{\mathbf{F}}$ tiende a producir. No obstante, la barra logra un equilibrio en el cual 1) su longitud es mayor que L_0 y 2) la fuerza externa es equilibrada por fuerzas internas. En estas circunstancias, se dice que la barra está *esforzada*. Definimos el **esfuerzo de tracción** como la razón entre la magnitud de la fuerza externa F y el área transversal A. La palabra "tracción" se usa ya que la barra está bajo tensión. La unidad SI del esfuerzo es el newton por metro cuadrado (N/m^2), denominada **pascal** (Pa), la misma unidad que para la presión:

El pascal ▶

$$1\ \text{Pa} \equiv \text{N/m}^2$$

La **deformación por tracción** en este caso se define como la razón entre el cambio en la longitud ΔL y la longitud original L_0 y por lo tanto es una cantidad adimensional. Usando la ecuación 9.3, se puede escribir una ecuación que relacione el esfuerzo de tracción con la deformación por tracción:

$$\frac{F}{A} = Y\frac{\Delta L}{L_0} \qquad [9.5]$$

En esta ecuación, Y es la constante de proporcionalidad, denominada **módulo de Young**. Observe que F podría despejarse de la ecuación 9.5 y escribirse en la forma $F = k\,\Delta L$, donde $k = YA/L_0$, lo que la hace similar a la ley de Hooke, ecuación 9.4.

Es difícil estirar o comprimir un material que tenga un módulo de Young grande. Esta cantidad por lo común se usa para caracterizar una barra o un alambre esforzado bajo tensión o compresión. Dado que la deformación es una cantidad adimensional, Y está en pascales. En la tabla 9.2 se proporcionan algunos valores comunes del módulo de elasticidad. Se ha demostrado con experimentos que 1) el cambio en la longitud para una fuerza externa fija es proporcional a la longitud original y 2) la fuerza necesaria para producir una deformación dada es proporcional al área transversal. El valor del módulo de Young para un material dado depende de si este se estira o se comprime. Por ejemplo, un fémur humano es más resistente bajo compresión que bajo tensión. Para muchos materiales, como los metales, los módulos para compresión y tensión difieren poco entre sí.

Es posible sobrepasar el **límite de elasticidad** de una sustancia aplicando un esfuerzo suficientemente grande (figura 9.8). En el límite de elasticidad, la curva esfuerzo-deformación se desvía de una línea recta. Un material sometido a un esfuerzo mayor que su límite por lo general no regresa a su longitud original cuando la fuerza externa se remueve. Cuando el esfuerzo aumenta aún más, sobrepasa la **resistencia máxima**: el esfuerzo máximo que la sustancia puede soportar sin romperse. El **punto de ruptura** para los materiales frágiles está justo más allá de la resistencia máxima. Para los materiales dúctiles como el cobre y el oro, después de pasar el punto de resistencia máxima, el metal se adelgaza y se estira a un nivel de esfuerzo menor antes de romperse.

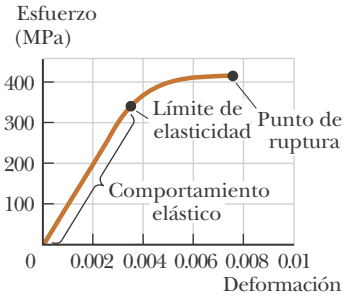


Figura 9.8 Curva del esfuerzo en función de la deformación para un sólido elástico.

Tabla 9.2 Valores comunes del módulo de elasticidad

Sustancia	Módulo de Young (Pa)	Módulo de corte (Pa)	Módulo volumétrico (Pa)
Aluminio	7.0×10^{10}	2.5×10^{10}	7.0×10^{10}
Hueso	1.8×10^{10}	8.0×10^{10}	—
Latón	9.1×10^{10}	3.5×10^{10}	6.1×10^{10}
Cobre	11×10^{10}	4.2×10^{10}	14×10^{10}
Acero	20×10^{10}	8.4×10^{10}	16×10^{10}
Tungsteno	35×10^{10}	14×10^{10}	20×10^{10}
Vidrio	$6.5–7.8 \times 10^{10}$	$2.6–3.2 \times 10^{10}$	$5.0–5.5 \times 10^{10}$
Cuarzo	5.6×10^{10}	2.6×10^{10}	2.7×10^{10}
Cartílago de costilla	1.2×10^{7}	—	—
Caucho	0.1×10^{7}	—	—
Tendón	2×10^{7}	—	—
Agua	—	—	0.21×10^{10}
Mercurio	—	—	2.8×10^{10}

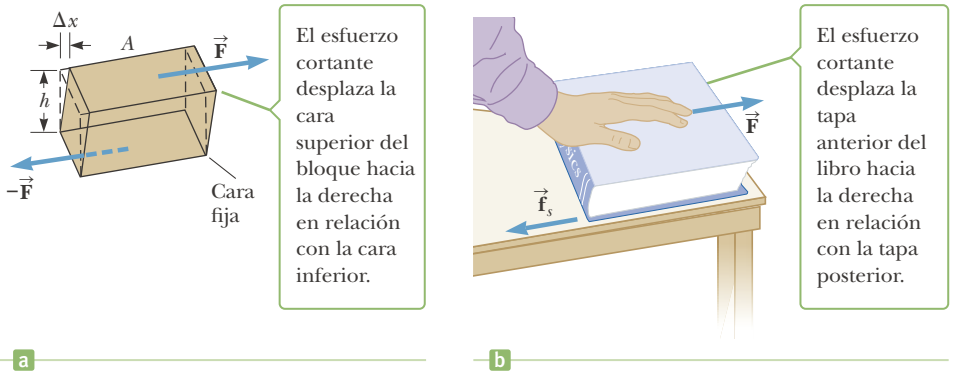


Figura 9.9 a) Deformación por esfuerzo cortante, en la cual un bloque rectangular se distorsiona por causa de las fuerzas tangentes aplicadas a dos de sus caras. b) Un libro bajo esfuerzo cortante.

Módulo de corte: elasticidad de la forma

Otro tipo de deformación ocurre cuando un objeto se somete a una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ *paralela* a una de sus caras mientras la cara opuesta se mantiene fija con una segunda fuerza (figura 9.9a). Si originalmente el objeto es un bloque rectangular, esa fuerza paralela resulta en una forma con la sección transversal de un paralelogramo. Esta clase de esfuerzo se denomina **esfuerzo cortante.** Un libro que se empuja de lado, como en la figura 9.9b, se somete a un esfuerzo cortante. Con esta clase de deformación no hay un cambio en el volumen. Es importante recordar que, en un esfuerzo cortante, la fuerza aplicada es *paralela* al área transversal, en tanto que en un esfuerzo de tracción la fuerza es *perpendicular* al área transversal. Definimos **el esfuerzo cortante como *F/A*, la relación entre la magnitud de la fuerza paralela y el área *A* de la cara que se somete a un esfuerzo cortante. La deformación por esfuerzo cortante es la relación $\Delta x/h$, donde Δx es la distancia horizontal que se mueve la cara sometida a un esfuerzo cortante y *h* es la altura del objeto.** El esfuerzo cortante está relacionado con la deformación por esfuerzo cortante de acuerdo con

$$\frac{F}{A} = S\frac{\Delta x}{h} \qquad [9.6]$$

donde *S* es el **módulo de corte** del material, con unidades de pascales (fuerza por área unitaria). Una vez más, observe la similitud con la ley de Hooke.

Es difícil doblar un material que tiene un módulo de corte grande. En la tabla 9.2 se muestran los módulos de corte para algunos materiales representativos.

Módulo volumétrico: elasticidad del volumen

El módulo volumétrico caracteriza la respuesta de una sustancia a una compresión uniforme. Suponga que todas las fuerzas externas que actúan sobre un objeto son perpendiculares a la superficie sobre la que actúa la fuerza y que están distribuidas uniformemente sobre la superficie del objeto (figura 9.10). Esto sucede cuando un objeto se sumerge en un fluido. Un objeto sometido a este tipo de deformación experimenta un cambio de volumen, pero su forma no se modifica. **El esfuerzo volumétrico ΔP se define como la razón del cambio en la magnitud de la fuerza aplicada ΔF al área superficial *A*.** A partir de la definición de presión en la sección 9.2, ΔP también es simplemente un cambio en presión. La deformación volumétrica es igual al cambio en el volumen ΔV dividido entre el volumen original *V*. Al usar de nuevo la ecuación 9.3, es posible relacionar un esfuerzo volumétrico con una deformación volumétrica con la fórmula

$$\Delta P = -B\frac{\Delta V}{V} \qquad [9.7]$$

Un material que tiene un módulo volumétrico grande no se comprime con facilidad. Observe que en esta ecuación definitoria se incluye un signo negativo de manera que *B* siempre es positiva. Un incremento en la presión (ΔP positiva) causa una disminución en el volumen (ΔV *negativa*) y viceversa.

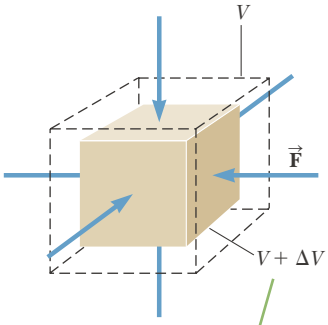


Figura 9.10 Un cubo sólido está sometido a una presión uniforme y por lo tanto se comprime por todos sus lados debido a fuerzas normales para sus seis caras. Las puntas de flecha de los vectores fuerza a los lados del cubo que no son visibles están ocultos por el cubo.

◀ Módulo volumétrico

En la tabla 9.2 se proporcionan los valores del módulo volumétrico para algunos materiales. Si consulta esos valores en una fuente diferente, quizá encuentre que se lista el recíproco del módulo volumétrico, denominado **compresibilidad** del material. Observe a partir de la tabla que tanto los sólidos como los líquidos tienen módulos volumétricos. Sin embargo, no existe un módulo de Young ni un módulo de corte para los líquidos debido a que estos simplemente fluyen cuando se someten a un esfuerzo de tracción o a uno cortante.

EJEMPLO 9.2 Construido para durar

OBJETIVO Calcular una compresión debida a un esfuerzo de tracción y carga máxima.

PROBLEMA Una columna de acero en un edificio sostiene una carga de 6.0×10^4 N. **a)** Si la longitud de la columna es de 4.0 m y su área transversal es de 8.0×10^{-3} m^2, encuentre la distancia que la viga se comprime a lo largo de su altura. **b)** ¿Qué carga máxima en newtons podría soportar la columna de acero antes de quebrarse?

ESTRATEGIA La ecuación 9.3 corresponde a un esfuerzo y a una deformación por compresión y es posible despejar ΔL, seguido de la sustitución de los valores conocidos. Para el inciso b), iguale el esfuerzo de compresión con la resistencia máxima de la columna, obtenida de la tabla 9.3. Calcule la magnitud de la fuerza, que es el peso total que la estructura puede soportar.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la cantidad de compresión en la columna.

Calcule ΔL de la ecuación 9.5 y sustituya, usando el valor del módulo de Young de la tabla 9.2:

$$\frac{F}{A} = Y\frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\Delta L = \frac{FL_0}{YA} = \frac{(6.0 \times 10^4\ \text{N})(4.0\ \text{m})}{(2.0 \times 10^{11}\ \text{Pa})(8.0 \times 10^{-3}\ \text{m}^2)}$$

$$= 1.5 \times 10^{-4}\ \text{m}$$

b) Determine la carga máxima que la viga puede soportar.

Iguale el esfuerzo de compresión con la resistencia máxima a la compresión obtenida de la tabla 9.3 y despeje F:

$$\frac{F}{A} = \frac{F}{8.0 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = 5.0 \times 10^8\ \text{Pa}$$

$$F = 4.0 \times 10^6\ \text{N}$$

COMENTARIOS Al diseñar estructuras que soportan carga de cualquier clase, siempre es necesario considerar un factor de seguridad. Nadie conduciría un automóvil sobre un puente que se diseñó para proporcionar una resistencia mínima necesaria para evitar que colapse.

PREGUNTA 9.2 Ordene los materiales siguientes, de menor a mayor, de acuerdo con la cantidad de aumento fraccionario en la longitud bajo un esfuerzo de tracción creciente: caucho, tungsteno, acero, aluminio.

EJERCICIO 9.2 Un cable que se utiliza para levantar materiales pesados como vigas I de acero debe ser suficientemente fuerte para resistir su rompimiento incluso bajo una carga de 1.0×10^6 N. Por seguridad, el cable debe soportar el doble de esa carga. a) ¿Qué área transversal debe tener el cable si está hecho de acero? b) ¿Cuánto se estirará este cable de longitud de 8.0 m cuando se someta a la carga de 1.0×10^6 N?

RESPUESTAS a) 4.0×10^{-3} m^2; b) 1.0×10^{-2} m

Tabla 9.3 Resistencia máxima de materiales

Material	Resistencia a la tracción (N/m^2)	Resistencia a la compresión (N/m^2)
Hierro	1.7×10^8	5.5×10^8
Acero	5.0×10^8	5.0×10^8
Aluminio	2.0×10^8	2.0×10^8
Hueso	1.2×10^8	1.5×10^8
Mármol	—	8.0×10^7
Ladrillo	1×10^6	3.5×10^7
Concreto	2×10^6	2×10^7

EJEMPLO 9.3 Lesiones en fútbol americano BIO

OBJETIVO Obtener una estimación del esfuerzo cortante.

PROBLEMA Un liniero defensivo de masa $M = 125$ kg se lanza a $v_i = 4.00$ m/s sobre un mariscal de campo de masa $m = 85.0$ kg que se encuentra estacionario, y el casco del liniero hace contacto sólido con el fémur del mariscal. **a)** ¿Cuál es la rapidez v_f de los dos atletas inmediatamente después del contacto? Suponga que se trata de un choque perfectamente inelástico. **b)** Si el choque dura 0.100 s, estime la fuerza promedio ejercida sobre el fémur del mariscal. **c)** Si el área transversal del fémur del mariscal es igual a 5.00×10^{-4} m^2, calcule el esfuerzo cortante ejercido sobre el hueso en el choque.

ESTRATEGIA La solución sigue tres pasos bien definidos. En el inciso a), use la conservación de la cantidad de movimiento lineal para calcular la rapidez final del sistema que consiste en el mariscal y el liniero. Segundo, la rapidez que se obtuvo en el inciso a) se puede usar en el teorema del impulso y de la cantidad de movimiento para obtener una estimación de la fuerza promedio ejercida sobre el fémur. Tercero, al dividir la fuerza promedio entre el área transversal del fémur se obtiene la estimación deseada del esfuerzo cortante.

SOLUCIÓN

a) ¿Cuál es la rapidez del sistema inmediatamente después del contacto?

Aplique la conservación de la cantidad de movimiento al sistema:
$$p_{\text{inicial}} = p_{\text{final}}$$

Sustituya las expresiones para las cantidades de movimiento inicial y final:
$$Mv_i = (M + m)\, v_f$$

Calcule la rapidez final v_f:
$$v_f = \frac{Mv_i}{M + m} = \frac{(125\text{ kg})(4.00\text{ m/s})}{125\text{ kg} + 85.0\text{ kg}} = 2.38\text{ m/s}$$

b) Obtenga una estimación para la fuerza promedio ejercida sobre el fémur del mariscal.

Aplique el teorema del impulso y de la cantidad de movimiento:
$$F_{\text{prom}}\,\Delta t = \Delta p = Mv_f - Mv_i$$

Determine la fuerza promedio ejercida sobre el fémur del mariscal:
$$F_{\text{prom}} = \frac{M(v_f - v_i)}{\Delta t} = \frac{(125\text{ kg})(4.00\text{ m/s} - 2.38\text{ m/s})}{0.100\text{ s}} = 2.03 \times 10^3\text{ N}$$

c) Obtenga el esfuerzo cortante promedio ejercido sobre el fémur del mariscal.

Divida la fuerza promedio encontrada en el inciso b) entre el área transversal del fémur:
$$\text{Esfuerzo cortante} = \frac{F}{A} = \frac{2.03 \times 10^3\text{ N}}{5.00 \times 10^{-4}\text{ m}^2} = 4.06 \times 10^6\text{ Pa}$$

COMENTARIOS La resistencia cortante máxima de un fémur es de aproximadamente 7×10^7 Pa, por lo que no se esperaría que este choque fracturase la pierna del mariscal.

PREGUNTA 9.3 ¿Qué clase de esfuerzo experimentaría el liniero? ¿Qué partes de su cuerpo se lastimarían?

EJERCICIO 9.3 Calcule el diámetro de un perno de acero horizontal si se espera que soporte una carga máxima de tensión de 2.00×10^3 kg, pero por razones de seguridad debe diseñarse para que soporte tres veces esa carga (suponga que la resistencia cortante máxima del acero es de 2.50×10^8 Pa).

RESPUESTA 1.73 cm

EJEMPLO 9.4 Lastre de plomo por la borda

OBJETIVO Aplicar los conceptos de esfuerzo y deformación volumétricos.

PROBLEMA Los barcos y las embarcaciones de vela con frecuencia llevan lastres de plomo en varias formas, como ladrillos, para mantener al barco en la orientación correcta y en posición vertical en el agua. Suponga que un barco lleva una

(*Continúa*)

carga y la tripulación se deshace de un total de 0.500 m^3 de lastre de plomo en el mar que tiene 2.00 km de profundidad. Calcule **a)** el cambio en la presión a esa profundidad y **b)** el cambio en el volumen del plomo al llegar al fondo. Considere que la densidad del agua de mar es de 1.025×10^3 kg/m^3 y el módulo volumétrico del plomo de 4.2×10^{10} Pa.

ESTRATEGIA La diferencia en la presión entre la superficie y una profundidad de 2.00 km se debe al peso de la columna de agua. Calcule el peso del agua en una columna con una sección transversal de 1.00 m^2. El número en newtons será la misma magnitud que la diferencia en la presión en pascales. Sustituya el cambio de presión en la ecuación del esfuerzo volumétrico y la deformación para obtener el cambio en el volumen del plomo.

SOLUCIÓN

a) Calcule la diferencia de presión entre la superficie y una profundidad de 2.00 km.

Use la densidad, el volumen y la aceleración de la gravedad g para calcular el peso del agua en una columna que tiene un área transversal de 1.00 m^2:

$$\begin{aligned} w &= mg = (\rho V)g \\ &= (1.025 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(2.00 \times 10^3\ \text{m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2) \\ &= 2.01 \times 10^7\ \text{N} \end{aligned}$$

Divida entre el área (en este caso, 1.00 m^2) para obtener la diferencia de presión debida a la columna de agua:

$$\Delta P = \frac{F}{A} = \frac{2.01 \times 10^7\ \text{N}}{1.00\ \text{m}^2} = 2.01 \times 10^7\ \text{Pa}$$

b) Calcule el cambio en el volumen del plomo al llegar al fondo.

Escriba la ecuación del esfuerzo y la deformación volumétricos:

$$\Delta P = -B\frac{\Delta V}{V}$$

Calcule ΔV:

$$\Delta V = -\frac{V\Delta P}{B} = -\frac{(0.500\ \text{m}^3)(2.01 \times 10^7\ \text{Pa})}{4.2 \times 10^{10}\ \text{Pa}} = -2.4 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$$

COMENTARIOS El signo negativo indica una *disminución* del volumen. El ejercicio siguiente muestra que incluso el agua se comprime, aunque no mucho.

PREGUNTA 9.4 Ordene de mayor a menor las sustancias siguientes de acuerdo con el cambio fraccional en el volumen en respuesta a un incremento en la presión: cobre, acero, agua, mercurio.

EJERCICIO 9.4 a) ¿En qué porcentaje se contrae el volumen de una pelota de agua a la misma profundidad? b) ¿Cuál es la razón del nuevo radio con el radio inicial?

RESPUESTAS a) 0.96%; b) 0.997

Arcos y la resistencia máxima de los materiales

Como hemos visto, la resistencia máxima de un material es la fuerza máxima por área unitaria que el material puede soportar antes de romperse o fracturarse. Esos valores son de gran importancia, de modo particular en la construcción de edificios, puentes y caminos. En la tabla 9.3 se proporciona la resistencia máxima de diversos materiales bajo tensión y compresión. Observe que el hueso y algunos materiales de construcción (concreto, ladrillo y mármol) son más resistentes bajo compresión que bajo tensión. La mayor capacidad de los ladrillos y de la roca para resistir la compresión es la base del arco semicircular, que los romanos desarrollaron y utilizaron en gran medida en todo tipo de construcciones, desde arcos monumentales hasta grandes templos y soportes de acueductos.

APLICACIÓN
Estructuras de arcos en edificios

Antes del desarrollo del arco, el método principal para salvar un espacio era la construcción simple de poste y viga (figura 9.11a), en la cual una viga horizontal está sostenida por dos columnas. Este tipo de construcción se usó para construir los grandiosos templos griegos. Las columnas de estos templos estaban poco espaciadas debido a la longitud limitada de las rocas disponibles y a la baja resistencia máxima a la tensión de una viga de roca.

El arco semicircular (figura 9.11b) desarrollado por los romanos fue un gran logro tecnológico en el diseño arquitectónico, ya que permitió de manera efectiva

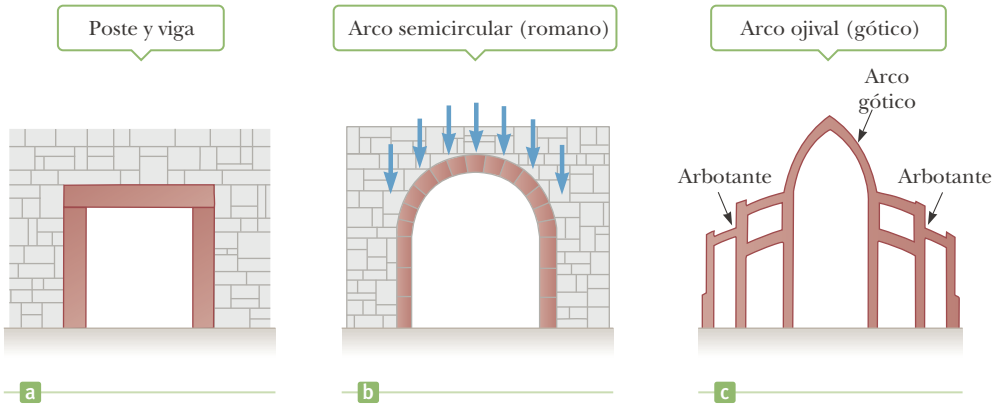


Figura 9.11 a) Estructura simple de poste y viga. b) Arco semicircular desarrollado por los romanos. c) Arco gótico con arbotantes para proporcionar soporte lateral.

que una carga pesada de un claro amplio de un techo se canalizara en fuerzas horizontales y verticales sobre columnas angostas de soporte. La estabilidad de este arco depende de la compresión entre sus dovelas en forma de cuña. Las dovelas son forzadas a apretarse entre sí por la carga uniforme, como se muestra en la figura. Esta compresión resulta en fuerzas horizontales hacia afuera en la base del arco donde inicia la curva a partir de la vertical. Entonces estas fuerzas deben equilibrarse por las paredes de roca que se muestran a los lados del arco. Es común construir paredes muy robustas (arbotantes) a cada lado del arco para proporcionar estabilidad horizontal. Si la cimentación del arco se mueve, las fuerzas de compresión entre las rocas en forma de dovela pueden disminuir hasta el punto en que el arco colapse. Las superficies de las rocas que se utilizaban en los arcos romanos se labraban para lograr uniones muy ajustadas; por lo común no se usaba mortero. La resistencia al deslizamiento entre las rocas era proporcionada por la fuerza de compresión y por la fricción entre las caras de las rocas.

Otra importante innovación arquitectónica fue el arco gótico ojival, como el que se muestra en la figura 9.11c. Este tipo de estructura se usó por primera vez en Europa, a principios del siglo XII, seguido de la construcción de varias magníficas catedrales góticas en Francia en el siglo XIII. Una de las características más sorprendentes de estas catedrales es su altura extrema. Por ejemplo, la catedral de Chartres tiene una altura de 118 pies y la de Reims de 137 pies. Esas construcciones grandiosas evolucionaron en un tiempo muy breve, sin el beneficio de ninguna teoría matemática de análisis estructural. Sin embargo, los arcos góticos requerían arbotantes para evitar la separación del arco soportado por las columnas altas y angostas.

9.4 Variación de la presión con la profundidad

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Desarrollar la ecuación del equilibrio hidrostático para explicar la variación de la presión con la profundidad en un fluido en reposo.
2. Aplicar la ecuación del equilibrio hidrostático a los sistemas de fluidos.
3. Explicar el principio de Pascal y aplicarlo a los sistemas de fluidos.

Cuando un fluido está en reposo en un recipiente, **todas las partes del fluido deben estar en equilibrio estático** (es decir, en reposo respecto a un observador). Además, **todos los puntos a la misma profundidad deben estar a la misma presión**. Si este no fuera el caso, el fluido iría de la región con más presión a la región con menos presión. Por ejemplo, considere el bloque pequeño de fluido que se muestra en la figura 9.12a. Si la presión fuera mayor en el lado izquierdo del bloque que en el derecho, $\vec{\mathbf{F}}_1$ sería mayor que $\vec{\mathbf{F}}_2$ y el bloque aceleraría hacia la derecha y por lo tanto no estaría en equilibrio.

A continuación, examinemos el fluido contenido dentro del volumen indicado por la región sombreada en la figura 9.12b. Esta región tiene un área transversal A y se extiende de la posición y_1 a la posición y_2 debajo de la superficie del líquido. En

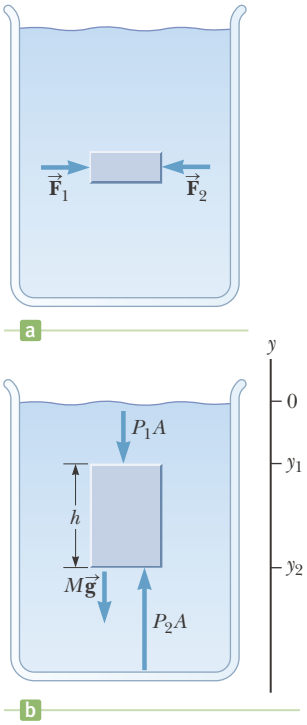


Figura 9.12 a) En un fluido estático, todos los puntos a la misma profundidad tienen la misma presión; por lo tanto, la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_1$ debe ser igual a la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_2$. b) Debido a que el volumen del fluido sombreado no disminuye o aumenta, la fuerza neta sobre él debe ser igual a cero.

este volumen de fluido actúan tres fuerzas externas: la fuerza de la gravedad, Mg; la fuerza hacia arriba P_2A ejercida por el líquido debajo de él y una fuerza hacia abajo P_1A ejercida por el fluido arriba de él. Dado que este volumen de fluido está en equilibrio, estas fuerzas deben sumar cero, por lo tanto se obtiene

$$P_2A - P_1A - Mg = 0 \qquad [9.8]$$

A partir de la definición de densidad, se tiene

$$M = \rho V = \rho A(y_1 - y_2) \qquad [9.9]$$

Al sustituir la ecuación 9.9 en la ecuación 9.8, cancelar el área A y acomodar los términos, se obtiene

$$P_2 = P_1 + \rho g(y_1 - y_2) \qquad [9.10]$$

Observe que la resta $(y_1 - y_2)$ es positiva, dado que $y_2 < y_1$. La fuerza P_2A es mayor que la fuerza P_1A exactamente por el peso del agua entre los dos puntos. Este es el mismo principio que experimenta una persona que se encuentra bajo una aglomeración de jugadores de fútbol americano o rugby.

La presión atmosférica también se debe a una acumulación de fluido; en este caso, el fluido es el gas de la atmósfera. El peso de todo el aire desde el nivel del mar hasta el límite del espacio exterior resulta en una presión atmosférica de $P_0 = 1.013 \times 10^5$ Pa (equivalente a 14.7 lb/pulg^2) en el nivel del mar. Este resultado puede adaptarse para determinar la presión P a cualquier profundidad $h = (y_1 - y_2) = (0 - y_2)$ debajo de la superficie del agua:

$$P = P_0 + \rho gh \qquad [9.11]$$

© Cengage Learning/Charles D. Winters

Figura 9.13 Esta fotografía ilustra el hecho de que la presión en un líquido es la misma en todos los puntos que se encuentran a la misma elevación. Observe que la forma del recipiente no afecta la presión.

De acuerdo con la ecuación 9.11, **la presión *P* a una profundidad *h* debajo de la superficie de un líquido abierto a la atmósfera es mayor que la presión atmosférica en una cantidad *ρgh*.** Además, la presión no resulta afectada por la forma del recipiente, como se muestra en la figura 9.13. La ecuación 9.11 a menudo se denomina ***ecuación del equilibrio hidrostático*** (las ecuaciones similares relacionadas también reciben ese nombre).

Cuestionario rápido

9.2 La presión en el fondo de un vaso lleno con agua ($\rho = 1\,000$ kg/m^3) es P. El vaso se vacía y se llena con alcohol etílico ($\rho = 806$ kg/m^3). La presión en el fondo del vaso ahora es a) menor que P; b) igual que P; c) mayor que P; d) indeterminada.

EJEMPLO 9.5 Petróleo y agua

OBJETIVO Calcular las presiones creadas por las capas de diferentes fluidos.

PROBLEMA En un tanquero de petróleo enorme, agua salada ha inundado un depósito hasta una profundidad $h_2 = 5.00$ m. Sobre el agua hay una capa de petróleo $h_1 = 8.00$ m, como en la sección transversal del depósito en la figura 9.14. El petróleo tiene una densidad de 0.700 g/cm^3. Encuentre la presión en el fondo del depósito (tome 1 025 kg/m^3 como la densidad del agua salada).

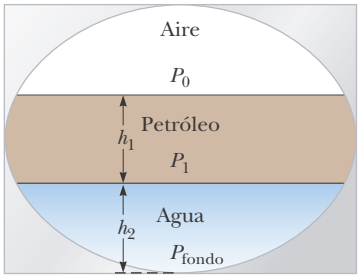


Figura 9.14 (Ejemplo 9.5)

ESTRATEGIA La ecuación 9.11 se debe usar dos veces. Primero, úsela para calcular la presión P_1 en el fondo de la capa de petróleo. Luego utilice esta presión en lugar de P_0 en la ecuación 9.11 y calcule la presión P_{fondo} en el fondo de la capa de agua.

SOLUCIÓN

Use la ecuación 9.11 para calcular la presión en el fondo de la capa de petróleo:

1) $P_1 = P_0 + \rho gh_1$

$= 1.01 \times 10^5$ Pa

$+ (7.00 \times 10^2$ kg/m$^3)(9.80$ m/s$^2)(8.00$ m)

$P_1 = 1.56 \times 10^5$ Pa

Ahora adapte la ecuación 9.11 a la nueva presión de partida y utilícela para calcular la presión en el fondo de la capa de agua:

$$\begin{aligned}(2)\quad P_{\text{fondo}} &= P_1 + \rho g h_2 \\ &= 1.56 \times 10^5\ \text{Pa} \\ &\quad + (1.025 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)(5.00\ \text{m}) \\ P_{\text{fondo}} &= \boxed{2.06 \times 10^5\ \text{Pa}}\end{aligned}$$

COMENTARIOS El peso de la atmósfera es P_0 en la superficie de la capa de petróleo. Luego el peso del petróleo y el peso del agua se combinan para determinar la presión en el fondo.

PREGUNTA 9.5 ¿Por qué la presión del aire disminuye al aumentar la altura?

EJERCICIO 9.5 Calcule la presión arriba de la tapa de un cofre enterrado bajo 4.00 m de lodo que tiene una densidad igual a $1.75 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ y que se encuentra en el fondo de un lago con una profundidad de 10.0 m.

RESPUESTA 2.68×10^5 Pa

EJEMPLO 9.6 Un dolor en el oído BIO

OBJETIVO Calcular la diferencia de presión en una profundidad dada y estimar una fuerza.

PROBLEMA Estime la fuerza neta ejercida sobre su tímpano debida al agua cuando se encuentra nadando en el fondo de una alberca de 5.00 m de profundidad.

ESTRATEGIA Use la ecuación 9.11 para encontrar la diferencia de presión en el tímpano en una profundidad dada. El aire dentro del oído por lo general está a la presión atmosférica. Estime el área superficial del tímpano, luego use la definición de presión para obtener la fuerza neta ejercida sobre él.

SOLUCIÓN

Use la ecuación 9.11 para calcular la diferencia entre la presión del agua a la profundad h y la presión dentro del oído:

$$\begin{aligned}\Delta P &= P - P_0 = \rho g h \\ &= (1.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)(5.0\ \text{m}) \\ &= 4.9 \times 10^4\ \text{Pa}\end{aligned}$$

Multiplique por el área A para obtener la fuerza neta sobre el tímpano asociada con esta diferencia de presión, estimando el área del tímpano como 1 cm^2.

$$F_{\text{neta}} = A\Delta P \approx (1 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)\ (4.9 \times 10^4\ \text{Pa}) \approx \boxed{5\ \text{N}}$$

COMENTARIOS Debido a que una fuerza de esta magnitud sobre el tímpano es incómoda, los nadadores con frecuencia "destapan sus oídos" pasando saliva o abriendo sus quijadas mientras están bajo el agua, una acción que empuja el aire de sus pulmones hacia el oído medio. Con esta técnica se iguala la presión en los dos lados del tímpano y se alivia la molestia.

PREGUNTA 9.6 ¿Por qué los recipientes de agua y los tanques de gas a menudo tienen una segunda tapa más pequeña opuesta a la boquilla?

EJERCICIO 9.6 Un aeroplano despega al nivel del mar y sube hasta una altura de 425 m. Estime la fuerza neta hacia arriba sobre el tímpano de un pasajero, suponiendo que la densidad del aire es aproximadamente constante a 1.3 kg/m^3 y que la presión en el oído interno no se ha igualado.

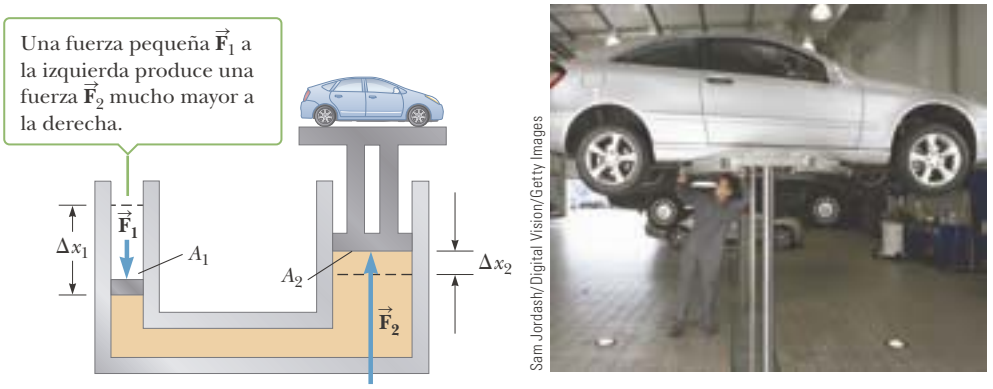
RESPUESTA 0.54 N

Debido a que la presión en un fluido depende de la profundidad y del valor de P_0, cualquier aumento de la presión en la superficie debe transmitirse a cada punto en el fluido. Esto lo observó por primera vez el científico francés Blaise Pascal (1623-1662) y se denomina **principio de Pascal**:

> Un cambio de presión aplicado a un fluido confinado se transmite sin disminuir a cada punto del fluido y las paredes del recipiente.

APLICACIÓN
Elevadores hidráulicos

Una aplicación importante del principio de Pascal es la prensa hidráulica (figura 9.15a). Una fuerza hacia abajo $\vec{\mathbf{F}}_1$ se aplica a un pistón pequeño de área A_1. La presión se transmite a través de un fluido hacia un pistón mayor de área A_2. Conforme el pistón se mueve y los fluidos en los cilindros izquierdo y derecho cambian sus alturas



Sam Jordash/Digital Vision/Getty Images

Figura 9.15 a) En una prensa hidráulica, un aumento de la presión en el área menor A_1 se transmite al área mayor A_2. Debido a que la fuerza es igual a la presión multiplicada por el área, la fuerza $\vec{F}_2$ es mayor que $\vec{F}_1$ en un factor de A_2/A_1. b) Un vehículo en reparación está sostenido por un elevador hidráulico en un taller.

relativas, hay diferencias ligeras en las presiones en los pistones de entrada y salida. Despreciando estas pequeñas diferencias, la presión en el fluido en cada pistón puede tomarse como si fuera la misma; $P_1 = P_2$. Entonces, de la definición de presión se deduce que $F_1/A_1 = F_2/A_2$. Por lo tanto, la magnitud de la fuerza $\vec{F}_2$ es mayor que la magnitud de $\vec{F}_1$ en un factor A_2/A_1. Esa es la razón por la que una carga grande, como un automóvil, puede moverse sobre un pistón grande por causa de una fuerza mucho menor sobre el pistón más pequeño. Este principio se aplica en los frenos hidráulicos, en los elevadores de automóviles, en los gatos hidráulicos, en los montacargas y en otras máquinas.

EJEMPLO 9.7 El elevador de automóviles

OBJETIVO Aplicar el principio de pascal a un elevador de automóviles y demostrar que el trabajo de entrada es el mismo que el trabajo de salida.

PROBLEMA En un elevador de automóviles que se utiliza en un taller, el aire comprimido ejerce una fuerza sobre un pistón pequeño de sección transversal circular que tiene un radio $r_1 = 5.00$ cm. Esta presión se transmite por medio de un líquido incompresible a un segundo pistón de radio $r_2 = 15.0$ cm. **a)** ¿Qué fuerza debe ejercer el aire comprimido sobre el pistón pequeño para levantar el automóvil que pesa 13 300 N? Ignore los pesos de los pistones. **b)** ¿Qué presión del aire producirá una fuerza de esa magnitud? **c)** Demuestre que el trabajo realizado por los pistones de entrada y salida es el mismo.

ESTRATEGIA En el inciso a) sustituya el principio de Pascal, reconociendo que la magnitud de la fuerza de salida, F_2, debe ser igual al peso del automóvil a fin de soportarlo. Use la definición de presión en el inciso b). En el inciso c), use $W = F\,\Delta x$ para encontrar la relación W_1/W_2, demostrando que debe ser igual a 1. Esto requiere la combinación del principio de Pascal con el hecho de que los pistones de entrada y salida se mueven a través del mismo volumen.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la fuerza necesaria sobre el pistón pequeño.

Sustituya los valores conocidos en el principio de Pascal, usando $A = \pi r^2$ para el área de cada pistón:

$$F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)F_2 = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}F_2$$
$$= \frac{\pi(5.00 \times 10^{-2}\ \text{m})^2}{\pi(15.0 \times 10^{-2}\ \text{m})^2}(1.33 \times 10^4\ \text{N})$$
$$= 1.48 \times 10^3\ \text{N}$$

b) Encuentre la presión del aire que produce F_1.

Sustituya en la definición de presión:

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1.48 \times 10^3\ \text{N}}{\pi(5.00 \times 10^{-2}\ \text{m})^2} = 1.88 \times 10^5\ \text{Pa}$$

c) Demuestre que el trabajo realizado por los pistones de entrada y salida es el mismo.

Primero iguale los volúmenes y despeje la relación de A_2 a A_1:

$$V_1 = V_2 \rightarrow A_1\Delta x_1 = A_2\Delta x_2$$
$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}$$

Ahora aplique el principio de Pascal para obtener una relación para F_1/F_2:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

Evalúe la relación de trabajo, sustituyendo los dos resultados anteriores:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{F_1\,\Delta x_1}{F_2\,\Delta x_2} = \left(\frac{F_1}{F_2}\right)\left(\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}\right) = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = 1$$
$$W_1 = W_2$$

COMENTARIOS En este problema no se consideró el efecto de las diferencias posibles en los pesos de los pistones. Si la columna de fluido es mayor en el pistón pequeño, el peso del fluido ayuda a sostener el automóvil, reduciendo la fuerza aplicada necesaria. Si la columna de fluido es mayor en el pistón grande, tanto el automóvil como el fluido adicional deben sostenerse, por lo que se requiere una fuerza aplicada adicional.

PREGUNTA 9.7 ¿Cierto o falso? Si el radio del pistón de salida se duplica, la fuerza de salida aumenta en un factor de 4.

EJERCICIO 9.7 Un elevador hidráulico tiene pistones con diámetros de 8.00 cm y 36.0 cm, respectivamente. Si se ejerce una fuerza de 825 N en el pistón de entrada, ¿qué masa máxima puede levantar el pistón de salida?

RESPUESTA 1.70×10^3 kg

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 9.2 Construcción de las pirámides

Un corolario para el enunciado de que la presión en un fluido aumenta con la profundidad es que el agua siempre busca su propio nivel. Esto significa que, si un recipiente está lleno con agua, entonces, sin importar la forma del recipiente, la superficie del agua se encuentra perfectamente plana y a la misma altura en todos los puntos. Los antiguos egipcios utilizaron este hecho para construir las pirámides con un nivel. Cree un esquema que muestre cómo sería posible hacer esto.

EXPLICACIÓN Hay muchas formas en que podría hacerse, pero en la figura 9.16 se muestra el esquema que los egipcios usaron. Los constructores hicieron ranuras en la base de la pirámide como en a) y las llenaron parcialmente con agua. La altura del agua se marcó como en b) y la roca se cinceló hasta la marca, como en c). Por último, la ranura se llenó con roca triturada y grava, como en d). ■

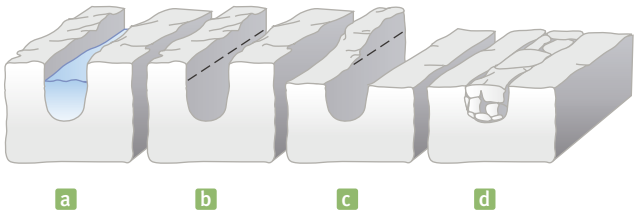


Figura 9.16 (Aplicación de la física 9.2)

9.5 Mediciones de la presión

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la presión absoluta y la manométrica.
2. Calcular las presiones a partir de las alturas de los fluidos en un barómetro.

Un dispositivo simple para medir la presión es el manómetro de tubo abierto (figura 9.17a). Un extremo del tubo en forma de U que contiene un líquido está abierto a la atmósfera y el otro extremo está conectado a un sistema de presión desconocida P. La presión en el punto B es igual a $P_0 + \rho gh$, donde ρ es la densidad del fluido. Sin embargo, la presión en B es igual a la presión en A, que también es una presión desconocida P. Se concluye que $P = P_0 + \rho gh$.

La presión P se denomina **presión absoluta** y $P - P_0$ se denomina **presión manométrica**. Si P en el sistema es mayor que la presión atmosférica, h es positiva. Si P es menor que la presión atmosférica (un vacío parcial), h es negativa, lo que significa que la columna de la derecha en la figura 9.17a es menor que la columna izquierda.

Otro instrumento que se usa para medir la presión es el **barómetro** (figura 9.17b), inventado por Evangelista Torricelli (1608-1647). Un tubo largo cerrado en un extremo se llena con mercurio y luego se invierte dentro de un plato con mercurio. El extremo cerrado del tubo es casi un vacío, por lo que puede decirse que su presión es cero. Se deduce que $P_0 = \rho gh$, donde ρ es la densidad del mercurio y h es la altura de la columna de mercurio. Observe que el barómetro mide la presión de la atmósfera, en tanto que el manómetro mide la presión en un fluido confinado.

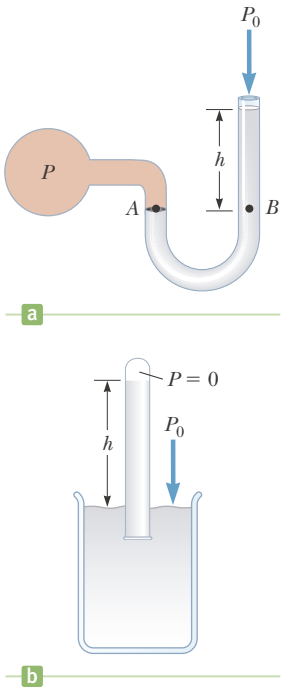


Figura 9.17 Dos dispositivos para medir la presión: a) un manómetro de tubo abierto y b) un barómetro de mercurio.

Una atmósfera de presión se define como la presión equivalente de una columna de mercurio que tiene exactamente 0.76 m de altura a 0°C con $g = 9.806\ 65\ \text{m/s}^2$. A esta temperatura, el mercurio tiene una densidad de $13.595 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$; por lo tanto,

$$P_0 = \rho g h = (13.595 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(9.806\ 65\ \text{m/s}^2)(0.760\ 0\ \text{m})$$
$$= 1.013 \times 10^5\ \text{Pa} = 1\ \text{atm}$$

BIO APLICACIÓN
Descompresión y daño a los pulmones

Es interesante observar que la fuerza de la atmósfera sobre nuestros cuerpos (suponiendo un área corporal de 2000 pulg^2) es en extremo grande, ¡del orden de 30 000 lb! Si no fuera por los fluidos que se filtran por nuestros tejidos y cavidades corporales, nuestros cuerpos colapsarían. Los fluidos proporcionan fuerzas iguales y opuestas. En la atmósfera superior o en el espacio, una descompresión repentina puede conducir a una lesión de gravedad e incluso a la muerte. El aire retenido en los pulmones puede dañar los diminutos sacos alveolares y el gas intestinal incluso puede desgarrar los órganos internos.

Cuestionario rápido

9.3 Varios barómetros comunes se construyen con diversos fluidos. ¿Para cuál fluido será mayor la columna de fluido en el barómetro? (Consulte la tabla 9.1.) a) mercurio, b) agua, c) alcohol etílico o d) benceno

Mediciones de la presión sanguínea

BIO APLICACIÓN
Medición de la presión sanguínea

Un manómetro especializado (llamado esfigmomanómetro) se usa con frecuencia para medir la presión sanguínea. En esta aplicación, un bulbo de caucho empuja el aire hacia un brazalete enrollado apretadamente en la parte superior del brazo y de manera simultánea en un manómetro, como en la figura 9.18. La presión en el brazalete se incrementa hasta que el flujo sanguíneo a través de la arteria braquial en el brazo se detiene. Luego se abre una válvula en el bulbo y la persona que toma la lectura escucha con un estetoscopio a la arteria en un punto justo debajo del brazalete. Cuando la presión en el brazalete y la arteria braquial se encuentra por debajo del valor máximo producido por el corazón (la presión sistólica), la arteria se abre momentáneamente en cada latido del corazón. En este punto, la velocidad de la sangre es alta y turbulenta, y el flujo es ruidoso y puede escucharse con un estetoscopio. El manómetro se calibra para leer la presión en milímetros de mercurio y si el valor obtenido es de unos 120 mm corresponde a un corazón normal. Los valores de 130 mm o superiores se consideran altos y con frecuencia se prescriben medicamentos para disminuir la presión sanguínea en los pacientes hipertensos. Cuando la presión en el brazalete se disminuye aún más, aún se escuchan sonidos intermitentes hasta que la presión cae justo debajo de la presión mínima del corazón (la presión diastólica). En este punto se escuchan sonidos continuos. En un corazón normal, esta transición ocurre en unos 80 mm de mercurio y los valores mayores de 90 requieren intervención médica. Es común que las lecturas de la presión sanguínea se expresen como la relación de la presión sistólica a la presión diastólica, que es 120/80 para un corazón saludable.

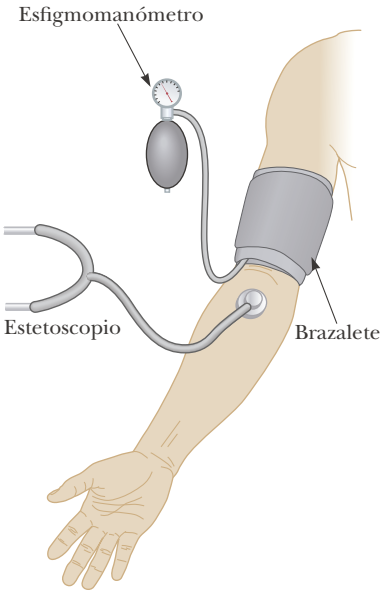


Figura 9.18 Se puede usar un esfigmomanómetro para medir la presión sanguínea.

Cuestionario rápido

9.4 Es normal que la presión sanguínea se mida con el brazalete del esfigmomanómetro alrededor del brazo. Suponga que la presión sanguínea se mide con el brazalete alrededor de la pantorrilla de una persona que se encuentra de pie. ¿Cuál sería la lectura de la presión sanguínea? a) la misma que en el brazo, b) mayor que en el brazo o c) menor que en el brazo.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 9.3 Bolígrafos

En un bolígrafo la tinta se mueve hacia abajo por un tubo hasta la punta, donde se dispersa sobre una hoja de papel por medio de una bola rodante de acero inoxidable. Cerca de la parte superior de un cartucho de tinta hay un agujero pequeño abierto a la atmósfera. Si usted sella este agujero descubrirá que el bolígrafo ya no funciona. Use su conocimiento de cómo funciona un barómetro para explicar este fenómeno.

EXPLICACIÓN Si se sella el agujero, o si no hubiera uno, la presión del aire sobre la tinta disminuiría conforme se usa. En consecuencia, la presión atmosférica ejercida contra la tinta en el fondo del cartucho evitaría que esta fluyera. El agujero permite que la presión sobre la tinta permanezca a presión atmosférica. ¿Por qué parece que se agota la tinta de un bolígrafo cuando se escribe sobre una superficie vertical? ■

9.6 Fuerzas de flotación y el principio de Arquímedes

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar el principio de Arquímedes y explicar su origen físico.
2. Aplicar el principio de Arquímedes a los objetos que flotan y a los objetos sumergidos.

Un principio fundamental que afecta los objetos sumergidos en fluidos fue descubierto por el matemático y filósofo naturalista griego Arquímedes. El **principio de Arquímedes** se enuncia como sigue:

> Cualquier objeto que se encuentra parcial o completamente sumergido en un fluido es empujado por una fuerza que tiene una magnitud igual al peso del fluido que es desplazado por el objeto.

◀ Principio de Arquímedes

Muchos historiadores atribuyen el concepto de flotabilidad a la "epifanía en la tina" de Arquímedes, cuando observó un cambio aparente en su peso al entrar en una tina con agua. Como se verá en el ejemplo 9.8, la flotabilidad produce un método para determinar la densidad.

Todos hemos experimentado el principio de Arquímedes. Es relativamente fácil, por ejemplo, cargar a alguien en una alberca, en tanto que cargar a esa misma persona fuera del agua es difícil. El agua proporciona un soporte parcial para cualquier objeto inmerso en ella. Con frecuencia se dice que un objeto que se coloca en un fluido recibe impulso de este, por lo que a esta fuerza hacia arriba la denominamos **fuerza de flotación**.

La fuerza de flotación *no* es una nueva fuerza misteriosa que se origina en los fluidos. De hecho, la causa física de la fuerza de flotación es la diferencia en la presión entre los lados superior e inferior del objeto. En la figura 9.19a, el fluido dentro de la esfera indicada, coloreada en azul oscuro, recibe presión en todas su superficie, por parte del fluido circundante. Las flechas indican las fuerzas que surgen de la presión. Debido a que la presión aumenta con la profundidad, las flechas en la parte de abajo son mayores que las de arriba. Al sumarlas todas, las componentes horizontales se cancelan, pero existe una fuerza neta hacia arriba. Esta fuerza, debida a las diferencias en la presión, es la fuerza de flotación $\vec{\mathbf{B}}$. La esfera de agua no sube ni baja, por lo que la suma vectorial de la fuerza de flotación y de la fuerza de la gravedad sobre la esfera de fluido debe ser cero, y se deduce que $B = Mg$, donde M es la masa del fluido. Por lo tanto, la fuerza de flotación tiene una magnitud igual al peso del fluido desplazado.

© iStockphoto.com/HultonArchive

Arquímedes
Matemático, físico e ingeniero griego (287- 212 a.C.)
Arquímedes probablemente fue el científico más grande de la Antigüedad. De acuerdo con la leyenda, el rey Hierón le pidió determinar si su corona era de oro puro o de una aleación de oro. Se supone que Arquímedes encontró una solución cuando se bañaba, al observar una pérdida parcial de peso cuando se metía al agua. Estaba tan emocionado que corrió desnudo por las calles de Siracusa gritando: "¡Eureka!", que en griego significa: "¡Lo encontré!"

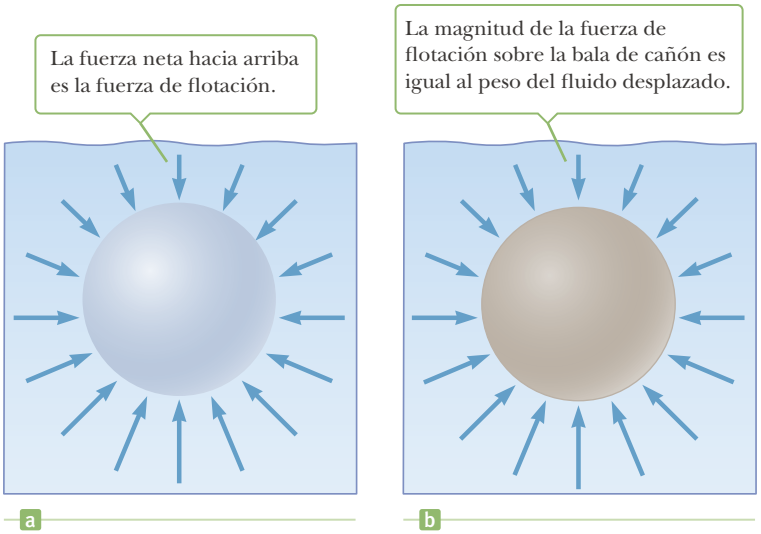


Figura 9.19 a) Las flechas indican las fuerzas sobre la esfera de fluido debidas a la presión, que es mayor en la parte inferior ya que la presión aumenta con la profundidad. b) La fuerza de flotación, que se debe al fluido *circundante*, es la misma sobre cualquier objeto del mismo volumen, incluyendo esta bala de cañón.

Sugerencia 9.2 El fluido ejerce la fuerza de flotación

La fuerza de flotación sobre un objeto es ejercida por el fluido y es la misma sin importar la densidad del objeto. Los objetos más densos que el fluido se hunden, los menos densos flotan.

Al reemplazar el fluido sombreado con una bala de cañón del mismo volumen, como en la figura 9.19b, solo cambia la masa sobre la cual actúa la presión; por lo tanto, la fuerza de flotación es la misma: $B = Mg$, donde M es la masa del fluido desplazado, *no* la masa de la bala de cañón. La fuerza de la gravedad sobre la bala más pesada es mayor que en el fluido; por ello, la bala se hunde.

El principio de Arquímedes también se puede obtener de la ecuación 9.8, que relaciona la presión con la profundidad, usando la figura 9.12b. Las fuerzas horizontales a partir de la presión se cancelan, pero en la dirección vertical P_2A actúa hacia arriba sobre el fondo del bloque de fluido, y P_1A y la fuerza de gravedad sobre el fluido, Mg, actúan hacia abajo, lo que da

$$B = P_2A - P_1A = Mg \qquad [9.12a]$$

donde la fuerza de flotación se identificó como el resultado de diferencias en la presión y es igual en magnitud al peso del fluido desplazado. Esta fuerza de flotación permanece igual sin importar el material que ocupa el volumen en cuestión, ya que se debe al fluido *circundante*. Usando la definición de densidad, la ecuación 9.12a resulta en

$$B = \rho_{\text{fluido}} V_{\text{fluido}} g \qquad [9.12b]$$

donde ρ_{fluido} es la densidad del fluido y V_{fluido} es el volumen del fluido desplazado. Este resultado se aplica igualmente a todas las formas dado que cualquier forma irregular se puede aproximar mediante un número grande de cubos infinitesimales.

Es ilustrativo comparar las fuerzas sobre un objeto totalmente sumergido con las fuerzas sobre un cuerpo que flota.

© Royalty-Free/Corbis

Globos de aire caliente. Debido a que el aire caliente es menos denso que el frío, hay una fuerza neta hacia arriba sobre los globos.

Caso I: Objeto totalmente sumergido. Cuando un objeto está *totalmente* sumergido en un fluido de densidad ρ_{fluido}, la fuerza de flotación hacia arriba que actúa sobre el objeto tiene una magnitud de $B = \rho_{\text{fluido}} V_{\text{obj}} g$, donde V_{obj} es el volumen del objeto. Si el objeto tiene densidad ρ_{obj}, la fuerza gravitacional hacia abajo que actúa sobre él tiene una magnitud igual a $w = mg = \rho_{\text{obj}} V_{\text{obj}} g$ y la fuerza neta sobre él es $B - w = (\rho_{\text{fluido}} - \rho_{\text{obj}}) V_{\text{obj}} g$. Por lo tanto, si la densidad del objeto es *menor* que la densidad del fluido, la fuerza neta ejercida sobre el objeto es *positiva* (hacia arriba) y el objeto acelera *hacia arriba*, como en la figura 9.20a. Si la densidad del objeto es *mayor* que la densidad del fluido, como en la figura 9.20b, la fuerza neta es *negativa* y el objeto acelera *hacia abajo*.

Caso II: Objeto que flota. Ahora considere un objeto sumergido parcialmente, en equilibrio estático y flotando en un fluido, como en la figura 9.21. En este caso, la fuerza de flotación hacia arriba se equilibra con la fuerza de la gravedad hacia abajo que actúa sobre el objeto. Si V_{fluido} es el volumen del fluido desplazado por el objeto (que corresponde al volumen de la parte del objeto que se encuentra por debajo del nivel del fluido), entonces la magnitud de la fuerza de flotación está dada por

© Mark Karrass/Corbis Yellow/Corbis

La mayor parte del volumen de este iceberg está bajo el agua. ¿Puede determinar qué fracción del volumen total se encuentra debajo del agua?

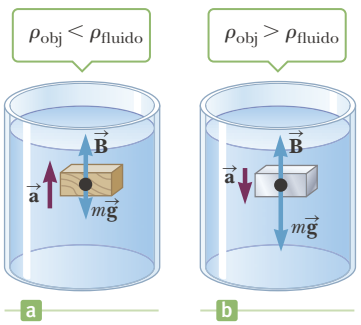


Figura 9.20 a) Un objeto totalmente sumergido que es menos denso que el fluido en el cual se encuentra, experimenta una fuerza neta hacia arriba. b) Un objeto totalmente sumergido que es más denso que el fluido se hunde.

$B = \rho_{\text{fluido}} V_{\text{fluido}} g$. Dado que el peso del objeto es $w = mg = \rho_{\text{obj}} V_{\text{obj}} g$ y como $w = B$, se deduce que $\rho_{\text{fluido}} V_{\text{fluido}} g = \rho_{\text{obj}} V_{\text{obj}} g$, o

$$\frac{\rho_{\text{obj}}}{\rho_{\text{fluido}}} = \frac{V_{\text{fluido}}}{V_{\text{obj}}} \qquad [9.13]$$

En la ecuación 9.13 se desprecia la fuerza de flotación del aire, que es ligera dado que la densidad del aire es de solo 1.29 kg/m^3 a nivel del mar.

En circunstancias normales, la densidad promedio de un pez es ligeramente mayor que la densidad del agua, por lo que el pez se hundiría si no tuviera un mecanismo para ajustar su densidad. Al cambiar el tamaño de una vejiga natatoria interna, el pez mantiene una flotabilidad neutra cuando nada hacia distintas profundidades.

El cerebro humano está inmerso en un fluido (el fluido cerebroespinal) que tiene una densidad de 1 007 kg/m^3, la cual es ligeramente menor que la densidad promedio del cerebro, 1 040 kg/m^3. En consecuencia, la mayor parte del peso del cerebro la soporta la fuerza de flotación del fluido circundante. En algunos procedimientos clínicos, una parte de este fluido debe removerse para emitir un diagnóstico. Durante esos procedimientos, los nervios y los vasos sanguíneos en el cerebro se someten a mucho esfuerzo, lo que puede ocasionar incomodidad y dolor extremos. Es preciso tener mucho cuidado con esos pacientes hasta que el volumen inicial del fluido del cerebro haya sido restaurado por el cuerpo.

Cuando los empleados de una gasolinera revisan el anticongelante en un automóvil o el estado de su batería, a menudo utilizan dispositivos que aplican el principio de Arquímedes. En la figura 9.22 se muestra un dispositivo común que se usa para revisar el anticongelante en el radiador de un automóvil. La densidad de las bolas pequeñas en el tubo cerrado varía, de manera que todas flotan cuando el tubo está lleno con agua pura, ninguna flota en anticongelante puro, una de ellas flota en una mezcla al 5%, dos en una mezcla al 10% y así sucesivamente. El número de bolas que flotan es una medida del porcentaje de anticongelante en la mezcla, la cual a su vez se utiliza para determinar la temperatura más baja que la mezcla puede soportar sin congelarse.

De manera similar, es posible determinar el nivel de la carga en algunas baterías de automóvil con un proceso llamado "punto mágico" que está incorporado en la batería (figura 9.23). Dentro del puerto de inspección en la parte superior de la batería, la aparición de un punto color naranja indica que tiene suficiente carga; uno de color negro indica que perdió su carga. Si tiene carga suficiente, la densidad del fluido de la batería es suficientemente alta para hacer que flote la bola color naranja. Cuando la batería pierde su carga, la densidad del fluido disminuye y la bola se hunde bajo la superficie, haciendo que el punto aparezca en color negro.

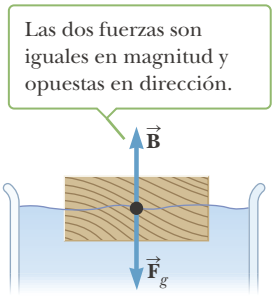


Figura 9.21 Un objeto que flota sobre la superficie de un fluido recibe la acción de dos fuerzas: la fuerza gravitacional $\vec{\mathbf{F}}_g$ y la fuerza de flotación $\vec{\mathbf{B}}$.

BIO APLICACIÓN
Control de la flotabilidad de un pez

BIO APLICACIÓN
Fluido cerebroespinal

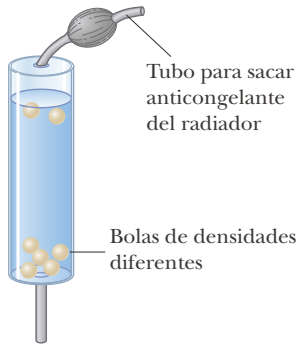


Figura 9.22 El número de bolas que flotan en este dispositivo es una medida de la densidad de la solución de anticongelante en el radiador de un vehículo y, en consecuencia, es una medida de la temperatura a la que ocurrirá el congelamiento.

Cuestionario rápido

9.5 La presión atmosférica varía de un día a otro. El nivel de un barco que flota en un día de presión alta es a) mayor, b) menor o c) no es diferente que en un día de baja presión.

9.6 La densidad del plomo es mayor que la del hierro, y los dos metales son más densos que el agua. ¿La fuerza de flotación sobre un objeto de plomo sólido es a) mayor que, b) igual que o c) menor que la fuerza de flotación que actúa sobre un objeto de hierro sólido con las mismas dimensiones?

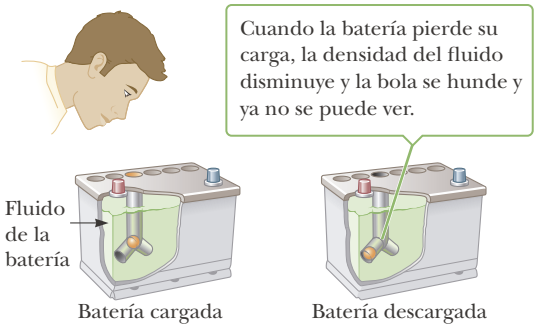


Figura 9.23 La bola color naranja en el tubo de plástico dentro de la batería sirve para indicar si la batería está a) cargada o b) descargada.

APLICACIÓN
Verificación de la carga de una batería

EJEMPLO 9.8 Tarjeta de descuento en coronas

OBJETIVO Aplicar el principio de Arquímedes a un objeto sumergido.

PROBLEMA Una cazadora de ofertas compra una corona de "oro" en un mercado de pulgas. Cuando llega a su casa, la cuelga en una báscula y descubre que su peso es de 7.84 N (figura 9.24a). Luego pesa la corona sumergida en agua, como en la figura 9.24b y ahora en la báscula se leen 6.86 N. ¿La corona está hecha de oro puro?

ESTRATEGIA El objetivo es determinar la densidad de la corona y compararla con la densidad del oro. Ya tenemos el peso de la corona en el aire, por lo que podemos encontrar su masa al dividir entre la aceleración de la gravedad. Si podemos encontrar el volumen de la corona, obtendremos la densidad deseada dividiendo su masa entre este volumen.

Cuando la corona está completamente sumergida, el agua desplazada es igual al volumen de la corona. Este mismo volumen se usa para calcular la fuerza de flotación. Por lo tanto, nuestra estrategia es la siguiente: 1) aplicar la segunda ley de Newton a la corona, tanto en el agua como en el are, para encontrar la fuerza de flotación. 2) Use la fuerza de flotación para obtener el volumen de la corona. 3) Divida el peso de la corona obtenido en la báscula entre la aceleración de la gravedad para obtener su masa; luego entre el volumen para obtener la densidad de la corona.

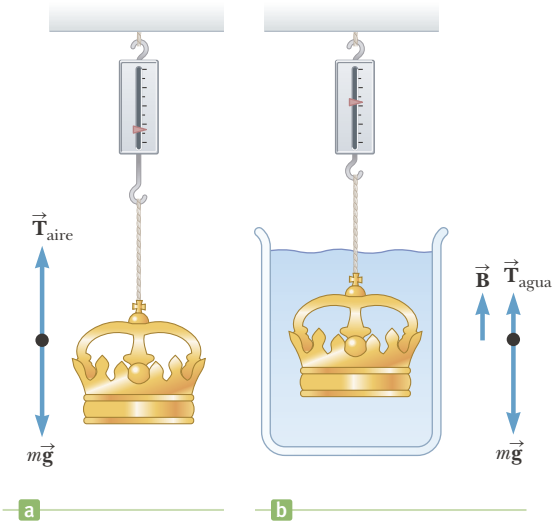


Figura 9.24 (Ejemplo 9.8) a) Cuando la corona está suspendida en el aire, en la báscula se lee $T_{\text{aire}} = mg$, el peso real de la corona. b) Cuando está sumergida en agua, la fuerza de flotación $\vec{\mathbf{B}}$ reduce la lectura en la báscula por la magnitud de la fuerza de flotación, $T_{\text{agua}} = mg - B$.

SOLUCIÓN

Aplique la segunda ley de Newton a la corona cuando se pesa en el aire. Hay dos fuerzas que actúan sobre la corona: la de gravedad $m\vec{\mathbf{g}}$ y $\vec{\mathbf{T}}_{\text{aire}}$, la fuerza ejercida por la báscula sobre la corona, con una magnitud igual a la lectura en la báscula.

1) $T_{\text{aire}} - mg = 0$

Cuando la corona se sumerge en agua, la fuerza de la báscula es $\vec{\mathbf{T}}_{\text{agua}}$, con una magnitud igual a la lectura en la báscula, y hay una fuerza de flotación hacia arriba $\vec{\mathbf{B}}$ y la fuerza de la gravedad.

2) $T_{\text{agua}} - mg + B = 0$

De la ecuación 1) despeje mg, sustituya en la ecuación 2) y despeje la fuerza de flotación, que es igual a la diferencia en las lecturas de la báscula:

$$T_{\text{agua}} - T_{\text{aire}} + B = 0$$
$$B = T_{\text{aire}} - T_{\text{agua}} = 7.84\ \text{N} - 6.86\ \text{N} = 0.980\ \text{N}$$

Determine el volumen del agua desplazada, partiendo del hecho de que la magnitud de la fuerza de flotación es igual al peso del agua desplazada:

$$B = \rho_{\text{agua}} g V_{\text{agua}} = 0.980\ \text{N}$$
$$V_{\text{agua}} = \frac{0.980\ \text{N}}{g\rho_{\text{agua}}} = \frac{0.980\ \text{N}}{(9.80\ \text{m/s}^2)(1.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)}$$
$$= 1.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$$

La corona está totalmente sumergida, así que, $V_{\text{corona}} = V_{\text{agua}}$. De la ecuación 1), la masa es el peso de la corona en el aire, T_{aire}, dividido entre g:

$$m = \frac{T_{\text{aire}}}{g} = \frac{7.84\ \text{N}}{9.80\ \text{m/s}^2} = 0.800\ \text{kg}$$

Calcule la densidad de la corona:

$$\rho_{\text{corona}} = \frac{m}{V_{\text{corona}}} = \frac{0.800\ \text{kg}}{1.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^3} = 8.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$$

COMENTARIOS Dado que la densidad del oro es de $19.3 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$, la corona está hueca o hecha de una aleación, o las dos cosas. A pesar de la complejidad matemática, en realidad es posible que este fuera el método que se le ocurrió a Arquímedes. Desde el punto de vista conceptual, es cuestión de entender (o suponer) que los pesos iguales de oro y de una aleación de plata y oro tendrían lecturas diferentes en una báscula cuando están sumergidos en agua debido a sus densidades y de aquí que sus volúmenes sean distintos, lo que conduce a fuerzas de flotación diferentes.

PREGUNTA 9.8 ¿Cierto o falso? La magnitud de la fuerza de flotación sobre un objeto completamente sumergido depende de la densidad del objeto.

EJERCICIO 9.8 Se mide que el peso de un brazalete de metal es de 0.100 00 N en el aire y 0.092 00 N cuando está sumergido en agua. Encuentre su densidad.

RESPUESTA $1.25 \times 10^4\ \text{kg/m}^3$

EJEMPLO 9.9 Flotando por el río

OBJETIVO Aplicar el principio de Arquímedes a un objeto parcialmente sumergido.

PROBLEMA Se construye una balsa de madera que tiene una densidad de $6.00 \times 10^2\ \text{kg/m}^3$. Su área superficial es de $5.70\ \text{m}^2$ y su volumen es de $0.60\ \text{m}^3$. Cuando la balsa se coloca en agua dulce como en la figura 9.25, ¿a qué profundidad h está sumergido el fondo de la balsa?

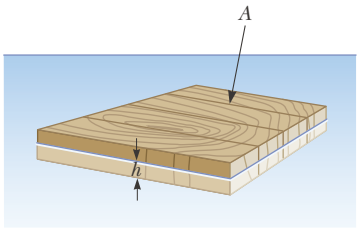


Figura 9.25 (Ejemplo 9.9) Balsa parcialmente sumergida en agua.

ESTRATEGIA Hay dos fuerzas que actúan sobre la balsa: la de flotación de magnitud B, que actúa hacia arriba, y la de gravedad, que actúa hacia abajo. Debido a que la balsa está en equilibrio, la suma de estas fuerzas es cero. La fuerza de flotación depende del volumen sumergido $V_{\text{agua}} = Ah$. Establezca la segunda ley de Newton y despeje h, la profundidad alcanzada por el fondo de la balsa.

SOLUCIÓN

Aplique la segunda ley de Newton a la balsa, que está en equilibrio:

$$B - m_{\text{balsa}}g = 0 \quad \rightarrow \quad B = m_{\text{balsa}}g$$

El volumen de la balsa sumergida en agua está dado por $V_{\text{agua}} = Ah$. La magnitud de la fuerza de flotación es igual al peso del volumen de agua desplazado:

$$B = m_{\text{agua}}g = (\rho_{\text{agua}}V_{\text{agua}})g = (\rho_{\text{agua}}Ah)g$$

Ahora reescriba la fuerza de la gravedad sobre la balsa usando la densidad y el volumen de la balsa:

$$m_{\text{balsa}}g = (\rho_{\text{balsa}}V_{\text{balsa}})g$$

Sustituya estas dos expresiones en la segunda ley de Newton, $B = m_{\text{balsa}}g$ y despeje h (observe que g se cancela):

$$(\rho_{\text{agua}}Ah)\cancel{g} = (\rho_{\text{balsa}}V_{\text{balsa}})\cancel{g}$$

$$h = \frac{\rho_{\text{balsa}}V_{\text{balsa}}}{\rho_{\text{agua}}A}$$

$$= \frac{(6.00 \times 10^2\ \text{kg/m}^3)(0.600\ \text{m}^3)}{(1.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(5.70\ \text{m}^2)}$$

$$= 0.063\ 2\ \text{m}$$

COMENTARIOS La profundidad a la que flota la balsa en el agua depende de la densidad de esta. Lo mismo es cierto para el cuerpo humano: la grasa es menos densa que el músculo y el hueso, por lo que las personas con un alto porcentaje de grasa corporal flotan mejor.

PREGUNTA 9.9 Si la balsa se coloca en agua salada, que tiene una densidad mayor que la del agua dulce, ¿el valor de h a) disminuye, b) aumenta o c) no cambia?

EJERCICIO 9.9 Calcule qué porcentaje de un iceberg se encuentra debajo de la superficie del océano, dado que la densidad del hielo es de $917\ \text{kg/m}^3$ y la densidad del agua salada es de $1\,025\ \text{kg/m}^3$.

RESPUESTA 89.5%

EJEMPLO 9.10 Flotando en dos fluidos

OBJETIVO Aplicar el principio de Arquímedes a un objeto que flota en un fluido que tiene dos capas con densidades diferentes.

PROBLEMA Un cubo de aluminio de 1.00×10^3 kg se coloca en un tanque. Luego se agrega agua al tanque hasta que la mitad del cubo está sumergida. **a)** ¿Cuál es la fuerza normal sobre el cubo? (Consulte la figura 9.26a.) **b)** Ahora se vacía mercurio lentamente en el tanque hasta que la fuerza normal sobre el cubo tiende a cero (consulte la figura 9.26b). ¿Cuál es el espesor de la capa de mercurio? Suponga que hay una capa muy delgada de fluido debajo del bloque en las dos par-

(*Continúa*)

tes de la figura 9.26, debido a las imperfecciones entre las superficies en contacto.

ESTRATEGIA Las dos partes de este problema requieren aplicaciones de la segunda ley de Newton para un cuerpo en equilibrio, junto con el concepto de fuerza de flotación. En el inciso a) la fuerza normal, la gravitacional y la de flotación del agua actúan sobre el cubo. En el inciso a) hay una fuerza de flotación adicional, la del mercurio, en tanto que la fuerza normal tiende a cero. Utilizando $V_{Hg} = Ah$, calcule la altura del mercurio, h.

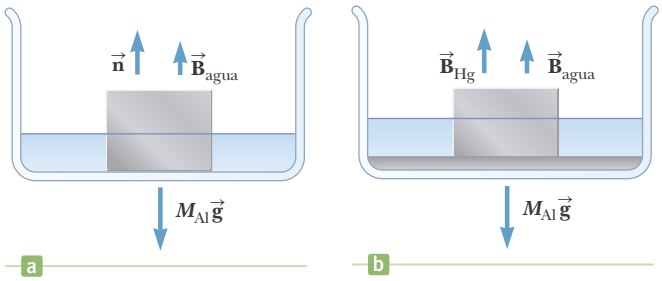


Figura 9.26 (Ejemplo 9.10)

SOLUCIÓN

a) Encuentre la fuerza normal sobre el cubo cuando está sumergido a la mitad.

Calcule el volumen V del cubo y la longitud d de un lado, para una referencia futura (se necesitarán las dos cantidades para lo que sigue):

$$V_{Al} = \frac{M_{Al}}{\rho_{Al}} = \frac{1.00 \times 10^3 \text{ kg}}{2.70 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} = 0.370 \text{ m}^3$$
$$d = V_{Al}^{1/3} = 0.718 \text{ m}$$

Escriba la segunda ley de Newton para el cubo y despeje la fuerza normal. La fuerza de flotación es igual al peso del agua desplazada (la mitad del volumen del cubo).

$$n - M_{Al}g + B_{agua} = 0$$
$$n = M_{Al}g - B_{agua} = M_{Al}g - \rho_{agua}\,(V/2)g$$
$$= (1.00 \times 10^3 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)$$
$$- (1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(0.370 \text{ m}^3/2.00)(9.80 \text{ m/s}^2)$$
$$n = 9.80 \times 10^3 \text{ N} - 1.81 \times 10^3 \text{ N} = 7.99 \times 10^3 \text{ N}$$

b) Calcule el nivel h del mercurio agregado.

Aplique la segunda ley de Newton al cubo:

$$n - M_{Al}g + B_{agua} + B_{Hg} = 0$$

Sea $n = 0$ y despeje la fuerza de flotación del mercurio:

$$B_{Hg} = (\rho_{Hg}\,Ah)g = M_{Al}g - B_{aguar} = 7.99 \times 10^3 \text{ N}$$

Calcule h, observando que $A = d^2$:

$$h = \frac{M_{Al}g - B_{agua}}{\rho_{Hg}Ag} = \frac{7.99 \times 10^3 \text{ N}}{(13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(0.718 \text{ m})^2(9.80 \text{ m/s}^2)}$$
$$h = 0.116 \text{ m}$$

COMENTARIOS Observe que la fuerza de flotación del mercurio calculada en el inciso b) es la misma que la fuerza normal en el inciso a). Naturalmente este es el caso, ya que se agregó suficiente mercurio para cancelar exactamente la fuerza normal. Podríamos haber partido de este hecho para tomar un atajo, simplemente escribiendo $B_{Hg} = 7.99 \times 10^3$ N de inmediato, despejando h y evitando usar de nuevo la segunda ley de Newton. Sin embargo, ¡la mayoría de las veces no tendríamos tanta suerte! Intente calcular la fuerza normal cuando el nivel de mercurio es de 4.00 cm.

PREGUNTA 9.10 ¿Qué le pasaría al cubo de aluminio si se vaciara más mercurio en el tanque?

EJERCICIO 9.10 Un cubo de aluminio de 1.00 m por lado se sumerge en un tercio de agua y dos tercios en glicerina. ¿Cuál es la fuerza normal sobre el cubo?

RESPUESTA 1.50×10^4 N

9.7 Fluidos en movimiento

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar las propiedades de un fluido ideal.
2. Aplicar la ecuación de continuidad a los sistemas de fluidos.
3. Explicar el origen físico de la ecuación de Bernoulli.
4. Aplicar la ecuación de Bernoulli a los sistemas de fluidos.

Cuando un fluido está en movimiento, su flujo puede caracterizarse en dos formas. Se dice que el flujo es **una línea de corriente** o **laminar**, si cada partícula que pasa por un punto particular se mueve exactamente a lo largo de la misma trayectoria uniforme seguida por las partículas que antes pasaron por ese punto. Esta trayectoria se denomina *línea de corriente* (figura 9.27). Las distintas líneas de corriente no se pueden cruzar entre sí en esta condición de flujo uniforme y la línea de corriente en cualquier punto coincide con la dirección de la velocidad del fluido en ese punto.

En contraste, el flujo de un fluido se vuelve irregular, o **turbulento**, cuando supera cierta velocidad o en todas las condiciones que causen cambios abruptos en la velocidad. Los movimientos irregulares del fluido, llamados *remolinos*, son característicos del flujo turbulento, como se muestra en la figura 9.28.

En los análisis del flujo de fluidos, se usa el término **viscosidad** para referirse al grado de fricción interna en el fluido. Esta fricción interna está asociada con la resistencia entre dos capas adyacentes del fluido que se mueven entre sí. Un fluido como el queroseno tiene una viscosidad menor que la del petróleo crudo o la melaza.

Muchas características del movimiento de fluidos se pueden comprender al considerar el comportamiento de un **fluido ideal**, que satisface las condiciones siguientes:

1. **No es viscoso**, es decir, no hay una fuerza de fricción interna entre las capas adyacentes.
2. **Es incompresible**, lo que significa que su densidad es constante.
3. **Su movimiento es constante**; en otras palabras, la velocidad, la densidad y la presión en cada punto del fluido no cambian con el tiempo.
4. **Se mueve sin turbulencia**. Esto implica que cada elemento del fluido tiene una velocidad angular cero respecto a su centro, por lo que no puede haber remolinos en el fluido en movimiento. Si se coloca una rueda pequeña en el fluido se trasladaría, pero no giraría.

Andy Sacks/Stone/Getty Images

Figura 9.27 Ilustración de un flujo aerodinámico alrededor de un automóvil en un túnel de viento de prueba. Las líneas de corriente en el flujo de aire se hacen visibles con partículas de humo.

Zaichenko Olga/istockphoto.com

Figura 9.28 Gases calientes que se visualizan con partículas de humo. El humo se mueve primero en un flujo laminar en el fondo y luego en flujo turbulento en la parte superior.

Ecuación de continuidad

En la figura 9.29a se representa un fluido que fluye por un tubo de tamaño no uniforme. Las partículas en el fluido se mueven a lo largo de líneas de corriente en un flujo en régimen permanente. En un intervalo de tiempo pequeño Δt, el fluido que entra en el extremo inferior del tubo se mueve una distancia $\Delta_{x1} = v_1 \Delta t$, donde v_1 es la rapidez del fluido en esa ubicación. Si A_1 es el área transversal en esta región, entonces la masa contenida en la región inferior color azul es $\Delta M_1 = \rho_1 A_1 \Delta x_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$, donde ρ_1 es la densidad del fluido en A_1. De manera similar, el fluido que se mueve hacia afuera del extremo superior del tubo en el mismo intervalo de tiempo Δt tiene una masa de $\Delta M_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$. Sin embargo, **debido a que la masa se**

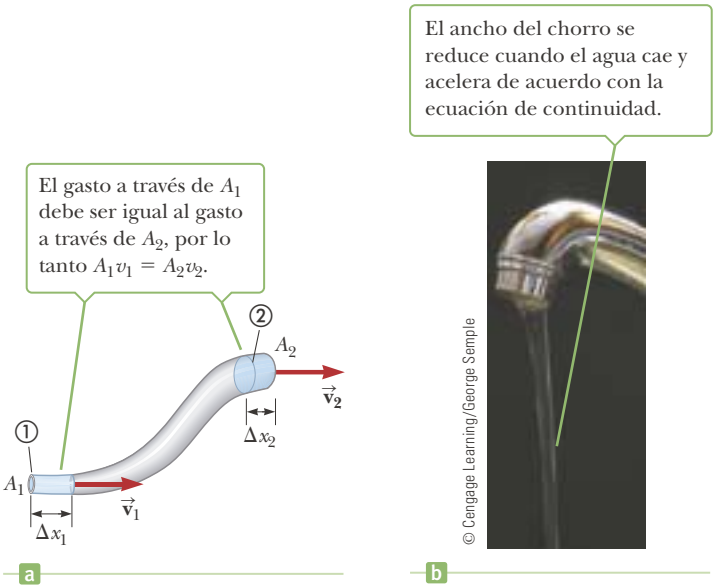


Figura 9.29 a) Fluido que se mueve como línea de corriente por un tubo con área transversal variable. El volumen de fluido que fluye a través de A_1 en un intervalo de tiempo Δt debe ser igual al volumen que fluye a través de A_2 en el mismo intervalo. b) Agua que fluye lentamente de una llave.

conserva y dado que el flujo es constante, la masa que fluye hacia el fondo del tubo a través de A_1 en el intervalo Δt debe ser igual a la masa que sale a través de A_2 en el mismo intervalo. Por lo tanto, $\Delta M_1 = \Delta M_2$, o

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \qquad [9.14]$$

Para el caso de un fluido incompresible, $\rho_1 = \rho_2$ y la ecuación 9.14 se reduce a

Ecuación de continuidad ▶

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad [9.15]$$

Esta expresión se denomina **ecuación de continuidad**. A partir de este resultado se observa que **el producto del área transversal del tubo por la rapidez del fluido en esa sección transversal es una constante**. Por lo tanto, la rapidez es alta donde el tubo es más estrecho y baja donde el diámetro del tubo es mayor. El producto Av, que tiene dimensiones de volumen por tiempo unitario, se llama **gasto o caudal**. **La condición Av = constante es equivalente al hecho de que el volumen de fluido que entra en un extremo del tubo en un intervalo de tiempo dado es igual al volumen del fluido que sale del tubo en el mismo intervalo, suponiendo que el fluido es incompresible y que no hay fugas.** La figura 9.29b es el ejemplo de una aplicación de la ecuación de continuidad: cuando la corriente de agua fluye de forma continua desde una llave, el ancho del chorro se reduce conforme cae y se acelera.

Sugerencia 9.3 Ecuaciones de continuidad

El gasto de fluido que entra a un sistema es igual al gasto que sale de él. El fluido entrante ocupa cierto volumen y puede entrar al sistema solo si un volumen igual de fluido sale durante el mismo intervalo.

Hay muchos casos en la experiencia cotidiana en los que se aplica la ecuación de continuidad. Al reducir el área transversal de una manguera de jardín colocando un dedo sobre su salida se hace que el agua viaje con mayor rapidez; de aquí que la corriente llega más lejos. Un razonamiento similar explica porqué el humo de un leño de madera que arde lentamente primero sube con un patrón laminar, que se reduce con la altura, y luego se dispersa en un patrón turbulento de espirales. El humo sube porque es menos denso que el aire y la fuerza de flotación del aire lo acelera hacia arriba. Conforme aumenta la rapidez de la corriente de humo, el área transversal de la corriente disminuye, de acuerdo con la ecuación de continuidad. La corriente pronto alcanza una rapidez tan grande que el flujo uniforme ya no es posible. Estudiaremos la relación entre la rapidez de un flujo y la turbulencia en un análisis posterior sobre el número de Reynolds.

EJEMPLO 9.11 Las cataratas del Niágara

OBJETIVO Aplicar la ecuación de continuidad.

PROBLEMA Cada segundo, fluyen 5 525 m^3 de agua sobre el acantilado de 670 m de ancho de la parte de Horseshoe Falls de las cataratas del Niágara. El agua tiene una profundidad aproximada de 2 m cuando llega al acantilado. Estime su rapidez en ese instante.

ESTRATEGIA Esta es una estimación, por lo que solo se retendrá una cifra significativa en la respuesta. El gasto está dado y, de acuerdo con la ecuación de continuidad, es una constante igual a Av. Encuentre el área transversal, sustituya y calcule la rapidez.

SOLUCIÓN

Calcule el área de la sección transversal del agua cuando llega al borde del acantilado:

$$A = (670\ \text{m})(2\ \text{m}) = 1\,340\ \text{m}^2$$

Multiplique este resultado por la rapidez e iguálelo al gasto. Luego calcule v:

$$Av = \text{gasto}$$
$$(1\,340\ \text{m}^2)v = 5\,525\ \text{m}^3/\text{s} \quad \rightarrow \quad v \approx 4\ \text{m/s}$$

PREGUNTA 9.11 ¿Qué le sucede a la rapidez de la sangre en una arteria cuando se empieza acumular placa (grasa, calcio y colesterol) en las paredes de dicha arteria?

EJERCICIO 9.11 El acueducto Garfield Thomas en la Universidad Estatal de Pensilvania tiene una sección transversal circular que se reduce de un diámetro de 3.6 m a uno de 1.2 m en la sección de prueba. Si la rapidez del flujo es de 3.0 m/s en el conducto con diámetro mayor, determine la rapidez del flujo en la sección de prueba.

RESPUESTA 27 m/s

EJEMPLO 9.12 Regando un jardín

OBJETIVO Combinar la ecuación de continuidad con los conceptos del gasto y la cinemática.

PROBLEMA Un jardinero usa una manguera de jardín de 2.50 cm de diámetro para llenar una cubeta de 30.0 litros (un litro = 1000 cm^3). El jardinero observa que tarda 1.00 min en llenar la cubeta. Luego adapta a la manguera una boquilla con un área transversal de 0.500 m^2. La boquilla se mantiene horizontal de manera que el agua se proyecta de forma horizontal desde un punto a 1.00 m sobre el suelo. ¿A qué distancia horizontal se puede proyectar el agua?

ESTRATEGIA Se puede determinar el gasto a través de la manguera dividiendo el volumen de la cubeta entre el tiempo que tarda en llenarse. Después de determinar el gasto, aplique la ecuación de continuidad para encontrar la rapidez con la que el agua sale disparada en sentido horizontal de la boquilla. El resto del problema es una aplicación de la cinemática en dos dimensiones. La respuesta obtenida es la misma que la que se encontraría para una bola que tiene la misma velocidad inicial y la misma altura.

SOLUCIÓN

Calcule el gasto hacia la cubeta y convierta a m^3/s:

$$\text{gasto} = \frac{30.0\text{ L}}{1.00\text{ min}}\left(\frac{1.00\times10^3\text{ cm}^3}{1.00\text{ L}}\right)\left(\frac{1.00\text{ m}}{100.0\text{ cm}}\right)^3\left(\frac{1.00\text{ min}}{60.0\text{ s}}\right)$$
$$= 5.00\times10^{-4}\text{ m}^3/\text{s}$$

Calcule v_{0x} de la ecuación de continuidad, la componente x de la velocidad inicial del chorro que sale de la manguera:

$$A_1v_1 = A_2v_2 = A_2v_{0x}$$
$$v_{0x} = \frac{A_1v_1}{A_2} = \frac{5.00\times10^{-4}\text{ m}^3/\text{s}}{0.500\times10^{-4}\text{ m}^2} = 10.0\text{ m/s}$$

Calcule el tiempo que tarda el chorro en caer 1.00 m, usando la cinemática. Al principio el chorro es horizontal, así que v_{0y} es cero:

$$\Delta y = v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

Encuentre $v_{0y} = 0$ en la ecuación anterior y calcule t, observando que $\Delta y = -1.00$ m:

$$t = \sqrt{\frac{-2\Delta y}{g}} = \sqrt{\frac{-2(-1.00\text{ m})}{9.80\text{ m/s}^2}} = 0.452\text{ s}$$

Determine la distancia horizontal que viaja el chorro:

$$x = v_{0x}t = (10.0\text{ m/s})(0.452\text{ s}) = 4.52\text{ m}$$

COMENTARIOS Es interesante que el movimiento de los fluidos se puede tratar con las mismas ecuaciones cinemáticas que se usan para los objetos individuales.

PREGUNTA 9.12 ¿En qué factor cambiaría el alcance si el gasto se duplicara?

EJERCICIO 9.12 La boquilla se reemplaza con un accesorio en forma de Y que divide el gasto a la mitad y a cada extremo de la Y se conectan mangueras, cada una de ellas tiene una boquilla de 0.400 cm^2. a) ¿Cuál es la rapidez de salida del agua de una de estas boquillas? b) ¿Qué tan lejos lanzaría el chorro de agua una de las boquillas si ambas se abren simultáneamente y se mantienen en sentido horizontal a 1.00 m del suelo? *Sugerencia:* encuentre el gasto a través de cada boquilla de 0.400 cm^2, luego siga los mismos pasos que antes.

RESPUESTAS a) 6.25 m/s; b) 2.83 m

Ecuación de Bernoulli

Cuando un fluido se mueve por un tubo de sección transversal y elevación variables, la presión cambia a lo largo del tubo. En 1738 el físico suizo Daniel Bernoulli (1700-1782) dedujo una expresión que relaciona la presión de un fluido con su rapidez y su elevación. La ecuación de Bernoulli no es una ley independiente de la física; más bien, es **una consecuencia de la conservación de la energía aplicada a un fluido ideal**.

Al deducir la ecuación de Bernoulli, de nuevo se supone que el fluido es incompresible, no viscoso y que fluye de una manera no turbulenta en un régimen permanente. Considere el flujo a través de un tubo no uniforme en un tiempo Δt, como se muestra en la figura 9.30. La fuerza sobre el extremo inferior del fluido es P_1A_1,

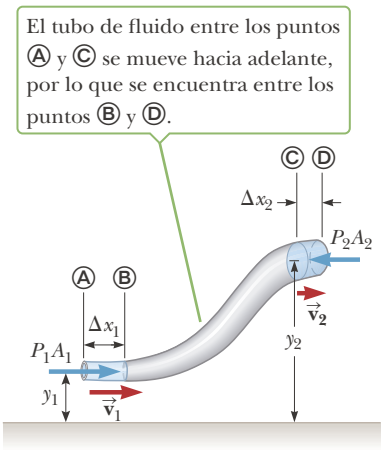


Figura 9.30 Por el teorema del trabajo y de la energía, el trabajo hecho por las presiones opuestas P_1 y P_2 es igual a la diferencia en la energía mecánica entre la del fluido que ahora se encuentra entre los puntos Ⓒ y Ⓓ y el fluido que antes estaba entre Ⓐ y Ⓑ.

donde P_1 es la presión en el extremo inferior. El trabajo realizado sobre el extremo inferior del fluido por el fluido detrás de este es

$$W_1 = F_1\Delta x_1 = P_1A_1\Delta x_1 = P_1V$$

donde V es el volumen de la región inferior en color azul en la figura. De manera similar, el trabajo realizado sobre el fluido en la parte superior en el tiempo Δt es

$$W_2 = -P_2A_2\Delta x_2 = -P_2V$$

El volumen es el mismo ya que, de acuerdo con la ecuación de continuidad, el volumen de fluido que pasa a través de A_1 en el tiempo Δt es igual al volumen que pasa por A_2 en el mismo intervalo. El trabajo W_2 es negativo dado que la fuerza sobre el fluido en la parte superior es opuesta a su desplazamiento. El trabajo neto realizado por estas fuerzas en el tiempo Δt es

$$W_{\text{fluido}} = P_1V - P_2V$$

Parte de este trabajo se destina a cambiar la energía cinética del fluido y parte a cambiar la energía potencial gravitacional del sistema fluido-Tierra. Si m es la masa del fluido que pasa por el tubo en el intervalo de tiempo Δt, entonces el cambio en la energía cinética del volumen de fluido es

$$\Delta EC = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

El cambio en energía potencial gravitacional es

$$\Delta EP = mgy_2 - mgy_1$$

Debido a que el trabajo neto realizado por el fluido sobre el segmento de fluido que se muestra en la figura 9.30 cambia la energía cinética y la energía potencial del sistema no aislado, se tiene

$$W_{\text{fluido}} = \Delta EC + \Delta EP$$

Los tres términos en esta ecuación son los que acabamos de evaluar. Sustituyendo las expresiones para cada uno de los términos se obtiene

$$P_1V - P_2V = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1$$

Si se divide cada término entre V y recordando que $\rho = m/V$, esta expresión se convierte en

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy_2 - \rho gy_1$$

Reacomodando los términos, se tiene:

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gy_2 \qquad [9.16]$$

Esta es la **ecuación de Bernoulli**, que con frecuencia se expresa como

$$P + \tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy = \text{constante} \qquad [9.17]$$

Ecuación de Bernoulli ▶

La ecuación de Bernoulli establece que la suma de la presión P, la energía cinética por volumen unitario, $\frac{1}{2}\rho v^2$ y la energía potencial por volumen unitario, ρgy, tiene el mismo valor en todos los puntos a lo largo de una línea de corriente.

Una consecuencia importante de la ecuación de Bernoulli se puede demostrar considerando la figura 9.31, en la que se muestra el agua que fluye a través de un tubo horizontal estrechado, desde una región de área transversal grande hacia una región de área transversal más pequeña. Este dispositivo, que se llama **tubo Venturi**, se puede usar para medir la rapidez del flujo de un fluido. Dado que el tubo es horizontal, $y_1 = y_2$, y la ecuación 9.16 aplicada a los puntos 1 y 2 da

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad [9.18]$$

© iStockphoto.com/ZU_09

Daniel Bernoulli
Físico y matemático suizo (1700-1782)
En su obra más famosa, *Hydrodynamica*, Bernoulli demostró que, cuando la velocidad de un fluido aumenta su presión disminuye. En esta misma publicación, Bernoulli intentó aportar la primera explicación del comportamiento de los gases con presión y temperatura variables: este fue el principio de la teoría cinética de los gases.

Sugerencia 9.4 Principio de Bernoulli para los gases
La ecuación 9.16 no es estrictamente cierta para los gases ya que no son incompresibles. Sin embargo, el comportamiento cualitativo es el mismo: cuando la rapidez de un gas aumenta, su presión disminuye.

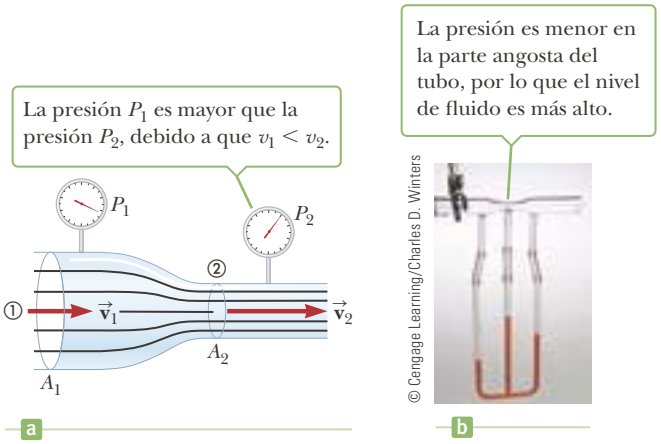


Figura 9.31 a) Este dispositivo se puede utilizar para medir la rapidez del flujo de un fluido. b) Un tubo Venturi, ubicado en la parte superior de la fotografía. El nivel más alto de fluido en la columna intermedia muestra que la presión en la parte superior de la columna, que está en la región estrechada del tubo Venturi, es menor que la presión en los demás lugares de la columna.

Como el agua no regresa en el tubo, su rapidez v_2 en la región estrechada debe ser mayor que su rapidez v_1 en la región de diámetro mayor. De la ecuación 9.18, se observa que P_2 debe ser menor que P_1 dado que $v_2 > v_1$. Este resultado a menudo se expresa con la afirmación de que **los fluidos que se mueven rápidamente ejercen menos presión que los que se mueven lentamente**. Este importante hecho nos permite comprender una gran variedad de fenómenos cotidianos.

Cuestionario rápido

9.7 Usted observa dos globos llenos con helio que flotan juntos y cuyas cuerdas están atadas a una mesa. Los globos se encuentran separados de 1 a 2 cm. Usted sopla por el espacio entre los globos. ¿Qué ocurre con ambos? a) Se mueven uno hacia el otro. b) Se alejan uno de otro. c) No les pasa nada.

EJEMPLO 9.13 Tiroteo en el viejo tanque de agua

OBJETIVO Aplicar la ecuación de Bernoulli para encontrar la rapidez de un fluido.

PROBLEMA Un alguacil miope dispara a un ladrón de ganado con su confiable pistola de seis tiros. Por fortuna para el ladrón, la bala no lo toca pero se desvía y perfora el tanque de agua del pueblo, ocasionando una fuga (figura 9.32). **a)** Si la parte superior del tanque está abierta a la atmósfera, determine la rapidez con la cual el agua sale por el agujero cuando el nivel de agua está a 0.500 m por encima del agujero. **b)** ¿A qué distancia cae el chorro de agua en el suelo, si el agujero está a 3.00 m sobre él?

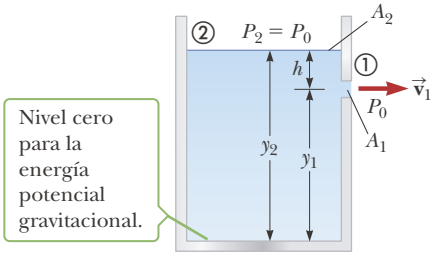


Figura 9.32 (Ejemplo 9.13) La rapidez del agua v_1 del agujero en el costado del tanque está dada por $v_1 = \sqrt{2gh}$.

ESTRATEGIA a) Suponga que el área transversal del tanque es grande comparada con la del agujero ($A_2 >> A_1$); por lo tanto, el nivel del agua disminuye lentamente y $v_2 \approx 0$. Aplique la ecuación de Bernoulli a los puntos ① y ② en la figura 9.31, observando que P_1 es igual a la presión atmosférica P_0 en el agujero y que es aproximadamente la misma en la parte superior del tanque. El inciso b) se puede resolver con la cinemática, igual que si el agua fuera una bola lanzada horizontalmente.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la rapidez del agua saliendo por el agujero.

Sustituya $P_1 = P_2 = P_0$ y $v_2 \approx 0$ en la ecuación de Bernoulli y calcule v_1:

$$P_0 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_0 + \rho g y_2$$

$$v_1 = \sqrt{2g(y_2 - y_1)} = \sqrt{2gh}$$

$$v_1 = \sqrt{2(9.80\ \text{m/s}^2)(0.500\ \text{m})} = 3.13\ \text{m/s}$$

(*Continúa*)

b) Encuentre el lugar en el que cae el chorro en el suelo.

Use la ecuación del desplazamiento para encontrar el tiempo de la caída, observando que el chorro inicialmente es horizontal; por lo tanto $v_{0y} = 0$.

$$\Delta y = -\tfrac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t$$
$$-3.00\ \text{m} = -(4.90\ \text{m/s}^2)t^2$$
$$t = 0.782\ \text{s}$$

Calcule la distancia horizontal que el chorro recorre en este tiempo:

$$x = v_{0x}t = (3.13\ \text{m/s})(0.782\ \text{s}) = \boxed{2.45\ \text{m}}$$

COMENTARIOS Como se demuestra en el análisis del inciso a), la rapidez del agua que sale por el agujero es igual a la rapidez adquirida por un objeto que cae libremente por la distancia vertical h. Esto se conoce como **principio de Torricelli**.

PREGUNTA 9.13 Conforme transcurre el tiempo, ¿qué le sucede a la rapidez del agua que sale por el agujero?

EJERCICIO 9.13 Suponga, en una situación similar, que el agua cae en el suelo a 4.20 m del agujero en el tanque. Si el agujero está a 2.00 m sobre el suelo, ¿a qué altura sobre el agujero se encuentra el nivel del agua?

RESPUESTA 2.21 m arriba del agujero

EJEMPLO 9.14 Flujo de fluido en un tubo

OBJETIVO Resolver un problema en el que se combinan la ecuación de Bernoulli y la ecuación de continuidad.

PROBLEMA Un tubo grande con área transversal de 1.00 m^2 desciende 5.00 m y se reduce a 0.500 m^2, donde termina en una válvula en el punto ① (figura 9.33). Si la presión en el punto ② es la presión atmosférica, y la válvula se abre por completo permitiendo que el agua fluya libremente, determine la rapidez del agua que sale del tubo.

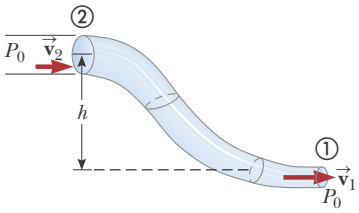


Figura 9.33 (Ejemplo 9.14)

ESTRATEGIA La ecuación de continuidad, junto con la ecuación de Bernoulli, constituyen dos ecuaciones con dos incógnitas: las rapideces v_1 y v_2. Elimine v_2 de la ecuación de Bernoulli con la ecuación de continuidad y calcule v_1.

SOLUCIÓN

Escriba la ecuación de Bernoulli:

$$\textbf{1)}\quad P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Despeje v_2 en la ecuación de continuidad:

$$A_2 v_2 = A_1 v_1$$
$$\textbf{2)}\quad v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

En la ecuación 1) iguale $P_1 = P_2 = P_0$ y sustituya la expresión para v_2. Luego despeje v_1.

$$\textbf{3)}\quad P_0 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_0 + \tfrac{1}{2}\rho \left(\frac{A_1}{A_2} v_1\right)^2 + \rho g y_2$$
$$v_1^2\left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right] = 2g(y_2 - y_1) = 2gh$$
$$v_1 = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 - (A_1/A_2)^2}}$$

Sustituya los valores dados:

$$v_1 = \boxed{11.4\ \text{m/s}}$$

COMENTARIOS El cálculo de caudales reales de fluidos a través de tubos en verdad es mucho más complejo que como se presentó aquí, debido a la viscosidad, a la posibilidad de turbulencia y a otros factores.

PREGUNTA 9.14 Encuentre una expresión simbólica para el límite de la rapidez v_1 cuando el área transversal menor A_1 de la abertura se vuelve despreciablemente pequeña comparada con el área transversal A_2. ¿Cómo se denomina a este resultado?

EJERCICIO 9.14 El agua que fluye en un tubo horizontal está a una presión de 1.40×10^5 Pa en un punto donde su área transversal es de 1.00 m^2. Cuando el tubo se estrecha a 0.400 m^2, la presión disminuye a 1.16×10^5 Pa. Encuentre la rapidez del agua a) en el tubo más amplio y b) en el tubo más angosto.

RESPUESTAS a) 3.02 m/s; b) 7.56 m/s

9.8 Otras aplicaciones de la dinámica de fluidos

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Explicar algunos fenómenos comunes usando la ecuación de Bernoulli.

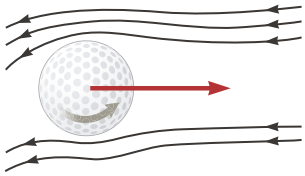


Figura 9.34 Una pelota de golf que gira experimenta una fuerza de sustentación que le permite viajar mucho más lejos que si no girara.

En esta sección se describen algunos fenómenos comunes que se pueden explicar, al menos en parte, con la ecuación de Bernoulli.

En general, un objeto que se mueve a través de un fluido se somete a una fuerza neta hacia arriba como resultado de cualquier efecto que ocasione que el fluido cambie de dirección cuando fluye pasando al objeto. Por ejemplo, a una pelota de golf golpeada por un palo se le da un giro rápido hacia atrás, como se muestra en la figura 9.34. Los hoyuelos en la pelota ayudan a ocluir el aire a lo largo de la superficie curva de la pelota. En la figura se muestra una fina capa de aire que envuelve parcialmente a la pelota y que se desvía hacia abajo como resultado. Debido a que la pelota empuja el aire hacia abajo, según la tercera ley de Newton el aire debe empujar la pelota hacia arriba y ocasionar que suba. Sin los hoyuelos, el aire no se ocluye bien, por lo que la pelota de golf no viaja muy lejos. La pelusa de una pelota de tenis efectúa una función similar, aunque el resultado deseado es una ubicación precisa en vez de una distancia mayor.

Muchos dispositivos funcionan de la misma manera que se ilustra en la figura 9.35. Una corriente de aire que pasa sobre un tubo abierto reduce la presión sobre el tubo, causando que el líquido suba hacia la corriente de aire. Luego el líquido se dispersa en un rocío fino de gotas diminutas. Es posible que usted reconozca que este atomizador se utiliza en los frascos de perfume y en los rociadores de pintura. El mismo principio se usa en el carburador de un motor a gasolina. En ese caso, la región de baja presión en el carburador se produce debido a que el aire es aspirado por el pistón a través del filtro. La gasolina se vaporiza, se mezcla con el aire y entra al cilindro del motor para su combustión.

APLICACIÓN

"Atomizadores" en las botellas de perfume y los rociadores de pintura

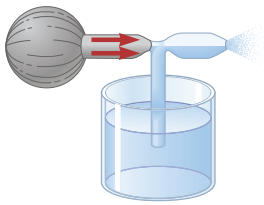


Figura 9.35 Una corriente de aire que pasa sobre un tubo inmerso en un líquido causa que el líquido suba en el tubo. Este efecto se utiliza en los frascos de perfume y los rociadores de pintura.

En el caso de una persona con arteriosclerosis avanzada, el efecto de Bernoulli produce un síntoma denominado **arritmia vascular**. En esta condición, una arteria se obstruye como resultado de la acumulación de placa sobre sus paredes internas, como se muestra en la figura 9.36. Para mantener un flujo constante, la sangre debe viajar más rápido de lo normal a través de la constricción. Si la rapidez de la sangre es suficientemente alta en la región obstruida, la presión sanguínea es baja y la arteria puede colapsar bajo la presión externa, causando una interrupción momentánea en el flujo sanguíneo. Durante el colapso no hay efecto de Bernoulli, por lo que el vaso se reabre bajo la presión arterial. Cuando la sangre se apresura a través de la arteria constreñida, la presión interna baja y la artería se cierra de nuevo. Es posible escuchar esas variaciones en el flujo sanguíneo con un estetoscopio. Si la placa se suelta y termina en un vaso menor que suministra sangre al corazón, puede ocasionar un infarto.

BIO APLICACIÓN

Arritmia vascular y aneurismas

Un **aneurisma** es una zona debilitada en una arteria cuyas paredes se han hinchado. La sangre fluye más lentamente en esta región, como se puede observar a partir de la ecuación de continuidad, lo que resulta en un aumento en la presión en el área vecina al aneurisma en relación con la presión en otras partes de la arteria. Esta condición es peligrosa debido a que el exceso de presión puede hacer que la arteria se rompa.

La sustentación sobre el ala de una aeronave en parte también se puede explicar por el efecto de Bernoulli. Las alas de los aviones se diseñan de manera que la rapidez del aire sobre ellas sea mayor que la rapidez debajo de ellas. Como resultado, la presión del aire sobre el ala es menor que la presión debajo de ella, y se tiene una fuerza hacia arriba sobre el ala, denominada *sustentación* (también hay una componente horizontal denominada *arrastre*). Otro factor que influye en la sustentación sobre un ala, que se muestra en la figura 9.37, es la ligera inclinación hacia arriba del ala. Esto causa que las moléculas de aire que chocan contra el fondo del ala se desvíen hacia abajo, produciendo una fuerza de reacción hacia arriba de acuerdo con la tercera ley de Newton.

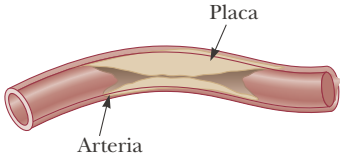


Figura 9.36 La sangre debe circular más rápido de lo normal a través de una región obstruida de una arteria.

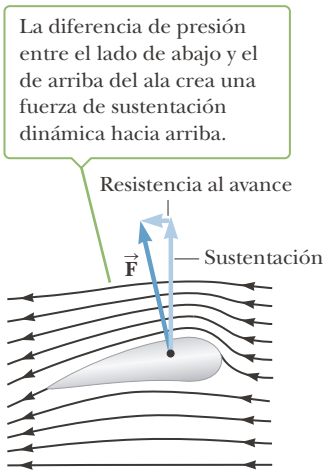


Figura 9.37 Líneas de corriente en torno al ala de un avión. La presión sobre ella es menor que la presión debajo de ella y se tiene una fuerza de sustentación dinámica hacia arriba.

APLICACIÓN
Sustentación sobre las alas de las aeronaves

Por último, la turbulencia también tiene un efecto. Si el ala está demasiado inclinada, el flujo de aire sobre la superficie superior se vuelve turbulento y la diferencia en la presión a través del ala no es tan grande como la anticipada por el efecto de Bernoulli. En un caso extremo, esta turbulencia puede ocasionar que la aeronave pierda velocidad.

EJEMPLO 9.15 Sustentación sobre una superficie aerodinámica

OBJETIVO Usar la ecuación de Bernoulli para calcular la sustentación sobre el ala de un avión.

PROBLEMA Las alas de un avión tienen un área de 4.00 m^2 cada una, diseñadas de manera que el aire fluye sobre su parte superior a 245 m/s y en su parte inferior a 222 m/s. Determine la masa del avión de manera que la sustentación sobre él soporte su peso, suponiendo que la fuerza a partir de la diferencia de presión a través de las alas se dirige directo hacia arriba.

ESTRATEGIA Este problema se puede resolver sustituyendo los valores en la ecuación de Bernoulli para encontrar la diferencia de presión entre el aire debajo de las alas y el aire sobre ellas, seguido por la aplicación de la segunda ley de Newton para obtener la masa que el avión puede sustentar.

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación de Bernoulli al aire que fluye bajo las alas (punto 1) y sobre las alas (punto 2). Los términos de la energía potencial gravitacional son pequeños comparados con los otros términos y se pueden ignorar.

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

De esta ecuación despeje la diferencia de presión:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = \tfrac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

Sustituya las rapideces dadas y $\rho = 1.29\ \text{kg/m}^3$, la densidad del aire:

$$\Delta P = \tfrac{1}{2}(1.29\ \text{kg/m}^3)(245^2\ \text{m}^2/\text{s}^2 - 222^2\ \text{m}^2/\text{s}^2)$$

$$\Delta P = 6.93 \times 10^3\ \text{Pa}$$

Aplique la segunda ley de Newton. Para soportar el peso del avión, la suma de la sustentación y de las fuerzas de la gravedad debe ser igual a cero. Calcule la masa m del avión.

$$2A\,\Delta P - mg = 0 \quad \rightarrow \quad m = 5.66 \times 10^3\ \text{kg}$$

COMENTARIOS Observe el factor de dos en la última ecuación, es necesario ya que el avión tiene dos alas. La densidad de la atmósfera disminuye de forma constante conforme la altura aumenta, lo que reduce la sustentación. Como resultado, todas las aeronaves tienen una altitud de operación máxima.

PREGUNTA 9.15 ¿Por qué la sustentación máxima resulta afectada cuando aumenta la altitud?

EJERCICIO 9.15 Aproximadamente ¿alas de qué tamaño necesitaría una aeronave en Marte si su motor genera las mismas diferencias en la rapidez que se observan en el ejemplo y la masa total de la nave es de 400 kg? La densidad del aire en la superficie de Marte es de aproximadamente 1% de la densidad de la Tierra al nivel del mar y la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es de 3.8 m/s^2.

RESPUESTA Redondeando a una cifra significativa, cada ala debería tener un área de casi 10 m^2. Ha habido propuestas de aeronaves robóticas con energía solar para Marte, que deberían tener alas grandes y muy ligeras.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 9.4 Navegando contra el viento

¿Cómo puede un bote de vela llevar a cabo la tarea aparentemente imposible de navegar contra el viento?

EXPLICACIÓN Como se muestra en la figura 9.38, el viento que sopla en la dirección indicada por la flecha causa que la vela se hinche contra el viento y adopte una forma similar a la de un ala de avión. De acuerdo con la ecuación de Bernoulli, igual que para el ala de un avión, existe una fuerza sobre la vela en la dirección que se muestra. La componente de la fuerza perpendicular al bote hace que el bote se mueva de lado en el agua, pero la quilla evita este movimiento lateral. La componente de la fuerza en la dirección hacia adelante impulsa el bote casi contra el viento. Se usa la palabra *casi* ya que un bote puede moverse hacia adelante solo cuando la dirección del viento es de unos 10° a 15° respecto a la dirección hacia adelante. Esto significa que, para navegar directamente contra el viento, un bote debe seguir una trayectoria en zigzag, un procedimiento denominado *virada*, de manera que el viento siempre forme un ángulo respecto a la dirección de la travesía. ■

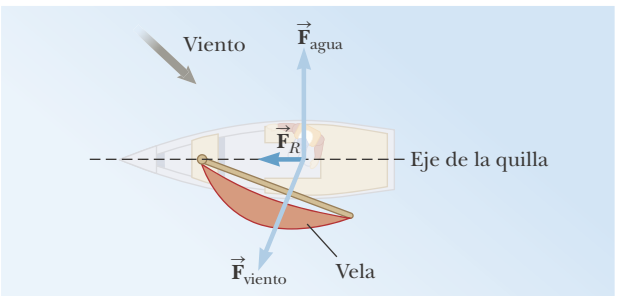


Figura 9.38 (Aplicación de la física 9.4)

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 9.5 Plomería doméstica

Considere la parte de un sistema de plomería doméstica que se muestra en la figura 9.39. La trampa de agua en el tubo que se encuentra bajo el fregadero contiene un tapón que evita que los gases del drenaje pasen y suban por el tubo de desagüe del fregadero hacia la casa. Suponga que el lavavajillas se drena y que el agua se mueve hacia la izquierda en el drenaje. ¿Cuál es el objetivo del respiradero, que está abierto al aire sobre el techo de una casa? ¿En qué dirección se mueve el aire en la abertura del respiradero, hacia arriba o hacia abajo?

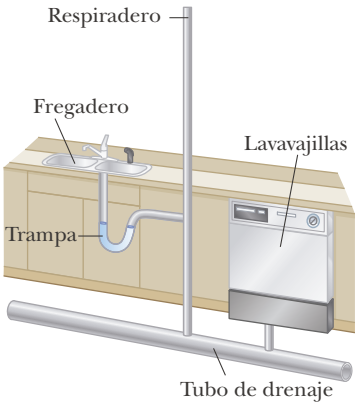


Figura 9.39 (Aplicación de la física 9.5)

EXPLICACIÓN Imagine que no hay un respiradero, de manera que el tubo de desagüe del fregadero solo está conectado a través de la trampa al drenaje. Cuando el agua del lavavajillas se mueve hacia la izquierda en el tubo de drenaje, la presión en el tubo se reduce a un valor menor que el de la presión atmosférica, de acuerdo con el principio de Bernoulli. La presión en el desagüe del fregadero aún está a presión atmosférica. Esta diferencia en la presión puede empujar el tapón en la trampa de agua del fregadero hacia abajo por la tubería y hacia el drenaje, colocándolo como barrera para los gases del drenaje. Al agregar el respiradero en el techo, la presión reducida del agua del lavavajillas tiene como resultado que el aire entre por ahí. Este flujo entrante de aire mantendrá la presión en el respiradero y el lado derecho del desagüe se acercará a la presión atmosférica de manera que el tapón de agua en la trampa permanecerá en su lugar. ■

APLICACIÓN
Motores de cohete

La rapidez de escape de un motor cohete también puede entenderse de forma cualitativa con la ecuación de Bernoulli, si bien en la práctica real es necesario tomar en cuenta un gran número de variables adicionales. Los cohetes en realidad funcionan mejor en el vacío que en la atmósfera, contrario a lo que se mencionó hace algunos años en un artículo del *New York Times* que criticaba al pionero de los cohetes, Robert Goddard, y en el que se afirmaba que los cohetes no funcionarían ya que no había aire para empujar en su contra. La presión dentro de la cámara de combustión es P y la presión justo afuera de la tobera es la presión atmosférica ambiente, P_{atm}. Las diferencias en la altura entre la cámara de combustión y el extremo de la tobera tienen como resultado contribuciones insignificantes de energía potencial gravitacional. Además, los gases que se encuentran dentro de la cámara fluyen con una rapidez despreciable en comparación con la de los gases que pasan a través de la tobera. La rapidez de escape se puede encontrar con la ecuación de Bernoulli,

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2(P - P_{\text{atm}})}{\rho}}$$

Esta ecuación muestra que la rapidez de escape se reduce en la atmósfera, por esto los cohetes en realidad son más efectivos en el vacío del espacio. También es interesante la aparición de la densidad ρ en el denominador. Un fluido o gas de trabajo de menor densidad proporcionará una rapidez de escape mayor, lo cual explica en parte porqué el hidrógeno líquido, que tiene una densidad muy baja, es el combustible elegido.

9.9 Tensión superficial, acción capilar y flujo de fluidos viscosos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Explicar el origen físico de la tensión superficial y de la acción capilar.
2. Definir la tensión superficial y aplicarla en los contextos físicos elementales.
3. Definir la viscosidad y aplicarla en la ecuación de Poiseuille.
4. Definir el número de Reynolds y usarlo para determinar la rapidez asociada con el principio de la turbulencia.

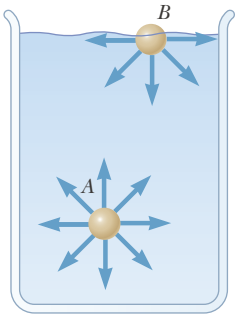


Figura 9.40 La fuerza neta sobre una molécula en *A* es cero debido a que una molécula está completamente rodeada por otras. La fuerza neta sobre una molécula en la superficie en *B* se dirige hacia abajo ya que no está completamente rodeada por otras moléculas.

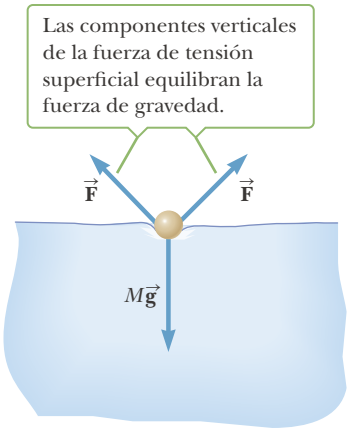


Figura 9.41 Vista en corte de una aguja que descansa sobre la superficie del agua.

Si usted observa con cuidado una gota de rocío que brilla bajo la luz del Sol en la mañana, comprobará que es esférica. La gota adopta esta forma debido a una propiedad de las superficies líquidas denominada **tensión superficial**. A fin de comprender el origen de la tensión superficial, considere una molécula en el punto *A* en un recipiente con agua, como en la figura 9.40. Si bien las moléculas cercanas ejercen fuerzas sobre esta molécula, la fuerza neta sobre ella es cero, ya que está completamente rodeada de otras moléculas y por ello es atraída por igual en todas direcciones. Sin embargo, la molécula en *B* no es atraída de la misma manera en todas direccions. Como sobre ella no hay moleculas que ejerzan fuerzas hacia arriba, la molécula en *B* es jalada hacia el interior del líquido. La contracción en la superficie del líquido cesa cuando la atracción hacia adentro ejercida sobre las moléculas superficiales se equilibra por causa de las fuerzas de repulsión hacia afuera que se originan a partir de los choques con las moléculas en el interior del líquido. **El efecto neto de esta atracción sobre todas las moléculas en la superficie es que la superficie del líquido se contrae y, en consecuencia, el área superficial del líquido se hace tan pequeña como es posible.** Las gotas de agua adoptan una forma esférica debido a que una esfera tiene el área superficial más pequeña para un volumen dado.

Si usted coloca con mucho cuidado una aguja sobre la superficie del agua en un tazón descubrirá que esta flota, aunque la densidad del acero es casi ocho veces mayor que la del agua. Este fenómeno también se puede explicar con la tensión superficial. Un examen cuidadoso de la aguja revela que en realidad reposa en una depresión en la superficie del líquido, como se muestra en la figura 9.41. La superficie del agua actúa como una membrana elástica bajo tensión. El peso de la aguja produce una depresión, lo que aumenta el área superficial de la película. Entonces las fuerzas moleculares actúan en todos los puntos a lo largo de la depresión, lo que tiende a restaurar la superficie a su posición horizontal original. Las componentes verticales de estas fuerzas actúan para equilibrar la fuerza de gravedad sobre la aguja. La aguja que flota puede hundirse si se agrega al agua un poco de detergente, lo que reduce la tensión superficial.

La **tensión superficial** γ en una película de líquido se define como la magnitud de la fuerza de tensión superficial F dividida entre la longitud L a lo largo de la cual actúa la fuerza:

$$\gamma \equiv \frac{F}{L} \qquad [9.19]$$

La unidad SI de la tensión superficial es el newton por metro, y los valores para algunos materiales representativos se muestran en la tabla 9.4.

La tensión superficial se puede considerar como el contenido de energía del fluido en su superficie por área superficial unitaria. Para ver que esto sea razonable, las unidades de la tensión superficial γ se pueden manipular como sigue:

$$\frac{\text{N}}{\text{m}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}^2} = \frac{\text{J}}{\text{m}^2}$$

Por lo general, en **cualquier configuración de equilibrio de un objeto, la energía es un mínimo**. En consecuencia, un fluido adoptará una forma tal que su área superficial sea tan pequeña como sea posible. Para un volumen dado, una forma esférica tiene el área superficial más pequeña; por lo tanto, una gota de agua adopta una forma esférica.

En la figura 9.42 se muestra un aparato que se utiliza para medir la tensión superficial de los líquidos. Un alambre circular con una circunferencia L se levanta de un cuerpo de líquido. La película superficial se adhiere a los bordes interno y externo del alambre, reteniendo el alambre y causando que el resorte se estire. Si el resorte está calibrado, es posible medir la fuerza requerida para superar la tensión superficial del líquido. En este caso la tensión superficial está dada por

$$\gamma = \frac{F}{2L}$$

Se usa $2L$ para la longitud debido a que la película superficial ejerce fuerza sobre el interior y el exterior del anillo.

Tabla 9.4 Tensión superficial de varios líquidos

Líquido	T (°C)	Tensión Superficial (N/m)
Alcohol etílico	20	0.022
Mercurio	20	0.465
Agua jabonosa	20	0.025
Agua	20	0.073
Agua	100	0.059

La tensión superficial de los líquidos disminuye cuando aumenta su temperatura ya que las moléculas de un líquido caliente que se mueven más rápido no están tan fuertemente ligadas como en un líquido frío. Además, ciertos ingredientes llamados surfactantes disminuyen la tensión superficial cuando se agregan a los líquidos. Por ejemplo, el jabón o detergente disminuye la tensión superficial del agua, lo que facilita que el agua jabonosa penetre en las hendiduras y los resquicios de la ropa para limpiarla mejor que con el agua simple. Un efecto similar ocurre en los pulmones. El tejido superficial de los alvéolos en los pulmones contiene un fluido que tiene una tensión superficial de aproximadamente 0.050 N/m. Un líquido con una tensión superficial tan alta dificultaría que los pulmones se expandieran durante el proceso de inhalación. Sin embargo, conforme el área de los pulmones aumenta en cada inhalación, el cuerpo segrega en el tejido una sustancia que reduce gradualmente la tensión superficial del líquido. En su expansión máxima la tensión superficial del fluido de los pulmones puede disminuir hasta 0.005 N/m.

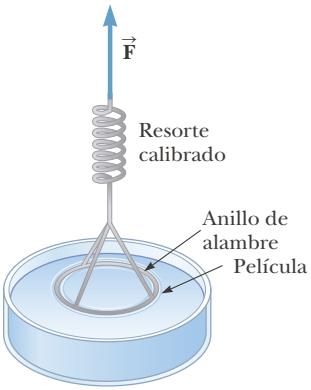


Figura 9.42 Aparato para medir la tensión superficial de los líquidos. La fuerza sobre el anillo de alambre se mide justo antes de que el anillo se libere del líquido.

BIO APLICACIÓN
Tensión superficial en los alvéolos pulmonares

EJEMPLO 9.16 Caminando sobre el agua BIO

OBJETIVO Aplicar la ecuación de la tensión superficial.

PROBLEMA Muchos insectos literalmente pueden caminar sobre el agua, usando la tensión superficial como soporte. Para demostrar que esto es posible, suponga que la pata de un insecto es esférica. Cuando el insecto se posa en el agua con sus seis patas, en el agua se forma una depresión alrededor de cada pata, como se muestra en la figura 9.43a. La tensión superficial del agua produce fuerzas hacia arriba sobre el agua que restauran la superficie a su forma plana normal. Si la masa del insecto es de 2.0×10^{-5} kg y el radio de cada pata es de 1.5×10^{-4} m, determine el ángulo θ.

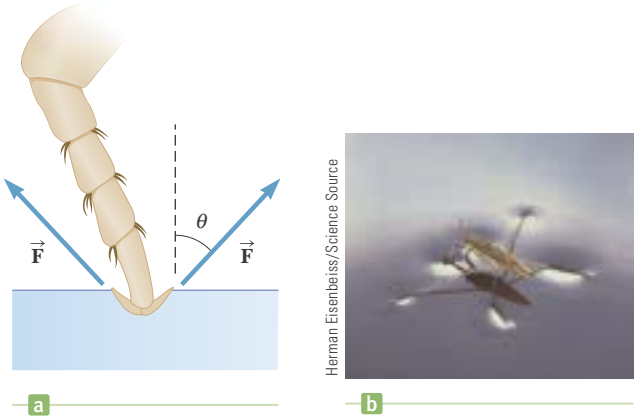


Figura 9.43 (Ejemplo 9.16) a) Pata de un insecto que descansa sobre la superficie del agua. b) Este caminante del agua que se ha posado sobre la superficie de un lago permanece sobre la superficie, en vez de hundirse, debido a que una fuerza de tensión superficial hacia arriba actúa sobre cada una de sus patas, equilibrando la fuerza de gravedad sobre el insecto.

ESTRATEGIA Encuentre una expresión para la magnitud de la fuerza neta F dirigida tangencialmente hacia la depresión de la superficie del agua, y obtenga la parte que actúa verticalmente, opuesta a la fuerza hacia abajo de la gravedad. Suponga que el radio de la depresión es el mismo que el radio de la pata del insecto. Dado que el insecto tiene seis patas, una sexta parte de su peso debe ser soportada por cada una de las patas, suponiendo que el peso se distribuye uniformemente. La longitud L es justo la distancia de un círculo. Usando la segunda ley de Newton para un cuerpo en equilibrio (aceleración cero), calcule θ.

SOLUCIÓN

Inicie con la ecuación de la tensión superficial:

$$F = \gamma L$$

Enfóquese en una pata circular, sustituyendo $L = 2\pi r$. Multiplique por $\cos\theta$ para obtener la componente vertical F_v:

$$F_v = \gamma(2\pi r)\cos\theta$$

Escriba la segunda ley de Newton para una pata del insecto, que sostiene una sexta parte de su peso:

$$\sum F = F_v - F_{\text{grav}} = 0$$
$$\gamma(2\pi r)\cos\theta - \tfrac{1}{6}mg = 0$$

Despeje $\cos\theta$ y sustituya:

$$\text{1)} \quad \cos\theta = \frac{mg}{12\pi r\gamma}$$
$$= \frac{(2.0 \times 10^{-5}\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)}{12\pi(1.5 \times 10^{-4}\ \text{m})(0.073\ \text{N/m})} = 0.47$$

Obtenga el coseno inverso en los dos lados para encontrar el ángulo θ:

$$\theta = \cos^{-1}(0.47) = 62°$$

(*Continúa*)

COMENTARIOS Si el peso del insecto fuera suficientemente grande para hacer el lado derecho de la ecuación 1) mayor que 1, sería imposible una solución para θ debido a que el coseno de un ángulo nunca puede ser mayor que 1. En esta circunstancia el insecto se hundiría.

PREGUNTA 9.16 ¿Cierto o falso? El agua caliente proporciona más soporte que el agua fría para que los insectos caminen.

EJERCICIO 9.16 Una aguja ordinaria flota sobre el agua cuando su dimensión larga es paralela a la superficie. Estime la masa máxima posible de la aguja, suponiendo que esta tiene una longitud de 2 pulgadas. *Sugerencia:* el coseno de un ángulo nunca es mayor que 1.

RESPUESTA 0.8 g

La superficie de un líquido

Si alguna vez ha examinado con cuidado la superficie del agua en un recipiente de vidrio, quizá haya observado que la superficie cerca de las paredes se curva hacia arriba conforme usted se mueve desde el centro hacia el borde, como se muestra en la figura 9.44a. Sin embargo, si se coloca mercurio en un recipiente de vidrio, su superficie se curva hacia abajo, como en la figura 9.44b. Estos efectos superficiales se pueden explicar al considerar las fuerzas entre las moléculas. En particular, deben considerarse las fuerzas que las moléculas del líquido ejercen entre sí y las fuerzas que las moléculas de la superficie del vidrio ejercen sobre las del líquido. En términos generales, las fuerzas entre las moléculas semejantes, como las que hay entre las moléculas de agua, se denominan **fuerzas de cohesión**, y las fuerzas entre las moléculas diferentes, como las ejercidas por el vidrio sobre el agua, se denominan **fuerzas de adherencia**.

El agua tiende a adherirse a las paredes del vidrio debido a que las fuerzas de adherencia entre las moléculas de agua y las de vidrio son *mayores* que las fuerzas de cohesión entre las moléculas de agua. En efecto, las moléculas de agua se adhieren a la superficie del vidrio en vez de caer de regreso al volumen del líquido. Cuando prevalece esta condición, se dice que el líquido "moja" la superficie del vidrio. La superficie del mercurio se curva hacia abajo cerca de las paredes del recipiente ya que las fuerzas de cohesión entre los átomos del mercurio son mayores que las fuerzas de adhesión entre el mercurio y el vidrio. Un átomo de mercurio cerca de la superficie es atraído con mayor fuerza hacia otros átomos de mercurio que hacia la superficie del vidrio, así que el mercurio no humedece la superficie del vidrio.

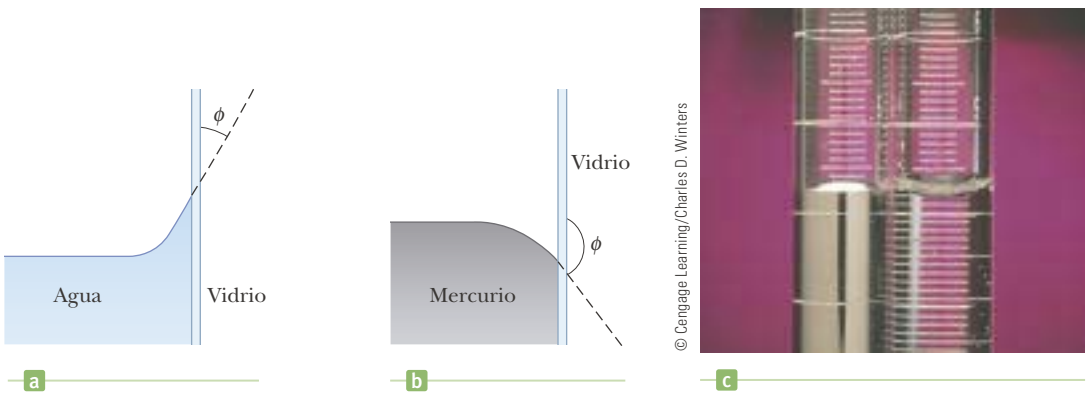


Figura 9.44 Un líquido en contacto con una superficie sólida. a) Para el agua la fuerza de adhesión es mayor que la fuerza de cohesión. b) Para el mercurio, la fuerza de adhesión es menor que la fuerza de cohesión. c) La superficie de mercurio (*izquierda*) se curva hacia abajo en un recipiente de vidrio, en tanto que la superficie del agua (*derecha*) se curva hacia arriba, conforme usted se mueve del centro al borde.

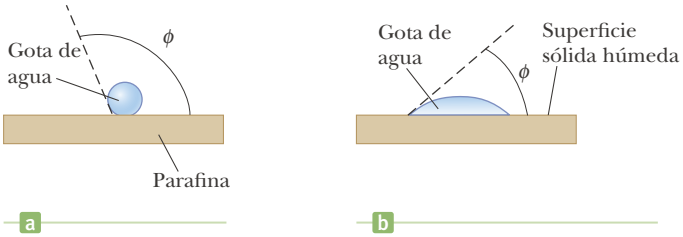


Figura 9.45 a) El ángulo de contacto entre el agua y la parafina es de unos 107°. En este caso, la fuerza de cohesión es mayor que la fuerza de adhesión. b) Cuando una sustancia química denominada agente humectante se agrega al agua, humedece la superficie de la parafina y $\phi < 90°$. En este caso, la fuerza de adhesión es mayor que la fuerza de cohesión.

El ángulo ϕ entre la superficie sólida y una línea trazada tangente al líquido en la superficie se denomina **ángulo de contacto** (figura 9.45). El ángulo ϕ es menor de 90° para cualquier sustancia en la cual las fuerzas de adhesión sean más fuertes que las fuerzas de cohesión y mayor de 90° si predominan las fuerzas de cohesión. Por ejemplo, si una gota de agua se coloca sobre parafina, el ángulo de contacto es de aproximadamente 107° (figura 9.45a). Si ciertas sustancias químicas, denominadas agentes humectantes o detergentes, se agregan al agua, el ángulo de contacto resulta ser menor que 90°, como se muestra en la figura 9.45b. La adición de esas sustancias al agua asegura que esta haga un contacto completo con una superficie y la penetre. Por esta razón, se agregan al agua detergentes para lavar la ropa y los platos.

APLICACIÓN
Detergentes y agentes impermeabilizantes

Por otro lado, algunas veces es necesario *evitar* que el agua haga un contacto estrecho con una superficie, como en el caso de la ropa impermeable, donde se requiere una situación inversa a la que se muestra en la figura 9.45. La ropa se rocía con un agente impermeabilizante, que cambia ϕ de menor de 90° a mayor de 90°. El agua forma gotas en la superficie y no penetra la ropa con facilidad.

Acción capilar

En los tubos capilares el diámetro de la abertura es muy pequeño, en el orden de un centésimo de centímetro. De hecho, la palabra *capilar* significa "semejante a un cabello". Si un tubo de esos se inserta en un fluido en el que las fuerzas de adhesión dominan sobre las de cohesión, el líquido sube por el tubo, como se muestra en la figura 9.46. El ascenso del líquido en el tubo se puede explicar en términos de la forma de la superficie del líquido y los efectos de la tensión superficial. En el punto de contacto entre el líquido y el sólido, la fuerza hacia arriba de la tensión superficial está dirigida como se muestra en la figura. De la ecuación 9.19, la magnitud de esta fuerza es

$$F = \gamma L = \gamma(2\pi r)$$

(Aquí se usa $L = 2\pi r$ ya que el líquido está en contacto con la superficie del tubo en todos los puntos de su circunferencia). La componente vertical de esta fuerza debida a la tensión superficial es

$$F_v = \gamma(2\pi r)(\cos\phi) \qquad [9.20]$$

Para que el líquido en el tubo capilar esté en equilibrio, esta fuerza hacia arriba debe ser igual al peso del cilindro de agua con altura h dentro del tubo capilar. El peso de esta agua es

$$w = Mg = \rho Vg = \rho g \pi r^2 h \qquad [9.21]$$

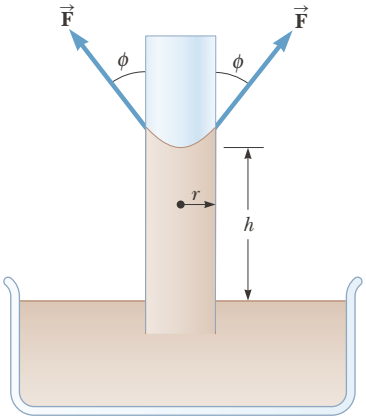


Figura 9.46 Un líquido sube en un tubo angosto debido a la acción capilar, como resultado de la tensión superficial y de las fuerzas de adhesión.

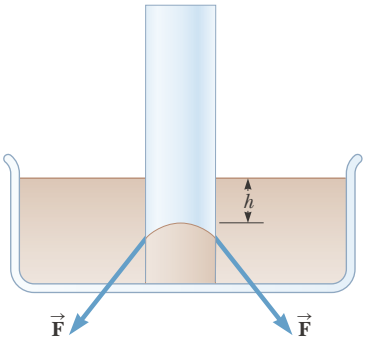


Figura 9.47 Cuando las fuerzas de cohesión entre las moléculas de un líquido son mayores que las fuerzas de adhesión, el nivel del líquido en el tubo capilar está debajo de la superficie del fluido circundante.

BIO APLICACIÓN
Muestras sanguíneas con tubos capilares

BIO APLICACIÓN
Acción capilar en las plantas

Al igualar F_v en la ecuación 9.20 con w en la ecuación 9.21 (aplicando la segunda ley de Newton para el equilibrio), se tiene

$$\gamma(2\pi r)(\cos\phi) = \rho g \pi r^2 h$$

Despejando h, se obtiene la altura a la cual el agua es atraída en el tubo::

$$h = \frac{2\gamma}{\rho g r}\cos\phi \qquad [9.22]$$

Si un tubo capilar se inserta en un líquido en el que las fuerzas de cohesión dominan sobre las de adhesión, el nivel del líquido en el tubo capilar estará debajo de la superficie del fluido circundante, como se muestra en la figura 9.47. Un análisis similar al anterior demostraría que la distancia h hasta la superficie hundida está dada por la ecuación 9.22.

Los tubos capilares con frecuencia se utilizan para tomar muestras pequeñas de sangre con un pinchazo de una aguja en la piel. La acción capilar también debe considerarse en la construcción de edificios con bloques de concreto ya que la infiltración a través de los poros capilares en los ladrillos o en el mortero puede dañar el interior de los edificios. Para evitar ese daño, es común que los bloques se recubran con un agente impermeabilizante por fuera o bien por dentro del edificio. La infiltración de agua a través de una pared es un efecto indeseable de la acción capilar, pero hay muchos efectos útiles. Las plantas dependen de la acción capilar para transportar agua y nutrientes, y las esponjas y las toallas de papel se basan en la acción capilar para absorber los fluidos derramados.

EJEMPLO 9.17 Ascenso del agua

OBJETIVO Aplicar la tensión superficial a la acción capilar.

PROBLEMA Encuentre la altura a la cual subirá el agua en un tubo capilar con un radio 5.0×10^{-5} m. Suponga que el ángulo de contacto entre el agua y el material del tubo es suficientemente pequeño para considerarlo cero.

ESTRATEGIA Este problema requiere sustituir los valores en la ecuación 9.22.

SOLUCIÓN

Sustituya los valores conocidos en la ecuación 9.22:

$$h = \frac{2\gamma\cos 0^\circ}{\rho g r}$$

$$= \frac{2(0.073\ \text{N/m})}{(1.00\times10^3\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)(5.0\times10^{-5}\ \text{m})}$$

$$= 0.30\ \text{m}$$

PREGUNTA 9.17 Con base en el resultado anterior, ¿es probable que la acción capilar sea el único mecanismo de trasporte de agua y nutrientes en las plantas? Explique.

EJERCICIO 9.17 Suponga que el alcohol etílico sube 0.250 m en un tubo delgado. Estime el radio del tubo, suponiendo que el ángulo de contacto es aproximadamente cero.

RESPUESTA 2.2×10^{-5} m

Flujo de fluido viscoso

Es mucho más fácil vaciar agua de un recipiente que vaciar miel. Esto se debe a que la miel tiene una viscosidad mayor que la del agua. En un sentido general, la **viscosidad se refiere a la fricción interna de un fluido**. Es muy difícil que las capas de un fluido se deslicen una sobre otra. De igual forma, es difícil que una superficie sólida se deslice sobre otra si entre ellas existe un fluido altamente viscoso, como alquitrán suave.

Cuando un fluido ideal (no viscoso) fluye por un tubo, sus capas se deslizan una sobre otra sin resistencia. Si el tubo tiene una sección transversal uniforme, cada capa tiene la misma velocidad, como se muestra en la figura 9.48a. En cambio, las capas de un fluido viscoso tienen velocidades diferentes, como se indica en la

figura 9.48b. El fluido tiene la mayor velocidad en el centro del tubo, en tanto que la capa próxima a la pared no se mueve debido a las fuerzas de adhesión entre las moléculas y la superficie de la pared.

Para comprender mejor el concepto de viscosidad, considere una capa de líquido entre dos superficies sólidas, como en la figura 9.49. La superficie inferior está fija en una posición y la superficie superior se mueve hacia la derecha con una velocidad $\vec{\mathbf{F}}$ bajo la acción de una fuerza externa $\vec{\mathbf{v}}$. Debido a este movimiento, una parte del líquido se distorsiona de su forma original, *ABCD*, a la forma *AEFD* un instante después. La fuerza requerida para mover la placa superior y distorsionar el líquido es proporcional tanto al área A en contacto con el fluido como a la velocidad v del fluido. Además, la fuerza es inversamente proporcional a la distancia d entre las dos placas. Estas proporcionalidades se pueden expresar como $F \propto Av/d$. La fuerza requerida para mover la placa superior a una velocidad fija es, por lo tanto

$$F = \eta \frac{Av}{d} \qquad [9.23]$$

donde η (letra griega minúscula *eta*) es el **coeficiente de viscosidad** del fluido.

Las unidades SI de la viscosidad son $\mathrm{N \cdot s/m^2}$. Las unidades de la viscosidad en muchas fuentes de referencia se expresan en dina $\cdot$ $\mathrm{s/cm^2}$, denominado **1 poise**, en honor del científico francés J. L. Poiseuille (1799-1869). La relación entre la unidad SI de la viscosidad y el poise es

$$1 \text{ poise} = 10^{-1} \mathrm{N \cdot s/m^2} \qquad [9.24]$$

Las viscosidades pequeñas a menudo se expresan en centipoises (cp), donde 1 cp = 10^{-2} poises. En la tabla 9.5 se presentan los coeficientes de viscosidad para algunas sustancias comunes.

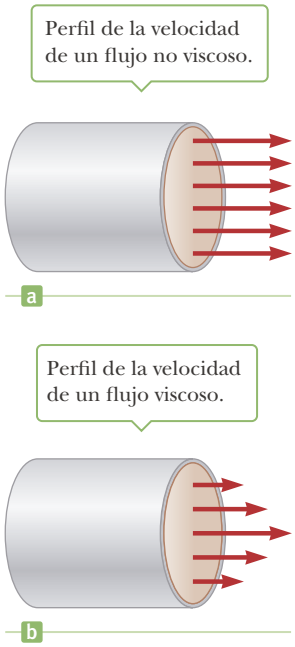


Figura 9.48 a) Todas las partículas en un fluido ideal (no viscoso) se mueven por el tubo con la misma velocidad. b) En un fluido viscoso, la velocidad de las partículas del fluido es cero en la superficie de este y aumenta a un valor máximo en el centro del tubo.

Ley de Poiseuille

En la figura 9.50 se muestra una sección de un tubo de longitud L y radio R que contiene un fluido bajo una presión P_1 en el extremo izquierdo y una presión P_2 en el derecho. Debido a esta diferencia de presión, el fluido fluye por el tubo. El gasto (volumen por tiempo unitario) depende de la diferencia de presión $(P_1 - P_2)$, de las dimensiones del tubo y de la viscosidad del fluido. El resultado, conocido como **ley de Poiseuille**, es

$$\text{Gasto} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8\eta L} \qquad [9.25]$$

◀ Ley de Poiseuille

donde η es el coeficiente de viscosidad del fluido. Aquí no intentaremos deducir esta ecuación ya que se requieren métodos de cálculo integral. Sin embargo, es razonable inferir que el gasto aumentará si la diferencia de presión a través del tubo aumenta o si el radio del tubo aumenta. De igual forma, el gasto disminuirá si la viscosidad del fluido aumenta o si la longitud del tubo aumenta. Por lo tanto, la pre-

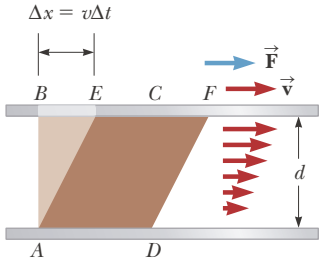


Figura 9.49 Una capa de líquido entre dos superficies sólidas donde la superficie inferior está fija y la superficie superior se mueve hacia la derecha con una velocidad $\vec{\mathbf{v}}$.

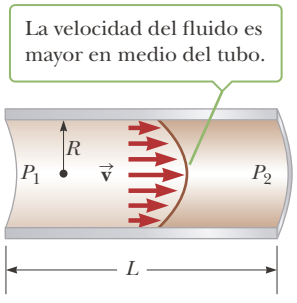


Figura 9.50 Perfil de la velocidad de un fluido que fluye por un tubo uniforme de sección transversal uniforme. El gasto está dado por la ley de Poiseuille.

Tabla 9.5 Viscosidades de varios fluidos

Fluido	T (°C)	Viscosidad η ($\mathrm{N \cdot s/m^2}$)
Agua	20	1.0×10^{-3}
Agua	100	0.3×10^{-3}
Sangre entera	37	2.7×10^{-3}
Glicerina	20	$1\,500 \times 10^{-3}$
Aceite para motores 10 wt	30	250×10^{-3}

sencia de R y la diferencia de presión en el numerador de la ecuación 9.25 y de L y η en el denominador tiene sentido.

BIO APLICACIÓN
Ley de Poiseuille y flujo sanguíneo

De la ley de Poiseuille se observa que, a fin de mantener un gasto constante, la diferencia de presión en el tubo tiene que incrementarse conforme aumenta la viscosidad del fluido. Este hecho es importante para comprender el flujo de sangre a través del sistema circulatorio. La viscosidad de la sangre aumenta cuando el número de glóbulos rojos se incrementa. La sangre con una alta concentración de glóbulos rojos requiere una mayor presión de bombeo del corazón para mantenerse circulando que la sangre que tiene una concentración menor de glóbulos rojos.

Observe que el gasto varía con el radio del tubo elevado a la cuarta potencia. En consecuencia, si se presenta una constricción en una vena o en una arteria, el corazón tendrá que trabajar mucho más a fin de producir una disminución de la presión mayor y de aquí que mantenga el gasto requerido.

EJEMPLO 9.18 Una transfusión de sangre BIO

OBJETIVO Aplicar la ley de Poiseuille.

PROBLEMA Un paciente recibe una transfusión de sangre a través de una aguja con un radio de 0.20 mm y una longitud de 2.0 cm. La densidad de la sangre es de 1 050 kg/m^3. El envase que suministra la sangre está a 0.500 m por encima del brazo del paciente. ¿Cuál es el gasto a través de la aguja?

ESTRATEGIA Encuentre la diferencia de presión entre el nivel de la sangre y el brazo del paciente. Sustituya en la ley de Poiseuille, usando el valor para la viscosidad de la sangre entera de la tabla 9.5.

SOLUCIÓN

Calcule la diferencia de presión:

$$P_1 - P_2 = \rho g h = (1\,050\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)(0.500\ \text{m})$$
$$= 5.15 \times 10^3\ \text{Pa}$$

Sustituya en la ley de Poiseuille:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8\eta L}$$
$$= \frac{\pi(2.0 \times 10^{-4}\ \text{m})^4 (5.15 \times 10^3\ \text{Pa})}{8(2.7 \times 10^{-3}\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2)(2.0 \times 10^{-2}\ \text{m})}$$
$$= 6.0 \times 10^{-8}\ \text{m}^3/\text{s}$$

COMENTARIOS Compare este gasto con el gasto sin viscosidad. Con la ecuación de Bernoulli, el gasto calculado es aproximadamente cinco veces mayor. Como se esperaba, la viscosidad reduce el gasto en gran medida.

PREGUNTA 9.18 Si el radio de un tubo se duplica, ¿en qué factor cambiará el gasto para un fluido viscoso?

EJERCICIO 9.18 Una tubería que transporta agua desde un depósito de 20.0 m de altura debe cruzar 3.00 $\times$ 10^2 km de desierto para llegar a un pueblo remoto. Determine el radio del tubo de manera que el gasto sea al menos de 0.050 m^3/s (utilice la viscosidad del agua a 20°C).

RESPUESTA 0.118 m

Número de Reynolds

En el caso de velocidades suficientemente altas, el flujo de un fluido cambia desde un flujo laminar simple hasta uno turbulento, que se caracteriza por un movimiento muy irregular del fluido. De manera experimental, el inicio de la turbulencia en un tubo es determinado por un factor adimensional conocido como **número de Reynolds**, NR, dado por

Número de Reynolds ▶

$$NR = \frac{\rho v d}{\eta} \qquad [9.26]$$

donde ρ es la densidad del fluido, v es la rapidez promedio del fluido a lo largo de la dirección del flujo, d es el diámetro del tubo y η es la viscosidad del fluido. Si NR es

menor de 2000, el flujo de fluido por un tubo es laminar; la turbulencia ocurre si NR es mayor que 3000. En la región entre 2000 y 3000 el flujo es inestable, lo que significa que el fluido puede moverse en forma laminar, pero cualquier perturbación causará que su movimiento cambie a un flujo turbulento.

EJEMPLO 9.19 Flujo sanguíneo turbulento BIO

OBJETIVO Usar el número de Reynolds para determinar una velocidad asociada con el inicio de la turbulencia.

PROBLEMA Determine la rapidez a la cual la sangre que fluye por una arteria con diámetro de 0.20 cm se hará turbulenta.

ESTRATEGIA La solución requiere solo la sustitución de valores en la ecuación 9.26; se obtiene el número de Reynolds y luego se despeja la rapidez v.

SOLUCIÓN

Despeje v de la ecuación 9.26 y sustituya la viscosidad y la densidad de la sangre del ejemplo 9.18, el diámetro d de la arteria y un número de Reynolds de 3.00×10^3:

$$v = \frac{\eta(RN)}{\rho d} = \frac{(2.7 \times 10^{-3}\ \text{N} \cdot \text{s/m}^2)(3.00 \times 10^3)}{(1.05 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(0.20 \times 10^{-2}\ \text{m})}$$

$$v = 3.9\ \text{m/s}$$

COMENTARIOS En el ejercicio 9.19 se muestra que la ingesta rápida de un refresco con un popote puede crear un estado turbulento.

PREGUNTA 9.19 ¿Cierto o falso? Si la viscosidad de un fluido que fluye por un tubo aumenta, la rapidez asociada con el inicio de la turbulencia disminuye.

EJERCICIO 9.19 Determine la rapidez v a la cual el agua a 20°C que se aspira con un popote se hará turbulenta. El popote tiene un diámetro de 0.0060 m.

RESPUESTA $v = 0.50$ m/s

9.10 Fenómenos de transporte

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Contrastar difusión y ósmosis. Enunciar la ley de Fick de la rapidez de difusión.
2. Describir los procesos físicos de sedimentación y centrifugación.
3. Comprender las desviaciones de la rapidez terminal a través de un medio viscoso.

Cuando un fluido fluye por un tubo, el mecanismo básico que produce el flujo es una diferencia de presión en los extremos del tubo. Esta diferencia de presión es responsable del transporte de una masa de fluido de una ubicación a otra. El fluido también puede moverse de un lugar a otro debido a un segundo mecanismo, uno que depende de una diferencia de *concentración* entre dos puntos en el fluido, en oposición a una diferencia de presión. Cuando la concentración (el número de moléculas por volumen unitario) es mayor en una ubicación que en otra, las moléculas fluirán desde el punto en que la concentración es alta hasta el punto en que es menor. Los dos procesos fundamentales que intervienen en el transporte de fluidos que resultan de las diferencias en la concentración se denominan *difusión* y *ósmosis*.

Difusión

En un proceso de difusión, las moléculas se mueven desde una región en la que su concentración es alta hasta una región en la que su concentración es más baja. Para comprender porqué ocurre la difusión, considere la figura 9.51, donde se representa un recipiente en el cual se ha introducido una alta concentración de moléculas en el lado izquierdo. La línea discontinua en la figura representa una barrera imaginaria que separa las dos regiones. Como las moléculas se mueven con rapideces altas en direcciones aleatorias, muchas cruzan la barrera imaginaria moviéndose de izquierda a derecha. Muy pocas moléculas se moverán de derecha a izquierda,

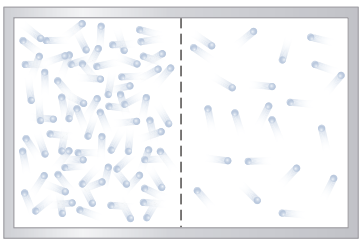


Figura 9.51 Cuando la concentración de moléculas de gas en el lado izquierdo del recipiente sobrepasa a la concentración en el lado derecho, habrá un movimiento neto (difusión) de moléculas de izquierda a derecha.

simplemente debido a que hay muy pocas en el lado derecho del recipiente en cualquier instante. Como resultado, siempre habrá un movimiento *neto* de la región con muchas moléculas a la región que tiene menos. Por esta razón, la concentración en el lado izquierdo del recipiente disminuirá y la del lado derecho aumentará con el tiempo. Una vez que se haya alcanzado un equilibrio en la concentración, no habrá un movimiento *neto* a través del área transversal: la velocidad del movimiento de las moléculas de izquierda a derecha igualará a la velocidad de derecha a izquierda.

La ecuación básica para la difusión es **la ley de Fick**,

Ley de Fick ▶

$$\text{Velocidad de difusión} = \frac{\text{masa}}{\text{tiempo}} = \frac{\Delta M}{\Delta t} = DA\left(\frac{C_2 - C_1}{L}\right) \qquad [9.27]$$

donde D es una constante de proporcionalidad. El lado izquierdo de esta ecuación se denomina *velocidad de difusión* y es una medida de la masa que es transportada por unidad de tiempo. La ecuación indica que la velocidad de difusión es proporcional al área transversal A y al cambio en concentración por distancia unitaria, $(C_2 - C_1)/L$, la cual se denomina *gradiente de concentración*. Las concentraciones C_1 y C_2 se miden en kilogramos por metro cúbico. La constante de proporcionalidad D se denomina **coeficiente de difusión** y tiene unidades de metros cuadrados por segundo. En la tabla 9.6 se proporcionan los coeficientes de difusión para algunas sustancias.

Tabla 9.6 Coeficientes de difusión de varias sustancias a 20°C.

Sustancia	D (m^2/s)
Oxigeno en aire	6.4×10^{-5}
Oxigeno en tejido	1×10^{-11}
Oxigeno en agua	1×10^{-9}
Sacarosa en agua	5×10^{-10}
Hemoglobina en agua	76×10^{-12}

Tamaño de las células y ósmosis

La difusión a través de las membranas celulares es vital para transportar oxígeno a las células del cuerpo y para eliminar el dióxido de carbono y otros productos de desecho. Las células requieren oxígeno para aquellos procesos metabólicos en los que las sustancias se sintetizan o bien se descomponen. En esos procesos, la célula consume oxígeno y genera dióxido de carbono como producto derivado. Un suministro fresco de oxígeno se difunde desde la sangre, donde su concentración es alta, hacia la célula, donde su concentración es baja. De igual forma, el dióxido de carbono, se difunde de la célula hacia la sangre, donde se encuentra en baja concentración. El agua, los iones y otros nutrientes también pasan hacia adentro y hacia afuera de las células por difusión.

Una célula puede funcionar de manera apropiada solo si puede transportar nutrientes y productos de desecho rápidamente a través de la membrana. El área superficial de la célula debe ser suficientemente grande de manera que el área expuesta de la membrana pueda intercambiar materiales de forma eficaz en tanto que el volumen debe ser suficientemente pequeño para que los materiales lleguen a las ubicaciones particulares o salgan de ellas rápidamente. Esto requiere una relación grande de área superficial a volumen.

Modele una célula como un cubo, con una longitud por lado L. El área superficial total es de $6L^2$ y el volumen es L^3. Entonces el área superficial al volumen es

$$\frac{\text{área superficial}}{\text{volumen}} = \frac{6L^2}{L^3} = \frac{6}{L}$$

Como L está en el denominador, una L menor significa una relación mayor. Esto muestra que entre más pequeño sea el tamaño de un cuerpo, más eficiente será para transportar nutrientes y productos de desecho a través de la membrana de la célula. El tamaño de las células varía de un millonésimo a varios millonésimos de un metro, por lo que una buena estimación de la relación superficie a volumen de una célula común es de 10^6.

La difusión de material a través de una membrana está determinada en parte por el tamaño de los poros (agujeros) en la pared de la membrana. Las moléculas pequeñas, como las del agua, pueden pasar por los poros con facilidad, en tanto que las moléculas más grandes, como las del azúcar, pasan con dificultad o no pueden pasar. Una membrana que permite el paso de algunas moléculas, pero no de otras se denomina membrana **selectivamente permeable**.

La ósmosis es la difusión de agua a través de una membrana selectivamente permeable desde una concentración alta hasta una concentración baja de agua. Igual que en el caso de la difusión, la ósmosis continúa hasta que la concentración en los dos lados de la membrana queda igual.

BIO APLICACIÓN
Efecto de la ósmosis en las células vivas

Para comprender el efecto de la ósmosis en las células vivas, considere una célula particular en el cuerpo con una concentración de azúcar de 1% (una solución al 1% es 1 g de azúcar disuelta en suficiente agua para hacer 100 ml de solución; "ml" es la abrevia-

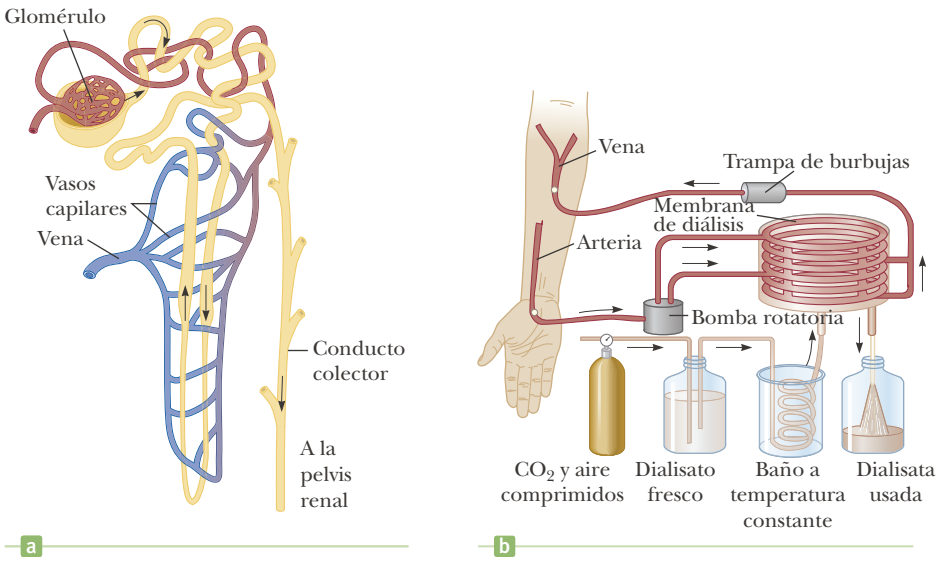


Figura 9.52 a) Diagrama de un nefrón de un riñón en el sistema excretor humano. b) Riñón artificial.

ción para mililitros, donde 1 mL = 10^{-3} L = 1 cm^3). Suponga que esta célula se sumerge en una solución de azúcar al 5% (5 g de azúcar disueltos en suficiente agua para hacer 100 ml). Comparada con la solución al 1%, hay cinco veces más moléculas de azúcar por volumen unitario en la solución de azúcar al 5%, por lo que debe haber menos moléculas de agua. Como consecuencia, el agua se difundirá desde el interior de la célula, donde su concentración es más alta, a través de la membrana hacia la solución, donde la concentración de agua es menor. Esta pérdida de agua de la célula ocasionará que se encoja y tal vez se dañe por deshidratación. Si la concentración se invirtiera, el agua se dispersaría *hacia* la célula, ocasionando que se hinche y tal vez que explote. Si se inyectan soluciones en el cuerpo de manera intravenosa, se debe tener cuidado de asegurar que no perturben el equilibrio osmótico de sus células, o podrían dañarse. Por ejemplo, si una solución salina al 9% rodea a un glóbulo rojo, la célula se encogerá. En contraste, si la solución es de aproximadamente 1%, la célula al final explotará.

APLICACIÓN
Función y diálisis del riñón

En el cuerpo la sangre se limpia de impurezas por ósmosis conforme fluye a través de los riñones (consulte la figura 9.52a). La sangre arterial pasa primero a través de una cantidad de vasos capilares conocidos como *glomérulos*, donde se eliminan la mayoría de los productos de desecho y algunas sales y minerales esenciales. Del glomérulo, emerge un tubo angosto que está en estrecho contacto con otros vasos capilares en toda su longitud. Conforme la sangre pasa por los tubitos, la mayor parte de los elementos esenciales regresan a ella; no se permite que los productos de desecho reingresen y con el tiempo se eliminan en la orina.

Si los riñones fallan, un riñón artificial o una máquina de diálisis pueden filtrar la sangre y en la figura 9.52b se muestra cómo se hace esto. La sangre de una arteria en el brazo se mezcla con heparina, que es un adelgazante de la sangre, y se permite que pase por un tubo cubierto con una membrana semipermeable. El tubo se sumerge en un baño de fluido dialisato que tiene la misma composición química que la sangre purificada. Los productos de desecho de la sangre entran en el dialisato por difusión a través de la membrana. Luego la sangre filtrada se regresa a una vena.

Movimiento a través de un medio viscoso

Cuando un objeto cae, su movimiento es obstaculizado por la resistencia del aire. En general, esta fuerza depende de la forma del objeto que cae y de su velocidad. La fuerza de la resistencia del aire actúa sobre todos los objetos que caen, pero los detalles exactos del movimiento se pueden calcular solo en algunos casos en los que el objeto tiene una forma simple, como una esfera. En esta sección se examinará el movimiento de un objeto esférico diminuto que cae lentamente a través de un medio viscoso.

En 1845 un científico llamado George Stokes determinó que la magnitud de la fuerza resistiva sobre un objeto esférico muy pequeño de radio r que cae lentamente a través de un fluido de viscosidad η con rapidez v está dada por

$$F_r = 6\pi\eta r v \qquad [9.28]$$

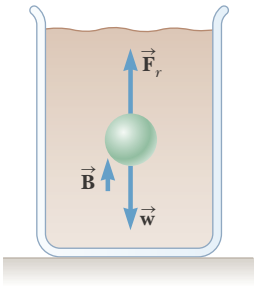


Figura 9.53 Esfera que cae a través de un medio viscoso. Las fuerzas que actúan sobre la esfera son la fuerza friccional resistiva $\vec{F}_r$, la fuerza de flotación $\vec{B}$ y la fuerza de la gravedad $\vec{w}$.

Esta ecuación, denominada **ley de Stokes**, tiene muchas aplicaciones importantes. Por ejemplo, describe la sedimentación de materia particulada en las muestras de sangre y Robert Millikan (1886-1953) la usó para calcular el radio de unas gotas diminutas cargadas de petróleo que caían por el aire. A partir de esto, Millikan finalmente pudo determinar la carga del electrón y se le reconoció con el Premio Nobel en 1923 por su trabajo innovador sobre cargas elementales.

Cuando una esfera cae a través de un medio viscoso, tres fuerzas actúan sobre ella, como se muestra en la figura 9.53: $\vec{F}_r$, la fuerza de fricción; $\vec{B}$, la fuerza de flotación del fluido y $\vec{w}$, la fuerza de la gravedad que actúa sobre la esfera. La magnitud de $\vec{w}$ está dada por

$$w = \rho g V = \rho g\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

donde ρ es la densidad de la esfera y $\frac{4}{3}\pi r^3$ es su volumen. De acuerdo con el principio de Arquímedes, la magnitud de la fuerza de flotación es igual al peso del fluido desplazado por la esfera,

$$B = \rho_f g V = \rho_f g\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

donde ρ_f es la densidad del fluido.

En el instante en que la esfera empieza a caer, la fuerza de fricción es cero ya que la rapidez de la esfera es cero. Conforme la esfera acelera, su rapidez y $\vec{F}_r$ también aumentan. Por último, **a una rapidez denominada rapidez terminal v_t, la fuerza neta tiende a cero**. Esto ocurre cuando la fuerza neta hacia arriba equilibra la fuerza hacia abajo de la gravedad. Por lo tanto, la esfera alcanza una rapidez terminal cuando

$$F_r + B = w$$

o

$$6\pi\eta r v_t + \rho_f g\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \rho g\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Cuando de esta ecuación se despeja v_t, se obtiene

Rapidez terminal ▶

$$v_t = \frac{2r^2 g}{9\eta}(\rho - \rho_f) \qquad [9.29]$$

Sedimentación y centrifugación

Si un objeto no es esférico, aún se puede usar el metodo básico que se ha descrito antes para determinar la rapidez terminal. La única diferencia es que no se puede utilizar la ley de Stokes para la fuerza resistiva. En lugar de ello, se supone que la fuerza resistiva tiene una magnitud dada por $F_r = kv$, donde k es un coeficiente que debe determinarse de manera experimental. Como se analizó antes, el objeto alcanza su rapidez terminal cuando la fuerza hacia abajo de la gravedad se equilibra por la fuerza neta hacia arriba, o

$$w = B + F_r \qquad [9.30]$$

donde $B = \rho_f g V$ es la fuerza de flotación. El volumen V del fluido desplazado está relacionado con la densidad ρ del objeto en caída por $V = m/\rho$. De aquí, se puede expresar la fuerza de flotación como

$$B = \frac{\rho_f}{\rho} mg$$

Sustituyendo esta expresión para B y $F_r = kv_t$ en la ecuación 9.30 (condición de rapidez terminal):

$$mg = \frac{\rho_f}{\rho} mg + kv_t$$

o

$$v_t = \frac{mg}{k}\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho}\right) \qquad [9.31]$$

La rapidez terminal para las partículas en las muestras biológicas suele ser muy pequeña. Por ejemplo, la rapidez terminal para las células de sangre que caen a través del plasma es de unos 5 cm/h en el campo gravitacional de la Tierra. Las rapideces terminales para las moléculas que constituyen una célula son muchos órdenes de magnitud menores que esta, debido a su masa mucho más pequeña. La rapidez a la cual caen los materiales a través de un fluido se denomina **velocidad de sedimentación** y es importante en los análisis clínicos.

La velocidad de sedimentación en un fluido se puede incrementar aumentando la aceleración efectiva g que aparece en la ecuación 9.31. Un fluido que contiene varias moléculas biológicas se coloca en una centrifugadora y gira con rapidez angular muy alta (figura 9.54). En estas condiciones, las partículas adquieren una aceleración radial grande $a_c = v^2/r = \omega^2 r$ que es mucho mayor que la aceleración en caída libre, por lo que es posible reemplazar g en la ecuación 9.31 por $\omega^2 r$ y obtener

$$v_t = \frac{m\omega^2 r}{k}\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho}\right) \qquad [9.32]$$

Esta ecuación indica que la velocidad de sedimentación se acelera en gran medida en una centrifugadora ($\omega^2 r >> g$) y que las partículas con la masa más grande tendrán mayor rapidez terminal. En consecuencia, las partículas más masivas se asentarán primero sobre el fondo de un tubo de ensayo.

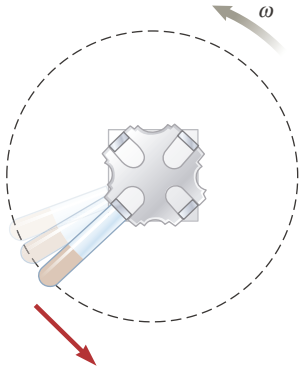


Figura 9.54 Diagrama simplificado de una centrifugadora (vista superior).

BIO APLICACIÓN
Separación de moléculas biológicas por medio de la centrifugación

RESUMEN

9.1 Estados de la materia

Por lo general la materia se clasifica con base en su estado: sólido, líquido o gaseoso. El cuarto estado se denomina plasma, que consiste en un sistema neutro de partículas cargadas que interactúan de forma electromagnética.

9.2 Densidad y presión

La **densidad** ρ de una sustancia de composición uniforme es su masa por volumen unitario, kilogramos por metro cúbico (kg/m^3) en el sistema SI:

$$\rho \equiv \frac{M}{V} \qquad [9.1]$$

La **presión** P en un fluido, medida en pascales (Pa), es la fuerza por área unitaria que el fluido ejerce sobre un objeto sumergido en él:

$$P \equiv \frac{F}{A} \qquad [9.2]$$

9.3 Deformación de los sólidos

Las propiedades elásticas de un sólido pueden describirse usando los conceptos de esfuerzo y deformación. El **esfuerzo** se relaciona con la fuerza por área unitaria que produce una deformación; la **deformación** es una medida de la cantidad de cambio de forma o volumen. El esfuerzo es proporcional a la deformación, y la constante de proporcionalidad es el **módulo elástico**:

$$\text{Esfuerzo} = \text{módulo elástico} \times \text{deformación} \qquad [9.3]$$

Tres tipos comunes de deformación son 1) la resistencia de un sólido a su elongación o compresión, caracterizada por el **módulo de Young** Y; 2) la resistencia al desplazamiento de las caras de un sólido que se deslizan en direcciones contrarias, caracterizada por el módulo de corte S, y 3) la resistencia de un sólido o líquido ante un cambio en el volumen, caracterizada por el módulo volumétrico B.

Los tres tipos de deformación se rigen por leyes similares a la ley de Hooke para los resortes. La resolución de problemas por lo general solo comprende la identificación de las variables físicas dadas y el despeje de la variable desconocida.

9.4 Variación de la presión con la profundidad

La presión en un fluido incompresible varía con la profundidad h de acuerdo con la expresión

$$P = P_0 + \rho g h \qquad [9.11]$$

donde P_0 es la presión atmosférica (1.103×10^5 Pa) y ρ es la densidad del fluido.

El **principio de Pascal** establece que cuando se aplica una presión a un fluido confinado, la presión se transmite sin disminuir a cada punto del fluido y hacia las paredes del recipiente.

9.6 Fuerzas de flotación y el principio de Arquímedes

Cuando un objeto está parcial o completamente sumergido en un fluido, este ejerce sobre el objeto una fuerza hacia arriba, denominada **fuerza de flotación**. De hecho, esta fuerza se debe a la diferencia neta en la presión entre la parte superior y la parte inferior del objeto. Se puede demostrar que la magnitud de la fuerza de flotación B es igual al peso del fluido desplazado por el objeto, o

$$B = \rho_{\text{fluido}} V_{\text{fluido}}\, g \qquad [9.12b]$$

La ecuación 9.12b se conoce como **principio de Arquímedes**.

Es común que la solución de un problema de flotación implique poner la fuerza de flotación en la segunda ley de Newton y luego proceder como en el capítulo 4.

9.7 Fluidos en movimiento

Ciertos aspectos de un fluido en movimiento pueden entenderse al suponer que el fluido es no viscoso e incompresible y que su movimiento se encuentra en un estado constante sin turbulencia:

1. El gasto a través de un tubo es una constante, lo que es equivalente a enunciar que el producto del área transversal A y la rapidez v en cualquier punto es constante. Por lo tanto, en cualesquiera dos puntos, se tiene

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad [9.15]$$

Se hace referencia a esta relación como **ecuación de continuidad**.

2. La suma de la presión, la energía cinética por unidad de volumen y la energía potencial por unidad de volumen es la misma en cualesquiera dos puntos a lo largo de una línea de corriente:

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g y_2 \qquad [9.16]$$

La ecuación 9.16 se conoce como **ecuación de Bernoulli**. La solución de problemas con la ecuación de Bernoulli es similar a la resolución con el teorema del trabajo y de la energía, donde se eligen dos puntos, uno donde se desconoce una cantidad y otro donde todas las cantidades se desconocen. Luego de la ecuación 9.16 se despeja la cantidad desconocida.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de física.** Una burbuja de jabón flota sin moverse en el aire. Si la masa de la burbuja, incluyendo el aire en su interior, es de 2.00×10^{-4} kg, determine la magnitud de la fuerza hacia arriba que actúa sobre ella (consulte la sección 4.5).
2. **Repaso de física.** Un grupo de perros esquimales realiza 7 440 J de trabajo sobre un trineo cargado que tiene una masa de 124 kg, jalándolo del reposo hasta una cuesta cubierta de nieve, de 4.60 m de altura, mientras el trineo pierde 1 520 J debido a la fricción. a) ¿Cuál es el trabajo neto que los perros y la fricción realizan sobre el trineo? b) ¿Cuál es el cambio en la energía potencial del trineo? c) ¿Cuál es la rapidez del trineo en la parte superior de la cuesta? (Consulte la sección 5.5.)
3. Una persona de 66.0 kg se encuentra de espaldas sobre una cama de clavos; 1 208 clavos hacen contacto con su cuerpo. La punta de cada clavo tiene un área de 1.00×10^{-6} m^2. ¿Cuál es la presión promedio que ejerce cada clavo sobre el cuerpo de la persona? (Consulte la sección 9.2.)
4. ¿Cuál es la masa de una barra sólida de oro y forma rectangular, cuyas dimensiones son 4.50 cm × 11.0 cm × 26.0 cm? (Consulte la sección 9.2.)
5. Los seres humanos pueden morder con una fuerza aproximada de 800 N. Si un diente de un ser humano tiene un módulo de Young de hueso, un área transversal de 1.0 cm^2 y una longitud de 2.0 cm, determine el cambio en la longitud del diente durante una mordida de 8.0×10^2 N (consulte la sección 9.3).
6. Un gato hidráulico tiene un pistón de entrada con un área de 0.050 m^2 y un pistón de salida con un área de 0.70 m^2. ¿Cuánta fuerza se requiere en el pistón de entrada para levantar un automóvil que pesa 1.2×10^4 N? (Consulte la sección 9.4.)
7. ¿Cuál es la presión en el fondo del Lago de Loch Ness, cuya profundidad es de 754 pies? (Suponga que la presión del aire es de 1.013×10^5 Pa). (Consulte la sección 9.4.)
8. El mercurio en un tubo vacío sellado de un barómetro está 724 mm más alto que el nivel del mercurio expuesto a la presión del aire ambiente. Calcule la presión del aire ambiente, P_0 (consulte la figura 9.17b). (Consulte la sección 9.5.)
9. Una masa de plomo de 20.0 kg se encuentra sobre el fondo de una alberca. a) ¿Cuál es el volumen del plomo? b) ¿Cuál es la fuerza de flotación que actúa sobre él? c) Determine el peso del plomo. d) ¿Cuál es la fuerza normal que actúa sobre él? (Consulte la sección 9.6.)
10. Un tubo horizontal se estrecha de un radio de 0.250 m a 0.100 m. Si la rapidez del agua es de 1.00 m/s en la sección del tubo con radio más grande, ¿cuál es la rapidez en la sección más estrecha del tubo? (Véase la sección 9.7.)
11. Un depósito de agua de tamaño grande tiene una altura de 3.00 m, está lleno hasta el borde y abierto al aire. Un tubo pequeño con una llave está conectado a un lado del depósito a 0.800 m por encima del suelo. Si se abre la llave, ¿con qué rapidez saldrá el agua del tubo? (Consulte la sección 9.7.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en ese capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Una mujer con zapatos de tacón alto es invitada a una casa cuya cocina tiene baldosas de vinilo. ¿Por qué debería preocuparse el propietario?
2. La densidad del aire es de 1.3 kg/m^3 al nivel del mar. Con su conocimiento de la presión del aire al nivel del suelo, estime la altura de la atmósfera. Como una suposición de simplificación, considere que la atmósfera tiene densidad uniforme hasta cierta altura, después de la cual la densidad disminuye rápidamente a cero (en realidad, la densidad de la atmósfera disminuye conforme aumenta la altura). (Esta pregunta es cortesía de Edward F. Redish. Para más preguntas de este tipo, visite http://www.physics.umd.edu/perg/).
3. ¿Por qué a los bateadores de cuadrangulares en el béisbol les gusta jugar en Denver, Colorado, pero a los lanzadores de curvas no?

4. En la figura PC9.4 se muestran vistas aéreas de dos presas. Ambas tienen la misma longitud (la dimensión vertical en el diagrama). La presa de la izquierda regula un lago muy grande, en tanto que la de la derecha regula un río angosto. ¿Cuál de las dos se debe reforzar?

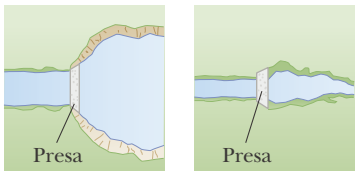


Figura PC9.4

5. Un silo ordinario en una granja tiene un perímetro envuelto en muchas bandas, como se muestra en la figura PC9.5. ¿Por qué el espaciamiento entre bandas sucesivas es menor en las partes más bajas del silo?

Henry Leap and Jim Lehman

Figura PC9.5

6. Mucha gente piensa que un vacío creado dentro de una aspiradora causa que las partículas de polvo sean aspiradas a su interior. En realidad, el polvo se empuja hacia adentro. Explique.
7. Suponga que un barco dañado apenas flota en el océano después de que se ha sellado un agujero en su casco. Un ayudante lo remolca hacia la costa y luego hacia un río, con rumbo hacia un dique seco para su reparación. Cuando el barco se remolca por el río, se hunde. ¿Por qué?
8. BIO Durante una inhalación la presión en los pulmones es ligeramente menor que la presión externa y los músculos que controlan la exhalación se relajan. Bajo el agua el cuerpo ecualiza las presiones interna y externa. Explique la condición de los músculos si una persona bajo el agua respira con un esnórquel. ¿Funcionaría un esnórquel en aguas profundas?
9. El abastecimiento de agua para una ciudad con frecuencia se suministra desde depósitos construidos en un terreno alto. Luego el agua fluye de los depósitos, por tuberías y hacia las casas cuando se abre la llave. ¿Por qué el flujo de agua es más rápido en una llave en el primer piso de una casa que en un departamento en un piso más elevado?
10. Un cubo de hielo se coloca en un vaso con agua. ¿Qué le sucede al nivel del agua cuando el hielo se derrite?
11. Coloque dos latas de refresco, uno normal y el otro dietético, en un recipiente con agua. Usted descubrirá que el refresco dietético flota mientras que el normal se hunde. Aplique el principio de Arquímedes para proponer una explicación. *Sugerencia general:* el endulzante artificial que se usa en las bebidas dietéticas es menos denso que el azúcar.
12. ¿Flotará más alto un cubo de hielo en agua o en una bebida alcohólica?
13. Los tornados y los huracanes a menudo levantan los techos de las casas. Con base en el principio de Bernoulli explique porqué. ¿Por qué se deben mantener abiertas las ventanas en estas condiciones?
14. Una vez que los saltadores con esquíes están en el aire (figura PC9.14), ¿por qué inclinan sus cuerpos hacia adelante y mantienen sus manos pegadas a sus costados?

© iStockPhoto/technotr

Figura PC9.14

15. Una persona que se encuentra en un bote que flota en un estanque pequeño lanza el ancla por la borda. ¿Qué le sucede al nivel del estanque? a) Sube. b) Disminuye. c) Permanece igual.
16. Uno de los problemas anticipados del calentamiento global es que el hielo en los casquetes polares se derretirá y los niveles del mar subirán en todo el mundo. ¿Dónde es más serio el problema? a) En el Polo Norte, donde la mayoría del hielo flota sobre agua; b) en el Polo Sur, donde la mayoría del hielo está sobre la tierra, c) en los dos polos por igual o d) en ningún polo.

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante
1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos
GP denota problemas guiados
M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign
Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual
S denota un problema de razonamiento simbólico
W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

9.1 Estados de la materia

9.2 Densidad y presión

1. S Suponga que dos mundos, cada uno con una masa M y un radio R, se fusionan en uno solo. Debido a la contracción gravitacional, el mundo combinado tiene un radio de solo $\frac{3}{4}R$. ¿Cuál es la densidad promedio del mundo combinado como un múltiplo de ρ_0, la densidad de los dos mundos originales?
2. La moneda Soberano británica es una aleación de oro y cobre que tiene una masa total de 7.988 g y 22 quilates de oro. a) Encuentre la masa de oro en el Soberano en kilogramos partiendo del hecho de que el número de quilates = 24 × (masa de oro)/(masa total). b) Calcule los volúmenes de oro y cobre, respectivamente, que se usan para fabricar la moneda. c) Calcule la densidad de la moneda Soberano británica.
3. Q|C Cuatro acróbatas con masas de 75.0 kg, 68.0 kg, 62.0 kg y 55.0 kg, forman una torre humana; cada acróbata se pone de pie sobre los hombros de otro. El acróbata de 75.0 kg está en la parte inferior de la torre. a) ¿Cuál es la fuerza normal que actúa sobre el acróbata de 75.0 kg? b) Si el área de cada uno de los zapatos del acróbata de 75 kg es de 425 cm^2, ¿cuál es la presión promedio (sin incluir la presión atmosférica) que ejerce la columna de acróbatas sobre el piso? c) ¿Será la misma presión si un acróbata diferente está abajo?
4. M Calcule la masa de una barra rectangular de oro sólido que tiene dimensiones de 4.50 cm × 11.0 cm × 26.0 cm.
5. Q|C El núcleo de un átomo se puede modelar como varios protones y neutrones fuertemente empacados. Cada partícula tiene una masa de 1.67×10^{-27} kg y un radio en el orden de 10^{-15} m. a) Utilice este modelo y los datos proporcionados para estimar la densidad del núcleo de un átomo. b) Compare su resultado con la densidad de un material como el hierro. ¿Qué sugiere su resultado y la comparación acerca de la estructura de la materia?
6. Los cuatro neumáticos de un automóvil están inflados a una presión manométrica de 2.0×10^5 Pa. Cada neumático tiene un área de 0.024 m^2 en contacto con el pavimento. Determine el peso del automóvil.
7. Suponga que un mundo distante con gravedad superficial de 7.44 m/s^2 tiene una presión atmosférica de 8.04×10^4 Pa en la superficie. a) ¿Cuál es la fuerza ejercida por la atmósfera, sobre una región con forma de disco con 2.00 m de radio en la superficie de un océano de metano? b) ¿Cuál es el peso, de una columna cilíndrica de 10.0 m de profundidad de metano con un radio de 2.00 m? c) Calcule la presión a una profundidad de 10.0 m en el océano de metano. *Nota:* la densidad del metano líquido es 415 kg/m^3.

9.3 Deformación de los sólidos

8. Evalúe el módulo de Young para el material cuya curva esfuerzo-deformación se muestra en la figura 9.8.
9. M Una carga de 200 kg se cuelga de un alambre con una longitud de 4.00 m, área transversal de 0.200×10^{-4} m^2 y módulo de Young de 8.00×10^{10} N/m^2. ¿Cuál es el aumento en su longitud?
10. Q|C Los superhéroes de las historietas a veces pueden hacer agujeros con sus puños a través de paredes de acero. a) Si se considera la resistencia máxima al cortante del acero igual a 2.50×10^8 Pa, ¿cuál es la fuerza que se requiere para hacer un agujero a través de una placa de acero de 2.00 cm de espesor con un puñetazo? Suponga que el puño de un superhéroe tiene un área transversal de 1.00×10^2 cm^2 y es aproximadamente circular. b) En sentido cualitativo, ¿qué le sucedería al superhéroe al dar el puñetazo? ¿Cuál es la ley física que se aplica?
11. Un tablón de 2.00 cm de espesor y 15.0 cm de ancho se sujeta firmemente al barandal de un barco con abrazaderas de manera que el resto del tablón se extiende 2.00 m horizontalmente sobre el mar. Se obliga a una persona con una masa de 80.0 kg a que se pare sobre el extremo del tablón. Si el extremo del tablón se flexiona 5.00 cm debido al peso de la persona, encuentre el módulo de corte de la madera.
12. M Suponga que si el esfuerzo cortante del acero sobrepasa 4.00×10^8 N/m^2, el acero se rompe. Determine la fuerza cortante necesaria para a) cortar un perno de acero de 1.00 cm de diámetro y b) hacer un agujero de 1.00 cm de diámetro en una placa de acero de 0.500 cm de espesor.
13. Por seguridad al escalar, un montañista utiliza una cuerda de nilón de 50 m de longitud y 1.0 cm de diámetro. Cuando la cuerda soporta a un escalador de 90 kg se estira 1.6 m. Encuentre su módulo de Young.
14. BIO Un alambre de acero inoxidable que se usa en ortodoncia se coloca en un diente, como en la figura P9.14. El alambre sin estirar tiene una longitud de 3.1 cm y un radio de 0.11 mm. Si el alambre se estira 0.10 mm, encuentre la magnitud y dirección de la fuerza sobre el diente. Ignore el ancho del diente y suponga que el módulo de Young para el acero inoxidable es de 18×10^{10} Pa.

Figura P9.14

15. BIO El hueso tiene un módulo de Young de 18×10^9 Pa. Sometido a compresión puede soportar un esfuerzo de unos 160×10^6 Pa antes de romperse. Suponiendo que un fémur (hueso del muslo) tiene una longitud de 0.50 m, calcule la cantidad de compresión que puede soportar este hueso antes de romperse.
16. Un mecanismo de alta rapidez para izar objetos soporta uno de 800 kg con un cable de acero que tiene una longitud de 25.0 m y un área transversal de 4.00 cm^2. a) Determine la elongación del cable. b) ¿Cuál es la longitud adicional que aumenta el cable, si el objeto se acelera hacia arriba a 3.0 m/s^2? c) ¿Cuál es la masa mayor que se puede acelerar hacia arriba a 3.0 m/s^2 si el esfuerzo en el cable no debe exceder el límite elástico, que es de 2.2×10^8 Pa?
17. Un pasillo suspendido a través del vestíbulo de un hotel está sostenido en muchos puntos a lo largo de sus bordes por un cable vertical sobre cada punto y por una

columna vertical abajo. El cable de acero tiene un diámetro de 1.27 cm y una longitud de 5.75 m antes de someterlo a una carga. La columna de aluminio es un cilindro hueco con un diámetro interior de 16.14 cm, un diámetro exterior de 16.24 cm y una longitud de 3.25 m cuando no soporta una carga. Cuando el pasillo ejerce una fuerza de carga de 8500 N sobre uno de los puntos de soporte, ¿cuánto se mueve hacia abajo el punto?

18. BIO El área transversal total de la parte calcificada que soporta la carga de los dos huesos del antebrazo (radio y cúbito) es de aproximadamente 2.4 cm^2. Durante una prueba de impacto automotriz, el antebrazo choca contra el tablero de instrumentos. El brazo llega al reposo desde una rapidez inicial de 80 km/h en 5.0 ms. Si el brazo tiene una masa efectiva de 3.0 kg y el material del hueso puede soportar un esfuerzo de compresión máximo de 16×10^7 Pa, ¿será posible que el brazo soporte el impacto?

19. Determine la elongación de la barra en la figura P9.19 si está sometida a una tensión de 5.8×10^3 N.

Figura P9.19

9.4 Variación de la presión con la profundidad

9.5 Mediciones de la presión

20. El resorte del manómetro que se muestra en la figura P9.20 tiene una fuerza constante de 1250 N/m y el pistón tiene un área de 1.20 cm. Cuando el manómetro se sumerge en agua, ¿cuál es el cambio en la profundidad que ocasiona que el pistón se mueva hacia dentro 0.750 cm?

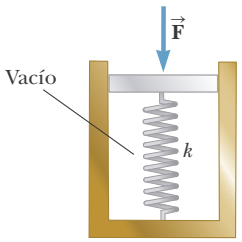


Figura P9.20

21. a) Calcule la presión absoluta en el fondo de un lago de agua dulce a una profundidad de 27.5 m. Suponga que la densidad del agua es de 1.00×10^3 kg/m^3 y que el aire encima está a una presión de 101.3 kPa. b) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza ejercida por el agua, sobre la claraboya de un vehículo acuático a esta profundidad, si la claraboya es circular y tiene un diámetro de 35.0 cm?

22. Se vacía mercurio en un tubo en U, como se muestra en la figura P9.22a. El brazo izquierdo el tubo tiene un área transversal A_1 de 10.0 cm^2 y el brazo derecho tiene un área transversal A_2 de 5.00 cm^2. Luego se vacían 100 g de agua en el brazo derecho, como se muestra en la figura P9.22b. a) Determine la longitud de la columna de agua en el brazo derecho del tubo en U. b) Dado que la densidad del mercurio es de 13.6 g/cm^3, ¿cuál es la distancia h que sube el mercurio en el brazo izquierdo?

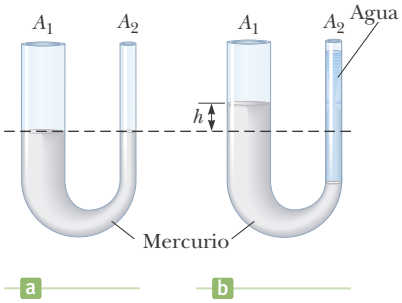


Figura P9.22

23. BIO Una bolsa de plástico plegable (figura P9.23) contiene una solución de glucosa. Si la presión manométrica promedio en la vena es de 1.33×10^3 Pa, ¿cuál debe ser la altura mínima h de la bolsa para que suministre glucosa en la vena? Suponga que la gravedad específica de la solución es 1.02.

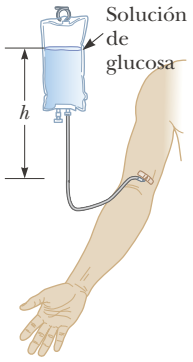


Figura P9.23

24. El punto más profundo en el océano Pacífico es la Fosa de las Marianas, de unos 11 km de profundidad. La presión en el fondo del océano es enorme, de aproximadamente 1.13×10^8 N/m^2. a) Calcule el cambio en el volumen de 1.00 m^3 de agua transportada de la superficie al fondo del océano Pacífico. b) La densidad del agua en la superficie es de 1.03×10^3 kg/m^3. Encuentre su densidad en el fondo. c) Explique si es una buena aproximación considerar el agua como incompresible.

25. W Un recipiente se llena hasta una profundidad de 20.0 cm con agua. Sobre el agua flota una capa de petróleo de 30.0 cm de espesor con gravedad específica de 0.700. ¿Cuál es la presión absoluta en el fondo del recipiente?

26. Blaise Pascal duplicó el barómetro de Torricelli utilizando un vino rojo de Bordeaux, con densidad de 984 kg/m^3 como el fluido de trabajo (figura P9.26). a) ¿Cuál fue la altura h de la columna de vino para la presión atmosférica normal? b) ¿Esperaría que el vacío arriba de la columna fuera tan bueno como para el experimento con mercurio?

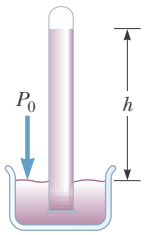


Figura P9.26

27. En la figura P9.27 se muestran las partes esenciales de un sistema de freno hidráulico. El área del pistón en el cilindro maestro es de 1.8 cm^2 y la del pistón en el cilindro del freno es de 6.4 cm^2. El coeficiente de fricción entre la zapata y el tambor de la rueda es de 0.50. Si la rueda tiene un radio de 34 cm, determine el par de torsión friccional respecto al eje cuando se ejerce una fuerza de 44 N sobre el pedal del freno.

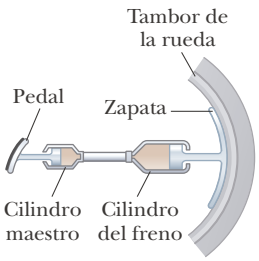


Figura P9.27

28. W El pistón ① en la figura P9.28 tiene un diámetro de 0.25 pulg; el pistón ② tiene un diámetro de 1.5 pulg. Si no hay fricción, determine la fuerza $\vec{F}$ necesaria para soportar el peso de 500 lb.

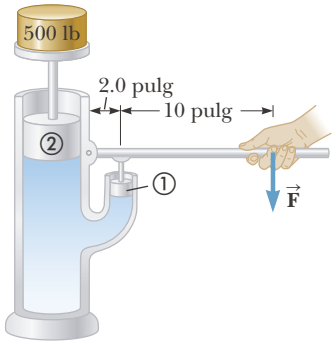


Figura P9.28

9.6 Fuerzas de flotación y el principio de Arquímedes

29. Una pelota de tenis de mesa tiene un diámetro de 3.80 cm y una densidad promedio de 0.084 0 g/cm^3. ¿Cuál es la fuerza requerida para mantenerla completamente sumergida en agua?

30. BIO Q|C Un ser humano promedio tiene una densidad de 945 kg/m^3 después de inhalar y 1 020 kg/m^3 después de exhalar. a) Sin hacer ningún movimiento de natación, ¿qué porcentaje del cuerpo humano estaría sobre la superficie en el Mar Muerto (un cuerpo de agua con una densidad de aproximadamente 1 230 kg/m^3) en cada uno de estos casos? b) Dado que el hueso y el músculo son más densos que la grasa, ¿cuáles características físicas distinguen a los "zambullidores" (los que tienden a hundirse en el agua) de los "flotadores" (los que flotan con facilidad)?

31. Un barco transbordador pequeño en un río tiene un ancho de 4.00 m y una longitud de 6.00 m. Cuando un camión cargado sube al transbordador, el transbordador se hunde 4.00 cm adicionales en el río. ¿Cuál es el peso del camión?

32. GP Un sobreviviente de 62.0 kg de un barco de pasajeros que naufragó descansa sobre un bloque de poliestireno que utiliza como balsa. Las dimensiones del bloque son 2.00 m × 2.00 m × 0.090 0 m; y 0.024 m de la balsa está sumergido. a) Trace un diagrama de fuerzas del sistema que consiste en el sobreviviente y la balsa. b) Escriba la segunda ley de Newton para el sistema en una dimensión, usando B para flotabilidad, w para el peso del sobreviviente y w_r para el peso de la balsa (establezca $a = 0$). c) Calcule el valor numérico para la flotabilidad, B (el agua de mar tiene una densidad de 1025 kg/m^3). d) Usando el valor de B y el peso w del sobreviviente, calcule el peso w_r del bloque. e) ¿Cuál es la densidad del poliestireno? f) ¿Cuál es la fuerza de flotación máxima, que corresponde a la balsa sumergida hasta su tope? g) ¿Cuál es la masa total de sobrevivientes que la balsa puede soportar?

33. Q|C Un bloque de madera con un volumen de 5.24 × 10^{-4} m^3 flota en el agua y un objeto pequeño de acero de masa m se coloca encima del bloque. Cuando $m = 0.310$ kg, el sistema está en equilibrio y la parte superior del bloque de madera está al nivel del agua. a) ¿Cuál es la densidad de la madera? b) ¿Qué le sucede al bloque cuando el objeto de acero se reemplaza por un segundo objeto con una masa menor que 0.310 kg? ¿Qué le sucede al bloque cuando el objeto de acero es reemplazado por otro objeto de acero con una masa mayor que 0.310 kg?

34. GP Un globo grande con una masa de 226 kg se llena con gas de helio hasta que su volumen es de 325 m^3. Suponga que la densidad del aire es de 1.29 kg/m^3 y que la densidad del helio es de 0.179 kg/m^3. a) Trace un diagrama de fuerzas para el globo. b) Calcule la fuerza de flotación que actúa sobre el globo. c) Encuentre la fuerza neta sobre el globo y determine si el globo subirá o descenderá después que se libere. d) ¿Cuál es la masa máxima adicional que el globo puede soportar en equilibrio? e) ¿Qué le sucede al globo si la masa de la carga es *menor* que el valor calculado en el inciso d)? f) ¿Qué limita la altura a la cual puede subir el globo?

35. Q|C Un globo atmosférico esférico se llena con hidrógeno hasta que su radio es de 3.00 m. Su masa total, incluyendo los instrumentos que lleva, es de 15.0 kg. a) Encuentre la fuerza de flotación que actúa sobre el globo, suponiendo que la densidad del aire es de 1.29 kg/m^3. b) ¿Cuál es la fuerza neta que actúa sobre el globo y sus instrumentos después de que el globo se libera desde el suelo? c) ¿Por qué el radio del globo tiende a aumentar cuando alcanza mayor altitud?

36. S Una persona con masa m = 70.0 kg y que tiene una densidad de ρ = 1 050 kg/m^3 (mientras retiene la respiración) está completamente sumergida en agua. a) Escriba la segunda ley de Newton para esta situación en términos de la masa de la persona m, de la densidad del agua ρ_w, de su volumen V y de g. Ignore cualquier arrastre viscoso del agua. b) Sustituya $m = \rho V$ en la segunda ley de Newton y despeje la aceleración a, cancelando los factores comunes. c) Calcule el valor numérico de la aceleración de la persona. d) ¿Cuánto tiempo tarda la persona en hundirse 8.00 m hasta el fondo del lago?

37. Q|C El 21 de octubre de 2001, Ian Ashpole del Reino Unido logró una altitud récord de 3.35 km (11 000 pies) impulsado por 600 globos de juguete llenos con helio. Cada globo tenía un radio de aproximadamente 0.50 m y una masa estimada de 0.30 kg. a) Calcule la fuerza de flotación total sobre los 600 globos. b) Estime la fuerza neta hacia arriba sobre los 600 globos. c) Ashpole se lanzó en paracaídas hacia la Tierra después de que los globos comenzaron a explotar debido a la gran altura y a que el sistema perdió flotabilidad. ¿Por qué explotaron los globos?

38. W La fuerza gravitacional ejercida sobre un objeto sólido es de 5.00 N según su medición cuando el objeto está suspendido de una báscula de resorte, como en la figura P9.38a. Cuando el objeto suspendido está sumergido en agua, en la báscula se leen 3.50 N (figura P9.38b). Encuentre la densidad del objeto.

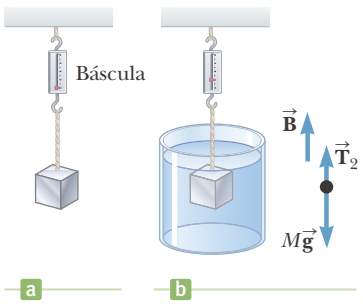


Figura P9.38

39. M Un cubo de madera de 20.0 cm por lado que tiene una densidad de 650 kg/m^3 flota en el agua. a) ¿Cuál es la distancia desde la superficie horizontal superior del cubo hasta el nivel del agua? b) ¿Cuál es la magnitud de una masa de plomo que se debe colocar sobre el cubo de manera que su parte superior esté al mismo nivel que la superficie del agua?

40. Un resorte ligero con fuerza constante k = 160 N/m descansa verticalmente sobre el fondo de un vaso de precipitados grande con agua (figura P9.40a). Un bloque de madera de 5.00 kg (densidad = 650 kg/m^3) está unido al resorte y se permite que el sistema bloque-resorte llegue a un equilibrio estático (figura P9.40b). ¿Cuál es la elongación ΔL del resorte?

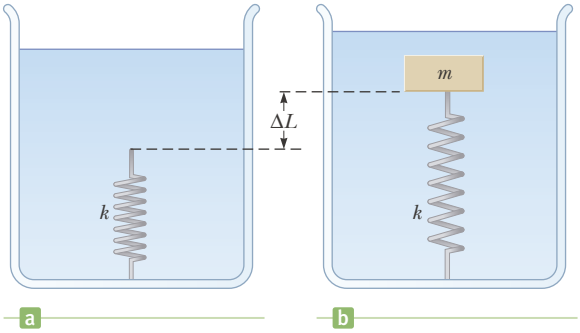


Figura P9.40

41. Una muestra de un material desconocido pesa 300 N en el aire y 200 N cuando se sumerge en alcohol con una gravedad específica de 0.700. ¿Cuáles son a) el volumen y b) la densidad del material?

42. Un objeto que pesa 300 N en el aire se sumerge en agua después de atarlo a una cuerda que está conectada a una báscula. En la báscula se leen 265 N. Sumergido en aceite el objeto pesa 275 N. Encuentre a) la densidad del objeto y b) la densidad del aceite.

43. Un vaso de precipitados que contiene 2.00 kg de petróleo (densidad = 916 kg/m^3) reposa sobre una báscula. Un bloque de hierro de 2.00 kg está suspendido de una báscula de resorte y completamente sumergido en el petróleo (figura P9.43). Encuentre las lecturas de equilibrio de las dos básculas.

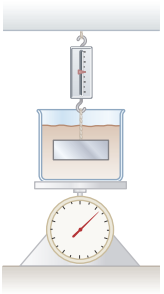


Figura P9.43

9.7 Fluidos en movimiento

9.8 Otras aplicaciones de la dinámica de fluidos

44. El agua que fluye por una manguera de jardín que tiene un diámetro de 2.74 cm llena una cubeta de 25.0 L en 1.50 min. a) ¿Cuál es la rapidez del agua que sale por la manguera? b) Ahora se coloca una boquilla en el extremo de la manguera. Si el diámetro de la boquilla es de un tercio del diámetro de la manguera, ¿cuál es la rapidez del agua que sale por la boquilla?

45. BIO a) Calcule el flujo másico (en gramos por segundo) de sangre (ρ = 1.0 g/cm^3) en una vena aorta con una sección transversal de 2.0 cm^2 si la rapidez de flujo de la sangre es de 40 cm/s. b) Suponga que la aorta se bifurca para formar un gran número de vasos capilares con un área transversal combinada de 3.0 × 10^3 cm^2. ¿Cuál es la rapidez de flujo en los vasos capilares?

46. W Un líquido (ρ = 1.65 g/cm^3) fluye por un tubo horizontal con sección transversal variable, como en la figura P9.46. En la primera sección, el área transversal es de 10.0 cm^2, la rapidez de flujo es de 275 cm/s y la presión es de 1.20 × 10^5 Pa. En la segunda sección, el área transversal es de 2.50 cm^2. En la sección menor calcule a) la rapidez de flujo y b) la presión.

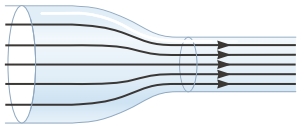


Figura P9.46

47. BIO Una jeringa hipodérmica contiene una medicina con la densidad del agua (figura P9.47). El barril de la jeringa tiene un área transversal de 2.50 × 10^{-5} m^2. Si no hay una fuerza sobre el émbolo, la presión en todas partes es de 1.00 atm. Una fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ de magnitud 2.00 N es ejercida sobre el émbolo, lo que hace que la medicina salga en un chorro por la aguja. Determine la rapidez de flujo de la medicina a través de la aguja. Suponga que la presión en la aguja permanece igual a 1.00 atm y que la jeringa se encuentra en posición horizontal.

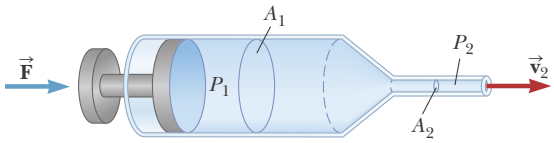


Figura P9.47

48. BIO Cuando una persona inhala, entra aire por sus bronquios (tráquea) a 15 cm/s. La rapidez del flujo promedio del aire se duplica por una constricción en los bronquios. Suponiendo un flujo incompresible, determine la caída de presión en la constricción.

49. Q|C Un avión a reacción en vuelo de nivel tiene una masa de 8.66 × 10^4 kg y sus dos alas tienen un área estimada de 90.0 m^2. a) ¿Cuál es la diferencia de presión entre las superficies inferior y superior de las alas? b) Si la rapidez del aire bajo las alas es de 225 m/s, ¿cuál es la rapidez del aire sobre las alas? Suponga que el aire tiene una densidad de 1.29 kg/m^3. c) Explique porqué todas las aeronaves tienen un "techo", que es una altitud operativa máxima.

50. S Un avión tiene una masa M y sus dos alas tienen un área total A. Durante un vuelo de nivel, la presión sobre la superficie inferior de las alas es P_1. Determine la presión P_2 sobre la superficie superior de las alas.

51. GP En una pistola de agua un émbolo impulsa agua a través de un tubo largo con un radio de 1.00 cm hacia un tubo menor con un radio de 1.00 mm, como en la figura P9.51. a) Si la pistola se dispara de manera horizontal a una altura de 1.50 m, aplique cálculos de balística para determinar el tiempo que le toma al agua viajar de la boquilla al suelo (ignore la resistencia del aire y suponga que la presión atmosférica es 1.00 atm). b) Si el alcance del chorro tiene que ser de 8.00 m, ¿con qué rapidez debe salir por la boquilla el chorro? c) Dadas las áreas de la boquilla y del cilindro, use la

ecuación de continuidad para calcular la rapidez a la cual se debe mover el émbolo? d) ¿Cuál es la presión en la boquilla? e) Use la ecuación de Bernoulli para encontrar la presión necesaria en el cilindro más grande. ¿Es posible ignorar los términos de la gravedad? f) Calcule la fuerza que se debe ejercer sobre el gatillo para lograr el alcance deseado (la fuerza que debe ejercerse se debe a la presión sobre y por encima de la presión atmosférica).

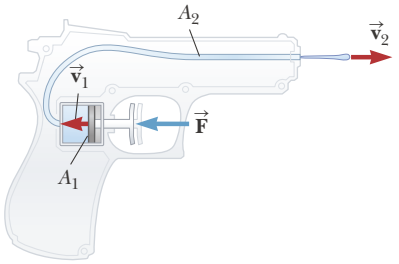


Figura P9.51

52. Por un tubo con sección transversal variable pasa agua en un flujo ideal constante. En el punto inferior que se muestra en la figura P9.52, la presión es de 1.75×10^5 Pa y el radio del tubo es de 3.00 cm. En el punto superior ubicado en $y = 2.50$ m, la presión es de 1.20×10^5 Pa y el radio del tubo es de 1.50 cm. Encuentre la rapidez del flujo a) en la sección inferior y b) en la sección superior. c) Encuentre el caudal a través del tubo.

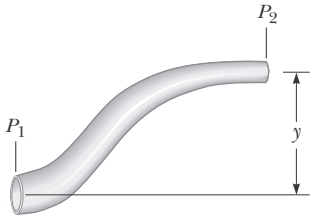


Figura P9.52

53. M Un chorro de agua sale de forma horizontal por un agujero cerca del fondo del depósito que se muestra en la figura P9.53. Si el agujero tiene un diámetro de 3.50 mm, ¿cuál es la altura h del nivel del agua en el depósito?

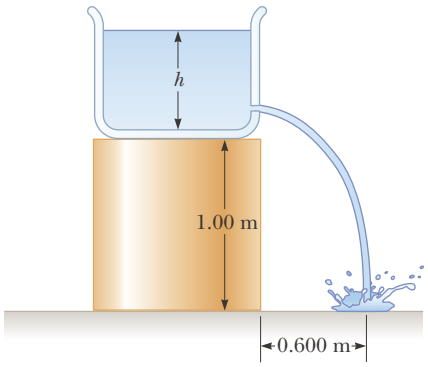


Figura P9.53

54. Un tanque de almacenamiento grande abierto a la atmósfera en la parte superior y lleno con agua, tiene una fuga debido a un agujero pequeño en su costado en un punto a 16.0 m debajo del nivel del agua. Si el caudal de la fuga es de 2.50×10^{-3} m^3/min, determine a) la rapidez a la cual el agua sale por el agujero y b) el diámetro del agujero.

55. Los diámetros internos de las partes más grandes del tubo horizontal representado en la figura P9.55 son de 2.50 cm. El agua fluye hacia la derecha con un gasto de 1.80×10^{-4} m^3/s. Determine el diámetro interior de la constricción.

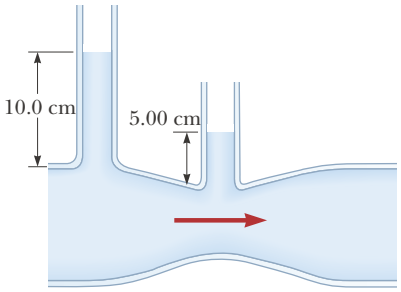


Figura P9.55

56. Por una tubería con diámetro de 15.0 cm se bombea agua del Río Colorado hasta la Grand Canyon Village, en el borde del cañón. El río tiene una elevación de 564 m y la villa está a 2 096 m. a) ¿Cuál es la presión mínima con que se debe bombear el agua para que llegue a la villa? b) Si se bombean 4500 m^3 por día, ¿cuál es la rapidez del agua en la tubería? c) ¿Qué presión adicional se necesita para suministrar este flujo? *Nota:* usted puede suponer que la aceleración es de caída libre y la densidad del aire es constante sobre el intervalo de elevaciones dado.

57. Un géiser hace erupción en intervalos aproximados de una hora y la altura del agua alcanza 40.0 m (figura P9.57). a) Considere al chorro ascendente como una serie de gotas separadas. Analice el movimiento en caída libre de una de las gotas para determinar la rapidez con la cual el agua sale del suelo. b) Trate al chorro ascendente como un fluido ideal en flujo laminar. Use la ecuación de Bernoulli para determinar la rapidez del agua cuando sale del nivel del suelo. c) ¿Cuál es la presión (mayor que la atmosférica) en la cámara subterránea que se calienta a 175 m debajo del respiradero? Suponga que la cámara es grande en comparación con el respiradero del géiser.

Drflet/iStockphoto.com

Figura P9.57

58. El tubo Venturi que se muestra en la figura P9.58 se puede utilizar como medidor de flujo. Suponga que el dispositivo se usa en una gasolinera para medir el gasto de gasolina ($\rho = 7.00 \times 10^2$ kg/m^3) que pasa por una manguera que tiene un radio de salida de 1.20 cm. Si la diferencia de presión que se mide es $P_1 - P_2 = 1.20$ kPa y el radio del tubo de entrada hacia el medidor es de 2.40 cm, encuentre a) la rapidez de la gasolina cuando sale de la manguera y b) el gasto de fluido en metros cúbicos por segundo.

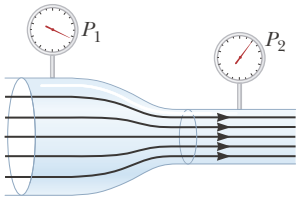


Figura P9.58

9.9 Tensión superficial, acción capilar y flujo de fluidos viscosos

59. Una lámina metálica cuadrada de 3.0 cm por lado, de espesor despreciable, está unida a una balanza e insertada en un contenedor con un fluido. Se determinó que el ángulo de contacto es cero, como se muestra en la figura P9.59a y en la balanza a la cual está unida la lámina se leen 0.40 N. Luego se aplica una capa delgada de aceite sobre la lámina y el ángulo de contacto se vuelve de 180°, como se muestra en la figura P9.59b. Ahora en la balanza se leen 0.39 N. ¿Cuál es la tensión superficial del fluido?

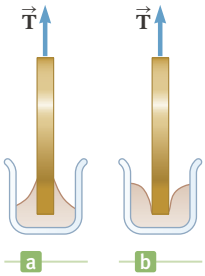


Figura P9.59

60. BIO Para levantar un anillo de alambre con un radio de 1.75 cm desde la superficie de un contenedor de plasma sanguíneo, se requiere una fuerza vertical de 1.61×10^{-2} N mayor que el peso del anillo. Calcule la tensión superficial del plasma sanguíneo a partir de esta información.

61. Cierto fluido tiene una densidad de 1 080 kg/m^3 y se observa que sube hasta una altura de 2.1 cm en un tubo con un diámetro de 1.0 mm. El ángulo de contacto entre la pared y el fluido es cero. Calcule la tensión superficial del fluido.

62. BIO La sangre entera tiene una tensión superficial de 0.058 N/m y una densidad de 1 050 kg/m^3. ¿A qué altura puede subir la sangre entera en un vaso capilar sanguíneo que tiene un radio de 2.0×10^{-6} m si el ángulo de contacto es cero?

63. El bloque de hielo (temperatura 0°C) que se muestra en la figura P9.63 se jala sobre una superficie plana lubricada por una capa de agua de 0.10 mm de espesor. Determine la magnitud de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ necesaria para jalar el bloque con una rapidez constante de 0.50 m/s. A 0°C la viscosidad del agua tiene un valor de $\eta = 1.79 \times 10^{-3}$ N · s/m^2.

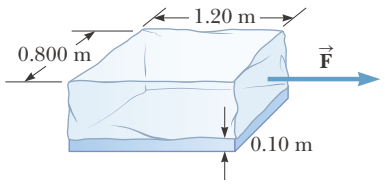


Figura P9.63

64. Un recubrimiento delgado de 1.5 mm de glicerina se coloca entre dos portaobjetos de un microscopio que tienen un ancho de 1.0 cm y una longitud de 4.0 cm. Encuentre la fuerza requerida para jalar uno de los portaobjetos con una rapidez constante de 0.30 m/s en relación con el otro portaobjetos.

65. Una tubería horizontal recta con un diámetro de 1.0 cm y una longitud de 50 m transporta petróleo con un coeficiente de viscosidad de 0.12 N · s/m^2. En la salida de la tubería el gasto es de 8.6×10^{-5} m^3/s y la presión es de 1.0 atm. Determine la presión *manométrica* a la entrada de la tubería.

66. BIO La arteria pulmonar, que conecta el corazón con los pulmones, tiene un radio interior de 2.6 mm y una longitud de 8.4 cm. Si la caída en la presión entre el corazón y los pulmones es de 400 Pa, ¿cuál es la rapidez promedio de la sangre en la arteria pulmonar?

67. Las partículas esféricas de una proteína con densidad de 1.8 g/cm^3 se agitan en una solución de agua a 20°C. Se permite que la solución repose durante 1.0 h. Si la profundidad del agua en el tubo es de 5.0 cm, encuentre el radio de las partículas más grandes que permanecen en la solución al transcurrir la hora.

68. BIO Una aguja hipodérmica tiene una longitud de 3.00 cm y un diámetro de 0.30 mm. ¿Qué diferencia de presión entre la entrada y la salida de la aguja se requiere de manera que el flujo másico de agua a través de ella sea de 1 g/s? (Use 1.0×10^{-3} Pa · s como la viscosidad del agua).

69. BIO ¿Cuál es el radio de una aguja que se debe usar para inyectar un volumen de 500 cm^3 de cierta solución en un paciente en 30 min? Suponga que la longitud de la aguja es de 2.5 cm y que la solución se eleva a 1.0 m por encima del punto de inyección. Además, suponga que la viscosidad y la densidad de la solución son como las del agua pura y que la presión dentro de la vena es la atmosférica.

70. De un extintor de incendios se expulsa agua por presión de aire, como se muestra en la figura P9.70. ¿Cuál es la presión manométrica en el tanque (mayor que la presión atmosférica) que se requiere para que el chorro de agua tenga una rapidez de 30.0 m/s cuando el nivel del agua en el tanque está a 0.500 m debajo de la boquilla?

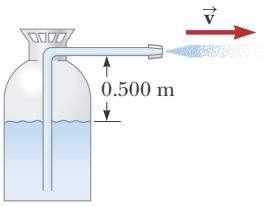


Figura P9.70

71. BIO La aorta en los seres humanos tiene un diámetro de unos 2.0 cm y en ciertos instantes la rapidez de la sangre a través de ella es de aproximadamente 55 cm/s. ¿El flujo sanguíneo es turbulento? La densidad de la sangre entera es de 1 050 kg/m^3 y su viscosidad es de 2.7×10^{-3} N · s/m^2.

72. Una tubería que transporta agua a 20°C tiene un diámetro de 2.5 cm. Estime la rapidez máxima del flujo si este debe ser laminar.

9.10 Fenómenos de transporte

73. BIO Se permite que una cantidad de sacarosa se difunda a lo largo de un tubo de 10 cm de longitud lleno

con agua. El tubo tiene un área transversal de 6.0 cm^2. El coeficiente de difusión es igual a 5.0×10^{-10} m^2/s y se transportan 8.0×10^{-14} kg a lo largo del tubo en 15 s. ¿Cuál es la diferencia en los niveles de concentración de sacarosa en los dos extremos del tubo?

74. BIO Una cantidad de glicerina en agua se difunde a lo largo de una columna horizontal que tiene un área transversal de 2.0 cm^2. El gradiente de concentración es de 3.0×10^{-2} kg/m^4 y se determina que la velocidad de difusión es de 5.7×10^{-15} kg/s. Determine el coeficiente de difusión.

75. Se mide que la fuerza viscosa sobre una gota de aceite es igual a 3.0×10^{-13} N cuando la gota cae por el aire con una rapidez de 4.5×10^{-4} m/s. Si el radio de la gota es de 2.5×10^{-6} m, ¿cuál es la viscosidad del aire?

76. Unas esferas pequeñas con un diámetro de 1.00 mm caen a través de agua a 20°C con una rapidez terminal de 1.10 cm/s. Calcule la densidad de las esferas.

Problemas adicionales

77. Un bloque de hierro con un volumen de 0.20 m^3 está suspendido de una báscula de resorte y sumergido en un frasco con agua. Luego se saca el bloque y se reemplaza con uno de aluminio con el mismo volumen. a) ¿En cuál caso es mayor la fuerza de flotación? ¿Para el bloque de hierro o para el de aluminio? b) ¿En cuál caso se lee en la báscula de resorte el valor mayor? c) Use las densidades conocidas de estos materiales para calcular las cantidades pedidas en los incisos a) y b). ¿Son consistentes sus cálculos con sus respuestas anteriores para los incisos a) y b)?

78. S El peso verdadero de un objeto se puede medir en un vacío, donde no existen fuerzas de flotación. Por otro lado, una medición en el aire es alterada por las fuerzas de flotación. Un objeto de volumen V se pesa en el aire en una balanza con brazos iguales usando contrapesos con una densidad ρ. Representando la densidad del aire como ρ_{aire} y la lectura en la balanza como F_g', demuestre que el peso verdadero F_g es

$$F_g = F_g' + \left(V - \frac{F_g'}{\rho g}\right)\rho_{\text{aire}}\, g$$

79. Como primera aproximación, los continentes de la Tierra se pueden considerar como bloques de granito que flotan en una roca más densa (denominada peridotita) de la misma manera que el hielo flota en agua. a) Demuestre que una fórmula para describir este fenómeno es

$$\rho_g t = \rho_p d$$

donde ρ_g es la densidad del granito (2.8×10^3 kg/m^3), ρ_p es la densidad de la peridotita (3.3×10^3 kg/m^3), t es el espesor de un continente y d es la profundidad a la cual flota un continente en la peridotita. b) Si un continente se hunde 5.0 km en la capa de peridotita (esta superficie se puede considerar como el piso del océano), ¿cuál es el espesor del continente?

80. BIO Tome la densidad de la sangre como ρ y la distancia entre los pies y el corazón como h_H. Ignore el flujo sanguíneo. a) Demuestre que la diferencia de presión sanguínea entre los pies y el corazón está dada por $P_F - P_H = \rho g h_H$. b) Tome la densidad de la sangre como 1.05 $\times 10^3$ kg/m^3 y la distancia entre el corazón y los pies como 1.20 m. Encuentre la diferencia en la presión sanguínea entre estos dos puntos. Este problema indica que bombear sangre desde las extremidades es muy difícil para el corazón. Las venas en las piernas tienen válvulas que se abren cuando se bombea sangre hacia el corazón y se cierran cuando fluye desde el corazón. Además, la acción de bombeo producida por las actividades físicas como caminar y respirar ayuda al corazón.

81. BIO El diámetro aproximado de la aorta es de 0.50 cm; el de un vaso capilar es de 10 μm. La rapidez promedio aproximada del flujo sanguíneo es de 1.0 m/s en la aorta y de 1.0 cm/s en los vasos capilares. Si toda la sangre en la aorta al final fluye por los vasos capilares, estime el número de vasos capilares en el sistema circulatorio.

82. Superman intenta tomar agua con un popote vertical muy largo, como en la figura P9.82. Con su gran fuerza logra una succión máxima posible. Las paredes del popote no colapsan. a) Obtenga la altura máxima a la cual puede succionar el agua. b) Aun sediento, el "Hombre de acero" repite su intento en la Luna, donde no hay atmósfera. Determine la diferencia en los niveles del agua dentro y fuera del popote.

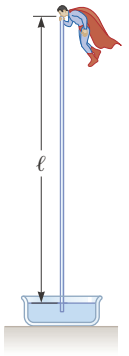


Figura P9.82

83. BIO El cerebro humano y la médula espinal están sumergidos en el fluido cerebroespinal. El fluido normalmente es continuo entre las cavidades craneal y espinal, y ejerce una presión de 100 a 200 mm de H_2O mayor que la presión atmosférica prevaleciente. En la práctica del cuidado de la salud, las presiones a menudo se miden en unidades de mm de H_2O debido a que por lo general los fluidos, incluyendo el cerebroespinal, tienen casi la misma densidad que el agua. La presión en el fluido cerebroespinal se puede medir con una *toma espinal*. Un tubo hueco se inserta en la columna espinal y se observa la altura a la cual sube el fluido, como se muestra en la figura P9.83. Si el fluido sube a una altura de 160 mm, se registra su presión manométrica como 160 mm H_2O. a) Exprese esta presión en pascales, en atmósferas y en milímetros de mercurio. b) En ocasiones es necesario determinar si la víctima de un accidente ha sufrido la fractura de una vértebra que bloquea el flujo de fluido cerebroespinal en la columna vertebral. En otros casos, un médico puede sospechar que un tumor u otro crecimiento de tejido bloquean la columna vertebral e inhiben el flujo del fluido cerebroespinal. Esas condiciones se pueden investigar con la *prueba Queckensted*. En este procedimiento se comprimen las venas en el cuello del paciente para hacer que la presión sanguínea suba en el cerebro. El aumento de presión en los vasos sanguíneos se transmite al fluido cerebroespinal. ¿Cuál debe ser el efecto normal sobre la

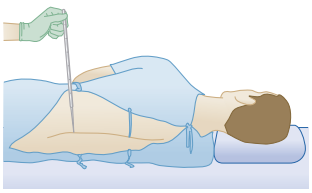


Figura P9.83

altura del fluido en la toma espinal? c) Suponga que la compresión de las venas no tuviera efecto sobre el nivel del fluido. ¿Qué podría explicar este fenómeno?

84. BIO S Un *hidrómetro* es un instrumento que se utiliza para determinar la densidad de líquidos. El esquema de uno simple se muestra en la figura P9.84. El bulbo de una jeringa se aprieta y se libera para succionar una muestra del líquido de interés hacia un tubo que contiene una varilla calibrada de densidad conocida (suponga que la varilla es cilíndrica). La varilla, de longitud L y densidad ρ_0, flota parcialmente sumergida en el líquido de densidad ρ. Una longitud h de la varilla sobresale de la superficie del líquido. Demuestre que la densidad del líquido está dada por

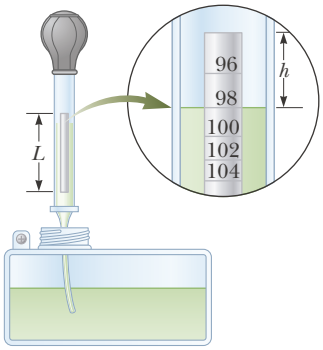


Figura P9.84

$$\rho = \frac{\rho_0 L}{L - h}$$

85. En la figura P9.85 se muestra un tanque de agua con una válvula. Si se abre la válvula, ¿cuál es la altura máxima alcanzada por la corriente de agua que sale por el lado derecho del tanque? Suponga que $h = 10.0$ m, $L = 2.00$ m y $\theta = 30.0°$ y que el área transversal en A es muy grande en comparación con la de B.

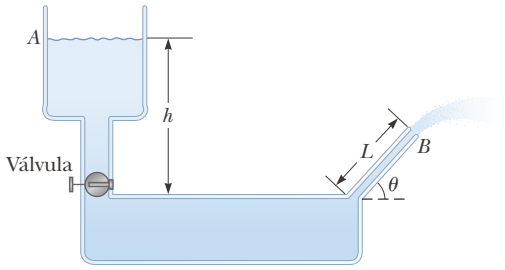


Figura P9.85

86. Un globo lleno con helio, cuya envolvente tiene una masa de 0.25 kg, está atado a una cuerda de 2.0 m de longitud y de 0.050 kg. El globo es esférico con un radio de 0.40 m. Cuando se libera, levanta una longitud h de la cuerda y luego permanece en equilibrio, como en la figura P9.86. Determine el valor de h. *Sugerencia:* solo la parte de la cuerda arriba del piso contribuye a la carga que soporta el globo.

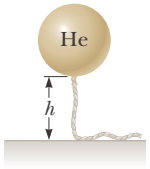


Figura P9.86

87. Un resorte ligero con constante $k = 90.0$ N/m está conectado verticalmente a una mesa (figura P9.87a). Un globo de 2.00 g se llena con helio (densidad = 0.179 kg/m^3) hasta un volumen de 5.00 m^3 y luego se conecta al resorte, lo que ocasiona que este se estire, como se muestra en la figura P9.87b. Determine la distancia que se extiende L cuando el globo está en equilibrio.

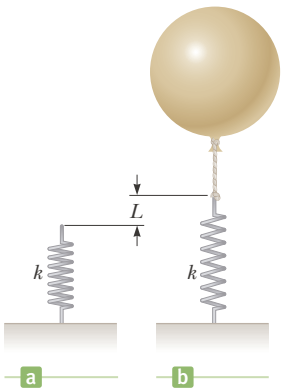


Figura P9.87

88. Un tubo en U abierto en sus dos extremos está parcialmente lleno con agua (figura P9.88a). Luego se vacía aceite ($\rho = 750$ kg/m^3) en el brazo derecho y se forma una columna $L = 5.00$ cm de altura (figura P9.88b). a) Determine la diferencia h en la altura de las dos superficies líquidas. b) Luego el brazo derecho se cubre contra cualquier movimiento del aire mientras se sopla aire a través de la parte superior del brazo izquierdo hasta que las superficies de los dos líquidos están a la misma altura (figura P9.89c). Determine la rapidez del aire que se sopla a través del brazo izquierdo. Suponga que la densidad del aire es de 1.29 kg/m^3.

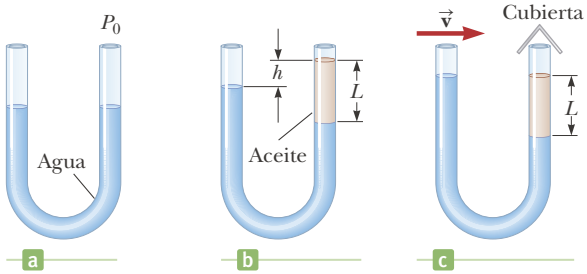


Figura P9.88

89. S Aproximadamente en 1657, Otto von Guericke, inventor de la bomba de aire, evacuó una esfera hecha de dos hemisferios de bronce (figura P9.89). Dos equipos de ochos caballos cada uno pudieron separar los hemisferios solo en algunos intentos y luego "con gran dificultad," al separar los hemisferios se escuchó un sonido que se comparó con el disparo de un cañón. Determine la fuerza F requerida para separar los hemisferios de pared delgada, evacuados, en términos de R, el radio de los hemisferios, P la presión dentro de los hemisferios y P_0 la presión atmosférica.

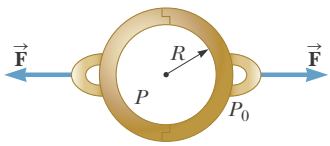


Figura P9.89

90. Petróleo con una densidad de 930 kg/m^3 flota sobre el agua. Un bloque rectangular de madera de 4.00 cm de altura y con una densidad de 960 kg/m^3 flota parcialmente en el petróleo y parcialmente en el agua. El petróleo cubre por completo al bloque. ¿A qué distancia debajo de la interfaz entre los dos líquidos está la parte inferior del bloque?

91. Un tanque de agua abierto a la atmósfera en su parte superior tiene dos agujeros pequeños en su costado, uno sobre el otro. Los agujeros están a 5.00 cm y 12.0 cm encima del piso. ¿Cuál es el nivel del agua en el tanque si los dos chorros de agua caen sobre el piso en el mismo lugar?

Las tuberías que transportan líquidos con frecuencia tienen bucles de expansión y contracción debidos a los cambios de temperatura. Sin los bucles las tuberías podrían doblarse y explotar.

© Lowell Georgia/Encyclopedia/CORBIS

10 Física térmica

10.1 Temperatura y la ley cero de la termodinámica

10.2 Termómetros y escalas de temperatura

10.3 Dilatación térmica de sólidos y líquidos

10.4 Descripción macroscópica de un gas ideal

10.5 Teoría cinética de los gases

¿Cómo puede el agua atrapada hacer volar la cima de un volcán en una gran explosión? ¿Qué ocasiona que una acera o un camino se agrieten y deformen de manera espontánea con los cambios de temperatura? ¿Cómo se puede aprovechar la energía térmica para realizar un trabajo, haciendo funcionar los motores y las máquinas que hacen posible casi todo en la vida moderna?

La respuesta a estas y a otras preguntas relacionadas es el dominio de la **física térmica**, que es el estudio de la temperatura y el calor y cómo afectan a la materia. Las descripciones cuantitativas de los fenómenos térmicos requieren definiciones cuidadosas de los conceptos de temperatura, calor y energía interna. El calor conduce a cambios en la energía interna y de aquí a los cambios en la temperatura, lo que ocasiona la dilatación o contracción de la materia. Esos cambios pueden dañar caminos y edificios, generar fracturas por esfuerzos en metales y hacer que los materiales flexibles se vuelvan rígidos y frágiles, esto último resulta en juntas tóricas comprometidas como en el desastre del transbordador espacial *Challenger.* Los cambios en la energía interna también se pueden aprovechar en el transporte, la construcción y la conservación de alimentos.

Los gases son esenciales en el aprovechamiento de la energía térmica para realizar trabajo. En los intervalos de temperatura normales, un gas se comporta como un gran conjunto de partículas puntuales que no interactúan, denominado gas ideal. Esos gases se pueden estudiar en una escala macroscópica o microscópica. En la escala macroscópica, la presión, el volumen, la temperatura y una variedad de partículas asociadas se pueden relacionar en una sola ecuación conocida como ley de los gases ideales. En la escala microscópica, un modelo llamado teoría cinética de los gases representa los componentes de un gas como partículas pequeñas. Ese modelo nos permitirá comprender cómo los procesos en la escala atómica afectan las propiedades macroscópicas como la presión, la temperatura y la energía interna.

10.1 Temperatura y la ley cero de la termodinámica

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir contacto térmico, equilibrio térmico y calor.
2. Enunciar la ley cero de la termodinámica y explicar cómo permite una definición de temperatura.

Por lo general la temperatura se asocia con qué tan caliente o frío se siente un objeto al tacto. Aunque nuestros sentidos nos proporcionan indicaciones cualitativas de la temperatura, no son confiables y a menudo son engañosas. Por ejemplo, una charola metálica con cubos de hielo se siente más fría que un paquete de vegetales congelados a la misma temperatura, debido a que los metales conducen la energía térmica más rápido que un paquete de cartón. Lo que se necesita es un método confiable y reproducible para hacer mediciones cuantitativas que establezcan el "calor" o el "frío" relativos de objetos, un método relacionado solamente con la temperatura. Los científicos han desarrollado una variedad de termómetros para hacer esas mediciones.

Cuando se colocan en contacto uno con otro, dos objetos con temperaturas iniciales diferentes con el tiempo alcanzan una temperatura intermedia común. Por ejemplo, si una taza con café se enfría con un cubo de hielo, este aumenta su temperatura y al final se derrite mientras la temperatura del café disminuye.

La comprensión del concepto de temperatura requiere que se entiendan el *contacto térmico* y el *equilibrio térmico*. Dos objetos están en **contacto térmico** si pueden intercambiar energía entre ellos. Dos objetos están en **equilibrio térmico** si se encuentran en contacto térmico y no hay un intercambio neto de energía entre ellos.

El intercambio de energía entre dos objetos debido a las diferencias en sus temperaturas se denomina **calor**, un concepto que se analiza con mayor detalle en el capítulo 11.

Con esas ideas se puede estructurar una definición formal de temperatura. Considere dos objetos A y B que no están en contacto térmico uno con el otro y un tercer objeto C que actúa como un **termómetro**, un dispositivo calibrado para medir la temperatura de un objeto. Se quiere determinar si A y B estarían en equilibrio térmico si se pusieran en contacto. El termómetro (objeto C) se coloca primero en contacto con A hasta que se alcanza el equilibrio térmico, como en la figura 10.1a, luego se registra la lectura en el termómetro. Después el termómetro se coloca en contacto térmico con B y de nuevo se registra su lectura cuando se establece el equilibrio (figura 10.1b). Si las dos lecturas son iguales, entonces A y B están en equilibrio térmico. Si A y B se colocan en contacto térmico, como en la figura 10.1c, no hay una transferencia neta de energía entre ellos.

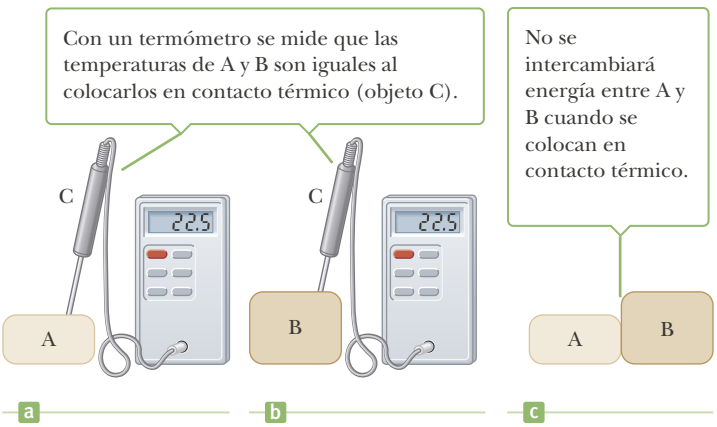


Figura 10.1 Ley cero de la termodinámica.

Estos resultados se pueden resumir en un enunciado conocido como **ley cero de la termodinámica** (**ley del equilibrio**):

Ley cero de la termodinámica ▶

> Si por separado los objetos A y B están en equilibrio térmico con un tercer objeto C, entonces A y B están en equilibrio térmico entre sí.

Este enunciado es importante ya que hace posible definir la **temperatura**. Es posible considerar a la temperatura como la propiedad que determina si un objeto está o no en equilibrio térmico con otros objetos. **Dos objetos en equilibrio térmico tienen la misma temperatura**.

Cuestionario rápido

10.1 Dos objetos con tamaño, masa y temperaturas diferentes se colocan en contacto térmico. Elija la mejor respuesta: la energía viaja a) del objeto más grande al más pequeño; b) del objeto con más masa al de menos masa; c) del objeto con temperatura mayor al objeto con menor temperatura.

10.2 Termómetros y escalas de temperatura

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir los principios de operación de los termómetros comunes.
2. Explicar el origen de la escala de temperatura absoluta.
3. Convertir las temperaturas de una escala de temperatura a cualquier otra escala de temperatura.

Los termómetros son dispositivos que se usan para medir la temperatura de un objeto o de un sistema. Cuando un termómetro está en contacto térmico con un sistema, se intercambia energía hasta que el termómetro y el sistema están en equilibrio térmico. Para obtener lecturas precisas, el termómetro debe ser mucho más pequeño que el sistema, de manera que la energía que gana o pierde no altera de manera significativa el contenido de energía del sistema. Todos los termómetros se basan en una propiedad física que cambia con la temperatura y se pueden calibrar para medirla. Algunas de las propiedades físicas que se usan aquí son 1) el volumen de un líquido, 2) la longitud de un sólido, 3) la presión de un gas que se mantiene a volumen constante, 4) el volumen de un gas que se mantiene a presión constante, 5) la resistencia eléctrica de un conductor y 6) el color de un objeto muy caliente.

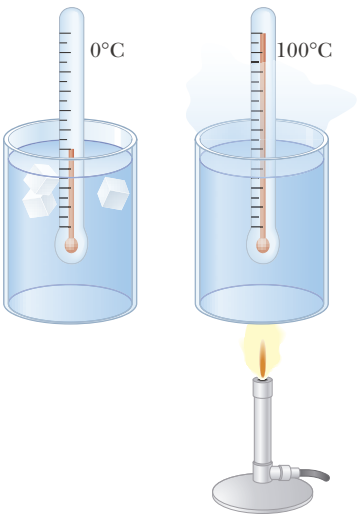


Figura 10.2 Diagrama esquemático de un termómetro de mercurio. Debido a la dilatación térmica, el nivel de mercurio sube cuando la temperatura del mercurio cambia de 0°C (el punto de congelación) a 100°C (el punto de ebullición).

Un termómetro común de uso cotidiano consiste en una masa de líquido, por lo regular, mercurio o alcohol, que se dilata en un tubo capilar de vidrio cuando su temperatura sube (figura 10.2). En este caso la propiedad física que cambia es el volumen de un líquido. Para que sirva como un termómetro eficaz, la variación en el volumen del líquido con un cambio en la temperatura debe ser casi constante sobre los rangos de temperatura de interés. Cuando el área transversal del tubo capilar también es constante, el cambio en el volumen del líquido varía de manera lineal con su longitud a lo largo del tubo. Entonces se puede definir una temperatura en términos de la longitud de la columna de líquido. Es posible calibrar el termómetro al ponerlo en contacto térmico con ambientes que permanezcan a temperatura constante. Uno de esos ambientes es una mezcla de agua y hielo en equilibrio térmico a presión atmosférica. Otro sistema de uso común es una mezcla de vapor en equilibrio térmico a presión atmosférica.

Una vez que se han marcado los extremos de la columna de líquido para el ambiente elegido en nuestro termómetro, es necesario definir una escala de números asociada con varias temperaturas. Un ejemplo es la **escala de temperatura Celsius**, que antes se denominaba escala centígrada. En la escala Celsius, se establece la temperatura de la mezcla de hielo y agua como cero grados Celsius, se escribe 0°C y se denomina **punto de fusión** o **de congelación** del agua. La temperatura de la mezcla de agua y vapor se

define como 100°C y se denomina **punto de evaporación** o **de ebullición** del agua. Una vez que los extremos de la columna de líquido en el termómetro se han marcado en estos dos puntos, la distancia entre las marcas se divide en 100 segmentos iguales y cada uno corresponde a un cambio de temperatura de un grado Celsius.

Los termómetros que se calibran de esta manera presentan problemas cuando se necesitan lecturas en extremo precisas. Por ejemplo, un termómetro de alcohol calibrado en los puntos de congelación y de ebullición podrían concordar con un termómetro de mercurio solo en los puntos de calibración. Debido a que el mercurio y el alcohol tienen diferentes propiedades de dilatación térmica, cuando en uno se indica una temperatura de, digamos, 50°C, el otro puede indicar una ligeramente distinta. Las discrepancias entre los tipos de termómetros son especialmente grandes cuando las temperaturas que deben medirse se encuentran muy lejos de los puntos de calibración.

El termómetro de gas a volumen constante y la escala Kelvin

Es posible construir termómetros prácticos como el de mercurio, pero estos no definen la temperatura de una manera fundamental. Sin embargo, un termómetro que *es* más básico y que ofrece una manera para definir la temperatura y relacionarla directamente con la energía interna es el **termómetro de gas**. En un termómetro de gas, las lecturas de la temperatura son casi independientes de la sustancia usada en el termómetro. Un tipo de termómetro de gas es la unidad a volumen constante que se muestra en la figura 10.3. El comportamiento observado en este dispositivo es la variación de la presión con la temperatura de un volumen de gas fijo. Cuando se desarrolló el termómetro de gas a volumen constante, se calibró usando los puntos de congelación y de ebullición como sigue (ahora se usa un procedimiento de calibración diferente, que se analizará en breve): el matraz con gas se inserta en un baño de hielo y agua, y el depósito de mercurio B se sube o se baja hasta que el volumen del gas confinado está en algún valor, lo que se indica con el punto cero en la escala. La altura h, que es la diferencia entre los niveles en el depósito y la columna A, indica la presión en el matraz a 0°C. El matraz se inserta en el agua en el punto de vapor y el depósito B se reajusta hasta que la altura en la columna A de nuevo se lleva a cero en la escala, lo que asegura que el volumen del gas sea el mismo que tenía en el baño de hielo (de aquí el nombre "a volumen constante"). Una medida del nuevo valor para h proporciona un valor para la presión a 100°C. Luego estos valores de presión y temperatura se trazan en una gráfica, como en la figura 10.4. La recta que une los dos puntos sirve como curva de calibración para medir temperaturas desconocidas. Si se quiere medir la temperatura de una sustancia, se coloca el matraz en contacto térmico con la sustancia y se ajusta la columna de mercurio hasta que el nivel de la columna A regrese a cero. La altura de la columna de mercurio indica la presión del gas y entonces será posible encontrar la temperatura de la sustancia a partir de la curva de calibración.

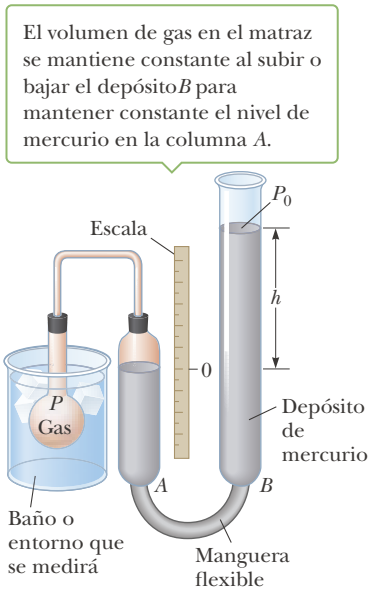


Figura 10.3 El termómetro de gas a volumen constante mide la presión del gas contenido en el matraz sumergido en el baño.

Ahora suponga que las temperaturas se miden con varios termómetros de gas que contienen diferentes gases. Con experimentos se ha demostrado que las lecturas en los termómetros son casi independientes del tipo de gas que se utiliza, siempre que la presión del gas sea baja y que la temperatura esté muy por arriba del punto en el cual el gas se licúa.

También es posible hacer las mediciones de temperatura con el gas en el matraz a presiones de inicio diferentes de 0°C. Siempre que la temperatura sea baja se generarán curvas de calibración en línea recta para cada presión de inicio, como se muestra para tres pruebas experimentales (líneas continuas) en la figura 10.5 (página 340).

Si las líneas en la figura 10.5 se extienden de regreso hacia las temperaturas negativas, se encuentra un resultado sorprendente: en cada caso, sin importar el tipo de gas o el valor de la presión de inicio baja, **la presión se extrapola a cero cuando la temperatura es de −273.15°C**. Este hecho sugiere que esta temperatura particular es de importancia universal, debido a que no depende de la sustancia que se utilice en el termómetro. Además, dado que la presión más baja posible es $P = 0$, que representa un vacío perfecto, la temperatura de −273.15°C debe representar un límite inferior para los procesos físicos. Esta temperatura se define como el **cero absoluto**.

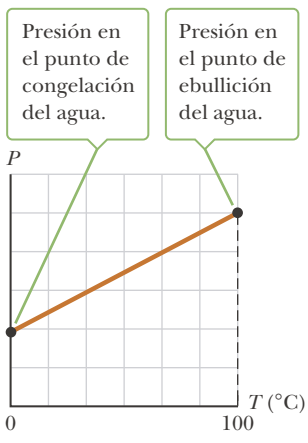


Figura 10.4 Gráfica común de la presión en función de la temperatura tomada con un termómetro de gas a volumen constante.

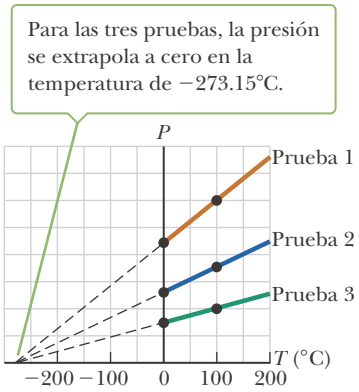


Figura 10.5 Presión en función de la temperatura para pruebas experimentales en las que los gases tienen presiones diferentes en un termómetro de gas a volumen constante.

El cero absoluto se usa como la base de la **escala de temperatura Kelvin**, en la cual se establecen −273.15°C como su punto cero (0 K). El tamaño de un "grado" en la escala Kelvin se elige idéntico al tamaño de un grado en la escala Celsius. La relación entre estas dos escalas de temperatura es

$$T_C = T - 273.15 \qquad [10.1]$$

donde T_C es la temperatura Celsius y T es la temperatura Kelvin (en ocasiones se denomina **temperatura absoluta**).

Técnicamente, la ecuación 10.1 debería tener unidades en el lado derecho de modo que se lea $T_C = T\,°\text{C/K} - 273.15°\text{C}$. En este contexto las unidades son un tanto incómodas, por lo que es común que se supriman en los cálculos, excepto en la respuesta final (este también será el caso cuando se analicen las escalas Celsius y Fahrenheit).

En los primeros termómetros de gas se utilizaron los puntos de congelación y de vapor de acuerdo con el procedimiento antes descrito. Sin embargo, estos puntos son en extremo difíciles de duplicar de manera experimental, debido a que son sensibles a la presión. En consecuencia, en 1954 el Comité Internacional de Pesos y Medidas adoptó un procedimiento basado en dos puntos nuevos. El primer punto es el cero absoluto. El segundo es **el punto triple del agua, que es la temperatura y la presión únicas en las cuales el agua, el vapor de agua y el hielo pueden coexistir en equilibrio**. Este punto es una temperatura de referencia conveniente y reproducible para la escala; se presenta a una temperatura de 0.01°C y a una presión de 4.58 mm de mercurio. La temperatura en el punto triple del agua en la escala Kelvin se tiene a 273.16 K. Por lo tanto, **la unidad SI de la temperatura, el kelvin, se define como 1/273.16 de la temperatura del punto triple del agua**. En la figura 10.6 se muestran las temperaturas Kelvin para varios procesos físicos y estructuras. El cero absoluto se ha aproximado, pero nunca se ha conseguido.

¿Qué le pasaría a una sustancia si su temperatura llegara a 0 K? Como se indica en la figura 10.5, la sustancia ejercería una presión cero sobre las paredes de su recipiente (suponiendo que el gas no se licua o solidifica en el proceso de llegar al cero absoluto). En la sección 10.5 se muestra que la presión de un gas es proporcional a la energía cinética de sus moléculas. Por lo tanto, de acuerdo con la física clásica, la energía cinética del gas tendería a cero y no habría ningún movimiento de los componentes individuales del gas. Sin embargo, de acuerdo con la teoría cuántica, el gas siempre retendría cierta energía residual, denominada *energía del punto cero*, en esa baja temperatura.

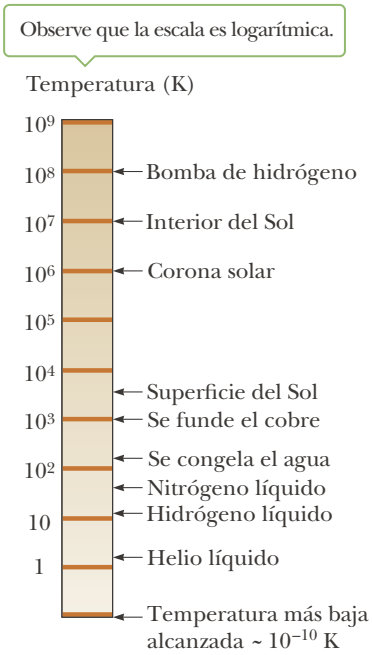


Figura 10.6 Temperaturas absolutas en las que ocurren varios procesos físicos.

Escalas de temperatura Celsius, Kelvin y Fahrenheit

La ecuación 10.1 muestra que la temperatura Celsius T_C se desplaza de la temperatura absoluta (Kelvin) T por 273.15. Dado que el tamaño de un grado Celsius es el mismo que el de un Kelvin, una diferencia de temperatura de 5°C es igual a una diferencia de temperatura de 5 K. Las dos escalas varían solo en la elección del punto cero. El punto de congelación (273.15 K) corresponde a 0.00°C y el punto de ebullición (373.15 K) es equivalente a 100.00°C.

En Estados Unidos la escala de temperatura que se utiliza de manera más común es la escala Fahrenheit. En ella la temperatura del punto de congelación se establece en 32°F y la del punto de ebullición en 212°F. La relación entre las escalas de temperatura Celsius y Fahrenheit es

$$T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32 \qquad [10.2a]$$

Por ejemplo, una temperatura de 50.0°F corresponde a una temperatura Celsius de 10.0°C y a una temperatura absoluta de 283 K.

La ecuación 10.2a puede invertirse para proporcionar temperaturas Celsius en términos de temperaturas Fahrenheit:

$$T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32) \qquad [10.2b]$$

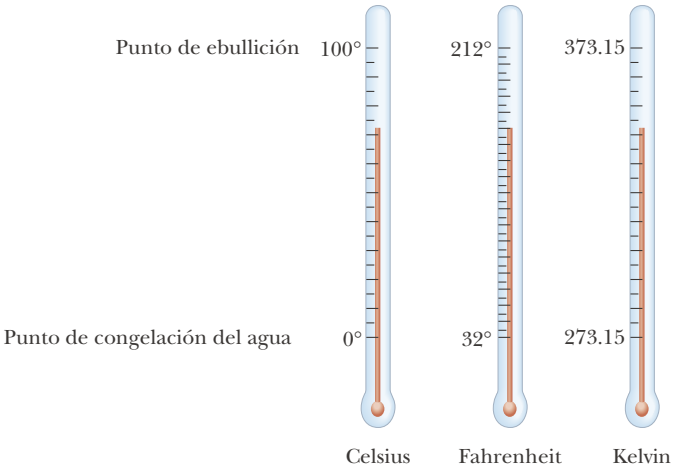


Figura 10.7 Comparación de las escalas de temperatura Celsius, Fahrenheit y Kelvin.

La ecuación 10.2 también se puede uar para determinar una relación entre los cambios de temperatura en las escalas Celsius y Fahrenheit. En un problema al final del capítulo se pide demostrar que, si la temperatura Celsius cambia en ΔT_C, entonces la temperatura Fahrenheit cambia en una cantidad

$$\Delta T_F = \tfrac{9}{5}\Delta T_C \qquad [10.3]$$

En la figura 10.7 se comparan las escalas Celsius, Fahrenheit y Kelvin. Existen otras escalas de temperatura, aunque se uan menos, como la escala Rankine, que tiene grados Fahrenheit y un punto cero en el cero absoluto.

EJEMPLO 10.1 Temperatura de la piel BIO

OBJETIVO Aplicar las fórmulas de conversión de temperaturas.

PROBLEMA El gradiente de temperatura entre la piel y el aire se regula por medio del flujo sanguíneo cutáneo (piel). Si los vasos capilares sanguíneos cutáneos se estrechan, la temperatura de la piel y la del entorno serán casi iguales. Cuando los vasos capilares se dilatan, se lleva más sangre a la superficie. Suponga que durante la dilatación la piel se calienta de 72.0°F a 84.0°F. **a)** Convierta estas temperaturas a Celsius y encuentre la diferencia. **b)** Convierta las temperaturas a Kelvin, y determine de nuevo la diferencia.

ESTRATEGIA Esto solo es cuestión de aplicar las fórmulas de conversión, ecuaciones 10.1 y 10.2. Para el inciso b) es más fácil usar las respuestas para Celsius en lugar de desarrollar otro conjunto de ecuaciones de conversión.

SOLUCIÓN

a) Convierta las temperaturas de Fahrenheit a Celsius y encuentre la diferencia.

Convierta la temperatura menor, usando la ecuación 10.2b: $T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32.0) = \frac{5}{9}(72.0 - 32.0) = 22.2°\text{C}$

Convierta la temperatura mayor: $T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32.0) = \frac{5}{9}(84.0 - 32.0) = 28.9°\text{C}$

Encuentre la diferencia de las dos temperaturas: $\Delta T_C = 28.9°\text{C} - 22.2°\text{C} = 6.7°\text{C}$

b) Convierta las temperaturas de Fahrenheit a Kelvin y encuentre su diferencia.

Convierta la temperatura menor, usando las respuestas para Celsius que se encontraron en el inciso a): $T_C = T - 273.15 \rightarrow T = T_C + 273.15$

$T = 22.2 + 273.15 = 295.4\ \text{K}$

(*Continúa*)

Convierta la temperatura mayor: $T = 28.9 + 273.15 = \boxed{302.1\ \text{K}}$

Encuentre la diferencia de las dos temperaturas: $\Delta T = 302.1\ \text{K} - 295.4\ \text{K} = \boxed{6.7\ \text{K}}$

COMENTARIOS El cambio de temperatura en Kelvin y Celsius es el mismo, como debe ser.

PREGUNTA 10.1 ¿Cuál representa un cambio de temperatura mayor, un grado Celsius o un grado Fahrenheit?

EJERCICIO 10.1 La temperatura corporal central puede aumentar de 98.6°F a 107°F durante un ejercicio extenuante, como un maratón. Esa temperatura elevada también puede deberse a infecciones virales o bacterianas o tumores y son peligrosas si duran mucho. a) Convierta las temperaturas dadas a Celsius y encuentre la diferencia. b) Convierta las temperaturas a Kelvin y de nuevo encuentre la diferencia.

RESPUESTAS a) 37.0°C, 41.7°C, 4.7°C; b) 310.2 K, 314.9 K, 4.7 K

EJEMPLO 10.2 Escala de temperatura extraterrestre

OBJETIVO Comprender cómo relacionar diferentes escalas de temperatura.

PROBLEMA Un científico extraterrestre inventa una escala de temperatura en la que el agua se congela a −75°E y hierve a 325°E, donde se establece E para una escala extraterrestre. Encuentre una ecuación que relacione la temperatura en °E con la temperatura en °C.

ESTRATEGIA Con los datos que se han proporcionado, encuentre la razón del número de °E entre las dos temperaturas con el número de °C. Esta razón será la misma que la razón para cualquier otro proceso semejante (digamos, el punto de congelación a una temperatura desconocida) que corresponde a T_E y T_C. Igualando estas dos razones y despejando T_E en términos de T_C se obtiene la relación deseada. Para mayor claridad, las reglas de las cifras significativas no se aplican aquí.

SOLUCIÓN

Encuentre el cambio de temperatura en °E entre los puntos de congelación y ebullición del agua: $\Delta T_E = 325°\text{E} - (-75°\text{E}) = 400°\text{E}$

Encuentre el cambio de temperatura en °C entre los puntos de congelación y ebullición del agua: $\Delta T_C = 100°\text{C} - 0°\text{C} = 100°\text{C}$

Forme la razón de estas dos cantidades. $$\frac{\Delta T_E}{\Delta T_C} = \frac{400°\text{E}}{100°\text{C}} = 4\,\frac{°\text{E}}{°\text{C}}$$

Esta razón es la misma entre cualquier par de temperaturas, digamos, del punto de congelación a una temperatura final desconocida. Iguale las dos razones: $$\frac{\Delta T_E}{\Delta T_C} = \frac{T_E - (-75°\text{E})}{T_C - 0°\text{C}} = 4\,\frac{°\text{E}}{°\text{C}}$$

Despeje T_E: $$T_E - (-75°\text{E}) = 4(°\text{E}/°\text{C})(T_C - 0°\text{C})$$
$$T_E = \boxed{4T_C - 75}$$

COMENTARIOS La relación entre cualesquiera dos escalas de temperatura se puede deducir de la misma manera.

PREGUNTA 10.2 ¿Cierto o falso? La determinación de la relación entre dos escalas de temperatura conociendo los puntos de congelación y ebullición del agua en cada sistema es equivalente a encontrar la ecuación de una recta.

EJERCICIO 10.2 Encuentre la ecuación de conversión de °F a °E.

RESPUESTA $T_E = \frac{20}{9}T_F - 146$

10.3 Dilatación térmica de sólidos y líquidos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Explicar el origen físico de la dilatación térmica.
2. Aplicar las ecuaciones de la dilatación térmica a los sistemas físicos.

En nuestro análisis del termómetro líquido se usó uno de los cambios mejor conocidos que ocurren en la mayoría de las sustancias: a medida que aumenta la temperatura de la sustancia, su volumen también aumenta. Este fenómeno, conocido como **dilatación térmica**, tiene una función importante en muchas aplicaciones. Por ejemplo, es preciso incluir juntas de dilatación térmica en edificios, carreteras de concreto y puentes para compensar los cambios que se presentan en sus dimensiones debido a las variaciones en la temperatura (figura 10.8).

La dilatación térmica global de un objeto es consecuencia del cambio en la separación promedio entre sus átomos o moléculas constituyentes. Para comprender esta idea, considere cómo se comportan los átomos en una sustancia sólida. Estos átomos se ubican en posiciones de equilibrio fijas; si un átomo se separa de su posición, una fuerza de restauración lo devuelve. Es posible imaginar que los átomos son partículas conectadas por medio de resortes a sus átomos circundantes (consulte la figura 9.1 en el capítulo anterior). Si un átomo se separa de su posición de equilibrio, la distorsión de los resortes proporciona una fuerza de restauración.

A temperaturas ordinarias, los átomos vibran en torno a su posición de equilibrio con una amplitud (distancia máxima desde el centro de vibración) de unos 10^{-11} m, con un espaciamiento promedio entre los átomos de aproximadamente 10^{-10} m. Conforme la temperatura del sólido aumenta, los átomos vibran con una amplitud mayor y la separación promedio entre ellos se incrementa. En consecuencia, el sólido como un todo se dilata.

Si la dilatación térmica de un objeto es suficientemente pequeña comparada con las dimensiones de este, entonces el cambio en cualquier dimensión es, hasta una buena aproximación, proporcional a la primera potencia del cambio de temperatura. Suponga que el objeto tiene una longitud inicial L_0 a lo largo de una dirección a una temperatura T_0. Entonces, la longitud aumenta en ΔL para un cambio de temperatura ΔT. Por lo tanto, para los cambios pequeños de temperatura,

$$\Delta L = \alpha L_0 \, \Delta T \qquad [10.4]$$

o

$$L - L_0 = \alpha L_0 (T - T_0)$$

donde L es la longitud final del objeto, T es la temperatura final y la constante de proporcionalidad α se denomina **coeficiente de dilatación lineal** para un material dado y tiene unidades de $(°C)^{-1}$.

En la tabla 10.1 se listan los coeficientes de dilatación lineal para varios materiales. Observe que para estos materiales α es positiva, lo que indica un aumento de longitud con un aumento de temperatura.

La dilatación térmica afecta la elección de la cristalería que se usa en cocinas y laboratorios. Si se vacía un líquido caliente en un recipiente frío hecho de vidrio ordinario, es muy probable que este se rompa debido al esfuerzo térmico. La superficie interior del vidrio se calienta y se expande, en tanto que la superficie exterior está a temperatura ambiente y el vidrio ordinario quizá no soporte la diferencia de dilatación sin romperse. El vidrio Pyrex® tiene un coeficiente de dilatación lineal de aproximadamente un tercio del vidrio ordinario, por lo que los esfuerzos térmicos son más pequeños. Las tazas de medida para la cocina y los vasos de precipitadospara los laboratorios a menudo están hechos de Pyrex, por lo que pueden utilizarse con líquidos calientes.

Sin estas juntas para separar las secciones de la calzada de puentes, la superficie se doblaría debido a la dilatación térmica en días muy calientes o se fracturaría por causa de la contracción en días muy fríos.

© Cengage Learning/George Semple

a

La junta larga vertical se llena con un material suave que permite que el muro se dilate o se contraiga cuando la temperatura de los ladrillos cambia.

© Cengage Learning/George Semple

b

Figura 10.8 Juntas de dilatación térmica en a) puentes y b) muros.

APLICACIÓN

Vidrio Pyrex

Tabla 10.1 Coeficientes de dilatación promedio para algunos materiales cerca de la temperatura ambiente

Material	Coeficiente de dilatación lineal promedio $[(°C)^{-1}]$	Material	Coeficiente de dilatación volumétrica promedio $[(°C)^{-1}]$
Aluminio	24×10^{-6}	Acetona	1.5×10^{-4}
Latón y bronce	19×10^{-6}	Benceno	1.24×10^{-4}
Concreto	12×10^{-6}	Alcohol etílico	1.12×10^{-4}
Cobre	17×10^{-6}	Gasolina	9.6×10^{-4}
Vidrio (ordinario)	9×10^{-6}	Glicerina	4.85×10^{-4}
Vidrio (Pyrex®)	3.2×10^{-6}	Mercurio	1.82×10^{-4}
Invar (aleación de Ni-Fe)	0.9×10^{-6}	Trementina	9.0×10^{-4}
Plomo	29×10^{-6}	Aire[a] a 0°C	3.67×10^{-3}
Acero	11×10^{-6}	Helio	3.665×10^{-3}

[a]Los gases no tienen un valor específico para el coeficiente de dilatación volumétrica debido a que la cantidad de dilatación depende del tipo de proceso a través del cual se obtiene el gas. Para los valores que se presentan aquí se supone que el gas experimenta una dilatación a presión constante.

Sugerencia 10.1 Los coeficientes de dilatación no son constantes

Los coeficientes de dilatación pueden variar un poco con la temperatura, por esto los que se proporcionan en realidad son valores promedio.

EJEMPLO 10.3 Dilatación de una vía de ferrocarril

OBJETIVO Aplicar el concepto de dilatación lineal y relacionarlo con un esfuerzo.

PROBLEMA **a)** La vía de un ferrocarril tiene una longitud de 30.000 m cuando la temperatura es de 0°C. ¿Cuál es su longitud en un día cálido, cuando la temperatura es de 40.0°C? **b)** Suponga que la vía está clavada de manera que no se puede dilatar. ¿Qué esfuerzo resulta en la vía debido al cambio de temperatura?

AP/Wide World Photos

(Ejemplo 10.3) Dilatación térmica: el calor extremo de un día de julio en Asbury Park, Nueva Jersey, ocasionó la deformación de esta vía.

ESTRATEGIA **a)** Aplique la ecuación de la dilatación lineal, usando la tabla 10.1 y la ecuación 10.4. **b)** El hecho de que una vía no se pueda dilatar en ΔL debido a fuerzas externas es equivalente a comprimir la vía en ΔL, lo que genera un esfuerzo en ella. Al usar la ecuación que relaciona el esfuerzo de tracción con la deformación por tracción junto con la ecuación de dilatación lineal, la cantidad de esfuerzo (de compresión) puede calcularse con la ecuación 9.5.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la longitud de la vía a 40.0°C.

Sustituya las cantidades dadas en la ecuación 10.4, y encuentre el cambio de longitud:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T = [11 \times 10^{-6}(°C)^{-1}](30.000\ \text{m})(40.0°C)$$
$$= 0.013\ \text{m}$$

Sume el cambio a la longitud original para determinar la longitud final:

$$L = L_0 + \Delta L = \boxed{30.013\ \text{m}}$$

b) Calcule el esfuerzo si la vía no se puede dilatar.

Sustituya en la ecuación 9.5 para obtener el esfuerzo:

$$\frac{F}{A} = Y\frac{\Delta L}{L} = (2.00 \times 10^{11}\ \text{Pa})\left(\frac{0.013\ \text{m}}{30.0\ \text{m}}\right)$$
$$= \boxed{8.7 \times 10^{7}\ \text{Pa}}$$

COMENTARIOS El calentamiento y el enfriamiento repetido forman parte importante del proceso de intemperización que gradualmente desgasta las cosas, debilitando las estructuras con el paso del tiempo.

PREGUNTA 10.3 ¿Qué le sucede a la tensión en los alambres de un piano cuando la temperatura disminuye?

EJERCICIO 10.3 ¿Cuál es la longitud de la misma vía en un día frío de invierno cuando la temperatura es de 0°F?

RESPUESTA 29.994 m

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 10.1 Tiras bimetálicas y termostatos

¿Cómo se pueden usar los diferentes coeficientes de dilatación para los metales como indicadores de la temperatura y para controlar dispositivos electrónicos, como los acondicionadores de aire?

EXPLICACIÓN Cuando las temperaturas de una varilla de latón y de una varilla de acero cuya longitud es igual aumentan en la misma cantidad a partir de un valor inicial común, la varilla de latón se dilata más que la de acero debido a que el latón tiene un coeficiente de dilatación mayor que el acero. Una **tira bimetálica** es un dispositivo simple en el que se utiliza este principio. Estas tiras se pueden encontrar en los termostatos de ciertos sistemas de calefacción doméstica. La tira se hace uniendo firmemente dos metales. Cuando la temperatura de la tira aumenta, los dos metales se dilatan en cantidades distintas y la tira se curva, como en la figura 10.9. El cambio de forma puede hacer o romper una conexión eléctrica. ■

Figura 10.9 (Aplicación de la física 10.1) a) Una tira bimetálica se curva cuando la temperatura cambia, debido a que los metales tienen coeficientes de dilatación diferentes. b) Una tira bimetálica utilizada en un termostato para quitar o hacer contacto eléctrico. c) Interior de un termostato, donde se muestra la tira bimetálica enrollada. ¿Por qué supone que la tira está enrollada?

Puede ser útil imaginar una dilatación térmica como una magnificación o una ampliación fotográfica. Por ejemplo, cuando la temperatura de una arandela metálica aumenta (figura 10.10), todas las dimensiones, incluyendo el radio del agujero, aumentan de acuerdo con la ecuación 10.4.

Una aplicación práctica de la dilatación térmica es la técnica común de usar agua caliente para aflojar una tapa metálica atascada en un frasco de vidrio. Esto funciona debido a que la circunferencia de la tapa se dilata más que el borde del frasco.

Dado que las dimensiones lineales de un objeto cambian debido a las variaciones de temperatura, se deduce que el área superficial y el volumen del objeto también varían. Considere un material cuadrado que tiene una longitud inicial L_0 por lado y por lo tanto, un área inicial $A_0 = {L_0}^2$. Cuando la temperatura se eleva, la longitud de cada lado aumenta a

$$L = L_0 + \alpha L_0 \, \Delta T$$

La nueva área A es

$$A = L^2 = (L_0 + \alpha L_0 \, \Delta T)(L_0 + \alpha L_0 \, \Delta T) = {L_0}^2 + 2\alpha {L_0}^2 \, \Delta T + \alpha^2 {L_0}^2 (\Delta T)^2$$

El último término en esta expresión contiene la cantidad $\alpha \Delta T$ elevada a la segunda potencia. Como $\alpha \Delta T$ es mucho menor que uno, cuando se eleva al cuadrado se vuelve aún menor. En consecuencia, se puede ignorar este término para obtener una expresión más simple:

$$A = {L_0}^2 + 2\alpha {L_0}^2 \, \Delta T$$

$$A = A_0 + 2\alpha A_0 \, \Delta T$$

de manera que

$$\Delta A = A - A_0 = \gamma A_0 \, \Delta T \qquad [10.5]$$

donde $\gamma = 2\alpha$. La cantidad γ (letra griega gamma) se denomina **coeficiente de dilatación del área**.

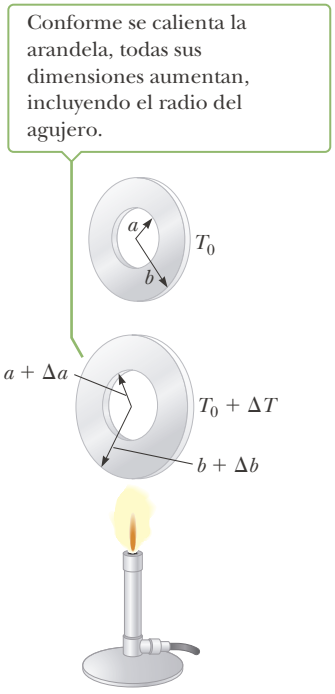


Figura 10.10 Dilatación térmica de una arandela metálica homogénea (observe que la dilatación está exagerada en esta figura).

EJEMPLO 10.4 Anillos y varillas

OBJETIVO Aplicar la ecuación de la dilatación del área.

PROBLEMA **a)** Un anillo circular de cobre a 20.0°C tiene un agujero con un área de 9.980 cm^2. ¿Cuál es la temperatura mínima que debe tener el anillo, de tal manera que pueda deslizarse sobre una varilla metálica de acero que tiene un área transversal de 10.000 cm^2? **b)** Suponga que el anillo y la varilla se calientan de forma simultánea. ¿Cuál es el cambio mínimo en la temperatura de los dos que permite que el anillo se deslice sobre el extremo de la varilla? (Suponga que no hay un cambio significativo en los coeficientes de dilatación lineal sobre este intervalo de temperatura.)

ESTRATEGIA En el inciso a), encontrar el cambio de temperatura necesario solo es cuestión de sustituir los valores dados en la ecuación 10.5, la ecuación de la dilatación del área. Recuerde que $\gamma = 2\alpha$. El inciso b) es un poco más difícil ya que ahora la varilla también se dilata. Sin embargo, si el anillo debe deslizare sobre la varilla, las áreas transversales finales tanto del anillo como de la varilla deben ser iguales. Escriba esta condición en términos matemáticos, uando la ecuación 10.5 en los dos lados de la ecuación y despeje ΔT.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la temperatura del anillo que permita que se deslice sobre la varilla.

Escriba la ecuación 10.5 y sustituya los valores conocidos, dejando ΔT como la única incógnita:

$$\Delta A = \gamma A_0 \, \Delta T$$
$$0.020 \text{ cm}^2 = [34 \times 10^{-6} \text{ (°C)}^{-1}](9.980 \text{ cm}^2)(\Delta T)$$

Calcule ΔT, luego sume este cambio a la temperatura inicial para obtener la temperatura final:

$$\Delta T = 59°\text{C}$$
$$T = T_0 + \Delta T = 20.0°\text{C} + 59°\text{C} = 79°\text{C}$$

b) Si se calientan ambos, encuentre el cambio mínimo de temperatura que permita al anillo deslizarse sobre la varilla.

Iguale el área final del anillo de cobre y el área final de la varilla de acero:

$$A_C + \Delta A_C = A_S + \Delta A_S$$

Sustituya cada cambio en área, ΔA:

$$A_C + \gamma_C A_C \, \Delta T = A_S + \gamma A_S \, \Delta T$$

Reacomode los términos para obtener ΔT solo en un lado, factorice y calcule:

$$\gamma_C A_C \, \Delta T - \gamma_S A_S \, \Delta T = A_S - A_C$$
$$(\gamma_C A_C - \gamma_S A_S) \, \Delta T = A_S - A_C$$
$$\Delta T = \frac{A_S - A_C}{\gamma_C A_C - \gamma_S A_S}$$
$$= \frac{10.000 \text{ cm}^2 - 9.980 \text{ cm}^2}{(34 \times 10^{-6} \text{ °C}^{-1})(9.980 \text{ cm}^2) - (22 \times 10^{-6} \text{ °C}^{-1})(10.000 \text{ cm}^2)}$$
$$\Delta T = 170°\text{C}$$

COMENTARIOS Las estrategias de calentamiento y enfriamiento en ocasiones son útiles para separar piezas de vidrio en un laboratorio de química, como el tapón de vidrio de una botella de reactivo.

PREGUNTA 10.4 Si en lugar de calentar el anillo de cobre en el inciso a) la varilla de acero se enfría, ¿la magnitud del cambio de temperatura requerido será mayor, menor o la misma? ¿Por qué? (¡No realice el cálculo!)

EJERCICIO 10.4 Un anillo de acero con un agujero que tiene un área de 3.990 cm^2 se colocará sobre una varilla de aluminio con un área transversal de 4.000 cm^2. La varilla y el anillo al inicio están a una temperatura de 35.0°C. ¿A qué temperatura común se puede deslizar el anillo sobre el extremo de la varilla de aluminio?

RESPUESTA −61°C

También es posible demostrar que el *aumento en el volumen* de un objeto como resultado de un cambio en temperatura es

$$\Delta V = \beta V_0 \, \Delta T \qquad [10.6]$$

donde β, el **coeficiente de dilatación volumétrica**, es igual a 3α (observe que $\gamma = 2\alpha$ y $\beta = 3\alpha$ solo si el coeficiente de dilatación lineal del objeto es el mismo en todas las direcciones). La demostración de la ecuación 10.6 es similar a la de la ecuación 10.5.

Como se indica en la tabla 10.1, cada sustancia tiene su propio coeficiente de dilatación característico.

La dilatación térmica del agua tiene una gran influencia en el aumento de los niveles de los océanos. Al ritmo actual del calentamiento global, los científicos predicen que casi la mitad del incremento esperado en el nivel del mar será causado por la dilatación térmica; el resto se deberá al deshielo de los casquetes polares.

APLICACIÓN
Aumento en el nivel del mar

Cuestionario rápido

10.2 Si de repente usted sumerge un termómetro de mercurio a temperatura ambiente en agua muy caliente, el nivel del mercurio a) se elevará brevemente antes de llegar a su lectura final, b) disminuirá brevemente antes de llegar a su lectura final o c) no cambiará.

10.3 Si se le pide que construya un termómetro de vidrio muy sensible, ¿cuál de los fluidos de trabajo siguientes elegiría? a) mercurio, b) alcohol c) gasolina o d) glicerina.

10.4 Dos esferas están hechas del mismo material y tienen el mismo radio, pero una es hueca y la otra sólida. Las dos se someten al mismo aumento de temperatura. ¿Cuál esfera se dilata más? a) La sólida, b) la hueca, c) se dilatan en la misma cantidad o d) no se proporciona suficiente información para decidir.

EJEMPLO 10.5 Calentamiento global e inundación de las costas BIO

OBJETIVO Aplicar la ecuación de la dilatación volumétrica junto con la dilatación lineal.

PROBLEMA **a)** Estime el cambio fraccionario en el volumen de los océanos de la Tierra debido a una variación de la temperatura promedio de 1°C. **b)** Parta del hecho de que la profundidad promedio de los océanos es de 4.00×10^3 m para estimar el cambio en la profundidad. Observe que $\beta_{\text{agua}} = 2.07 \times 10^{-4}(^\circ\text{C})^{-1}$.

ESTRATEGIA En el inciso a) despeje $\Delta V/V_i$ de la expresión de la dilatación volumétrica, ecuación 10.6. En el inciso b) use la dilatación lineal para estimar el aumento en la profundidad. Ignore la dilatación de las masas de tierra, lo que reduciría ligeramente el incremento en el nivel del mar.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el cambio fraccionario en el volumen.

Divida la ecuación de la dilatación volumétrica entre V_0 y sustituya:

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \beta \Delta T = (2.07 \times 10^{-4}(^\circ\text{C})^{-1})(1^\circ\text{C}) = \boxed{2 \times 10^{-4}}$$

b) Determine el aumento aproximado en la profundidad.

Use la ecuación de la dilatación lineal. Divida el coeficiente de dilatación volumétrica del agua entre 3 para obtener el coeficiente de dilatación lineal equivalente:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T = \left(\frac{\beta}{3}\right) L_0 \Delta T$$

$$\Delta L = (6.90 \times 10^{-5}(^\circ\text{C})^{-1})(4\,000 \text{ m})(1^\circ\text{C}) \approx \boxed{0.3 \text{ m}}$$

COMENTARIOS Tres décimos de un metro parecerían insignificantes, pero combinados con un aumento en el deshielo sobre tierra de los casquetes polares, algunas áreas costeras podrían inundarse. Una elevación de varios grados aumenta varias veces el valor de ΔL y podría reducir significativamente el valor de las propiedades en la línea costera.

PREGUNTA 10.5 Suponiendo que todas las sustancias siguientes tienen el mismo volumen inicial, clasifíquelas por la cantidad de dilatación volumétrica debida a un aumento de temperatura, de menor a mayor: vidrio, mercurio, aluminio y alcohol etílico.

EJERCICIO 10.5 Un cilindro de aluminio con capacidad de 1.00 litro a 5.00°C está lleno hasta el borde con gasolina a la misma temperatura. Si el aluminio y la gasolina se calientan a 65.0°C, ¿cuánta gasolina se derrama? *Sugerencia:* asegúrese de considerar la dilatación del recipiente. Además, ignore la posibilidad de evaporación y suponga que los coeficientes volumétricos son buenos hasta tres dígitos.

RESPUESTA El volumen derramado es de 53.3 cm^3. Si se olvida tomar en cuenta la dilatación del cilindro esto resultará en una respuesta (incorrecta) de 57.6 cm^3.

Cuestionario rápido

10.5 ¿Por qué el deshielo en los océanos no causa tanta preocupación como el deshielo sobre tierra?

El comportamiento inusual del agua

El volumen de los líquidos por lo general aumenta cuando se eleva la temperatura y tienen coeficientes de dilatación volumétrica casi diez veces mayores que los correspondientes a los sólidos. En un rango pequeño de temperatura, el agua es una excepción a esta regla, como se puede observar a partir de su curva densidad en función de la temperatura en la figura 10.11. Cuando la temperatura aumenta de 0°C a 4°C, el agua se contrae, por lo que su densidad aumenta. Por encima de 4°C, el agua presenta la dilatación esperada al aumentar la temperatura. La densidad del agua alcanza su valor máximo de 1 000 kg/m^3 a 4°C.

Se puede usar este comportamiento poco común de la dilatación térmica del agua para explicar porqué un estanque se congela lentamente de arriba hacia abajo. Cuando la temperatura atmosférica disminuye, digamos, de 7°C a 6°C, el agua en la superficie también se enfría y en consecuencia su volumen se reduce. Esto significa que en la superficie el agua es más densa que la que está debajo de ella, la cual aún no se ha enfriado y cuyo volumen no ha disminuido. Como resultado, la superficie se hunde y agua más cálida de abajo es obligada a subir a la superficie para que se enfríe, un proceso llamado *flujo hacia arriba*. Sin embargo, cuando la temperatura atmosférica se encuentra entre 4°C y 0°C, la superficie del agua se expande conforme se enfría, haciéndose menos densa que el agua debajo de ella. El proceso de hundimiento se detiene y con el tiempo la superficie del agua se congela. Cuando esto pasa, el hielo permanece en la superficie debido a que es menos denso que el agua. El hielo continúa acumulándose sobre la superficie y el agua cerca del fondo permanece a 4°C. Además, el hielo forma una capa aislante que aminora la pérdida de calor de la capa subyacente, ofreciendo una protección térmica para la vida marina.

BIO APLICACIÓN
La expansión del agua al congelarse y la vida en la Tierra

Sin la flotabilidad y la expansión del agua al congelarse, la vida en la Tierra quizá no fuera posible. Si el hielo hubiera sido más denso que el agua, se hubiera hundido hasta el fondo del océano acumulándose con el tiempo. Esto hubiera conducido al congelamiento de los océanos, convirtiendo a la Tierra en un mundo bloqueado por hielo similar a Hoth, de *El Imperio contraataca,* en la serie de películas de *La guerra de las galaxias.*

APLICACIÓN
Rompimiento de tuberías de agua en invierno

Las mismas propiedades peculiares de la dilatación térmica del agua a veces ocasionan que las tuberías se rompan en el invierno. Cuando la energía sale del agua a través de la tubería por medio de calor y se transfiere al aire frío de afuera, las capas externas en la tubería se congelan primero. La transferencia continua de energía causa que se forme hielo cada vez más cerca del centro de la tubería. Mientras aún exista una abertura en el hielo, el agua puede expandirse conforme su temperatura se aproxime a 0°C o se convierte en más hielo, empujándose a sí misma hacia otra parte de la tubería. Sin embargo, al final el hielo se congelará hacia el centro en

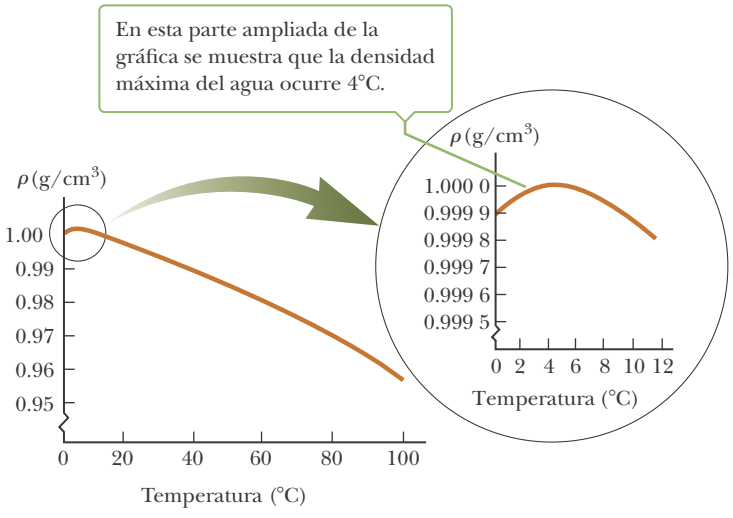


Figura 10.11 Densidad del agua como una función de la temperatura.

algún punto de la tubería, formando un tapón en ese punto. Si aún hay agua líquida entre este tapón y alguna otra obstrucción, como otro tapón de hielo o un grifo, entonces no habrá volumen adicional disponible para más expansión y congelación. La presión en la tubería se acumula y puede causar su ruptura.

10.4 Descripción macroscópica de un gas ideal

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar las propiedades que definen a un gas ideal.
2. Aplicar la ley de los gases ideales a los sistemas de gases.

Las propiedades de los gases son importantes en diversos procesos termodinámicos. Nuestro clima es un buen ejemplo de los tipos de procesos que dependen del comportamiento de los gases.

Si se introduce un gas en un recipiente, el gas se expande para llenar de manera uniforme el recipiente y su presión depende del tamaño de este último, de la temperatura y de la cantidad de gas. En un recipiente grande se tiene una presión menor, en tanto que a temperaturas altas o si se trata grandes cantidades de gas el resultado es una presión más alta. La presión P, el volumen V, la temperatura T y la cantidad n de gas en un recipiente se relacionan por medio de una *ecuación de estado*.

La ecuación de estado puede ser muy complicada, pero se ha determinado desde el punto de vista experimental que es relativamente simple si el gas se mantiene a baja temperatura (o a baja densidad). Un gas a baja densidad se aproxima a lo que se llama **gas ideal**. La mayoría de los gases a temperatura ambiente y a presión atmosférica se comportan aproximadamente como gases ideales. **Un gas ideal es un conjunto de átomos o moléculas que se mueven de forma aleatoria y no ejercen fuerzas de largo alcance entre sí. Cada partícula del gas ideal se considera puntual individualmente y ocupa un volumen insignificante.**

Un gas por lo general consiste en un número muy grande de partículas, por lo que es conveniente expresar su cantidad en un volumen dado en términos del número de **moles**, n. Un mol es un número. Se encuentra el mismo número de partículas en un mol de helio que en un mol de hierro o de aluminio. Este número se conoce como *número de Avogadro* y está dado por

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ partículas/mol}$$

◀ Número de Avogadro

El número de Avogadro y la definición de mol son fundamentales para la química y las ramas relacionadas de la física. El número de moles de una sustancia se relaciona con su masa m por medio de la expresión

$$n = \frac{m}{\text{masa molar}} \qquad [10.7]$$

donde la masa molar de la sustancia se define como la masa de un mol de esa sustancia, que en general se expresa en gramos por mol.

Existen muchísimos átomos en el mundo, por lo que es natural y conveniente elegir un número muy grande como el número de Avogadro cuando se describen conjuntos de átomos. Al mismo tiempo, el número de Avogadro debe ser especial de alguna manera pues de lo contrario ¿no bastaría con contar las cosas en términos de alguna potencia grande de diez, como 10^{24}?

Resulta que el número de Avogadro se eligió debido a que la masa en gramos del número de Avogadro de un elemento es numéricamente igual a la masa de un átomo del elemento, expresada en unidades de masa atómica (u).

Esta relación es muy conveniente. Al consultar la tabla periódica de los elementos en la parte final del libro, se observa que el carbono tiene una masa atómica de 12 u; por lo que, 12 g de carbono constan de exactamente 6.02×10^{23} átomos de carbono. La masa atómica del oxígeno es de 16 u, por lo que en 16 g de oxígeno hay de nuevo 6.02×10^{23} átomos de oxígeno. Lo mismo es cierto para las moléculas. La

masa molecular del hidrógeno molecular, H_2, es 2 u y hay un número de Avogadro de moléculas en 2 g de hidrógeno molecular.

La definición técnica de mol es: **un mol de cualquier sustancia es la cantidad de la sustancia que contiene tantas partículas (átomos, moléculas u otras partículas) como la cantidad de átomos en 12 g del isótopo del carbono 12**.

Tomando el carbono 12 como un caso de prueba, determinemos la masa de un número de Avogadro de átomos de carbono 12. Un átomo de carbono 12 tiene una masa atómica de 12 u, o 12 unidades de masa atómica. Una unidad de masa atómica es igual a 1.66×10^{-24} g, casi igual a la masa de un neutrón o de un protón, partículas que constituyen los núcleos atómicos. Entonces, la masa m de un número de Avogadro de átomos de carbono 12 está dada por

$$m = N_A(12\text{ u}) = 6.02 \times 10^{23}(12\text{ u})\left(\frac{1.66 \times 10^{-24}\text{ g}}{\text{u}}\right) = 12.0\text{ g}$$

Por lo tanto, se observa que se eligió de manera deliberada que el número de Avogadro sea el inverso del número de gramos en una unidad de masa atómica. De esta manera la masa atómica de un átomo expresada en unidades de masa atómica es, desde el punto de vista numérico, la misma que la masa de un número de Avogadro de ese tipo de átomo expresada en gramos. Dado que hay 6.02×10^{23} partículas en un mol de *cualquier* elemento, la masa por átomo para un elemento dado es

$$m_{\text{átomo}} = \frac{\text{masa molar}}{N_A}$$

Por ejemplo, la masa de un átomo de helio es

$$m_{\text{He}} = \frac{4.00\text{ g/mol}}{6.02 \times 10^{23}\text{ átomos/mol}} = 6.64 \times 10^{-24}\text{ g/átomo}$$

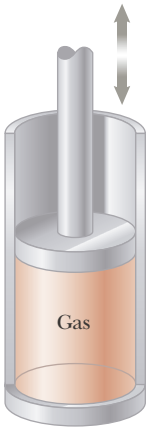


Figura 10.12
Gas confinado en un cilindro cuyo volumen se puede variar con un pistón móvil.

Ahora suponga que un gas ideal se confina en un recipiente cilíndrico con un volumen que se puede cambiar moviendo un pistón, como en la figura 10.12. Imagine que el cilindro no tiene fugas, por lo que el número de moles permanece constante. A partir de experimentos se han hecho las observaciones siguientes: primero, cuando el gas se mantiene a temperatura constante, su presión es inversamente proporcional a su volumen (ley de Boyle). Segundo, cuando la presión del gas se mantiene constante, su volumen es directamente proporcional a la temperatura (ley de Charles). Tercero, cuando el volumen del gas se mantiene constante, su presión es directamente proporcional a la temperatura (ley de Gay-Lussac). Estas observaciones se pueden resumir por medio de la ecuación de estado siguiente, conocida como **ley de los gases ideales**.

Sugerencia 10.2 ¡Solo funciona Kelvin!
Las temperaturas que se usan en la ley de los gases ideales siempre deben estar en grados Kelvin.

Ecuación de estado para un gas ideal ▶

$$PV = nRT \qquad [10.8]$$

En esta ecuación R es una constante para un gas específico que debe determinarse a partir de experimentos, en tanto que T es la temperatura en grados Kelvin. Cada punto en una gráfica de P en función de V representaría un estado diferente del sistema. En los experimentos con diversos gases se ha demostrado que, cuando la presión tiende a cero, la cantidad PV/nT se aproxima al mismo valor de R para todos los gases. Por esta razón, R se denomina **constante universal de los gases**. En unidades SI, donde la presión se expresa en pascales y el volumen en metros cúbicos,

Constante universal de los gases ▶

$$R = 8.31\text{ J/mol} \cdot \text{K} \qquad [10.9]$$

Si la presión se expresa en atmósferas y el volumen se da en litros (recuerde que $1\text{ L} = 10^3\text{ cm}^3 = 10^{-3}\text{ m}^3$), entonces

$$R = 0.082\ 1\text{ L} \cdot \text{atm/mol} \cdot \text{K}$$

Usando este valor de R y la ecuación 10.8, el volumen ocupado por 1 mol de cualquier gas ideal a presión atmosférica y a 0°C (273 K) es de 22.4 L.

Sugerencia 10.3 Presión y temperatura estándar
Los químicos con frecuencia definen la temperatura y la presión estándar (STP) como 20°C y 1.0 atm, respectivamente. Nosotros elegimos que STP sea 0°C y 1.0 atm.

EJEMPLO 10.6 Un gas en expansión

OBJETIVO Usar la ley de los gases ideales para analizar un sistema de un gas.

PROBLEMA Un gas ideal a 20.0°C y una presión de 1.50×10^5 Pa se encuentra en un recipiente que tiene un volumen de 1.00 L. **a)** Determine el número de moles de gas en el recipiente. **b)** El gas empuja contra un pistón, expandiéndose al doble de su volumen original, mientras la presión disminuye al valor correspondiente a la atmosférica. Encuentre la temperatura final.

ESTRATEGIA En el inciso a) despeje el número de moles, n, de la ecuación de estado de los gases ideales y sustituya las cantidades conocidas. ¡Asegúrese de convertir la temperatura de grados Celsius a Kelvin! Cuando se comparan dos estados de un gas como en el inciso b) a menudo es más conveniente dividir la ecuación del gas ideal del estado final entre la ecuación del estado inicial. Luego las cantidades que no cambian se pueden eliminar de inmediato, lo que simplifica las operaciones algebraicas.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el número de moles del gas.

Convierta la temperatura a grados Kelvin:

$$T = T_C + 273 = 20.0 + 273 = 293 \text{ K}$$

Despeje n de la ley de los gases ideales y sustituya:

$$PV = nRT$$

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(1.50 \times 10^5 \text{ Pa})(1.00 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{(8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(293 \text{ K})}$$

$$= 6.16 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

b) Calcule la temperatura después de que el gas se expande a 2.00 L.

Divida la ley de los gases ideales para el estado final entre la ley de los gases ideales para el estado inicial:

$$\frac{P_f V_f}{P_i V_i} = \frac{nRT_f}{nRT_i}$$

Elimine el número de moles n y la constante del gas R, y calcule T_f:

$$\frac{P_f V_f}{P_i V_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

$$T_f = \frac{P_f V_f}{P_i V_i} T_i = \frac{(1.01 \times 10^5 \text{ Pa})(2.00 \text{ L})}{(1.50 \times 10^5 \text{ Pa})(1.00 \text{ L})} (293 \text{ K})$$

$$= 395 \text{ K}$$

COMENTARIOS Recuerde el truco que se usó en el inciso b); a menudo es útil en los problemas de gases ideales. Observe que no fue necesario convertir las unidades de litros a metros cúbicos debido a que de todas formas se eliminarían las unidades.

PREGUNTA 10.6 Suponiendo una temperatura constante, ¿un globo con helio se expande, se contrae o permanece a volumen constante cuando se eleva por el aire?

EJERCICIO 10.6 Suponga que la temperatura de 4.50 L del gas ideal disminuye de 375 K a 275 K. a) Si el volumen permanece constante y la presión inicial es la presión atmosférica, encuentre la presión final. b) Obtenga el número de moles de gas.

RESPUESTAS a) 7.41×10^4 Pa; b) 0.146 moles

EJEMPLO 10.7 Mensaje en una botella

OBJETIVO Aplicar la ley de los gases ideales en conjunto con la segunda ley de Newton.

PROBLEMA Un vagabundo en una playa encuentra una botella tapada con un corcho que contiene un mensaje. El aire en la botella está a presión atmosférica y a una temperatura de 30.0°C. El corcho tiene un área transversal de 2.30 cm^2. El vagabundo coloca la botella sobre el fuego, pensando que el aumento de presión empujará el corcho. A una temperatura de 99°C el corcho es expulsado de la botella. **a)** ¿Cuál fue la presión en la botella justo antes de que saliera el corcho? **b)** ¿Cuál fue la magnitud de la fuerza de fricción que mantenía al corcho en su lugar? Ignore cualquier cambio en el volumen de la botella.

ESTRATEGIA En el inciso a) el número de moles de aire en la botella permanece igual cuando se calienta sobre el fuego. Tome la ecuación de los gases ideales para el estado final y divida entre la ecuación de los gases ideales para el estado inicial. Calcule la presión final. En el inciso b) hay tres fuerzas que actúan sobre el corcho: una fuerza de fricción, la fuerza externa de la atmósfera que empuja hacia adentro y la fuerza del aire dentro de la botella que empuja hacia afuera. Aplique la segunda ley de Newton. Justo antes de que el corcho empiece a moverse, las tres fuerzas están en equilibrio y la fuerza de fricción estática tiene su valor máximo.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) Encuentre la presión final.

Divida la ley de los gases ideales en el punto final entre la ley de los gases ideales en el punto inicial:

$$1) \quad \frac{P_f V_f}{P_i V_i} = \frac{nRT_f}{nRT_i}$$

Elimine n, R y V, que no cambian, y despeje P_f:

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{T_f}{T_i} \quad \rightarrow \quad P_f = P_i \frac{T_f}{T_i}$$

Sustituya los valores conocidos, obteniendo la presión final:

$$P_f = (1.01 \times 10^5 \text{ Pa}) \frac{372 \text{ K}}{303 \text{ K}} = \boxed{1.24 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

b) Encuentre la magnitud de la fuerza de fricción que actúa sobre el corcho.

Aplique la segunda ley de Newton al corcho justo antes de que salga de la botella. P_{dentro} es la presión dentro de la botella y P_{afuera} es la presión afuera.

$$\sum F = 0 \quad \rightarrow \quad P_{\text{adentro}} A - P_{\text{afuera}} A - F_{\text{fricción}} = 0$$

$$F_{\text{fricción}} = P_{\text{adentro}} A - P_{\text{afuera}} A = (P_{\text{adentro}} - P_{\text{afuera}}) A$$

$$= (1.24 \times 10^5 \text{ Pa} - 1.01 \times 10^5 \text{ Pa})(2.30 \times 10^{-4} \text{ m}^2)$$

$$F_{\text{fricción}} = \boxed{5.29 \text{ N}}$$

COMENTARIOS Observe que una vez más se usó la ley de los gases ideales en la ecuación 1). Cuando se compara el estado de un gas en dos puntos distintos, esta es la mejor forma de realizar los cálculos matemáticos. Otro punto: al calentar el gas se expulsó el corcho hacia afuera de la botella, lo que significa que el gas realizó trabajo sobre el corcho. El trabajo realizado por un gas en expansión, que impulsa pistones y generadores, es una de las bases de la tecnología moderna y se estudiará ampliamente en el capítulo 12.

PREGUNTA 10.7 Conforme el corcho empieza a moverse, ¿qué le sucede a la presión dentro de la botella?

EJERCICIO 10.7 Un neumático contiene aire a una presión manométrica de 5.00×10^4 Pa a una temperatura de 30.0°C. Después de caer la noche, la temperatura baja a −10.0°C. Encuentre la nueva presión manométrica en el neumático (recuerde que la presión manométrica es la presión absoluta menos la presión atmosférica. Suponga un volumen constante).

RESPUESTA 3.01×10^4 Pa

EJEMPLO 10.8 Sumergiendo un globo

OBJETIVO Combinar la ley de los gases perfectos con la ecuación del equilibrio hidrostático y la flotabilidad.

PROBLEMA Un globo resistente con un volumen de 0.500 m^3 está atado a un peso de hierro de 2.50×10^2 kg y se lanza por la borda hacia un lago de agua dulce. El globo está hecho de un material ligero de masa y elasticidad insignificantes (aunque se puede comprimir). El aire en el globo inicialmente está a presión atmosférica. El sistema no se hunde y no hay más pesos disponibles, por lo que un buzo decide arrastrarlo hacia abajo de manera que el globo permanezca sumergido. **a)** Encuentre el volumen del globo en el punto en que el sistema permanece sumergido, en equilibrio. **b)** ¿Cuál es la presión en el globo en ese punto? **c)** Suponiendo que la temperatura es constante, ¿cuál es la profundidad mínima a la que se debe arrastrar el globo?

ESTRATEGIA Cuando el globo y el peso se arrastran hacia una zona más profunda en el lago, el aire en el globo se comprime y su volumen se reduce al igual que su flotabilidad. En alguna profundidad h la fuerza de flotación total que actúa sobre el globo y el peso, $B_{\text{globo}} + B_{\text{Fe}}$ serán iguales al peso total $w_{\text{globo}} + w_{\text{Fe}}$ y el globo permanecerá a esa profundidad. Sustituya estas fuerzas en la segunda ley de Newton y despeje el volumen desconocido del globo, con lo que obtiene la respuesta para el inciso a). Luego use la ley de los gases ideales para determinar la presión y la ecuación del equilibrio hidrostático para encontrar la profundidad.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el volumen del globo en el punto de equilibrio.

Determine el volumen del peso de hierro, V_{Fe}:

$$V_{\text{Fe}} = \frac{m_{\text{Fe}}}{\rho_{\text{Fe}}} = \frac{2.50 \times 10^2 \text{ kg}}{7.86 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} = 0.031\,8 \text{ m}^3$$

Encuentre la masa del globo, que es igual a la masa del aire si se ignora la masa del material del globo:

$$m_{\text{globo}} = \rho_{\text{aire}}\, V_{\text{globo}} = (1.29\ \text{kg/m}^3)(0.500\ \text{m}^3) = 0.645\ \text{kg}$$

Aplique la segunda ley de Newton al sistema cuando está en equilibrio:

$$B_{\text{Fe}} - w_{\text{Fe}} + B_{\text{globo}} - w_{\text{globo}} = 0$$

Sustituya la expresión apropiada para cada término:

$$\rho_{\text{agua}} V_{\text{Fe}}\, g - m_{\text{Fe}}\, g + \rho_{\text{agua}} V_{\text{globo}}\, g - m_{\text{globo}}\, g = 0$$

Elimine las g y despeje el volumen del globo, V_{globo}:

$$V_{\text{globo}} = \frac{m_{\text{globo}} + m_{\text{Fe}} - \rho_{\text{agua}} V_{\text{Fe}}}{\rho_{\text{agua}}}$$

$$= \frac{0.645\ \text{kg} + 2.50 \times 10^2\ \text{kg} - (1.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(0.031\ 8\ \text{m}^3)}{1.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3}$$

$$V_{\text{globo}} = \boxed{0.219\ \text{m}^3}$$

b) ¿Cuál es la presión del globo en el punto de equilibrio?

Ahora use la ley de los gases ideales para encontrar la presión, suponiendo una temperatura constante, de manera que $T_i = T_f$.

$$\frac{P_f V_f}{P_i V_i} = \frac{nRT_f}{nRT_i} = 1$$

$$P_f = \frac{V_i}{V_f} P_i = \frac{0.500\ \text{m}^3}{0.219\ \text{m}^3}(1.01 \times 10^5\ \text{Pa})$$

$$= \boxed{2.31 \times 10^5\ \text{Pa}}$$

c) ¿Cuál es la profundidad mínima a la que se debe arrastrar el globo?

Use la ecuación del equilibrio hidrostático para determinar la profundidad:

$$P_f = P_{\text{atm}} + \rho g h$$

$$h = \frac{P_f - P_{\text{atm}}}{\rho g} = \frac{2.31 \times 10^5\ \text{Pa} - 1.01 \times 10^5\ \text{Pa}}{(1.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)}$$

$$= \boxed{13.3\ \text{m}}$$

COMENTARIOS Una vez más, la ley de los gases ideales se usó con buenos resultados. Este problema muestra cómo aún la respuesta para una pregunta simple puede requerir la aplicación de varios conceptos físicos diferentes: densidad, flotabilidad, la ley de los gases ideales y del equilibrio perfecto.

PREGUNTA 10.8 Si un vaso se pone al revés y luego se sumerge en agua, ¿qué le sucede al volumen del aire atrapado cuando el vaso se empuja cada vez a mayor profundidad?

EJERCICIO 10.8 Un muchacho toma un globo de 30.0 cm^3 que contiene aire a 1.00 atm en la superficie de un lago de agua dulce y lo sumerge hasta una profundidad de 4.00 m. Encuentre el volumen del globo a esta profundidad. Suponga que el globo está hecho de un material ligero de poca elasticidad (aunque se puede comprimir) y que la temperatura del aire atrapado permanece constante.

RESPUESTA 21.6 cm^3

Como se afirmó antes, el número de moléculas contenido en una mol de cualquier gas es el número de Avogadro, $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ partículas/mol, por lo tanto,

$$n = \frac{N}{N_A} \qquad [10.10]$$

donde n es el número de moles y N el número de moléculas en el gas. Con la ecuación 10.10 se puede reescribir la ley de los gases ideales en términos del número total de moléculas como

$$PV = nRT = \frac{N}{N_A} RT$$

o

Ley de los gases ideales ▶

$$PV = Nk_BT \qquad [10.11]$$

donde

Constante de Boltzmann ▶

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23}\,\text{J/K} \qquad [10.12]$$

es la **constante de Boltzmann**. Esta reformulación de la ley de los gases ideales se usará en la sección siguiente para relacionar la temperatura de un gas con la energía cinética promedio de las partículas en el gas.

10.5 Teoría cinética de los gases

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar las suposiciones de la teoría cinética del modelo de los gases.
2. Relacionar la presión y la temperatura con la energía cinética promedio de una molécula en un gas y con otras variables.
3. Definir y calcular la energía interna de un sistema de gas.
4. Explicar el origen de la rapidez media cuadrática de un gas y calcular las rapideces medias cuadráticas de las moléculas de gas.

En la sección 10.4 se analizaron las propiedades macroscópicas de un gas ideal, incluyendo la presión, el volumen, el número de moles y la temperatura. En esta sección se considera el modelo de un gas ideal desde el punto de vista microscópico. Se mostrará que las propiedades macroscópicas se pueden comprender con base en lo que sucede a escala atómica. Además, se vuelve a examinar la ley de los gases ideales en términos del comportamiento de las moléculas individuales que componen el gas.

Usando el modelo de un gas ideal, se describirá la **energía cinética de los gases**. Con esta teoría se puede interpretar la presión y la temperatura de un gas ideal en términos de variables microscópicas. En la energía cinética del modelo de los gases se hacen las suposiciones siguientes:

Suposiciones de la teoría cinética para un gas ideal ▶

1. **El número de moléculas en el gas es grande y la separación promedio entre ellas es grande en comparación con sus dimensiones.** Debido a que el número de moléculas es grande, su comportamiento puede analizarse desde el punto de vista estadístico. La gran separación entre las moléculas significa que ocupan un volumen insignificante en el recipiente. Esta suposición es consistente con el modelo del gas ideal, en el cual se considera que las moléculas son puntuales.
2. **Las moléculas se rigen por las leyes del movimiento de Newton, pero como un conjunto se mueven de manera aleatoria.** Por "de manera aleatoria" se quiere decir que cualquier molécula se puede mover en cualquier dirección con igual probabilidad, con una amplia distribución de rapideces.
3. **Las moléculas solo interactúan a través de fuerzas de corto alcance durante los choques elásticos.** Esta suposición es consistente con el modelo del gas ideal, en el cual las moléculas no ejercen fuerzas de corto alcance entre sí.
4. **Las moléculas chocan de manera elástica con las paredes.**
5. **Todas las moléculas en el gas son idénticas.**

Aunque con frecuencia se piensa que un gas ideal consta de átomos individuales, los gases *moleculares* presentan un comportamiento ideal a bajas presiones. En promedio, los efectos asociados con la estructura molecular no tienen efecto sobre los movimientos considerados, por lo que los resultados del desarrollo siguiente se pueden aplicar tanto a gases moleculares como a gases monoatómicos.

Modelo molecular para la presión de un gas ideal

Como primera aplicación de la teoría cinética, se deduce una expresión para la presión de un gas ideal en un recipiente, en términos de cantidades microscópicas. La presión del

gas es el resultado de los choques entre las moléculas del gas y las paredes del recipiente. Durante estos choques, las moléculas del gas experimentan un cambio en la cantidad de movimiento como resultado de la fuerza que las paredes ejercen sobre ellas.

Ahora se deduce una expresión para la presión de un gas ideal que consiste en N moléculas en un contenedor de volumen V. En esta sección usaremos m para representar la masa de una molécula. El recipiente es un cubo con lados de longitud d (figura 10.13). Considere el choque de una molécula que tiene una velocidad $-v_x$ hacia la cara izquierda de la caja (figura 10.14). Después de chocar con la pared de manera elástica, la molécula se mueve en la dirección x positiva con una velocidad $+v_x$. Dado que la cantidad de movimiento de la molécula es $-mv_x$ antes del choque y $+mv_x$ después, el cambio en su cantidad de movimiento es

$$\Delta p_x = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$$

Si F_1 es la magnitud de la fuerza promedio ejercida por una molécula sobre la *pared* en el tiempo Δt, entonces al aplicar la segunda ley de Newton a la pared se obtiene

$$F_1 = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{\Delta t}$$

Para que la molécula choque dos veces con la misma pared, debe viajar una distancia $2d$ a lo largo de la dirección x en un tiempo Δt. Por lo tanto, el intervalo entre dos choques con la misma pared es $\Delta t = 2d/v_x$ y la fuerza impartida a la pared por una sola molécula es

$$F_1 = \frac{2mv_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2d/v_x} = \frac{mv_x^2}{d}$$

La fuerza total F ejercida por todas las moléculas sobre la pared se determina sumando las fuerzas ejercidas por las moléculas individuales:

$$F = \frac{m}{d}\left(v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots\right)$$

En esta ecuación v_{1x} es la componente x de la velocidad de la molécula 1, v_{2x} es la componente x de la velocidad de la molécula 2, y así sucesivamente. La suma termina cuando se llega a N moléculas debido a que hay N moléculas en el recipiente.

Observe que el valor promedio del cuadrado de la velocidad en la dirección x para N moléculas es

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \cdots + v_{Nx}^2}{N}$$

donde $\overline{v_x^2}$ es el valor promedio de v_x^2. Entonces la fuerza total sobre la pared se puede escribir como

$$F = \frac{Nm}{d}\,\overline{v_x^2}$$

Ahora nos enfocamos en una molécula en el recipiente que viaja en alguna dirección arbitraria con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ y que tiene componentes v_x, v_y y v_z. En este caso se debe expresar la fuerza total sobre la pared en términos de la rapidez de las moléculas en vez de solo en una componente. El teorema pitagórico relaciona el cuadrado de la rapidez con el cuadrado de estas componentes de acuerdo con la expresión $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$. De aquí, el valor promedio de v^2 para todas las moléculas en el recipiente se relaciona con los valores promedio $\overline{v_x^2}$, $\overline{v_y^2}$ y $\overline{v_z^2}$ de acuerdo con la expresión $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$. Debido a que el movimiento es por completo aleatorio, los valores promedio $\overline{v_x^2}$, $\overline{v_y^2}$ y $\overline{v_z^2}$ son iguales entre sí. Partiendo de este hecho y de la ecuación anterior para $\overline{v_x^2}$, se tiene que

$$\overline{v_x^2} = \tfrac{1}{3}\,\overline{v^2}$$

Entonces la fuerza total sobre la pared, es

$$F = \frac{N}{3}\left(\frac{m\overline{v^2}}{d}\right)$$

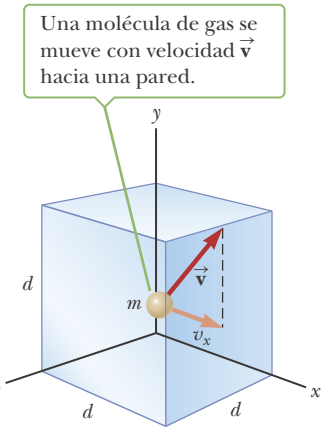
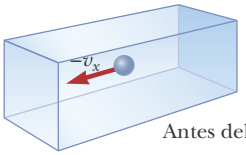
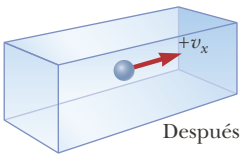


Figura 10.13 Caja cúbica con lados de longitud d que contiene un gas ideal.



Antes del choque



Después del choque

Figura 10.14 Una molécula que se mueve a lo largo del eje x en un recipiente choca elásticamente con una pared, invierte su cantidad de movimiento y ejerce una fuerza sobre la pared.

Richard Folwell/Science Source

El recipiente de vidrio contiene hielo seco (dióxido de carbono sólido). El dióxido de carbono es más denso que el aire, de aquí que cae cuando se vierte de una probeta. El gas es incoloro, pero se hace visible por la formación de cristales de hielo diminutos del vapor de agua.

Esta expresión permite determinar la presión total ejercida sobre la pared al dividir la fuerza entre el área:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{d^2} = \tfrac{1}{3}\left(\frac{N}{d^3}\, m\overline{v^2}\right) = \tfrac{1}{3}\left(\frac{N}{V}\right) m\overline{v^2}$$

Presión de un gas ideal ▶

$$P = \tfrac{2}{3}\left(\frac{N}{V}\right)\left(\tfrac{1}{2} m\overline{v^2}\right) \qquad [10.13]$$

La ecuación 10.13 indica que **la presión es proporcional al número de moléculas por volumen unitario y a la energía cinética de traslación promedio de una molécula**, $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$. Con este modelo simplificado de un gas ideal, se obtiene un resultado importante que relaciona la cantidad a gran escala de la presión con una cantidad atómica: el valor promedio del cuadrado de la rapidez molecular. Esta relación proporciona un enlace clave entre el mundo atómico y el mundo a gran escala.

La ecuación 10.13 captura algunas características familiares de la presión. Una forma de aumentar la presión dentro de un contenedor es incrementar el número de moléculas por volumen unitario en dicho contenedor. Esto se hace cuando se inyecta aire a un neumático. La presión en este último también se puede incrementar al aumentar la energía cinética de traslación promedio de las moléculas en el neumático. Como se verá en breve, esto se logra elevando la temperatura del gas. Esa es la razón por la que la presión dentro de un neumático aumenta cuando este se calienta durante los viajes prolongados. Las flexiones continuas de los neumáticos conforme giran por un camino, transfieren energía al aire dentro de ellos, lo que eleva la temperatura del aire, que a su vez aumenta la presión.

EJEMPLO 10.9 Haz de electrones de alta energía

OBJETIVO Calcular la presión de un haz de partículas electrónicas.

PROBLEMA Un haz de electrones que se mueve en la dirección x positiva golpea un objetivo en una cámara de vacío. **a)** Si 1.25×10^{14} electrones que viajan a una rapidez de 3.00×10^7 m/s golpean el objetivo durante cada pulso breve que dura 5.00×10^{-8} s, ¿cuál es la fuerza promedio que se ejerce sobre el objetivo durante el pulso? Suponga que los electrones penetran el objetivo y que se absorben. **b)** ¿Cuál es la presión promedio que se ejerce sobre la zona del haz, que tiene un radio de 4.00 mm? *Nota:* la zona del haz es la región del objetivo golpeada por el haz.

ESTRATEGIA La fuerza promedio ejercida por el objetivo sobre un electrón es el cambio en la cantidad de movimiento del electrón dividido entre el tiempo requerido para llevar el electrón al reposo. De acuerdo con la tercera ley, sobre el objetivo se ejerce una fuerza igual y opuesta. Durante el pulso ocurren N choques en un tiempo total Δt; por lo tanto, al multiplicar por N el negativo de un solo cambio en la cantidad de movimiento de un electrón y dividir entre la duración del pulso Δt se obtiene la fuerza promedio ejercida sobre el objetivo durante el pulso. Al dividir esa fuerza entre el área de la zona del haz resulta la presión promedio sobre la zona del haz.

SOLUCIÓN

a) La fuerza sobre el objetivo es igual al negativo del cambio en la cantidad de movimiento de cada electrón multiplicado por el número N de electrones y dividido entre la duración del pulso:

$$F = -\frac{N\Delta p}{\Delta t}$$

Sustituya la expresión $\Delta p = mv_f - mv_i$ y observe que $v_f = 0$ por suposición:

$$F = -\frac{N(mv_f - mv_i)}{\Delta t} = -\frac{Nm(0 - v_i)}{\Delta t}$$

Sustituya los valores:

$$F = -\frac{(1.25 \times 10^{14})(9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(0 - 3.00 \times 10^7\ \text{m/s})}{(5.00 \times 10^{-8}\ \text{s})}$$

$$= \boxed{0.068\ 3\ N}$$

b) Calcule la presión del haz.

Use la definición de presión promedio, que es la fuerza dividida entre el área:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{0.068\ 3\ \text{N}}{\pi(0.004\ 00\ \text{m})^2}$$

$$= \boxed{1.36 \times 10^3\ \text{Pa}}$$

COMENTARIOS Los haces de electrones de alta energía se pueden utilizar para la soldadura y el reforzamiento de materiales. En este cálculo se ignoraron los efectos relativistas y serían relativamente pequeños, en cualquier caso, en un décimo de la rapidez de la luz. En el ejemplo se ilustra cómo los numerosos choques por partículas atómicas o, en este caso, subatómicas, pueden tener como resultado efectos físicos macroscópicos, como fuerzas y presiones.

PREGUNTA 10.9 Si el mismo haz se dirigiera hacia un material que reflejara todos los electrones, ¿cuál sería el efecto sobre la presión final?

EJERCICIO 10.9 Un haz de protones que viaja a 2.00×10^6 m/s golpea un objetivo durante un pulso breve que dura 7.40×10^{-9} s. a) Si hay 4.00×10^9 protones en el haz y se supone que todos se reflejan elásticamente, ¿cuál es la magnitud de la fuerza ejercida sobre el objetivo? b) ¿Cuál es la presión promedio ejercida sobre la zona del haz, la cual tiene un radio de 2.00 mm?

RESPUESTAS a) 0.003 61 N; b) 287 Pa

Interpretación molecular de la temperatura

Después de relacionar la presión de un gas con la energía cinética promedio de sus moléculas, ahora se vincula la temperatura con una descripción microscópica del gas. Se puede entender el significado de la temperatura al multiplicar la ecuación 10.13 por el volumen:

$$PV = \tfrac{2}{3} N\left(\tfrac{1}{2}m\overline{v^2}\right)$$

Al comparar esta ecuación con la ecuación de estado para un gas ideal, ecuación 10.11, $PV = Nk_BT$, se observa que el lado izquierdo de ambas ecuaciones es idéntico. Al igualar el lado derecho, se obtiene

$$T = \frac{2}{3k_B}\left(\tfrac{1}{2}m\overline{v^2}\right) \qquad [10.14]$$

◀ La temperatura es proporcional a la energía cinética promedio

Esto significa que **la temperatura de un gas es una medida directa de la energía cinética molecular promedio del gas**. Conforme la temperatura de un gas aumenta, las moléculas se mueven con mayor energía cinética promedio.

Al reacomodar la ecuación 10.14 es posible relacionar la energía cinética molecular de traslación con la temperatura:

$$\tfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \tfrac{3}{2}k_BT \qquad [10.15]$$

◀ Energía cinética promedio por molécula

Por lo tanto, la energía cinética de traslación promedio por molécula es $\frac{3}{2}k_BT$. La energía cinética de traslación total de N moléculas de gas es simplemente N veces la energía promedio por molécula,

$$EC_{\text{total}} = N\left(\tfrac{1}{2}m\overline{v^2}\right) = \tfrac{3}{2}Nk_BT = \tfrac{3}{2}nRT \qquad [10.16]$$

◀ Energía cinética total de N moléculas

donde se usó $k_B = R/N_A$ para la constante de Boltzmann y $n = N/N_A$ para el número de moles de gas. A partir de este resultado se observa que **la energía cinética de traslación total de un sistema de moléculas es proporcional a la temperatura absoluta del sistema**.

Para un gas monoatómico, la energía cinética de traslación es el único tipo de energía que las moléculas pueden tener, por lo que la ecuación 10.16 proporciona la **energía interna *U* para un gas monoatómico**:

$$U = \tfrac{3}{2}nRT \quad \text{(gas monoatómico)} \qquad [10.17]$$

Para las moléculas biatómicas y poliatómicas, existen más posibilidades para el almacenamiento de energía en la vibración y rotación de la molécula.

La raíz cuadrada de $\overline{v^2}$ se denomina **rapidez media cuadrática (rms)** de la molécula. A partir de la ecuación 10.15 se obtiene, para la rapidez rms,

Rapidez media cuadrática ▶

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad [10.18]$$

donde M es la masa molar en *kilogramos por mol*, si R se da en unidades SI. En la ecuación 10.18 se muestra que, a una temperatura dada, las moléculas más ligeras se mueven más rápido que las moléculas más pesadas. Por ejemplo, si un gas en un contenedor consiste en una mezcla de hidrógeno y oxígeno, las moléculas de hidrógeno (H_2), con una masa molar de 2.0×10^{-3} kg/mol, se mueven cuatro veces más rápido que las de oxígeno (O_2), con masa molar de 32×10^{-3} kg/mol. Si se calcula la rapidez rms para el hidrógeno a temperatura ambiente (~300 K), se obtiene

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(8.31\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(300\ \text{K})}{2.0 \times 10^{-3}\ \text{kg/mol}}} = 1.9 \times 10^3\ \text{m/s}$$

Esta rapidez es de casi 17% de la rapidez de escape para la Tierra, como se calculó en el capítulo 7. Debido a que es una rapidez promedio, un número grande de moléculas tienen rapideces mucho mayores y, por lo tanto, pueden escapar de la atmósfera de la Tierra. Esta es la razón por la cual la atmósfera de la Tierra actualmente no contiene hidrógeno: toda se ha escapado hacia el espacio.

En la tabla 10.2 se listan las rapideces rms para varias moléculas a 20°C. Un sistema de gas a una temperatura dada presentará una variedad de rapideces. Esta distribución de rapideces se conoce como *distribución de la velocidad de Maxwell*. En la figura 10.15 se muestra un ejemplo de ese tipo de distribución para el gas nitrógeno a dos temperaturas diferentes. El eje horizontal es la rapidez y el eje vertical es el número de moléculas por rapidez unitaria. Observe que tres rapideces son de interés especial: la rapidez más probable, que corresponde al máximo en la gráfica; la rapidez promedio, que se determina promediando sobre todas las rapideces posibles, y la rapidez rms. Para cada gas, observe que $v_{\text{mp}} < v_{\text{prom}} < v_{\text{rms}}$. Cuando la temperatura se eleva, estas tres rapideces se desplazan hacia la derecha.

Sugerencia 10.4
Kilogramos por mol, no gramos por mol

En la ecuación para la rapidez rms, las unidades de la masa molar M deben ser consistentes con las unidades de la constante del gas R. En particular, si R está en unidades SI, M debe expresarse en kilogramos por mol, no en gramos por mol.

Tabla 10.2 Rapidez rms

Gas	Masa molar (kg/mol)	v_{rms} a 20°C (m/s)
H_2	2.02×10^{-3}	1 902
He	4.0×10^{-3}	1 352
H_2O	18×10^{-3}	637
Ne	20.2×10^{-3}	602
N_2 y CO	28.0×10^{-3}	511
NO	30.0×10^{-3}	494
O_2	32.0×10^{-3}	478
CO_2	44.0×10^{-3}	408
SO_2	64.1×10^{-3}	338

Cuestionario rápido

10.6 Un recipiente se llena con gas argón y otro con gas helio. Los dos recipientes están a la misma temperatura. ¿Cuáles moléculas tienen la mayor rapidez rms? a) las del argón, b) las del helio, c) tienen la misma rapidez o d) no hay suficiente información para decidir.

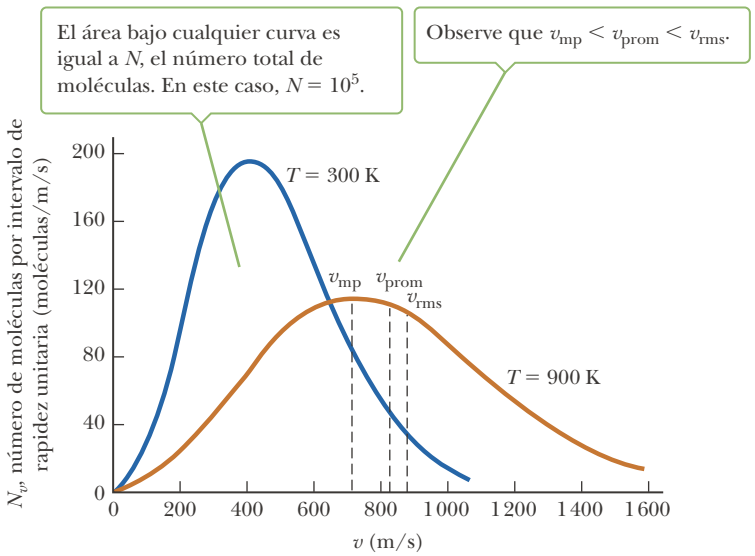


Figura 10.15
Distribución de rapideces de Maxwell para 10^5 moléculas de nitrógeno a 300 K y 900 K.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 10.2 Expansión y temperatura

Imagine un gas en un cilindro aislado con un pistón móvil que se ha empujado hacia adentro, comprimiendo el gas, y que luego se libera. Conforme las moléculas del gas impactan sobre el pistón lo mueven hacia afuera. Explique, desde el punto de vista de la energía cinética, cómo la dilatación de este gas ocasiona que su temperatura disminuya.

EXPLICACIÓN Desde el punto de vista de la teoría cinética, una molécula que choca con el pistón ocasiona que este se mueva con cierta velocidad. De acuerdo con la conservación de la cantidad de movimiento, la molécula debe rebotar con menos rapidez de la que tenía antes del choque. Por lo tanto, conforme ocurren estos choques, la rapidez promedio del conjunto de moléculas se reduce. Debido a que la temperatura está relacionada con la rapidez promedio de las moléculas, la temperatura del gas disminuye. ■

EJEMPLO 10.10 Un cilindro con helio

OBJETIVO Calcular la energía interna de un sistema y la energía cinética promedio por molécula.

PROBLEMA Un cilindro contiene 2.00 moles de gas helio a 20°C. Suponga que el helio se comporta como un gas ideal. a) Encuentre la energía interna total del sistema. b) ¿Cuál es la energía cinética promedio por molécula? c) ¿Cuánta energía se tendrá que agregar al sistema para duplicar la rapidez rms? La masa molar del helio es igual a 4.00×10^{-3} kg/mol.

ESTRATEGIA Este problema requiere la sustitución de la información dada en las ecuaciones apropiadas: la ecuación 10.17 para el inciso a) y la ecuación 10.15 para el inciso b). En el inciso c) use las ecuaciones para la rapidez rms y para la energía interna juntas. Se debe calcular un *cambio* en la energía interna.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la energía interna total del sistema.

Sustituya los valores dados en la ecuación 10.17 con $n = 2.00$ y $T = 293$ K:

$$U = \tfrac{3}{2}(2.00 \text{ mol})(8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(293 \text{ K}) = \boxed{7.30 \times 10^3 \text{ J}}$$

b) ¿Cuál es la energía cinética promedio por molécula?

Sustituya los valores dados en la ecuación 10.15:

$$\tfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \tfrac{3}{2}k_B T = \tfrac{3}{2}(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293 \text{ K}) = \boxed{6.07 \times 10^{-21} \text{ J}}$$

c) ¿Cuánta energía se debe agregar para duplicar la rapidez rms?

A partir de la ecuación 10.18, duplicar la rapidez rms requiere cuadruplicar T. Calcule el cambio requerido en la energía interna, que es la energía que se debe poner en el sistema:

$$\Delta U = U_f - U_i = \tfrac{3}{2}nRT_f - \tfrac{3}{2}nRT_i = \tfrac{3}{2}nR(T_f - T_i)$$
$$\Delta U = \tfrac{3}{2}(2.00 \text{ mol})(8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})[(4.00 \times 293 \text{ K}) - 293 \text{ K}] = \boxed{2.19 \times 10^4 \text{ J}}$$

COMENTARIOS El cálculo de los cambios en la energía interna será importante para comprender los ciclos de motores, que se estudiarán en el capítulo 12.

PREGUNTA 10.10 ¿Cierto o falso? A la misma temperatura, 1 mol de gas helio tiene la misma energía interna que 1 mol de gas argón.

EJERCICIO 10.10 La temperatura de 5.00 moles de gas argón se disminuye de 3.00×10^2 K a 2.40×10^2 K. a) Encuentre el cambio en la energía interna, ΔU, del gas. b) Determine el cambio en la energía cinética promedio por átomo.

RESPUESTAS a) $\Delta U = -3.74 \times 10^3$ J; b) -1.24×10^{-21} J

RESUMEN

10.1 Temperatura y la ley cero de la termodinámica

Dos sistemas están en **contacto térmico** si se puede intercambiar energía entre ellos, y en **equilibrio térmico** si están en contacto y no hay un intercambio neto de energía. El intercambio de energía entre dos objetos debido a la diferencia en sus temperaturas se denomina **calor**.

La **ley cero de la termodinámica** establece que, si dos objetos A y B están por separado en equilibrio térmico con un tercer objeto, entonces A y B están en equilibrio térmico entre sí. De forma equivalente, si el tercer objeto es un **termómetro**, entonces la **temperatura** que se mide para A y B será la misma. Dos objetos en equilibrio térmico tiene la misma temperatura.

10.2 Termómetros y escalas de temperatura

Los termómetros miden la temperatura y se basan en las propiedades físicas, como la dilatación o contracción que depende de la temperatura de un sólido, un líquido o un gas. Estos cambios en volumen están relacionados con una escala lineal, siendo las más comunes las **escalas Fahrenheit**, **Celsius** y **Kelvin**. En la escala de temperatura Kelvin se toma el punto cero como el **cero absoluto** (0 K = −273.15°C), el punto en el cual, por extrapolación, la presión de todos los gases se reduce a cero.

La relación entre la temperatura Celsius T_C y la temperatura Kelvin (absoluta) T es

$$T_C = T - 273.15 \qquad [10.1]$$

La relación entre las temperaturas Fahrenheit y Celsius es

$$T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32 \qquad [10.2a]$$

10.3 Dilatación térmica de sólidos y líquidos

En general, una sustancia se dilata cuando se calienta. Si un objeto tiene una longitud inicial L_0 a cierta temperatura y experimenta un cambio de temperatura ΔT, su dimensión lineal cambia en una cantidad ΔL, que es proporcional a la longitud inicial del objeto y al cambio de temperatura.

$$\Delta L = \alpha L_0 \, \Delta T \qquad [10.4]$$

El parámetro α se denomina **coeficiente de dilatación lineal**. La variación en el área de una sustancia con el cambio de temperatura está dada por

$$\Delta A = \gamma A_0 \, \Delta T \qquad [10.5]$$

donde $\gamma = 2\alpha$ es el **coeficiente de dilatación del área**. De manera similar, el cambio de volumen con la temperatura de la mayoría de las sustancias es proporcional al volumen inicial V_0 y al cambio en la temperatura ΔT:

$$\Delta V = \beta V_0 \, \Delta T \qquad [10.6]$$

donde $\beta = 3\alpha$ es el **coeficiente de dilatación volumétrica**.

La dilatación y contracción de un material debidas a los cambios de temperatura desarrollan esfuerzos y deformaciones, en ocasiones suficientes para causar su fractura.

10.4 Descripción macroscópica de un gas ideal

El número de Avogadro es $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ partículas/mol. Un mol de cualquier sustancia, por definición, consiste en un número de partículas de Avogadro. El número se define de modo que un mol de átomos de carbono 12 tiene una cantidad de exactamente 12 g. La masa de un mol de una sustancia pura en gramos es la misma, desde el punto de vista numérico, que la masa atómica (molecular) de la sustancia.

Un **gas ideal** se rige por la ecuación

$$PV = nRT \qquad [10.8]$$

donde P es la presión del gas, V es su volumen y n es el número de moles de gas, R es la constante universal de los gases (8.31 J/mol · K), y T es la temperatura absoluta en grados Kelvin. Un gas real a presiones muy bajas se comporta aproximadamente como un gas ideal.

La solución de problemas por lo general implica la comparación de dos estados diferentes del mismo sistema de gas, al dividir la ecuación del gas ideal para el estado final entre la ecuación del gas ideal para el estado inicial, eliminar los factores que no cambian y despejar la cantidad desconocida.

10.5 Teoría cinética de los gases

La **presión** de N moléculas de un gas ideal contenido en un volumen V está dada por

$$P = \tfrac{2}{3}\left(\frac{N}{V}\right)\left(\tfrac{1}{2}\,m\overline{v^2}\right) \qquad [10.13]$$

donde $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$ es la **energía cinética por molécula**.

La energía cinética promedio de las moléculas de un gas es directamente proporcional a la temperatura absoluta del gas:

$$\tfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \tfrac{3}{2}k_B T \qquad [10.15]$$

La cantidad k_B es la **constante de Boltzmann** (1.38×10^{-23} J/K).

La energía interna de n moles de un gas perfecto monoatómico es

$$U = \tfrac{3}{2}nRT \qquad [10.17]$$

La **rapidez media cuadrática (rms)** de las moléculas de un gas es

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad [10.18]$$

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de matemáticas** Un meteorólogo infla un globo para que transporte por el aire un paquete con instrumentos. Si el radio del globo aumenta de 0.200 m a 0.500 m, ¿cuál es la razón de su volumen final a su volumen inicial?
2. **Repaso de física** Un jugador de béisbol batea una pelota de 0.142 kg hacia el aire a una rapidez de 25.0 m/s y con un ángulo de 30.0°. Ignorando la resistencia al avance del aire, ¿cuál es a) la velocidad inicial de la pelota en la dirección x? b) ¿En la dirección y? c) ¿Cuál es la energía cinética inicial de la pelota? (Consulte la sección 3.4.)
3. En un día muy frío al norte de Nueva York, la temperatura es de −25.0°C. ¿Cuál es la temperatura equivalente en a) la escala Fahrenheit y b) la escala Kelvin? (Consulte la sección 10.2.)
4. Un electricista instala cables para nuevas tomas eléctricas en una casa y ha almacenado 50.0 m de alambre de cobre en el exterior donde la temperatura es de −15.0°C. Cuando el alambre se lleva al interior de la casa y se calienta a 23.0°C, ¿en qué cantidad, en centímetros, aumentará la longitud del alambre debido al cambio de temperatura? (Consulte la sección 10.3.)

5. Un chef mueve una cacerola de cobre que tiene un radio de 10.0 cm de una repisa que se encuentra a 21.0°C y la coloca dentro del horno de una estufa a 129°C. a) Determine el coeficiente de dilatación del área para el cobre. b) Calcule el cambio en el área de la cacerola después de que ha alcanzado el equilibrio térmico con la estufa (consulte la sección 10.3).
6. Un cilindro con un volumen de 50.0 cm^3 hecho de vidrio Pyrex® está lleno hasta el borde con acetona. Si el cilindro y la acetona se calientan a 30.0°C, a) ¿cuál es el cambio en el volumen del vidrio? b) ¿De la acetona? c) ¿Se derramará la acetona del cilindro? (Consulte la sección 10.3.)
7. Una manera de enfriar un gas es dejar que se expanda. Cuando se permite que cierto gas bajo una presión de 5.00×10^6 Pa a 25.0°C se expanda a 3.00 veces su volumen original, su presión final es de 1.07×10^6 Pa. a) ¿Cuál es la temperatura inicial del gas en grados Kelvin? b) ¿Cuál es la temperatura final del sistema? (Consulte la sección 10.4.)
8. Un recipiente contiene 0.500 m^3 de oxígeno a una presión absoluta de 4.00 atm. Se abre una válvula que permite que el gas impulse un pistón, aumentando el volumen del gas hasta que la presión disminuye a 1.00 atm. Si la temperatura permanece constante, ¿qué nuevo volumen ocupa el gas? (Consulte la sección 10.4.)
9. Suponga que 26.0 g de gas neón están almacenados en un tanque a una temperatura de 152°C. a) ¿Cuál es la temperatura del gas en la escala Kelvin? (Consulte la sección 10.2.) b) ¿Cuántos moles de gas hay en el tanque? (Consulte la sección 10.4.) c) ¿Cuál es la energía interna del gas? (Consulte la sección 10.5.)
10. a) ¿Cuál es la energía cinética promedio por molécula de gas helio a 20.0°C b) ¿Cuál es la rapidez media cuadrática de un átomo de helio a la misma temperatura? (Consulte la sección 10.5.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. a) ¿Por qué un plato ordinario de vidrio se rompe cuando se coloca en una estufa caliente? b) los platos hechos de vidrio Pyrex no se rompen con facilidad. ¿Qué característica del vidrio Pyrex evita su rompimiento?
2. ¿Por qué es más probable que una línea de energía eléctrica falle en invierno que en verano, incluso si está cargada con el mismo peso?
3. Algunos termómetros están hechos de una columna de mercurio en un tubo de vidrio. Con base en la operación de estos termómetros comunes, ¿cuál tiene el mayor coeficiente de dilatación lineal, el vidrio o el mercurio? (No responda esta pregunta consultando una tabla.)
4. Se infla un globo de caucho y su extremo se ata. ¿La presión dentro del globo es mayor que, menor que o igual que la temperatura atmosférica ambiente?
5. Los objetos que se encuentran a mucha profundidad en los océanos están sujetos a presiones en extremo altas, como se vio en el capítulo 9. Algunas bacterias en estos entornos se han adaptado a presiones de hasta miles de veces la presión atmosférica. ¿Cómo se verían afectadas esas bacterias si se movieran rápidamente a la superficie del océano?
6. Después de que un alimento se ha cocinado en una olla a presión, ¿por qué es importante enfriar la olla con agua fría antes de abrir la tapa?
7. ¿Por qué las burbujas de vapor en una olla con agua en ebullición se vuelven más grandes cuando se aproximan a la superficie?
8. En una cinta metálica, que está en un recinto a una temperatura de 22°C, se colocan marcas para indicar longitud. Luego se hacen mediciones con la misma cinta en un día cuando la temperatura es de 27°C. ¿Son las mediciones demasiado largas, demasiado cortas o precisas?
9. Unos excursionistas se detienen en una tienda de conveniencia para comprar alimentos, incluyendo bolsas con frituras de papa. Luego conducen hacia la cima de las montañas hasta el sitio de su campamento. Cuando descargan los alimentos, observan que las bolsas con papa fritas están infladas como globos. ¿Por qué sucedió esto?
10. ¿Por qué los planetas pequeños tienen poca o ninguna atmósfera?
11. Las tapas metálicas de los frascos de vidrio con frecuencia se aflojan vertiendo agua caliente sobre ellas. ¿Por qué esto funciona?
12. Suponga que el volumen de un gas ideal se duplica mientras que su presión se reduce a la mitad. La energía interna del gas, ¿aumenta, disminuye o permanece igual? Explique.
13. El radiador de un automóvil se llena hasta el borde con agua cuando su motor está frío. ¿Qué le sucede al agua cuando el motor está funcionando y el agua ha alcanzado una temperatura alta?
14. Cuando el anillo y la esfera metálicos en la figura PC10.14 están a temperatura ambiente, apenas es posible hacer pasar la esfera por el anillo. a) Después de que la esfera se calienta en una llama, no puede pasar por el anillo. Explique. b) ¿Qué pasa si el anillo se calienta y la esfera se deja a temperatura ambiente? ¿Puede pasar la esfera por el anillo?

© Cengage Learning/Charles D. Winters

Figura PC10.14

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos
GP denota problemas guiados
M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign
Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual
S denota un problema de razonamiento simbólico
W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

10.1 Temperatura y la ley cero de la termodinámica

10.2 Termómetros y escalas de temperatura

1. Para cada una de las siguientes temperaturas, encuentre la temperatura en la escala indicada: a) −273.15°C en la escala Fahrenheit, b) 98.6°C en la escala Celsius y c) 100 K en la escala Fahrenheit.

2. La presión en un termómetro de gas a volumen constante es de 0.700 atm a 100°C y 0.512 atm a 0°C. a) ¿Cuál es la temperatura cuando la presión es de 0.040 0 atm? b) ¿Cuál es la presión a 450°C?

3. El punto de ebullición del hidrógeno líquido es de 20.3 K a presión atmosférica. ¿Cuál es esta temperatura a) en la escala Celsius y b) en la escala Fahrenheit?

4. W El Valle de la Muerte tiene el récord de la temperatura más alta registrada en Estados Unidos. El 3 de julio de 1913, en un lugar llamado Furnace Creek Ranch, la temperatura subió a 134°F. La temperatura más baja en Estados Unidos alguna vez registrada ocurrió en el Prospect Creek Camp en Alaska, el 23 de enero de 1971, cuando la temperatura descendió a −79.8°F. a) Convierta estas temperaturas a la escala Celsius. b) Convierta las temperaturas Celsius a Kelvin.

5. Demuestre que la temperatura de −40° es la única que tiene el mismo valor numérico en las escalas Celsius y Fahrenheit.

6. M En un experimento estudiantil, un termómetro de gas a volumen constante se calibra en hielo seco (−78.5°C) y en alcohol etílico en ebullición (78.0°C). Las presiones separadas son de 0.900 atm y 1.635 atm. a) ¿Cuál es el valor del cero absoluto en grados Celsius que produce la calibración? b) ¿Qué presiones se determinarían en los puntos i) de congelación y ii) de ebullición del agua? *Sugerencia:* use la relación lineal $P = A + BT$, donde A y B son constantes.

7. Muestre que, si la temperatura en la escala Celsius cambia en ΔT_C, la temperatura Fahrenheit cambia en $\Delta T_F = \frac{9}{5}\Delta T_C$.

8. La diferencia en la temperatura entre el interior y el exterior de una casa en un día frío de invierno es de 57.0°F. Exprese esta diferencia en a) la escala Celsius y b) la escala Kelvin.

9. Q|C Una enfermera mide que la temperatura de un paciente es de 41.5°C. a) ¿Cuál es la temperatura en la escala Fahrenheit? b) ¿Considera que el paciente está enfermo de gravedad?

10. S Las diferencias de temperatura en la escala Rankine son idénticas a las de la escala Fahrenheit, pero el cero absoluto se da como 0°R. a) Encuentre una relación para convertir las temperaturas T_F de la escala Fahrenheit a las temperaturas correspondientes T_R de la escala Rankine. b) Determine una segunda relación que convierta las temperaturas T_R de la escala Rankine a las temperaturas T_K de la escala kelvin.

10.3 Dilatación térmica de sólidos y líquidos

11. El puente New River Gorge, en West Virginia, es un arco de acero de 518 m de longitud. ¿Cuánto cambiará su longitud entre los extremos de temperatura de −20°C y 35°C?

12. Q|C Un reloj antiguo es controlado por un péndulo oscilante de latón que tiene una longitud de 1.3 m a una temperatura de 20.0°C. a) ¿Cuál es la longitud de la barra del péndulo cuando la temperatura disminuye a 0.0°C? b) Si el periodo de un péndulo está dado por $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, donde L es su longitud, ¿el reloj funciona más rápido o más lento debido al cambio de longitud de la barra?

13. El armazón de unos lentes está hecho de plástico epóxico (coeficiente de dilatación lineal = 1.30×10^{-4} °C^{-1}. A temperatura ambiente (20.0°C), el armazón tiene agujeros circulares de 2.20 cm de radio para los lentes. ¿A qué temperatura debe calentarse el armazón si se le deben montar lentes de 2.21 cm de radio?

14. Un cojinete de bolas de acero esféricas tiene un diámetro de 2.540 cm a 25.00°C. a) ¿Cuál es su diámetro cuando su temperatura aumenta a 100.0°C? b) ¿Qué cambio de temperatura se requiere para incrementar su volumen en 1.000%?

15. Un anillo de latón con un diámetro de 10.00 cm a 20.0°C se calienta y se desliza sobre una barra de aluminio que tiene un diámetro de 10.01 cm a 20.0°C. Suponiendo que los coeficientes de dilatación lineales son constantes, a) ¿a qué temperatura se debe enfriar la combinación para separar los dos metales? ¿Se puede alcanzar esa temperatura? b) ¿Y si la barra de aluminio tuviera un diámetro de 10.02 cm?

16. S Una sustancia sólida tiene una densidad ρ_0 a una temperatura T_0. Si su temperatura aumenta en una cantidad ΔT, muestre que su densidad en la temperatura mayor está dada por

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \Delta T}$$

17. Q|C El plomo tiene una densidad de 11.3×10^3 kg/m^3 a 0°C. a) ¿Cuál es la densidad del plomo a 90°C? b) Con base en su respuesta al inciso a), ahora imagine que usted planea invertir en una barra de oro. ¿Sería mejor si la compra en un día caliente? Explique.

18. Q|C El puente Golden Gate en San Francisco, California tiene un claro principal con una longitud de 1.28 km, uno de los más largos en el mundo. Imagine que un alambre de acero con esta longitud y con una sección transversal de 4.00×10^{-6} m^2 se tiende sobre la calzada del puente con sus extremos atados a las torres del puente, en un día de verano cuando la temperatura del cable es de 35.0°C. a) Cuando llega el invierno, las torres permanecen separadas a la misma distancia y la calzada del puente mantiene la misma forma cuando sus juntas de expansión se abren. Cuando la temperatura baja a −10.0°C, ¿cuál es la tensión en el alambre? Considere el módulo de Young para el acero igual que 20.0×10^{10} N/m^2. b) Se presenta una deformación permanente si el esfuerzo en el acero excede su límite elástico de 3.00×10^8 N/m^2. ¿A qué temperatura alcanzaría el alambre su límite elástico? c) Explique cómo cambiarían sus respuestas en a) y b) si el puente tuviera el doble de longitud.

19. M Un depósito de gasolina subterráneo puede contener 1.00×10^3 galones de gasolina a 52.0°F. Si el depósito se llena en un día en que la temperatura exterior (y la gasolina en un camión cisterna) están a 95.0°F, ¿cuántos galones se pueden verter del camión hacia el depósito? Suponga que la temperatura de la gasolina se enfría rápidamente de 95.0°F a 52.0°F al entrar al depósito.

20. S Demuestre que el coeficiente de dilatación volumétrica β, se relaciona con el coeficiente de dilatación lineal, α, mediante la expresión $\beta = 3\alpha$.

21. Un cilindro hueco de aluminio de 20.0 cm de altura tiene una capacidad interna de 2.000 L a 20.0°C. Está completamente lleno de trementina a 20.0°C. Luego la trementina y el cilindro de aluminio se calientan juntos lentamente hasta 80.0°C. a) ¿Cuánta trementina se derrama? b) ¿Cuál es el volumen de la trementina restante en el cilindro a 80.0°C? c) Si luego la combinación con esta cantidad de trementina se enfría de nuevo a 20.0°C, ¿a qué distancia debajo del borde del cilindro retrocede la superficie de la trementina?

22. Un trabajador de la construcción utiliza una cinta métrica de acero para medir la longitud de una columna de soporte de aluminio. Si la medida es de 18.700 m cuando la temperatura es de 21.2°C, ¿cuál es la medida cuando la temperatura sube a 29.4°C? *Nota:* no ignore la dilatación de la cinta.

23. La banda en la figura P10.23 es de acero inoxidable (coeficiente de dilatación lineal = 17.3×10^{-6} °C^{-1}; módulo de Young = 18×10^{10} N/m^2). En esencia es circular con un radio de 5.0 mm, un ancho de 4.0 mm y un espesor de 0.50 mm. Si la banda apenas cabe firmemente sobre el diente cuando se calienta a una temperatura de 80.0°C, ¿cuál es la tensión en la banda cuando se enfría a una temperatura de 37°C?

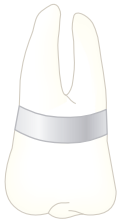


Figura P10.23

24. Q|C El oleoducto Trans-Alaska tiene una longitud de 1 300 km, pues va de Prudhoe Bay al puerto de Valdez, y está expuesto a temperaturas que varían de −73°C a +35°C. a) ¿Cuánto se dilata el oleoducto de acero debido a la diferencia de temperatura? b) ¿Cómo se puede compensar esta expansión?

25. El coeficiente de dilatación volumétrica promedio para el tetracloruro de carbono es de 5.81×10^{-4} (°C)$^{-1}$. Si un recipiente de acero de 50.0 gal se llena por completo con tetracloruro de carbono cuando la temperatura es de 10.0°C, ¿cuánto se derramará cuando la temperatura aumente a 30.0°C?

26. GP La densidad de la gasolina es de 7.30×10^2 kg/m^3 a 0°C. Su coeficiente de dilatación volumétrica promedio es de 9.60×10^{-4}(°C)$^{-1}$ y observe que 1.00 gal = 0.003 80 m^3. a) Calcule la masa de 10.0 gal de gasolina a 0°C. b) Si 1.000 m^3 de gasolina a 0°C se calienta a 20.0°C, calcule su nuevo volumen. c) Utilizando la respuesta al inciso b), calcule la densidad de la gasolina a 20.0°C. d) Calcule la masa de 10.0 gal de gasolina a 20.0°C. e) ¿Cuántos kilogramos adicionales de gasolina obtendría si compra 10.0 gal de gasolina a 0°C en lugar de 20.0°C de una bomba que no se compensa por temperatura?

27. En la figura P10.27 se muestra una fundición circular de acero con un espacio libre. Si la fundición se calienta, el ancho del espacio libre, a) ¿aumenta o disminuye? b) El ancho del espacio libre es de 1.600 cm cuando la temperatura es de 30.0°C. Determine el ancho del espacio libre cuando la temperatura es de 190°C.

Figura P10.27

28. W Las secciones de concreto de cierta supercarretera están diseñadas para tener una longitud de 25.0 m. Las secciones se vacían y se curan a 10.0°C. ¿Cuál es la dimensión del espaciamiento mínimo que un ingeniero debe dejar entre las secciones para eliminar su alabeo si el concreto alcanzará una temperatura de 50.0°C?

10.4 Descripción macroscópica de un gas ideal

29. Un mol de gas oxígeno está a una presión de 6.00 atm y a una temperatura de 27.0°C. a) Si el gas se calienta a volumen constante hasta que la temperatura se triplica, ¿cuál es la temperatura final? b) Si el gas se calienta de modo que tanto la presión como el volumen se duplican, ¿cuál es la temperatura final?

30. GP Un tanque de 20.0 L de gas dióxido de carbono (CO_2) está a una presión de 9.50×10^5 Pa y a una temperatura de 19.0°C. a) Calcule la temperatura del gas en grados Kelvin. b) Use la ley de los gases perfectos para calcular el número de moles de gas en el tanque. c) Consulte la tabla periódica de los elementos para calcular el peso molecular del dióxido de carbono, expresándolo en gramos por mol. d) Obtenga el número de gramos de dióxido de carbono en el tanque. e) Ocurre un incendio y la temperatura ambiente sube a 224.0 K, mientras 82.0 g de gas se fugan del tanque. Calcule la nueva temperatura y el número de moles de gas que quedan en el tanque. f) Usando una técnica análoga a la del ejemplo 10.6b, encuentre una expresión simbólica para la presión final, ignorando el cambio en volumen del tanque. g) Calcule la presión final en el tanque como resultado del incendio y de la fuga.

31. a) Un gas ideal ocupa un volumen de 1.0 cm^3 a 20°C y a presión atmosférica. Determine el número de moléculas en el contenedor. b) Si la presión del volumen de 1.0 cm^3 se reduce a 1.0×10^{-11} Pa (un vacío en extremo bueno) mientras la temperatura permanece constante, ¿cuántos moles de gas quedan en el recipiente?

32. M Un neumático de un automóvil se infla con aire que inicialmente se encuentra a 10.0°C y a presión atmosférica normal. Durante el proceso, el aire se comprime a 28.0% de su volumen original y la temperatura aumenta a 40.0°C. a) ¿Cuál es la presión del neumático en pascales? b) Después de que el automóvil se conduce a alta velocidad, la temperatura del aire del neumático sube a 85.0°C y su volumen interno aumenta 2.00%. ¿Cuál es la nueva presión del neumático (absoluta) en pascales?

33. Un gas se almacena en un tanque a una presión de 11.0 atm y a una temperatura de 25°C. Si se sacan dos tercios del gas y la temperatura aumenta a 75.0°C, ¿cuál es la nueva presión del gas restante en el tanque?

34. Un recipiente de 8.00 L contiene gas a una temperatura de 20.0°C y a una presión de 9.00 atm. a) Determine el número de moles de gas en el recipiente. b) ¿Cuántas moléculas contiene el recipiente?

35. W Un globo meteorológico está diseñado para expandirse hasta un radio máximo de 20 m a su altura de trabajo, donde la presión del aire es de 0.030 atm y la temperatura es de 200 K. Si el globo se llena a presión atmosférica a 300 K, ¿cuál es su radio en el despegue?

36. La densidad del gas helio a 0°C es de $\rho_0 = 0.179$ kg/m^3. Luego la temperatura aumenta a $T = 100$°C, pero la presión se mantiene constante. Suponiendo que el helio es un gas ideal, calcule la nueva densidad ρ_f del gas.

37. Una burbuja de aire tiene un volumen de 1.50 cm^3 cuando la libera un submarino a 100 m debajo de la superficie de un lago. ¿Cuál es el volumen de la burbuja cuando llega a la superficie? Suponga que la temperatura y el número de moléculas de aire en ella permanecen constantes durante su ascenso.

38. Q|C S La ley de los gases ideales se puede restablecer en términos de la densidad de un gas. a) Mediante el análisis dimensional encuentre una expresión para la densidad ρ de un gas en términos del número de moles n, del volumen V y del peso molecular M en kilogramos por mol. b) Con la expresión determinada en el inciso a), demuestre que

$$P = \frac{\rho}{M} RT$$

para un gas perfecto. c) Encuentre la densidad de la atmósfera de dióxido de carbono de Venus, donde la presión es de 90.0 atm y la temperatura de 7.00×10^2 K. d) ¿Se elevará o descenderá un cascarón evacuado de acero con un radio de 1.00 m y una masa de 2.00×10^2 kg en esa atmósfera? ¿Por qué?

10.5 Teoría cinética de los gases

39. W ¿Cuál es la energía cinética promedio de una molécula de oxígeno a una temperatura de 300 K?

40. Un recipiente cúbico sellado de 20.0 cm por lado contiene tres veces el número de Avogadro de moléculas a una temperatura de 20.0°C. Determine la fuerza ejercida por el gas sobre una de las paredes del recipiente.

41. Utilice el número de Avogadro para obtener la masa de un átomo de helio.

42. Dos gases en una mezcla pasan por un filtro a gastos proporcionales a las rapideces rms de los gases. a) Encuentre la razón de las rapideces para los dos isótopos del cloro, ^{35}Cl y ^{37}Cl, cuando pasan a través del aire. b) ¿Cuál isótopo se mueve más rápido?

43. ¿A qué temperatura la rapidez rms de los átomos de helio sería igual a a) la rapidez de escape de la Tierra, 1.12×10^4 m/s y b) la rapidez de escape de la Luna, 2.37×10^3 m/s? (Consulte el capítulo 7 para un análisis de la rapidez de escape.) *Nota:* la masa de un átomo de helio es de 6.64×10^{-27} kg.

44. Q|C Un recipiente de 7.00 L contiene 3.50 moles de un gas ideal a una presión de 1.60×10^6 Pa. Encuentre a) la temperatura del gas y b) la energía cinética promedio de una molécula de gas en el recipiente. c) ¿Qué información adicional necesitaría si se le pidiera determinar la rapidez promedio de una molécula de gas?

45. Superman salta en frente de Luisa Lane para salvarla de una balacera. En un intervalo de 1 min, un arma automática dispara 150 balas, cada una con una masa de 8.0 g, a 400 m/s. Las balas impactan el poderoso pecho de Superman, que tiene un área de 0.75 m^2. Encuentre la fuerza promedio ejercida sobre el pecho de Superman si las balas rebotan después de un choque elástico frontal.

46. M En un periodo de 1.0 s, 5.0×10^{23} moléculas de nitrógeno impactan una pared que tiene un área de 8.0 cm^2. Si las moléculas se mueven a 300 m/s e impactan la pared de frente en un choque perfectamente elástico, encuentre la presión ejercida sobre la pared (la masa de una molécula de N_2 es de 4.68×10^{-26} kg.)

Problemas adicionales

47. Dentro de la pared de una casa, una sección en L de una tubería de agua caliente consta de tres partes: una pieza horizontal recta con longitud $h = 28.0$ cm, un codo y una pieza vertical recta con longitud $\ell = 134$ cm (figura P10.47). Un barrote y una tabla de entarimado en el segundo piso mantienen estacionarios los extremos de esta sección de tubería de cobre. Encuentre la magnitud y la dirección del desplazamiento del codo de la tubería cuando se hace circular el flujo de agua, lo que aumenta la temperatura de la tubería de 18.0°C a 46.5°C.

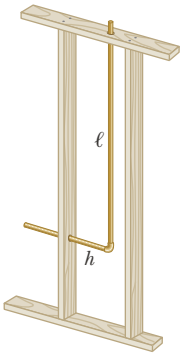


Figura P10.47

48. M Un elemento activo de cierto láser está hecho de una varilla de vidrio de 30.0 cm de longitud y de 1.50 cm de diámetro. Suponga que el coeficiente de dilatación lineal promedio del vidrio es de $9.00 \times 10^{-6}\ (°C)^{-1}$. Si la temperatura de la varilla aumenta a 65.0°C, ¿cuál es el incremento en a) su longitud, b) su diámetro y c) su volumen?

49. Una marca popular de refresco contiene 6.50 g de dióxido de carbono disuelto en 1.00 L de bebida gaseosa. Si el dióxido de carbono que se evapora se atrapa en un cilindro a 1.00 atm y a 20.0°C, ¿cuál es el volumen que ocupa el gas?

50. Q|C Considere un objeto con cualquiera de las formas representadas en la tabla 8.1. ¿Cuál es el aumento porcentual en el momento de inercia del objeto cuando se calienta de 0°C a 100°C si se compone de a) cobre o b) aluminio? Suponga que los coeficientes de dilatación lineal promedio que se muestran en la tabla 10.1 no varían entre 0°C y 100°C. c) ¿Por qué las respuestas para los incisos a) y b) son las mismas para todas las formas?

51. Una viga de acero que se usa en la construcción de un rascacielos tiene una longitud de 35.000 m cuando se entrega en un día frío con una temperatura de 15.000°F. ¿Cuál es la longitud de la viga cuando se instala después en un día caliente con temperatura de 90.000°F?

52. Un tubo de vidrio de 1.5 m de longitud que está cerrado en un extremo se pesa y se sumerge hasta el fondo de un lago de agua dulce. Cuando el tubo se extrae, una marca indicadora muestra que el agua subió a 0.40 m del extremo cerrado. Determine la profundidad del lago. Suponga una temperatura constante.

53. Las misiones espaciales de larga duración requieren recuperar el oxígeno en el dióxido de carbono exhalado por la tripulación. En un método de recuperación, 1.00 mol de dióxido de carbono produce 1.00 mol de oxígeno, con 1.00 mol de metano como subproducto. El metano se almacena en un tanque bajo presión y está disponible para controlar la posición de la nave espacial mediante descargas controladas. Un astronauta exhala 1.09 kg de dióxido de carbono cada día. Si el metano generado en el reciclado de la respiración de tres astronautas durante una semana de vuelo se almacena en un tanque inicialmente vacío de 150 L a -45°C, ¿cuál es la presión final en el tanque?

54. Q|C S Un cilindro vertical con área transversal A está equipado con un pistón muy ajustado sin fricción de masa m (figura P10.54). a) Si n moles de un gas ideal están en el cilindro a una temperatura T, use la segunda ley de Newton para el equilibrio a fin de demostrar que la altura h a la cual el pistón está en equilibrio bajo su propio peso está dada por

$$h = \frac{nRT}{mg + P_0 A}$$

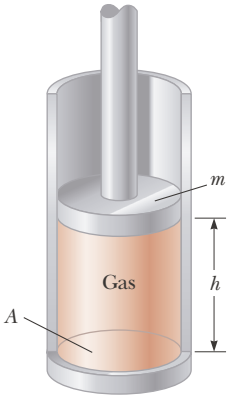


Figura P10.54

donde P_0 es la presión atmosférica. b) La presión dentro del cilindro es ¿menor que, igual que o mayor que la presión atmosférica? c) Si el gas en el cilindro se calienta, ¿cómo cambia la respuesta para h?

55. Un matraz hecho de Pyrex se calibra a 20.0°C. Se llena hasta la marca de 100 mL con acetona a 35.0°C. a) ¿Cuál es el volumen de la acetona cuando el matraz y la acetona se enfrían a 20.0°C? c) ¿Causará una diferencia apreciable el aumento temporal en el volumen del matraz de Pyrex en la respuesta? ¿Por qué sí o por qué no?

56. S El manómetro en un cilindro de gas registra la presión manométrica, que es la diferencia entre la presión interior y la exterior, P_0. Cuando el cilindro está lleno, la masa del gas en su interior es m_i a una presión manométrica de P_i. Suponiendo que la temperatura del cilindro permanece constante, aplique la ley de los gases ideales y una relación entre moles y masa para demostrar que la masa del gas *que queda* en el cilindro cuando la lectura de la presión manométrica es P_f está dada por

$$m_f = m_i\left(\frac{P_f + P_0}{P_i + P_0}\right)$$

57. Q|C S Un líquido con un coeficiente de dilatación volumétrica de β apenas llena un frasco esférico de volumen V_0 a temperatura T_i (figura P10.57). El frasco está hecho de un material que tiene un coeficiente de dilatación lineal de α. El líquido puede expandirse hacia un tubo capilar de sección transversal A en la parte superior del frasco. a) Demuestre que si la temperatura aumenta en ΔT, el líquido sube en el tubo capilar en la cantidad $\Delta h = (V_0/A)(\beta - 3\alpha)\Delta T$. b) Para un sistema común, como un termómetro de mercurio, ¿por qué es una buena aproximación despreciar la expansión del frasco?

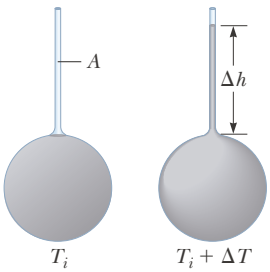


Figura P10.57

58. Antes de iniciar un viaje largo en un día caliente, un conductor infla un neumático de su automóvil a una presión manométrica de 1.80 atm a 300 K. Al final del viaje, la presión manométrica ha aumentado a 2.20 atm. a) Suponiendo que el volumen ha permanecido constante, ¿cuál es la temperatura del aire dentro del neu-

mático? b) ¿Qué porcentaje de la masa original del aire en el neumático se debe purgar para que la presión regrese a su valor original? Suponga que la temperatura permanece en el valor determinado en el inciso a) y que el volumen del neumático permanece constante cuando se purga el aire.

59. Dos tramos de concreto de un puente de 250 m de longitud se colocan extremo con extremo de modo que no se deja espacio para su dilatación (figura P10.59a). Si la temperatura aumenta a 20.0°C, ¿cuál es la altura y a la cual los tramos suben cuando se doblan (figura P10.59b)?

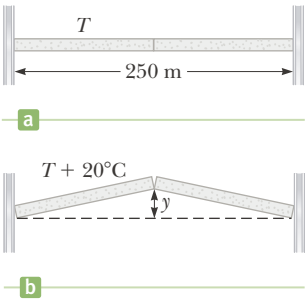


Figura P10.59

60. Un cilindro expansible tiene la parte superior conectada a un resorte con una fuerza constante de 2.00×10^3 N/m (figura P10.60). El cilindro se llena con 5.00 L de gas con el resorte elevado a una presión de 1.00 atm y a una temperatura de 20.0°C. a) Si la tapa tiene un área transversal de 0.0100 m^2 y masa insignificante, ¿a qué altura subirá la tapa cuando la temperatura aumente a 250°C? b) ¿Cuál es la presión del gas a 250°C?

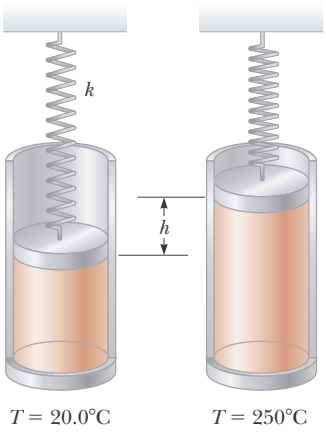


Figura P10.60

61. Q|C S Una tira bimetálica de longitud L está hecha de dos listones de metales diferentes pegados. a) Primero suponga que la tira está originalmente recta. Cuando la tira se calienta, el metal con el coeficiente de dilatación promedio mayor se expande más que el otro, lo que obliga a la tira a arquearse, de modo que el radio exterior tiene una circunferencia mayor (figura P10.61). Deduzca una expresión para el ángulo de flexión θ, como una función de la longitud inicial de los listones, de sus coeficientes de dilatación lineal promedio, del cambio de temperatura y de la separación de los centros de las tiras ($\Delta r = r_2 - r_1$). b) Muestre que el ángulo de flexión tiende a cero cuando ΔT tiende a cero y también cuando los dos coeficientes de dilatación promedio se hacen iguales. c) ¿Qué sucede si la tira se enfría?

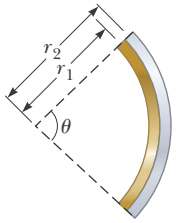


Figura P10.61

62. Un puente de 250 m de longitud está diseñado de manera inapropiada de modo que no se puede expandir con la temperatura, está hecho de concreto con $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ °C⁻. a) Suponiendo que se espera que el cambio máximo de temperatura en el emplazamiento sea de 20.0°C, encuentre la variación de longitud que experimentará el tramo si pudiera expandirse. b) Muestre que el esfuerzo sobre un objeto con módulo de Young Y, cuando aumenta su temperatura en ΔT y sus extremos se encuentran empotrados (fijos), está dado por $\alpha Y \Delta T$. c) Si el esfuerzo máximo que puede soportar el puente sin derrumbarse es de 2.0×10^7 Pa, ¿se derrumbará debido al aumento de su temperatura? El módulo de Young para el concreto es de unos 2.0×10^{10} Pa.

63. Q|C Después de un choque en el espacio exterior, un disco de cobre a 850°C gira sobre su eje con una rapidez angular de 25.0 rad/s. Conforme el disco irradia luz infrarroja, su temperatura disminuye a 20.0°C. Ningún par de torsión actúa sobre el disco. a) ¿Cambia la rapidez angular conforme el disco se enfría? b) ¿Cuál es su rapidez angular a la temperatura más baja?

64. Dos recipientes pequeños, cada uno con un volumen de 100 cm^3, contienen gas helio a 0°C y a 1.00 atm de presión. Los dos recipientes están unidos por un tubo pequeño abierto de volumen insignificante, que permite que el gas fluya de un recipiente a otro. ¿Qué presión común existirá en los dos recipientes si la temperatura de uno aumenta a 100°C mientras el otro se mantiene en 0°C?

John Short/Design Pics/Jupiter Images

La energía transferida por medio de radiación, convección y conducción resulta en evaporación, que es un cambio de fase en el cual el agua líquida se convierte en gas. Mediante convección este vapor se transporta hacia arriba, donde de nuevo cambia de fase, condensándose en gotitas mucho muy pequeñas o en cristales de hielo, que son visibles como nubes.

Energía en los procesos térmicos 11

Cuando dos objetos con temperaturas diferentes se colocan en contacto térmico, la temperatura del objeto más caliente disminuye en tanto que la del más frío aumenta. Con el tiempo alcanzan una temperatura de equilibrio común en algún punto entre sus temperaturas iniciales. Durante este proceso, se dice que la energía se transfiere del objeto más caliente al más frío.

Hasta aproximadamente 1850 los temas de la termodinámica y de la mecánica se consideraban dos ramas distintas de la ciencia, y el principio de la conservación de la energía parecía describir solo ciertas clases de sistemas mecánicos. Los experimentos realizados por el físico inglés James Joule (1818-1889) y otros, mostraron que la disminución de la energía mecánica (cinética + potencial) de un sistema aislado era igual al aumento de la energía interna del sistema. En la actualidad, la interna se trata como una forma de energía que se puede transformar en energía mecánica y viceversa. Una vez que el concepto de energía se amplió para incluir a la energía interna, la ley de la conservación de la energía emergió como una ley universal de la naturaleza.

Este capítulo estudia algunos de los procesos de transferencia de energía entre un sistema y sus alrededores.

11.1 Calor y energía interna
11.2 Calor específico
11.3 Calorimetría
11.4 Calor latente y cambio de fase
11.5 Transferencia de energía
11.6 Calentamiento global y gases de efecto invernadero

11.1 Calor y energía interna

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir calor y energía interna y distinguir entre ellos.
2. Convertir entre diferentes sistemas de unidades de energía.

Se debe hacer una distinción importante entre calor y energía interna. Estos términos no son intercambiables: el calor implica una *transferencia* de energía interna de una ubicación a otra. Las definiciones formales siguientes harán una distinción precisa.

Energía interna ▶

La **energía interna** U es la energía asociada con los átomos y las moléculas del sistema. La energía interna incluye las energías cinética y potencial asociadas con los movimientos aleatorio de traslación, rotacional y vibratorio de las partículas que componen el sistema, y cualquier energía potencial que une a las partículas.

© The Art Gallery Collection/Alamy

James Prescott Joule
Físico británico (1818–1889)
Joule recibió cierta educación formal en matemáticas, filosofía y química por parte de John Dalton, pero en gran medida fue autodidacta. El periodo de investigación más activo de Joule, de 1837 a 1847, condujo al establecimiento del principio de la conservación de la energía y a la relación entre el calor y otras formas de transferencia de energía. Su estudio de la relación cuantitativa entre los efectos eléctricos, mecánicos y químicos del calor culminó en 1843, con su anuncio sobre la cantidad de trabajo requerida para producir una unidad de energía interna.

En el capítulo 10 se mostró que la energía interna de un gas ideal monoatómico está asociada con el movimiento de traslación de sus átomos. En este caso especial, la energía interna es la energía cinética de traslación total de los átomos; entre mayor sea la temperatura del gas, mayores serán la energía cinética de los átomos y la energía interna del gas. Para los gases biatómicos y poliatómicos más complicados, la energía interna incluye otras formas de energía molecular, como la energía cinética rotacional y las energías cinética y potencial asociadas con las vibraciones moleculares. La energía interna también está asociada con la energía potencial intermolecular ("energía de enlace") entre las moléculas en un líquido o sólido.

El calor se presentó en el capítulo 5 como un método posible de transferencia de energía entre un sistema y su entorno, y la siguiente es una definición formal:

Calor es la transferencia de energía entre un sistema y su entorno debida a una diferencia de temperatura entre ellos.

El símbolo Q se usa para representar la cantidad de energía transferida por calor entre un sistema y su entorno. Por brevedad, con frecuencia utilizaremos la frase "la energía Q transferida a un sistema . . ." en lugar de "la energía Q transferida por calor a un sistema . . ."

Si una olla con agua se calienta sobre el quemador de una estufa, es incorrecto decir que hay más calor en el agua. El calor es la *transferencia* de energía térmica, del mismo modo en que el trabajo es la transferencia de energía mecánica. Cuando se empuja un objeto, no tiene más trabajo; en lugar de esto, tiene más energía mecánica transferida *por* el trabajo. De la misma forma, la olla con agua tiene más energía interna transferida por calor.

Unidades de calor

A principios del desarrollo de la termodinámica, antes de que los científicos se percataran de la conexión entre la termodinámica y la mecánica, el calor se definía en términos de los cambios de temperatura que producía en un objeto, y para medirlo se usaba una unidad separada de energía, la **caloría**. La caloría (cal) se define como

Definición de caloría ▶

la energía necesaria para aumentar la temperatura de 1 g de agua de 14.5°C a 15.5°C. (La "Caloría," con "C" mayúscula, que se usa para describir el contenido energético de los alimentos, en realidad es una kilocaloría). De igual forma, la unidad de calor en el sistema inglés, la **unidad térmica británica** (Btu), se definió como **la energía requerida para aumentar la temperatura de 1 lb de agua de 63°F a 64°F**.

En 1948 los científicos acordaron que debido a que el calor (igual que el trabajo) es una medida de la transferencia de energía, su unidad SI debería ser el joule. En la actualidad, se ha establecido que la caloría equivale exactamente a 4.186 J:

Equivalente mecánico de calor ▶

$$1 \text{ cal} \equiv 4.186 \text{ J} \qquad [11.1]$$

Esta definición no hace referencia a la elevación de la temperatura del agua. La caloría es una unidad de energía general, que se presenta aquí por razones históricas, aunque la usaremos muy poco. La definición en la ecuación 11.1 se conoce, a partir de los antecedentes históricos que ya se explicaron, como el **equivalente mecánico de calor**.

EJEMPLO 11.1 Quemando las calorías del desayuno BIO

OBJETIVO Relacionar la energía calórica con la energía mecánica.

PROBLEMA Un estudiante desayuna un tazón de cereal con leche, que contiene un total de 3.20×10^2 Calorías de energía y quiere realizar en el gimnasio una cantidad de trabajo equivalente ejercitando sus bíceps levantando una barra con pesas de 25.0 kg (figura 11.1). ¿Cuántas veces debe levantar la barra para gastar esa energía? Suponga que levanta la barra una distancia vertical de 0.400 m cada vez, la distancia de su regazo a la parte superior de su pecho.

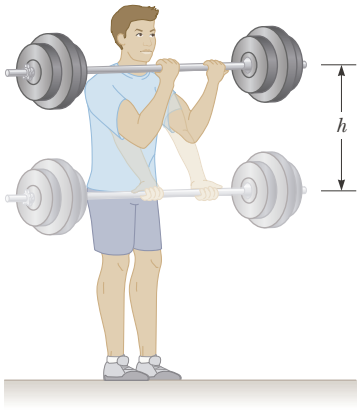


Figura 11.1 (Ejemplo 11.1)

ESTRATEGIA Convierta la energía en Calorías a joules, luego iguale esa energía con el trabajo necesario para realizar n repeticiones del ejercicio con la barra. El trabajo que él realiza levantando la barra se puede determinar a partir del teorema del trabajo y de la energía y del cambio en la energía potencial de la barra. El estudiante realiza un trabajo negativo sobre la barra cuando la baja, para evitar que acelere. El trabajo neto sobre la barra durante una repetición es cero, pero sus músculos gastan la misma energía al subirla que al bajarla.

SOLUCIÓN

Convierta las calorías del desayuno, E, a joules:

$$E = (3.20 \times 10^2 \cancel{\text{Cal}}) \left(\frac{1.00 \times 10^3 \cancel{\text{cal}}}{1.00 \cancel{\text{Cal}}}\right)\left(\frac{4.186\ \text{J}}{\cancel{\text{cal}}}\right)$$
$$= 1.34 \times 10^6\ \text{J}$$

Use el teorema del trabajo y de la energía para determinar el trabajo necesario para levantar la barra con pesos a su altura máxima:

$$W = \Delta EC + \Delta EP = (0 - 0) + (mgh - 0) = mgh$$

El estudiante debe gastar la misma cantidad de energía al bajar la barra, realizando $2mgh$ por repetición. Multiplique esta cantidad por n repeticiones e iguálela a la energía de la comida E:

$$n(2mgh) = E$$

Calcule n, sustituyendo la energía de la comida E:

$$n = \frac{E}{2mgh} = \frac{1.34 \times 10^6\ \text{J}}{2(25.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)(0.400\ \text{m})}$$
$$= 6.84 \times 10^3\ \text{veces}$$

COMENTARIOS ¡Si el estudiante hace una repetición cada cinco segundos, le tomará 9.5 horas quemar las calorías del desayuno! Sin embargo, al ejercitarse, una gran parte de la energía se pierde a través del calor, debido a la ineficiencia del cuerpo al realizar un trabajo. La eficiencia depende del índice metabólico, que aumenta cuando la actividad se vuelve extenuante. La transferencia de energía reduce de forma drástica el requerimiento de ejercicio al menos en tres cuartas partes, a un poco más de dos horas. Además, cierta fracción pequeña del contenido energético del cereal quizá no sea absorbida. ¡De cualquier forma, es buena idea no comer un segundo tazón con cereal!

PREGUNTA 11.1 Desde el punto de vista de la física, ¿depende la respuesta de qué tan rápido se realicen las repeticiones?

EJERCICIO 11.1 ¿Cuántas carreras rápidas partiendo del reposo hasta una rapidez de 5.0 m/s tendría que completar una mujer de 65 kg para quemar 5.0×10^2 Calorías? (Suponga una eficiencia de 100% para convertir la energía de los alimentos en energía mecánica.)

RESPUESTA 2.6×10^3 carreras

BIO APLICACIÓN
Fisiología del ejercicio

Realizar un ejercicio adecuado es una parte importante de estar saludable y mantener el peso bajo control. Como se vio en el ejemplo anterior, el cuerpo gasta energía al realizar un trabajo mecánico y estas pérdidas aumentan por la ineficiencia al convertir las reservas de energía internas del cuerpo en trabajo útil, con tres cuartos o más dejando el cuerpo en forma de calor. Además, el ejercicio tiende a elevar el índice metabólico general del cuerpo, que persiste incluso después de que ha terminado el ejercicio. El aumento en el índice metabólico debido al ejercicio, más que el propio ejercicio, es útil en la reducción de peso.

Tabla 11.1 Calores específicos de algunos materiales a presión atmosférica

Sustancia	J/kg · °C	cal/g · °C
Aluminio	900	0.215
Berilio	1 820	0.436
Cadmio	230	0.055
Cobre	387	0.092 4
Alcohol etílico	2 430	0.581
Germanio	322	0.077
Vidrio	837	0.200
Oro	129	0.030 8
Tejido humano	3 470	0.829
Hielo	2 090	0.500
Hierro	448	0.107
Plomo	128	0.030 5
Mercurio	138	0.033
Silicio	703	0.168
Plata	234	0.056
Vapor	2 010	0.480
Estaño	227	0.054 2
Agua	4 186	1.00

Sugerencia 11.1
Determinación de ΔT

En la ecuación 11.3, asegúrese de recordar que ΔT siempre es la temperatura final menos la temperatura inicial: $\Delta T = T_f - T_i$.

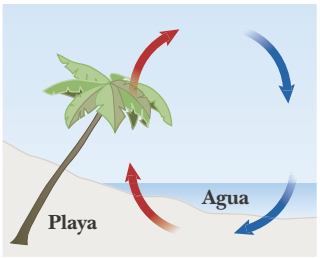


Figura 11.2 Circulación del aire en una playa. En un día caliente, el aire sobre la arena se calienta más rápido que el aire sobre el agua más fría. El aire más caliente flota hacia arriba debido al principio de Arquímedes, lo que resulta en el movimiento del aire más frío hacia la playa.

APLICACIÓN

Brisas marinas y corrientes térmicas

11.2 Calor específico

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir calor específico y explicar su origen físico.
2. Evaluar la energía requerida para cambiar la temperatura de los sistemas térmicos.

La definición histórica de la caloría es la cantidad de energía necesaria para aumentar la temperatura de un gramo de una sustancia específica (agua) en un grado. Esa cantidad es 4.186 J. Aumentar la temperatura de un kilogramo de agua en 1°C requiere 4 186 J de energía. La cantidad de energía requerida para aumentar la temperatura de un kilogramo de una sustancia arbitraria en 1°C varía de acuerdo con esta última. Por ejemplo, la energía requerida para elevar la temperatura de un kilogramo de cobre en 1°C es de 387 J. Cada sustancia requiere una cantidad única de energía por masa unitaria para cambiar su temperatura en 1°C.

Si una cantidad de energía Q se transfiere a una sustancia de masa m, el cambio de su temperatura en $\Delta T = T_f - T_i$, el **calor específico** c de la sustancia se define con

$$c \equiv \frac{Q}{m\,\Delta T} \qquad [11.2]$$

Unidad SI: joule por kilogramo-grado Celsius (J/kg · °C)

En la tabla 11.1 se presentan los calores específicos para varias sustancias. De la definición de caloría, el calor específico del agua es de 4 186 J/kg·°C. Los valores dados son comunes, pero varían dependiendo de la temperatura y del estado (sólido, líquido o gaseoso) en el que se encuentre la materia.

De la definición de calor específico, se puede expresar la energía Q necesaria para aumentar la temperatura ΔT de un sistema de masa m como

$$Q = mc\,\Delta T \qquad [11.3]$$

Por ejemplo, la energía requerida para aumentar la temperatura de 0.500 kg de agua 3.00°C, es $Q = (0.500\text{ kg})(4\,186\text{ J/kg·°C})(3.00\text{°C}) = 6.28 \times 10^3$. Observe que cuando la temperatura aumenta, ΔT y Q son *positivos*, lo que corresponde a la energía que fluye *hacia* el sistema. Cuando la temperatura disminuye, ΔT y Q son *negativos* y la energía fluye hacia *afuera* del sistema.

En la tabla 11.1 se muestra que el agua tiene el calor específico mayor en relación con el resto de las temperaturas encontradas en las regiones que están cerca de cuerpos de agua grandes. Cuando la temperatura de un cuerpo de agua disminuye durante el invierno, el agua transfiere energía al aire, que transporta la energía hacia la tierra cuando los vientos que prevalecen se dirigen hacia ella. Fuera de la costa occidental de Estados Unidos, la energía liberada por el océano Pacífico se transporta hacia el este, manteniendo las áreas costeras mucho más calientes de lo que deberían estar. Los inviernos por lo general son más fríos en los estados de la costa este, debido a que los vientos dominantes transportan la energía lejos de la tierra.

El hecho de que el calor específico del agua es mayor que el calor específico de la arena es responsable del patrón del flujo de aire en una playa. Durante el día, el Sol agrega cantidades aproximadamente iguales de energía a la playa y al agua, pero el calor específico menor de la arena ocasiona que la playa alcance una temperatura mayor que la del agua. Como resultado, el aire sobre la tierra alcanza una temperatura mayor que la del aire sobre el agua. El aire frío más denso empuja al aire caliente menos denso hacia arriba (debido al principio de Arquímedes), lo que resulta en una brisa del océano hacia la tierra durante el día. Debido a que el aire caliente se enfría gradualmente conforme sube, vuelve a bajar, estableciendo el patrón de circulación que se muestra en la figura 11.2.

Un efecto similar produce capas de aire en ascenso denominadas *corrientes térmicas* que pueden ayudar a que las águilas remonten el vuelo y a que los planeadores permanezcan más tiempo en el aire. Una corriente térmica se crea cuando una parte de la Tierra alcanza una temperatura mayor que las regiones circundantes. Las corrientes

térmicas con frecuencia se presentan en los campos barbechados, que debido al calor del Sol alcanzan temperaturas más altas que los campos vecinos sombreados por vegetación. El aire más frío y denso sobre los campos cubiertos de vegetación empuja el aire en expansión sobre el campo barbechado hacia arriba y se forma una corriente térmica.

Cuestionario rápido

11.1 Suponga que tiene un 1 kg de hierro, uno de vidrio y uno de agua, y que las tres muestras están a 10°C. a) Ordene las muestras de menor a mayor temperatura después de que se agregan 100 J de energía a cada una por calor. b) Ordénelas de acuerdo con la cantidad de menor a mayor de energía transferida de modo que cada una aumente su temperatura a 20°C.

EJEMPLO 11.2 Esfuerzo sobre un puntal

OBJETIVO Usar la ecuación de la transferencia de energía en el contexto de la dilatación lineal y del esfuerzo de compresión.

PROBLEMA Un puntal de acero cerca de la caldera de un barco tiene una longitud de 2.00 m, una masa de 1.57 kg y una sección transversal de $1.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$. Durante la operación de la caldera, el puntal absorbe una energía térmica neta de 2.50×10^5 J. **a)** Encuentre el cambio en la temperatura del puntal. **b)** Determine el aumento de longitud del puntal. **c)** Si no se permite que el puntal se dilate debido a que está atornillado en cada extremo, obtenga el esfuerzo de compresión desarrollado en el puntal.

ESTRATEGIA Este problema se puede resolver sustituyendo las cantidades dadas en tres ecuaciones diferentes. En el inciso a) el cambio de temperatura se puede calcular al sustituir en la ecuación 11.3, que relaciona el cambio de temperatura con la energía transferida por calor. En el inciso b), sustituir el resultado del inciso a) en la ecuación de la dilatación lineal da como resultado el cambio en longitud. Si un diseño deficiente impide ese cambio de longitud, como en el inciso c), el resultado es un esfuerzo de compresión, que se obtiene con la ecuación de esfuerzo-deformación por compresión. *Nota:* es posible tomar el calor específico del acero igual que el del hierro.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el cambio de temperatura.

Despeje el cambio de temperatura de la ecuación 11.3 y sustituya:

$$Q = m_s c_s \Delta T \quad \rightarrow \quad \Delta T = \frac{Q}{m_s c_s}$$

$$\Delta T = \frac{(2.50 \times 10^5\ \text{J})}{(1.57\ \text{kg})(448\ \text{J/kg} \cdot \text{°C})} = 355\text{°C}$$

b) Determine el cambio en la longitud del puntal si se permite que se dilate.

Sustituya en la ecuación de la dilatación lineal:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T = (11 \times 10^{-6}\ \text{°C}^{-1})(2.00\ \text{m})(355\text{°C})$$
$$= 7.8 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

c) Obtenga el esfuerzo de compresión en el puntal si no se permite que se dilate.

Sustituya en la ecuación de esfuerzo-deformación por compresión:

$$\frac{F}{A} = Y \frac{\Delta L}{L} = (2.00 \times 10^{11}\ \text{Pa}) \frac{7.8 \times 10^{-3}\ \text{m}}{2.01\ \text{m}}$$
$$= 7.8 \times 10^8\ \text{Pa}$$

COMENTARIOS Observe que se usó la cifra de 2.01 m en el denominador del último cálculo, en vez de 2.00 m. Esto se debe a que, en efecto, el puntal se comprimió de nuevo a la longitud original a partir de la longitud a la cual se había dilatado (sin embargo, la diferencia es insignificante). La respuesta excede la resistencia máxima a la compresión del acero y destaca la importancia de dejar un margen para la dilatación térmica. Por supuesto, es probable que el puntal se flexione, aliviando parte del esfuerzo (creando un esfuerzo cortante en el proceso). Por último, si el puntal está atornillado en los dos extremos, la dilatación y la contracción térmica ejercerían esfuerzos cortantes sobre los tornillos, posiblemente debilitándolos o aflojándolos con el tiempo.

PREGUNTA 11.2 ¿Cuál de las combinaciones de propiedades siguientes tendrá como resultado la dilatación menor de una sustancia debida a la absorción de una cantidad dada Q de energía térmica? a) calor específico pequeño, coeficiente de dilatación grande; b) calor específico pequeño, coeficiente de dilatación pequeño; c) calor específico grande, coeficiente de dilatación pequeño, y d) calor específico grande, coeficiente de dilatación grande.

(*Continúa*)

EJERCICIO 11.2 Suponga que un puntal de acero que tiene un área transversal de 5.00×10^{-4} m^2 y una longitud de 2.50 m está atornillado entre dos mamparos rígidos en la sala de máquinas de un submarino. Suponga que la densidad del acero es la misma que la del hierro. a) Calcule el cambio en la temperatura del puntal si absorbe 3.00×10^5 de energía térmica. b) Calcule el esfuerzo de compresión en el puntal.

RESPUESTAS a) 68.2°C; b) 1.50×10^8 Pa

11.3 Calorimetría

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir la calorimetría y relacionarla con la conservación de la energía.
2. Aplicar técnicas de calorimetría a los sistemas de dos o más sustancias.

Una técnica para medir el calor específico de un sólido o un líquido es aumentar la temperatura de la sustancia hasta algún valor, colocarlo en un recipiente que contenga agua fría con masa y temperatura conocidas y medir la temperatura de la combinación después de que se haya alcanzado el equilibrio. Defina el sistema como la sustancia y el agua. Si se supone que el recipiente es un buen aislante, de modo que la energía no sale del sistema, entonces es posible pensar que el sistema está aislado. Los recipientes que tienen esta propiedad se llaman **calorímetros** y los análisis que se realizan usando estos recipientes se denominan **calorimetría**.

El principio de la conservación de la energía para este sistema aislado requiere que el resultado neto de todas las transferencias de energía sea cero. Si una parte del sistema pierde energía, otra parte tiene que ganarla debido a que el sistema está aislado y la energía no tiene a dónde ir. Cuando un objeto caliente se coloca en el agua fría de un calorímetro, ese objeto se enfría en tanto que el agua se calienta. Este principio puede escribirse

$$Q_{\text{frío}} = -Q_{\text{caliente}} \qquad [11.4]$$

$Q_{\text{frío}}$ es positiva ya que la energía fluye hacia los objetos más fríos y Q_{caliente} es negativa ya que la energía sale del objeto caliente. El signo negativo en el lado derecho de la ecuación 11.4 asegura que sea un número positivo, consistente con el lado izquierdo. La ecuación es válida solo cuando el sistema que describe está aislado.

Los problemas de calorimetría implican la resolución de la ecuación 11.4 para una cantidad desconocida, que suele ser un calor o una temperatura específicos.

EJEMPLO 11.3 Determinación de un calor específico

OBJETIVO Resolver un problema de calorimetría que solo tiene dos sustancias.

PROBLEMA Un bloque de 125 g de una sustancia desconocida con una temperatura de 90.0°C se coloca en un vaso de poliestireno que contiene 0.326 kg de agua a 20.0°C. El sistema alcanza una temperatura de equilibrio de 22.4°C. ¿Cuál es el calor específico, c_x, de la sustancia desconocida si no se toma en cuenta la capacidad térmica del vaso?

ESTRATEGIA El agua gana energía térmica $Q_{\text{frío}}$ en tanto que el bloque pierde energía térmica Q_{caliente}. Usando la ecuación 11.3, sustituya las expresiones en la ecuación 11.4 y calcule el calor específico desconocido, c_x.

SOLUCIÓN

Sea T la temperatura final y sean T_w y T_x las temperaturas iniciales del agua y del bloque, respectivamente. Aplique las ecuaciones 11.3 y 11.4:

$$Q_{\text{frío}} = -Q_{\text{caliente}}$$
$$m_w c_w (T - T_w) = -m_x c_x (T - T_x)$$

Despeje c_x y sustituya los valores numéricos:

$$c_x = \frac{m_w c_w (T - T_w)}{m_x (T_x - T)}$$
$$= \frac{(0.326\ \text{kg})(4\,190\ \text{J/kg} \cdot \text{°C})(22.4\text{°C} - 20.0\text{°C})}{(0.125\ \text{kg})(90.0\text{°C} - 22.4\text{°C})}$$
$$c_x = 388\ \text{J/kg} \cdot \text{°C} \rightarrow \boxed{390\ \text{J/kg} \cdot \text{°C}}$$

(*Continúa*)

COMENTARIOS Al comparar los resultados con los valores dados en la tabla 11.1, es probable que la sustancia desconocida sea cobre. Observe que debido a que el factor $(22.4°C - 20.0°C) = 2.4°C$ solo tiene dos cifras significativas, la respuesta final se debe redondear de manera similar a dos cifras significativas, como se indica.

PREGUNTA 11.3 Los objetos *A*, *B* y *C* están a temperaturas diferentes, *A* tiene la menor y *C* la mayor. Los tres objetos se ponen en contacto térmico entre sí de manera simultánea. Sin realizar cálculos, ¿es posible determinar si el objeto *B* ganará o perderá energía térmica?

EJERCICIO 11.3 Un bloque de 255 g de oro a 85.0°C se sumerge en 155 g de agua a 25.0°C. Encuentre la temperatura de equilibrio, suponiendo que el sistema está aislado y que se puede ignorar la capacidad térmica del vaso.

RESPUESTA 27.9°C

Siempre que no haya más de dos sustancias implicadas, se puede usar la ecuación 11.4 para resolver problemas elementales de calorimetría. Sin embargo, a veces podría haber tres (o más) sustancias intercambiando energía térmica, cada una a temperatura diferente. Si el problema requiere determinar la temperatura final, quizá no sea claro si la sustancia con la temperatura intermedia gana o pierde energía térmica. En esos casos, no es posible usar la ecuación 11.4 de manera confiable.

Por ejemplo, suponga que se quiere calcular la temperatura final de un sistema que consiste inicialmente en un vaso de precipitados a 25°C, agua caliente a 40°C y un bloque de aluminio a 37°C. Sabemos que después de combinar los tres, el vaso de precipitados se calienta y que el agua se enfría, pero no estamos seguros de si el bloque de aluminio gana o pierde energía debido a que la temperatura final se desconoce.

Por fortuna, aún se pueden resolver esos problemas siempre que se enuncien de manera correcta. Con una temperatura final desconocida T_f, la expresión $Q = mc(T_f - T_i)$ será positiva si $T_f > T_i$ y negativa si $T_f < T_i$. La ecuación 11.4 se puede escribir como

$$\sum Q_k = 0 \qquad [11.5]$$

donde Q_k es el cambio de energía en el objeto *k*-ésimo. La ecuación 11.5 indica que la suma de todas las ganancias y pérdidas de energía térmica deben sumar cero, como se requiere por la conservación de energía para un sistema aislado. Cada término en la ecuación 11.5 tendrá el signo correcto de manera automática. Aplicando la ecuación 11.5 al problema del agua, el aluminio y el vidrio, se obtiene

$$Q_a + Q_{\text{alum}} + Q_{vid} = 0$$

No es necesario decidir de antemano si una sustancia en el sistema gana o pierde energía. Esta ecuación tiene un estilo similar al de la ecuación de conservación de la energía mecánica, donde las ganancias y las pérdidas de las energías cinética y potencial suman cero para un sistema aislado: $\Delta EC + \Delta EP = 0$. Como se verá más adelante, los cambios en la energía térmica se pueden incluir en lado izquierdo de esta ecuación.

Cuando dos o más sustancias intercambian energía térmica, es fácil cometer errores al sustituir las cantidades, por lo que es buena idea construir una tabla para organizar y ensamblar todos los datos. Esta estrategia se ilustra en el ejemplo siguiente.

Sugerencia 11.2 Celsius *versus* Kelvin

En las ecuaciones donde aparece *T*, como en la ley de los gases ideales, se debe usar la temperatura Kelvin. En las ecuaciones que comprendan ΔT, como en las de calorimetría, es posible usar las temperaturas Celsius o bien Kelvin ya que el cambio de temperatura es el mismo en ambas escalas. Si no está seguro, use la escala Kelvin.

EJEMPLO 11.4 Cálculo de una temperatura de equilibrio

OBJETIVO Resolver un problema de calorimetría que comprende tres sustancias a tres temperaturas diferentes.

PROBLEMA Suponga que 0.400 kg de agua inicialmente a 40.0°C se vierte en un tubo de precipitados de vidrio de 0.300 kg que tiene una temperatura de 25.0°C. Un bloque de aluminio de 0.500 kg a 37.0°C se coloca en el agua y el sistema está aislado. Calcule la temperatura de equilibrio final del sistema.

ESTRATEGIA La transferencia de energía para el agua, el aluminio y el vidrio se designan Q_a, Q_{alum} y Q_{vid}, respectivamente. La suma de estas transferencias debe ser igual a cero, de acuerdo con la conservación de la energía. Construya una tabla, ensamble los tres términos a partir de los datos dados y despeje la temperatura de equilibrio final, *T*.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

Aplique la ecuación 11.5 al sistema:

$$1)\quad Q_a + Q_{\text{alum}} + Q_{vid} = 0$$

$$2)\quad m_a c_a (T - T_a) + m_{\text{alum}} c_{\text{alum}} (T - T_{\text{alum}}) + m_{vid} c_{vid} (T - T_{vid}) = 0$$

Construya una tabla de datos:

Q (J)	m (kg)	c (J/kg · °C)	T_f	T_i
Q_a	0.400	4 190	T	40.0°C
Q_{alum}	0.500	9.00×10^2	T	37.0°C
Q_{vid}	0.300	837	T	25.0°C

Usando la tabla, sustituya en la ecuación 2):

$$(1.68 \times 10^3\ \text{J/°C})(T - 40.0°\text{C}) + (4.50 \times 10^2\ \text{J/°C})(T - 37.0°\text{C}) + (2.51 \times 10^2\ \text{J/°C})(T - 25.0°\text{C}) = 0$$

$$(1.68 \times 10^3\ \text{J/°C} + 4.50 \times 10^2\ \text{J/°C} + 2.51 \times 10^2\ \text{J/°C})T = 9.01 \times 10^4\ \text{J}$$

$$T = 37.8°\text{C}$$

COMENTARIOS La respuesta resultó ser muy cercana a la temperatura inicial del aluminio, por lo que hubiera sido imposible suponer de antemano si el aluminio perdería o ganaría energía. Observe la manera en que la tabla se organizó, siguiendo el orden de los factores en los términos diferentes. Esta clase de organización ayuda a evitar errores de sustitución, que son comunes en estos problemas.

PREGUNTA 11.4 Suponga que una energía térmica Q se fuga del sistema. ¿Cómo se debe ajustar el lado derecho de la ecuación 1)? a) No se necesita un cambio. b) $+Q$ c) $-Q$.

EJERCICIO 11.4 Una barra de oro de 20.0 kg a 35.0°C se coloca en un recipiente de vidrio grande y aislado de 0.800 kg a 15.0°C que contiene 2.00 kg de agua a 25.0°C. Calcule la temperatura de equilibrio final.

RESPUESTA 26.6°C

11.4 Calor latente y cambio de fase

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Explicar los términos cambio de fase y calor latente.
2. Describir el origen físico del calor latente de fusión, de la vaporización y de la sublimación.
3. Resolver problemas de calorimetría que incluyen cambios de fase.

Por lo general una sustancia experimenta un cambio de temperatura cuando se transfiere energía entre ella y su entorno. Sin embargo, en algunos casos la transferencia de energía no genera un cambio de temperatura. Esto puede ocurrir cuando las características físicas de la sustancia cambian de una forma a otra, a lo que por lo común se denomina **cambio de fase**. Algunos cambios de fase que se presentan a menudo son: de sólido a líquido (fusión), de líquido a gas (ebullición) y un cambio en la estructura cristalina de un sólido. Cualquier cambio de fase comprende una variación de la energía interna, pero *ningún cambio en la temperatura.*

Calor latente ▶

La energía Q necesaria para cambiar la fase de una sustancia pura dada es

$$Q = \pm mL \qquad [11.6]$$

donde L, llamada **calor latente** de la sustancia, depende de la naturaleza del cambio de fase, así como de la sustancia.

Tabla 11.2 Calores latentes de fusión y vaporización

Sustancia	Punto de fusión (°C)	Calor latente de fusión (J/kg)	Calor latente de fusión cal/g	Punto de ebullición (°C)	Calor latente de vaporización (J/kg)	Calor latente de vaporización cal/g
Helio	−269.65	5.23×10^3	1.25	−268.93	2.09×10^4	4.99
Nitrógeno	−209.97	2.55×10^4	6.09	−195.81	2.01×10^5	48.0
Oxígeno	−218.79	1.38×10^4	3.30	−182.97	2.13×10^5	50.9
Alcohol etílico	−114	1.04×10^5	24.9	78	8.54×10^5	204
Agua	0.00	3.33×10^5	79.7	100.00	2.26×10^6	540
Azufre	119	3.81×10^4	9.10	444.60	3.26×10^5	77.9
Plomo	327.3	2.45×10^4	5.85	1 750	8.70×10^5	208
Aluminio	660	3.97×10^5	94.8	2 450	1.14×10^7	2 720
Plata	960.80	8.82×10^4	21.1	2 193	2.33×10^6	558
Oro	1 063.00	6.44×10^4	15.4	2 660	1.58×10^6	377
Cobre	1 083	1.34×10^5	32.0	1 187	5.06×10^6	1 210

La unidad de calor latente es el joule por kilogramo (J/kg). La palabra *latente* significa "escondido dentro de una persona o cosa". El signo positivo en la ecuación 11.6 se elige cuando la energía es absorbida por una sustancia, como cuando el hielo se derrite. El signo negativo se elige cuando la energía se remueve de una sustancia, como cuando el vapor se condensa en agua.

El **calor latente de fusión** L_f se usa cuando ocurre un cambio de fase durante la fusión o la congelación, en tanto que el **calor latente de vaporización** L_v se usa cuando ocurre un cambio de fase durante la ebullición o la evaporización.[1] Por ejemplo, a presión atmosférica el calor latente de fusión para el agua es de 3.33×10^5 J/kg y el calor latente de vaporización para el agua es de 2.26×10^6 J/kg. Los calores latentes de las distintas sustancias varían de manera considerable, como se puede observar en la tabla 11.2.

Otro proceso, la sublimación, es el paso de la fase sólida a la gaseosa sin pasar por la fase líquida. La emisión de gas del hielo seco (dióxido de carbono congelado) ilustra este proceso, que tiene su propio calor latente asociado, el calor de sublimación.

Para comprender mejor la física de los cambios de fase, considere la adición de energía a un cubo de 1.00 g de hielo a −30.0°C en un recipiente que se mantiene a presión constante. Suponga que esta entrada de energía convierte el hielo en vapor (vapor de agua) a 120.0°C. La figura 11.3 (página 376) es una gráfica de la medición experimental de la temperatura cuando se agrega energía al sistema. Cada parte de la curva se examina por separado.

Sugerencia 11.3 Los signos son muy importantes

Para los cambios de fase, use el signo explícito correcto en la ecuación 11.6, positivo si agrega energía a la sustancia, negativo si se la quita.

Parte A Durante esta parte de la curva, la temperatura del hielo, cambia de −30.0°C a 0.0°C. Debido a que el calor específico del hielo es de 2 090 J/kg · °C, es posible calcular la cantidad de energía agregada por medio de la ecuación 11.3:

$$Q = mc_{\text{hielo}}\,\Delta T = (1.00 \times 10^{-3}\ \text{kg})(2\,090\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C})(30.0{}^\circ\text{C}) = 62.7\ \text{J}$$

Parte B Cuando el hielo llega a 0°C, la mezcla de hielo-agua permanece a esa temperatura, aunque se agrega energía, hasta que todo el hielo se funde en agua a 0°C. De acuerdo con la ecuación 11.6, la energía requerida para derretir 1.00 g de hielo a 0°C es

$$Q = mL_f = (1.00 \times 10^{-3}\ \text{kg})(3.33 \times 10^5\ \text{J/kg}) = 333\ \text{J}$$

[1]Cuando un gas se enfría, al final regresa a la fase líquida, o *se condensa*. La energía por unidad de masa cedida durante el proceso se denomina *calor de condensación* y es igual al calor de vaporización. Cuando un líquido se enfría, al final se solidifica, y el *calor de solidificación* es igual al calor de fusión.

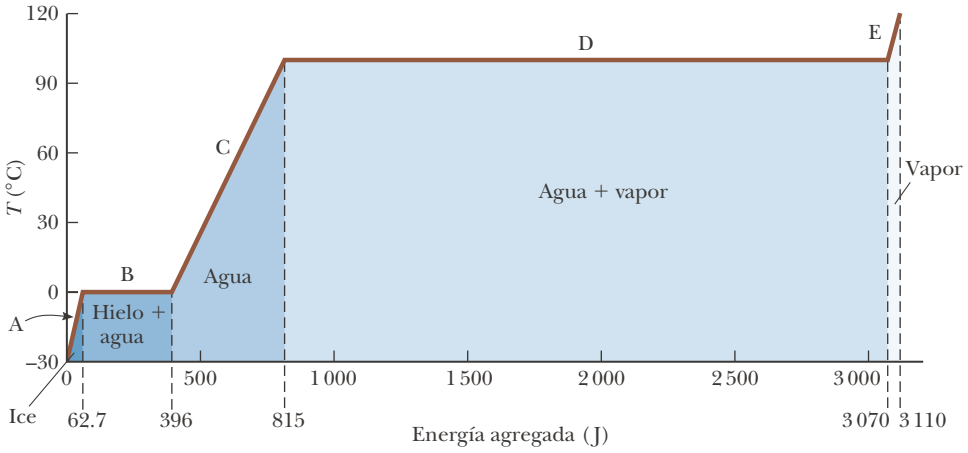


Figura 11.3 Gráfica de la temperatura en función de la energía agregada cuando 1.00 g de hielo, inicialmente a −30.0°C, se convierte en vapor a 120°C.

Parte C Entre 0°C y 100°C, no ocurre un cambio de fase. La energía agregada al agua se usa para aumentar su temperatura, como en la parte A. La cantidad de energía necesaria para aumentar la temperatura de 0°C a 100°C es

$$Q = mc_{\text{agua}}\,\Delta T = (1.00 \times 10^{-3}\ \text{kg})(4.19 \times 10^{3}\ \text{J/kg} \cdot {}^{\circ}\text{C})(1.00 \times 10^{2}\ {}^{\circ}\text{C})$$

$$Q = 4.19 \times 10^{2}\ \text{J}$$

Parte D A 100°C, ocurre otro cambio de fase cuando el agua cambia a vapor. Como en la parte B, la mezcla de agua-vapor permanece a temperatura constante, esta vez a 100°C (aunque se agrega energía) hasta que todo el líquido se ha convertido en vapor. La energía requerida para convertir 1.00 g de agua a 100°C en vapor a 100°C es

$$Q = mL_v = (1.00 \times 10^{-3}\ \text{kg})(2.26 \times 10^{6}\ \text{J/kg}) = 2.26 \times 10^{3}\ \text{J}$$

Parte E Durante esta parte de la curva, como en las partes A y C, no ocurre un cambio de fase, de modo que toda la energía agregada se destina al aumento de la temperatura del vapor. La energía que se debe agregar para incrementar la temperatura del vapor a 120.0°C es

$$Q = mc_{\text{vapor}}\,\Delta T = (1.00 \times 10^{-3}\ \text{kg})(2.01 \times 10^{3}\ \text{J/kg} \cdot {}^{\circ}\text{C})(20.0{}^{\circ}\text{C}) = 40.2\ \text{J}$$

La cantidad de energía total que se debe agregar para cambiar 1.00 g de hielo a −30.0°C en vapor a 120.0°C es la suma de los resultados de las cinco partes de la curva, 3.11×10^{3} J. Y a la inversa, para enfriar 1.00 g de vapor a 120.0°C hasta el punto en el cual se convierte en hielo enfriado a −30.0°C, se deben remover 3.11×10^{3} de energía.

Es posible describir los cambios de fase en términos de reacomodos de las moléculas cuando se agrega o se remueve energía de una sustancia. Considere primero el cambio de fase de líquido a gas. Las moléculas en un líquido están muy juntas y las fuerzas entre ellas son más fuertes que las que hay entre las moléculas mucho más separadas de un gas. Por lo tanto, es preciso realizar un trabajo sobre el líquido contra estas fuerzas moleculares de atracción para separar las moléculas. El calor latente de vaporización es la cantidad de energía que se debe agregar a un kilogramo de líquido para lograr esta separación.

De manera similar, en el punto de fusión de un sólido, la amplitud de la vibración de los átomos respecto a sus posiciones de equilibrio se vuelve suficientemente grande para permitir que los átomos atraviesen las barreras de átomos adyacentes y se muevan a sus nuevas posiciones. En promedio, estas nuevas posiciones son menos simétricas que las anteriores y, por lo tanto, tienen mayor energía. El calor latente de fusión es igual al trabajo requerido en el nivel molecular para transformar la masa de la fase sólida ordenada a la fase líquida desordenada.

La distancia promedio entre los átomos es mucho mayor en la fase gaseosa que en la fase líquida o en la sólida. Cada átomo o molécula se separan de sus vecinos, superando las fuerzas de atracción de vecinos cercanos. Así, se requiere más trabajo

a nivel molecular para vaporizar una masa dada de una sustancia que para fundirla; de modo que, en general, el calor latente de vaporización es mucho mayor que el calor latente de fusión (consulte la tabla 11.2).

Cuestionario rápido

11.2 Calcule las pendientes para las partes A, C y E de la figura 11.3. Ordene las pendientes de menor a mayor y explique qué significa su clasificación. a) A, C, E; b) C, A, E; c) E, A, C y d) E, C, A

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Calorimetría con cambios de fase

1. **Construya una tabla para todos los datos.** Trace filas separadas para las distintas fases y para cualquier transición entre ellas. Incluya columnas para cada cantidad que se use y una columna final para la combinación de las cantidades. Las transferencias de energía térmica en esta última columna están dadas por $Q = mc\Delta T$, en tanto que los cambios de fase están dados por $Q = \pm mL_f$ para los cambios entre líquido y sólido y por $Q = \pm mL_v$ para aquellos entre líquido y gas.
2. **Aplique la conservación de la energía.** Si el sistema está aislado, use $\Sigma Q_k = 0$ (ecuación 11.5). Para un sistema no aislado, el cambio de energía neto debe reemplazar al cero en el lado derecho de esa ecuación. Aquí, ΣQ_k es solo la suma de todos los términos en la última columna de la tabla.
3. **Calcule** la cantidad desconocida.

EJEMPLO 11.5 Agua helada

OBJETIVO Resolver un problema que comprende la trasferencia de calor y un cambio de fase de sólido a líquido.

PROBLEMA En una fiesta se agregan 6.00 kg de hielo a −5.00°C a una nevera portátil que contiene 30.0 litros de agua a 20.0°C. ¿Cuál es la temperatura del agua cuando llega al equilibrio?

ESTRATEGIA En este problema, es mejor construir una tabla. Con la adición de la energía térmica Q_{hielo} el hielo se calentará a 0°C, luego se derrite a 0°C con la adición de la energía $Q_{\text{derretido}}$. Enseguida, el hielo derretido se calentará a alguna temperatura final T absorbiendo energía $Q_{\text{hielo–agua}}$, obtenida del cambio en la energía del agua líquida original, Q_{agua}. De acuerdo con la conservación de la energía, estas cantidades deben sumar cero.

SOLUCIÓN

Calcule la masa del agua líquida:

$$\begin{aligned} m_{\text{agua}} &= \rho_{\text{agua}} V \\ &= (1.00 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(30.0\ \text{L})\,\frac{1.00\ \text{m}^3}{1.00 \times 10^3\ \text{L}} \\ &= 30.0\ \text{kg} \end{aligned}$$

Escriba la ecuación del equilibrio térmico:

$$\textbf{1)}\quad Q_{\text{hielo}} + Q_{\text{derretido}} + Q_{\text{hielo–agua}} + Q_{\text{agua}} = 0$$

Construya una tabla completa:

Q	m (kg)	c (J/kg · °C)	L (J/kg)	T_f (°C)	T_i (°C)	Expresión
Q_{hielo}	6.00	2 090		0	−5.00	$m_{\text{hielo}}c_{\text{hielo}}(T_f - T_i)$
$Q_{\text{derretido}}$	6.00		3.33×10^5	0	0	$m_{\text{hielo}}L_f$
$Q_{\text{hielo–agua}}$	6.00	4 190		T	0	$m_{\text{hielo}}c_{\text{agua}}(T_f - T_i)$
Q_{agua}	30.0	4 190		T	20.0	$m_{\text{agua}}c_{\text{agua}}(T_f - T_i)$

Sustituya todas las cantidades de la segunda a la sexta columnas en la última columna y sume, lo que es la evaluación de la ecuación 1) y calcule T:

$$\begin{aligned} &6.27 \times 10^4\ \text{J} + 2.00 \times 10^6\ \text{J} \\ &\quad + (2.51 \times 10^4\ \text{J/°C})(T - 0\text{°C}) \\ &\quad + (1.26 \times 10^5\ \text{J/°C})(T - 20.0\text{°C}) = 0 \end{aligned}$$

$$T = \boxed{3.03\text{°C}}$$

(*Continúa*)

COMENTARIOS La elaboración de una tabla es opcional. Sin embargo, cometer errores simples de sustitución es muy común y con la tabla es probable que se cometan menos.

PREGUNTA 11.5 ¿Puede un sistema cerrado que contiene sustancias diferentes a temperaturas iniciales distintas alcanzar una temperatura de equilibrio que sea menor que todas las temperaturas iniciales?

EJERCICIO 11.5 ¿Qué masa de hielo a −10.0°C se necesita para enfriar el tanque de agua de una ballena, que contiene 1.20×10^3 m^3 de agua, de 20.0°C a una temperatura más cómoda de 10.0°C?

RESPUESTA 1.27×10^5 kg

EJEMPLO 11.6 Fusión parcial

OBJETIVO Comprender cómo manejar un cambio de fase incompleto.

PROBLEMA Un bloque de hielo de 5.00 kg a 0°C se agrega a un recipiente parcialmente aislado lleno con 10.0 kg de agua a 15.0°C. **a)** Encuentre la temperatura final, ignorando la capacidad térmica del recipiente. **b)** Determine la masa del hielo derretido.

ESTRATEGIA El inciso a) es engañoso ya que el hielo no se derrite por completo en este ejemplo. Cuando se dude respecto a si habrá un cambio de fase completo, se necesitan algunos cálculos preliminares. Primero encuentre la energía total requerida para derretir el hielo, $Q_{\text{derretido}}$ y luego determine Q_{agua}, la energía máxima que puede suministrar el agua por encima de 0°C. Si la energía suministrada por el agua es suficientemente alta, todo el hielo se derrite. Si no, es común que haya una mezcla final de hielo y agua a 0°C, a menos que se forme hielo a una temperatura muy por debajo de 0°C, caso en el cual toda el agua líquida se congela.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la temperatura de equilibrio.

Primero, calcule la cantidad de energía necesaria para fundir por completo el hielo:

$$\begin{aligned} Q_{\text{derretido}} &= m_{\text{hielo}} L_f = (5.00\ \text{kg})(3.33 \times 10^5\ \text{J/kg}) \\ &= 1.67 \times 10^6\ \text{J} \end{aligned}$$

Luego, calcule la energía máxima que la masa inicial de agua líquida puede perder sin congelarse:

$$\begin{aligned} Q_{\text{agua}} &= m_{\text{agua}} c \Delta T \\ &= (10.0\ \text{kg})(4\,190\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C})(0{}^\circ\text{C} - 15.0{}^\circ\text{C}) \\ &= -6.29 \times 10^5\ \text{J} \end{aligned}$$

Este resultado es menos de la mitad de la energía que se necesita para derretir todo el hielo; por lo tanto, el estado final del sistema es una mezcla de agua y hielo en el punto de congelación:

$$T = 0{}^\circ\text{C}$$

b) Calcule la masa del hielo derretido.

Iguale la energía disponible total al calor de fusión de m gramos de hielo, mL_f y despeje m:

$$\begin{aligned} 6.29 \times 10^5\ \text{J} &= mL_f = m(3.33 \times 10^5\ \text{J/kg}) \\ m &= 1.89\ \text{kg} \end{aligned}$$

COMENTARIOS Si este problema se resuelve suponiendo (erróneamente) que todo el hielo se derrite, se obtiene una temperatura final de $T = -16.5$°C. La única manera en que eso podría ocurrir sería que el sistema no estuviera aislado, al contrario de lo enunciado en el problema. En el ejercicio 11.6, usted también debe calcular la energía térmica necesaria para calentar el hielo hasta su punto de fusión.

PREGUNTA 11.6 ¿Qué efecto tiene la duplicación de la cantidad inicial de agua líquida sobre la cantidad de hielo derretido?

EJERCICIO 11.6 Si 8.00 kg de hielo a −5.00°C se agregan a 12.0 kg de agua a 20.0°C, calcule la temperatura final. ¿Cuánto hielo queda, si es que queda algo?

RESPUESTA $T = 0$°C, 5.23 kg

A veces los problemas implican cambios en la energía mecánica. Durante un choque, por ejemplo, cierta energía cinética puede transformarse en la energía interna de los objetos que chocan. Esta clase de transformación se ilustra en el ejemplo 11.7, que se trata del posible impacto de un cometa sobre la Tierra. En este ejemplo se tomarán ciertas libertades a fin de estimar la magnitud de la potencia destructiva

de ese evento catastrófico. Los calores específicos dependen de la temperatura y la presión, por ejemplo, pero eso se ignorará. Además, la ley de los gases ideales no se aplica a las temperaturas y presiones obtenidas y el resultado del choque no será vapor sobrecalentado, sino un plasma de partículas cargadas. A pesar de todas estas simplificaciones, el ejemplo produce buenos resultados de orden de magnitud.

EJEMPLO 11.7 ¡Armagedón!

OBJETIVO Vincular la energía mecánica con la energía térmica, los cambios de fase y la ley de los gases ideales para obtener una estimación.

PROBLEMA Un cometa de medio kilómetro de radio que consta de hielo a 273 K choca con la Tierra con una rapidez de 4.00×10^4 m/s. Por simplicidad, suponga que toda la energía cinética se convierte en energía térmica en el momento del impacto y que toda la energía térmica calienta el cometa. **a)** Calcule el volumen y la masa de hielo. **b)** Use la conservación de la energía para encontrar la temperatura final del material del cometa. Suponga, al contrario, que el resultado es vapor sobrecalentado y que los calores específicos usuales son válidos, aunque de hecho dependen tanto de la temperatura como de la presión. **c)** Suponiendo que el vapor conserva una forma esférica y que tiene el mismo volumen inicial que el cometa, calcule la presión del vapor utilizando la ley de los gases ideales. Esta ley en realidad no se aplica a un sistema con una temperatura y una presión tan altas, pero se puede usar para obtener una estimación.

ESTRATEGIA El inciso a) requiere la fórmula del volumen para una esfera y la definición de densidad. En el inciso b) se aplica la conservación de la energía. Hay cuatro procesos involucrados: 1) el derretimiento del hielo, 2) el calentamiento del agua helada hasta el punto de ebullición, 3) la conversión del agua hirviendo en vapor y 4) el calentamiento del vapor. La energía necesaria para estos procesos se designará $Q_{\text{derretido}}$, Q_{agua}, Q_{vapor} y $Q_{\text{vapor sobrecalentado}}$, respectivamente. Estas cantidades más el cambio en la energía cinética ΔEC suman cero debido a que se supone que son internas al sistema. En este caso, las tres primeras Q se pueden ignorar en comparación con el término de la energía cinética (en extremo grande). Despeje la temperatura desconocida y sustitúyala en la ley de los gases ideales en el inciso c).

SOLUCIÓN

a) Encuentre el volumen y la masa de hielo.

Aplique la fórmula del volumen para una esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}(3.14)(5.00 \times 10^2 \text{ m})^3$$
$$= \boxed{5.23 \times 10^8 \text{ m}^3}$$

Aplique la fórmula de la densidad para determinar la masa del hielo:

$$m = \rho V = (917 \text{ kg/m}^3)(5.23 \times 10^8 \text{ m}^3)$$
$$= \boxed{4.80 \times 10^{11} \text{ kg}}$$

b) Determine la temperatura final del material del cometa.

Use la conservación de la energía:

$$\textbf{1)}\quad Q_{\text{derretido}} + Q_{\text{agua}} + Q_{\text{vapor acuoso}} + Q_{\text{vapor sobrecalentado}} + \Delta K = 0 + (0 - \tfrac{1}{2}mv^2) = 0$$

$$\textbf{2)}\quad mL_f + mc_{\text{agua}}\Delta T_{\text{agua}} + mL_v + mc_{\text{vapor sobrecalentado}}\Delta T_{\text{vapor sobrecalentado}}$$

Los primeros tres términos son insignificantes en comparación con la energía cinética. El término del vapor sobrecalentado comprende la temperatura final desconocida; por lo tanto, reténgalo y también la energía cinética, eliminando la masa y despeje T:

$$mc_{\text{vapor sobrecalentado}}(T - 373 \text{ K}) - \tfrac{1}{2}mv^2 = 0$$
$$T = \frac{\frac{1}{2}v^2}{c_{\text{vapor sobrecalentado}}} + 373 \text{ K} = \frac{\frac{1}{2}(4.00 \times 10^4 \text{ m/s})^2}{2\,010 \text{ J/kg} \cdot \text{K}} + 373 \text{ K}$$
$$T = \boxed{3.98 \times 10^5 \text{ K}}$$

c) Calcule la presión del gas, usando la ley de los gases ideales.

Primero, calcule el número de moles de vapor sobrecalentado:

$$n = (4.80 \times 10^{11}\cancel{\text{kg}})\left(\frac{1 \text{ mol}}{0.018 \cancel{\text{kg}}}\right) = 2.67 \times 10^{13} \text{ mol}$$

Calcule la presión, usando $PV = nRT$:

$$P = \frac{nRT}{V}$$
$$= \frac{(2.67 \times 10^{13} \text{ mol})(8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(3.98 \times 10^5 \text{ K})}{5.23 \times 10^8 \text{ m}^3}$$
$$P = \boxed{1.69 \times 10^{11} \text{ Pa}}$$

(*Continúa*)

COMENTARIOS ¡La presión estimada es varios cientos de veces mayor que el esfuerzo cortante máximo del acero! Esta región a alta presión se expandiría rápidamente, destruyendo todo dentro de un radio extenso. Se desatarían incendios a través de una región del tamaño de un continente y las olas de las marejadas se expandirían por todo el mundo, destruyendo regiones costeras en todas partes. El Sol se oscurecería al menos durante una década y numerosas especies, quizá incluido el *Homo sapiens*, se extinguirían. Esos eventos de extinción son raros, pero a largo plazo representan una amenaza para la vida en la Tierra.

PREGUNTA 11.7 ¿Por qué un asteroide de níquel-hierro sería más peligroso que uno del mismo tamaño compuesto principalmente de hielo?

EJERCICIO 11.7 Suponga que una bala de plomo con una masa de 5.00 g y a una temperatura inicial de 65.0°C se incrusta en una pared y se licua por completo. ¿Qué velocidad mínima tenía antes del impacto? (*Sugerencia:* la rapidez mínima corresponde al caso en el que toda la energía cinética se convierte en energía interna y la temperatura final del plomo está en su punto de fusión. ¡En este caso no ignore ningún término!

RESPUESTA 341 m/s

© Cengage Learning/George Semple

Figura 11.4 La conducción calienta el mango metálico de una olla.

11.5 Transferencia de energía

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir conducción, convección y radiación, y explicar los mecanismos físicos asociados con cada una de ellas.
2. Calcular la rapidez de transferencia de energía por conducción a través de una o más capas de material.
3. Enunciar y aplicar la ley de Stefan, calculando la rapidez de transferencia de energía por radiación de sistemas diferentes.

En algunas aplicaciones es necesario conocer la rapidez con la cual se transfiere la energía entre un sistema y su entorno, y los mecanismos responsables para la transferencia. Esta información es particularmente importante cuando se impermeabilizan edificios o en aplicaciones médicas, tales como calcular de manera aproximada el tiempo de supervivencia de los seres humanos cuando se exponen a los elementos.

Antes en este capítulo se definió el calor como una transferencia de energía entre un sistema y su entorno debida a una diferencia de temperatura entre ellos. En esta sección se analiza con más detalle el calor como un medio de transferencia de energía y se consideran los procesos de conducción, convección y radiación térmica.

Sugerencia 11.4 Frazadas y abrigos en clima frío

Cuando usted duerme bajo una frazada en el invierno o viste un abrigo caliente para salir al exterior, la frazada o el abrigo sirven como una capa de material con baja conductividad térmica que reduce la transferencia de energía de su cuerpo por calor. El medio aislante primario es el aire atrapado en sacos pequeños dentro del material.

Conducción térmica

El proceso de transferencia de energía que se asocia de manera más estrecha con una diferencia de temperatura se denomina **conducción térmica** o simplemente **conducción**. En este proceso es posible considerar la transferencia en una escala atómica como un cambio de energía cinética entre partículas microscópicas, moléculas, átomos y electrones, con partículas menos energéticas que ganan energía cuando chocan con otras más energéticas. Un sartén barato, como en la figura 11.4, puede tener un mango metálico sin aislamiento de su entorno. Cuando el sartén se calienta, la temperatura del mango metálico se eleva y el cocinero debe sostenerla con un paño para evitar quemarse.

Es posible comprender la manera en que el mango se calienta observando lo que le sucede a las partículas microscópicas en el metal. Antes de que el sartén se coloque en la estufa, las partículas vibran sobre sus posiciones de equilibrio. Conforme el quemador de la estufa se calienta, las partículas que se encuentran en contacto con él comienzan a vibrar con amplitudes mayores. Estas partículas chocan con sus vecinas y transfieren parte de su energía en los choques. Los átomos y electrones del metal que se encuentran más y más lejos de la resistencia aumentan gradualmente la amplitud de sus vibraciones, hasta que al final aquellos que están en el mango

resultan afectados. Esta vibración cada vez mayor representa un incremento en la temperatura del metal (¡y posiblemente una mano quemada!).

Aunque la transferencia de energía a través de una sustancia se puede explicar en parte por las vibraciones atómicas, la rapidez de conducción depende de las propiedades de la sustancia. Por ejemplo, es posible sostener una pieza de asbesto en una llama de manera indefinida, lo que implica que a través del asbesto se conduce muy poca energía. En general, los metales son buenos conductores térmicos debido a que contienen grandes cantidades de electrones que son relativamente libres de moverse por el metal y pueden transportar energía de una región a otra. En un buen conductor como el cobre, la conducción sucede por medio de la vibración de átomos y del movimiento de los electrones libres. Los gases también son conductores térmicos deficientes debido a la gran distancia entre sus moléculas.

La conducción ocurre solo si existe una diferencia de temperatura entre dos partes del medio conductor. Esta diferencia induce el flujo de energía. Considere una placa de material con espesor Δx y área transversal A con sus caras opuestas a temperaturas distintas T_c y T_h, donde $T_h > T_c$ (figura 11.5). La placa permite que la energía se transfiera de la región de mayor temperatura a la de menor temperatura por conducción térmica. La rapidez de transferencia de energía, $P = Q/\Delta t$, es proporcional al área transversal de la placa y a la diferencia en temperatura y es inversamente proporcional al espesor de la placa:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Observe que P tiene unidades de watts cuando Q está en joules y Δt en segundos.

Suponga que una sustancia tiene forma de una barra larga, uniforme, de longitud L, como en la figura 11.6. Se supone que la barra está aislada, por lo que la energía térmica no puede escapar por conducción de su superficie, excepto en los extremos. Un extremo está en contacto térmico con un depósito de energía a temperatura T_c y el otro está en contacto térmico con un depósito a temperatura $T_h > T_c$. Cuando se alcanza un estado estable, la temperatura en cada punto a lo largo de la barra es constante en el tiempo. En este caso $\Delta T = T_h - T_c$ y $\Delta x = L$; por lo tanto,

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_h - T_c}{L}$$

La rapidez de transferencia de energía por conducción a través de una barra está dada por

$$P = kA \frac{(T_h - T_c)}{L} \qquad [11.7]$$

donde k, que es una constante de proporcionalidad que depende del material, se denomina **conductividad térmica**. Las sustancias que son buenas conductoras tienen conductividades térmicas grandes, en tanto que los buenos aislantes tienen conductividades térmicas bajas. En la tabla 11.3 se presentan las conductividades térmicas para varias sustancias.

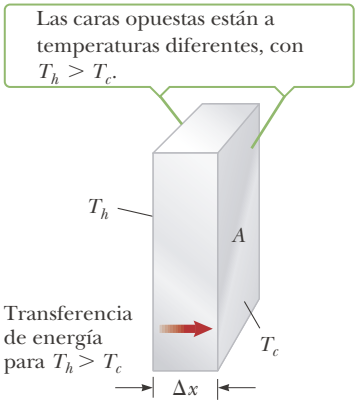


Figura 11.5 Transferencia de energía a través de una placa conductora de área transversal A y espesor Δx.

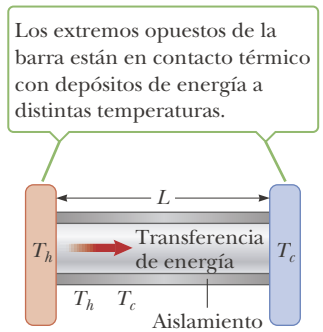


Figura 11.6 Conducción de energía a través de una barra uniforme aislada de longitud L.

Tabla 11.3 Conductividades térmicas

Sustancia	Conductividad térmica (J/s · m · °C)
Metales (a 25°C)	
Aluminio	238
Cobre	397
Oro	314
Hierro	79.5
Plomo	34.7
Plata	427
Gases (a 20°C)	
Aire	0.023 4
Helio	0.138
Hidrógeno	0.172
Nitrógeno	0.023 4
Oxígeno	0.023 8
No metales	
(valores aproximados)	
Asbesto	0.08
Concreto	0.8
Vidrio	0.8
Hielo	2
Caucho	0.2
Agua	0.6
Madera	0.08

Cuestionario rápido

11.3 ¿Un cubo de hielo envuelto en una frazada de lana permanecerá congelado durante a) menos tiempo, b) el mismo tiempo o c) más tiempo que un cubo idéntico expuesto al aire a temperatura ambiente?

11.4 Dos barras de la misma longitud y del mismo diámetro están hechas de materiales diferentes. Las barras conectarán dos regiones de temperaturas distintas de modo que la energía se transferirá a través de las barras por calor. Las barras se pueden conectar en serie, como en la figura 11.7a (página 382) o en paralelo, como en la figura 11.7b. ¿En cuál caso es mayor la rapidez de transferencia de energía por calor? a) Cuando las barras están en serie, b) Cuando las barras están en paralelo, c) La rapidez es la misma en los dos casos.

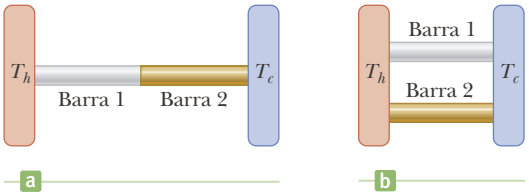


Figura 11.7 (Cuestionario rápido 11.4) ¿En cuál caso es mayor la rapidez de transferencia de energía?

EJEMPLO 11.8 Pérdidas conductivas del cuerpo humano BIO

OBJETIVO Aplicar la ecuación de conducción a un ser humano.

PROBLEMA En un ser humano, hay una capa de grasa y músculo que decansa bajo la piel y cuyo espesor varía dependiendo de la ubicación. En respuesta a un entorno frío, los vasos capilares que se encuentran cerca de la superficie del cuerpo se constriñen, reduciendo el flujo sanguíneo y, por ende, la conductividad de los tejidos. Estos tejidos forman una coraza de hasta una pulgada de espesor que tiene una conductividad térmica de aproximadamente 0.21 W/m · K, la misma que la piel o la grasa. **a)** Calcule la rapidez de la pérdida de energía térmica debida a la conducción desde la región central del cuerpo hacia la superficie de la piel, suponiendo un espesor de la coraza de 2.0 cm y una temperatura de la piel de 33.0°C (la temperatura de la piel varía, dependiendo de las condiciones externas). **b)** Calcule la energía térmica perdida debido a la conducción en 1.0 h. **c)** Estime el cambio en la temperatura corporal en 1.0 h si la energía no se repone. Suponga una masa corporal de 75 kg y un área superficial de la piel de 1.73 m^2.

ESTRATEGIA La solución del inciso a) requiere la aplicación de la ecuación 11.7 para la rapidez de transferencia de energía debida a la conducción. Multiplicando la potencia que se encontró en el inciso a) por el tiempo transcurrido se obtiene la transferencia de energía térmica total en el tiempo dado. En el inciso c), una estimación para el cambio de temperatura si la energía no se repone se puede desarrollar usando la ecuación 11.3, $Q = mc\Delta T$.

SOLUCIÓN

a) Estime la rapidez de la pérdida de energía térmica debida a conducción.

Escriba la ecuación de la conductividad térmica:

$$P = \frac{kA(T_h - T_c)}{L}$$

Sustituya valores:

$$P = \frac{(0.21\ \text{J/m} \cdot \text{K})(1.73\ \text{m}^2)(37.0^\circ\text{C} - 33.0^\circ\text{C})}{2.0 \times 10^{-2}\ \text{m}} = \boxed{73\ \text{W}}$$

b) Calcule la energía térmica perdida debido a la conducción en 1.0 h.

Multiplique la potencia P por el tempo Δt:

$$Q = P\Delta t = (73\ \text{W})(3\,600\ \text{s}) = \boxed{2.6 \times 10^5\ \text{J}}$$

c) Calcule el cambio en la temperatura corporal en 1.0 h si la energía no se repone.

Escriba la ecuación 11.3 y despeje ΔT:

$$Q = mc\Delta T$$

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{2.6 \times 10^5\ \text{J}}{(75\ \text{kg})(3\,470\ \text{J/kg} \cdot \text{K})} = \boxed{1.0^\circ\text{C}}$$

COMENTARIOS En el cálculo no se toma en cuenta el gradiente térmico, que reduce aún más la rapidez de transferencia de energía a través de la coraza por conducción. Mientras que la energía térmica se transfiere a través de la coraza por conducción, otros mecanismos remueven esa energía de la superficie del cuerpo debido a que el aire es un conductor eficiente de energía térmica. La convección, la radiación y la evaporación de sudor son los principales mecanismos que remueven energía térmica de la piel. En el cálculo se muestra que incluso en condiciones moderadas, el cuerpo debe reponer de forma constante su energía interna. Es posible morir por exposición aún en temperaturas muy por encima de la correspondiente a la congelación.

PREGUNTA 11.8 ¿Por qué un corredor de distancias largas requiere muy poca ropa de abrigo cuando corre en clima frío, pero se pone un suéter después de terminar una carrera?

EJERCICIO 11.8 BIO Una ballena gris pequeña tiene una temperatura central corporal de 35°C y una temperatura en la interfaz centro/grasa de 29°C, con un espesor de grasa promedio de 4.0 cm y conductividad térmica de 0.25 W/m · K. a) ¿Con qué rapidez se pierde energía del centro de la ballena por conducción de la interfaz centro/grasa a través de la grasa hacia la piel? Suponga que la piel tiene una temperatura de 12°C y un área corporal total de 22 m^2. b) ¿Qué porcentaje del gasto diario de energía es este número? (La ballena gris pequeña promedio requiere 8.0×10^8 J de energía por día, ¡eso es mucho plancton y kril!)

RESPUESTAS a) 2.3×10^3 W; b) 25%

Aislamiento de casas

Para determinar si es necesario agregar aislamiento a un techo o alguna otra parte de un edificio, es preciso ampliar el análisis anterior de la conducción por dos razones:

1. Las propiedades aislantes de los materiales que se usan en las construcciones por lo general se expresan en unidades de ingeniería (en Estados Unidos) en lugar de unidades SI. Las mediciones impresas en un paquete de material aislante de fibra de vidrio se encuentran en unidades térmicas británicas, pies y grados Fahrenheit.
2. Al tratar con el aislamiento de un edificio, se debe considerar la conducción a través de una placa compuesta, ya que cada parte de la placa tiene cierto espesor y una conductividad térmica específica. Una pared común en una casa consta de un conjunto de materiales, como paneles de madera, muros secos, aislamiento, entablados y recubrimiento de madera.

Stockbyte/Getty Images RF

Un trabajador que instala un aislamiento de fibra de vidrio en una casa. La máscara lo protege contra la inhalación de fibras microscópicas que pueden ser peligrosas para su salud.

La rapidez de transferencia de energía por conducción a través de una placa compuesta es

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{A(T_h - T_c)}{\sum_i L_i/k_i} \qquad [11.8]$$

donde T_h y T_c son las temperaturas de las *extremidades externas* de la placa y la suma es sobre todas las partes de la placa. Esta fórmula se puede deducir de manera algebraica, utilizando el hecho de que la temperatura en la interfaz entre dos materiales aislantes debe ser la misma y que la rapidez de transferencia de energía a través de un aislante debe ser la misma que a través de los otros aislantes. Si la placa consta de tres materiales distintos, el denominador es la suma de tres términos. En la práctica de la ingeniería, se hace referencia al término L/k para una sustancia particular como el valor R del material, por lo que la ecuación 11.8 se reduce a

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{A(T_h - T_c)}{\sum_i R_i} \qquad [11.9]$$

Los valores R para algunos materiales de construcción comunes se listan en la tabla 11.4. Observe la unidad de R y el hecho de que se definen los valores R para espesores específicos.

Tabla 11.4 Valores R para algunos materiales de construcción comunes

Material	Valor R [a] (pie^2 · °F · h/Btu)
Entablado de madera dura (1.0 pulg de espesor)	0.91
Tejas planas de madera (traslapadas)	0.87
Ladrillo (4.0 pulg de espesor)	4.00
Bloque de concreto (huecos rellenos)	1.93
Poliestireno (1.0 pulg de espesor)	5.0
Guata de fibra de vidrio (3.5 pulg de espesor)	10.90
Guata de fibra de vidrio (6.0 pulg de espesor)	18.80
Tablero de fibra de vidrio (1.0 pulg de espesor)	4.35
Fibra de celulosa (1.0 pulg de espesor)	3.70
Placa de vidrio (0.125 pulg de espesor)	0.89
Vidrio aislante (espacio de 0.25 pulg)	1.54
Espacio de aire vertical (3.5 pulg de espesor)	1.01
Capa de aire estancada	0.17
Muro seco (0.50 pulg)	0.45
Revestimiento (0.50 de espesor)	1.32

[a] Los valores en esta tabla se pueden convertir a unidades SI multiplicando los valores por 0.1761.

Enseguida de cualquier superficie externa vertical está una capa muy delgada de aire estancado que es preciso considerar cuando se calcule el valor R para una pared. El espesor de esta capa de aire depende de la rapidez del viento. Como resultado, la pérdida de energía por conducción de una casa en un día en que el viento sopla es mayor que la pérdida de energía cuando la rapidez del viento es cero. Un valor R representativo para una capa de aire estancado se muestra en la tabla 11.4. Los valores por lo general se proporcionan en unidades británicas, pero se pueden convertir a unidades métricas equivalentes multiplicando los valores de la tabla por 0.176 1).

EJEMPLO 11.9 Construcción y aislamiento térmico

OBJETIVO Calcular el valor R de varias capas de material aislante y su efecto en la transferencia de energía térmica.

PROBLEMA **a)** Encuentre la energía transferida en 1.00 h por conducción a través de un muro de concreto de 2.0 m de altura, 3.65 m de longitud y 0.20 m de espesor, si un lado del muro se mantiene a 5.00°C y el otro está a 20°C (figura 11.8). Suponga que el concreto tiene una conductividad térmica de 0.80 J/s · m · °C. **b)** El propietario de la casa decide aumentar el aislamiento, por lo que instala un revestimiento de 0.50 pulg de espesor, guata de fibra de vidrio con espesor de 3.5 pulg y un muro seco de 0.50 pulg de espesor. Calcule el factor R. **c)** Calcule la energía transferida en 1.00 h por conducción. **d)** ¿Cuál es la temperatura entre el muro de concreto y el revestimiento? Suponga que hay una capa de aire en el exterior del muro, pero no entre el concreto y el revestimiento.

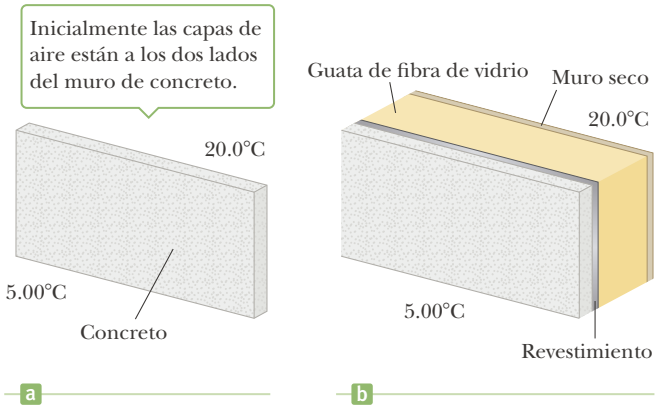


Figura 11.8 (Ejemplo 11.9) Corte transversal de a) un muro de concreto con dos espacios de aire y b) el mismo muro con revestimiento, guata de fibra de vidrio, muro seco y dos capas de aire.

ESTRATEGIA El valor R del muro de concreto está dado por L/h. Sume este valor al valor R de las dos capas de aire y luego sustituya en la ecuación 11.8, multiplicando por los segundos en una hora para obtener la energía total transferida a través del muro en una hora. Repita este proceso, con materiales diferentes, para los incisos b) y c). El inciso d) requiere encontrar el valor R para una capa de aire y el muro de concreto, y luego sustituir en la ecuación de la conductividad térmica. En este problema se usan unidades métricas, por lo que usted debe asegurarse de convertir los valores R en la tabla (la conversión a unidades SI requiere la multiplicación de las unidades británicas por 0.176 1).

SOLUCIÓN

a) Encuentre la energía transferida en 1.00 h por conducción a través de un muro de concreto.

Calcule el valor R del concreto más dos capas de aire:

$$\sum R = \frac{L}{k} + 2R_{\text{capa de aire}} = \frac{0.20\ \text{m}}{0.80\ \text{J/s} \cdot \text{m} \cdot \text{°C}} + 2\left(0.030\ \frac{\text{m}^2}{\text{J/s} \cdot \text{°C}}\right)$$

$$= 0.31\ \frac{\text{m}^2}{\text{J/s} \cdot \text{°C}}$$

Escriba la ecuación de la conducción térmica:

$$P = \frac{A(T_h - T_c)}{\sum R}$$

Sustituya los valores:

$$P = \frac{(7.3\ \text{m}^2)(20.0\text{°C} - 5.00\text{°C})}{0.31\ \text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{°C/J}} = 353\ \text{W} \quad \rightarrow \quad 350\ \text{W}$$

Multiplique la potencia en watts por los segundos en una hora:

$$Q = P\Delta t = (350\ \text{W})(3\ 600\ \text{s}) = 1.3 \times 10^6\ \text{J}$$

b) Calcule el factor R del muro con el nuevo aislamiento.

Consulte la tabla 11.4 y sume las cantidades apropiadas después de convertirlas a unidades SI:

$$R_{\text{total}} = R_{\text{capa de aire externa}} + R_{\text{concreto}} + R_{\text{revestimiento}} + R_{\text{fibra de vidrio}} + R_{\text{muro seco}} + R_{\text{capa de aire interna}}$$

$$= (0.030 + 0.25 + 0.232 + 1.92 + 0.079 + 0.030)$$

$$= 2.5\ \text{m}^2 \cdot \text{°C} \cdot \text{s/J}$$

(*Continúa*)

c) Calcule la energía transferida en 1.00 h por conducción.

Escriba la ecuación de conductividad térmica:

$$P = \frac{A(T_h - T_c)}{\sum R}$$

Sustituya los valores.

$$P = \frac{(7.3\ \text{m}^2)(20.0°\text{C} - 5.00°\text{C})}{2.5\ \text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot °\text{C/J}} = 44\ \text{W}$$

Multiplique la potencia en watts por los segundos en una hora:

$$Q = P\Delta t = (44\ \text{W})(3\ 600\ \text{s}) = 1.6 \times 10^5\ \text{J}$$

d) Calcule la temperatura entre el concreto y el revestimiento.

Escriba la ecuación de conductividad térmica:

$$P = \frac{A(T_h - T_c)}{\sum R}$$

Despeje algebraicamente T_h al multiplicar ambos lados por ΣR y dividirlos entre el área A:

$$P\sum R = A(T_h - T_c) \quad \rightarrow \quad (T_h - T_c) = \frac{P\sum R}{A}$$

Sume T_c en los dos lados:

$$T_h = \frac{P\sum R}{A} + T_c$$

Sustituya el valor R para el muro de concreto del inciso a), pero reste el valor R de una capa de aire calculada en el inciso a):

$$T_h = \frac{(44\ \text{W})(0.31\ \text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot °\text{C/J} - 0.03\ \text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot °\text{C/J})}{7.3\ \text{m}^2} + 5.00°\text{C}$$

$$= 6.7°\text{C}$$

COMENTARIOS ¡Observe el enorme ahorro de energía que se puede obtener con un buen aislamiento!

PREGUNTA 11.9 ¿Cuál de las siguientes opciones resulta en el mejor valor R posible? a) Un material con una conductividad térmica pequeña y gran espesor. b) Un material delgado con una conductividad térmica grande. c) Un material con una conductividad térmica pequeña y un espesor pequeño.

EJERCICIO 11.9 En lugar de capas de aislamiento, el propietario instala una pared de ladrillos sobre el exterior del muro de concreto. a) Calcule el factor R, incluyendo las dos capas de aire estancado en el interior y exterior del muro. b) Calcule la energía transferida en 1.00 h por conducción, en las mismas condiciones que en el ejemplo. c) ¿Cuál es la temperatura entre el concreto y el ladrillo?

RESPUESTAS a) 1.01 $\text{m}^2 \cdot °\text{C} \cdot \text{s/J}$; b) 3.9×10^5 J; c) 16°C

Convección

Cuando usted calienta sus manos sobre una llama abierta, como se ilustra en la figura 11.9, el aire que hay directamente sobre la llama, el cual se calienta, se expande. Como resultado, su densidad disminuye y el aire sube, calentado sus manos conforme fluye hacia arriba. **La transferencia de energía por el movimiento de una sustancia se denomina convección**. Cuando el movimiento resulta de las diferencias de densidad, como sucede con el aire que hay alrededor de una fogata, se le llama *convección natural*. El flujo de aire en una playa es un ejemplo de la convección natural, igual que la mezcla que ocurre cuando la superficie de un lago se enfría y desciende. Cuando se obliga a la sustancia a moverse con un ventilador o una bomba, como en algunos sistemas de aire caliente y de calefacción de agua caliente, el proceso se denomina *convección forzada*.

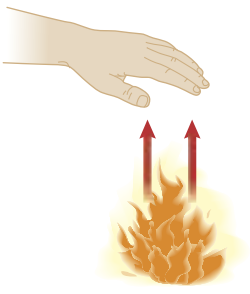


Figura 11.9 Calentamiento de una mano por convección.

Las corrientes de convección ayudan en la ebullición del agua. En una tetera sobre un fogón caliente, las capas inferiores de agua se calientan primero. El agua calentada tiene una densidad menor y sube hasta la parte superior, en tanto que el agua fría más densa de la superficie desciende hasta el fondo de la tetera y se calienta.

El mismo proceso ocurre cuando un radiador aumenta la temperatura de una habitación. El radiador calienta el aire en las regiones más bajas del cuarto. El aire caliente se expande y, debido a su densidad menor, sube hasta el techo. El aire frío más denso de arriba desciende, estableciendo el patrón continuo de la corriente de aire que se muestra en la figura 11.10.

Gary S. Settles/Science Source

Fotografía de una tetera que muestra las corrientes de vapor y las corrientes turbulentas del aire por convección.

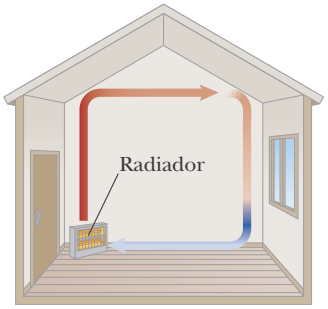


Figura 11.10 Establecimiento de corrientes por convección en una habitación calentada por un radiador.

APLICACIÓN
Enfriamiento de motores de automóviles

El motor de un automóvil se mantiene a una temperatura de operación segura por medio de una combinación de conducción y convección forzada. El agua (en realidad, una mezcla de agua y anticongelante) circula alrededor del motor. Cuando la temperatura del metal del bloque del motor aumenta, la energía pasa del metal caliente al agua más fría por conducción térmica. La bomba de agua impulsa el agua fuera del motor hacia el radiador, transportando energía en su recorrido (por convección forzada). En el radiador el agua caliente pasa por tubos de metal que están en contacto con el aire exterior más frío y la energía pasa al aire por conducción. Luego el agua enfriada regresa al motor por la bomba de agua para que absorba más energía. El proceso del aire que se hace pasar a través del radiador por el ventilador también es convección forzada.

BIO APLICACIÓN
Proliferación de algas en estanques y lagos

Las proliferaciones de las algas que se ven con frecuencia en lagos y estanques templados durante la primavera o el otoño se deben a las corrientes de convección en el agua. Para comprender este proceso, considere la figura 11.11. Durante el verano, los cuerpos de agua desarrollan gradientes de temperatura, con una capa de agua superior caliente separada de una capa inferior fría por una zona intermedia denominada termoclina. En la primavera y el otoño los cambios en la temperatura del agua perturban esta termoclina, estableciendo corrientes de convección que mezclan con el agua. El proceso de mezclado transporta nutrientes desde el fondo a la superficie. El agua rica en nutrientes que se forma en la superficie puede ocasionar un aumento rápido pero temporal en la población de algas.

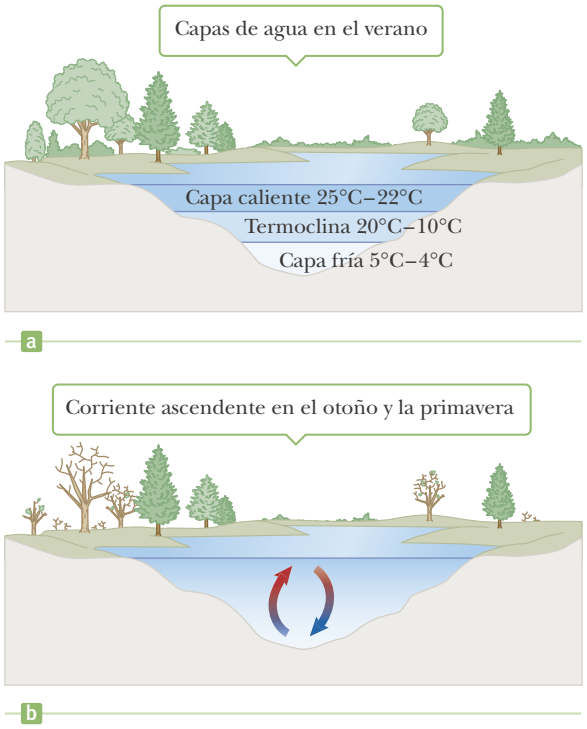


Figura 11.11 a) Durante el verano, una capa superior de agua caliente está separada de una capa inferior más fría por una termoclina. b) Las corrientes de convección durante la primavera y el otoño mezclan el agua y pueden ocasionar la proliferación de algas.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 11.1 Temperatura corporal BIO

La temperatura corporal de los mamíferos varía de unos 35°C a 38°C, en tanto que la de las aves varía de unos 40°C a 43°C. En el clima frío, ¿cómo se pueden mantener estos intervalos pequeños de temperatura corporal?

EXPLICACIÓN Un método natural para mantener la temperatura corporal se deriva de las capas de grasa bajo la piel. La grasa protege contra la conducción y la convección debido a su baja conductividad térmica y a que cuenta con pocos vasos sanguíneos que transporten sangre a la superficie, donde pueden ocurrir pérdidas de energía por convección. Las aves encrespan sus plumas en el clima frío para atrapar una capa de aire con una baja conductividad térmica entre las plumas y la piel. Erizar el pelambre produce el mismo efecto en los animales.

Los seres humanos se mantienen calientes con suéteres de lana y abrigos con plumas que atrapan el aire más caliente en las regiones que se ubican cerca de sus cuerpos, reduciendo la pérdida de energía por convección y conducción. ■

Radiación

Otro proceso de transferencia de energía ocurre por medio de la **radiación**. En la figura 11.12 se muestra cómo se pueden calentar las manos con una lámpara por radiación. Dado que sus manos no están en contacto físico con la lámpara y que la conductividad del aire es muy baja, la conducción no puede ser responsable de la transferencia de energía. Ni la convección puede ser la que ocasiona alguna transferencia de energía ya que sus manos no están encima de la lámpara en la trayectoria de las corrientes por convección. Por lo tanto, el calor que se siente en sus manos debe provenir de la transferencia de energía por radiación.

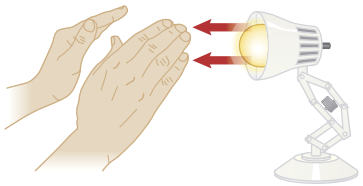


Figura 11.12 Calentamiento de las manos por radiación.

Todos los objetos irradian energía de manera continua en forma de ondas electromagnéticas debido a las vibraciones térmicas de sus moléculas. Estas vibraciones crean el brillo color naranja de un quemador de una estufa eléctrica, de un calentador eléctrico y de las bobinas de un tostador.

La razón a la cual un objeto irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta. Esto se conoce como **ley de Stefan**, expresada en forma de ecuación como

◀ Ley de Stefan

$$P = \sigma A e T^4 \qquad [11.10]$$

donde P es la potencia en watts (o joules por segundo) irradiada por el objeto, σ es la constante de Stefan-Boltzmann, igual a $5.669\,6 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$, A es el área superficial del objeto en metros cuadrados, e es una constante denominada **emisividad** del objeto, y T es su temperatura en grados Kelvin. El valor de e puede variar entre cero y uno, dependiendo de las propiedades de la superficie del objeto.

Aproximadamente 1 370 J de radiación electromagnética del Sol pasan por cada metro cuadrado en la parte superior de la atmósfera de la Tierra cada segundo. Esta radiación es principalmente luz visible, acompañada por cantidades significativas de luz infrarroja y ultravioleta. Parte de esta energía se refleja de regreso hacia el espacio y parte se absorbe por la atmósfera, pero cada día llega a la superficie de la Tierra una cantidad suficiente que puede satisfacer nuestras necesidades varios cientos de veces, si se pudiera capturar y usar de manera eficiente. El crecimiento en el número de casas solares en Estados Unidos es ejemplo de un intento para usar esta energía abundante. La energía radiante del Sol afecta nuestra existencia diaria en diversas formas, influyendo sobre la temperatura promedio de la Tierra, las corrientes marinas, la agricultura y los patrones de lluvia. También puede alterar nuestro comportamiento.

Como otro ejemplo de los efectos de la transferencia de energía por radiación, considere lo que le pasa con la temperatura atmosférica en la noche. Si hay una cubierta de nubes sobre la Tierra, el vapor de agua en las nubes absorbe parte de la radiación infrarroja emitida por la Tierra y la devuelve a la superficie. En consecuencia, la temperatura en la superficie permanece en niveles moderados. Si no hay una cubierta de nubes, no hay nada que evite que la radiación escape hacia el espacio, por lo que la temperatura baja más en una noche despejada que en una nubosa.

Cuando un objeto irradia energía a una rapidez dada por la ecuación 11.10, también absorbe radiación. Si no lo hiciera, el objeto con el tiempo irradiaría toda su energía y su temperatura alcanzaría el cero absoluto. La energía que un objeto absorbe proviene de su entorno, que consiste en otros cuerpos que irradian energía. Si un objeto está a una temperatura T y su entorno está a una temperatura T_0, la energía neta ganada o perdida cada segundo por el objeto como resultado de la radiación es

$$P_{\text{neta}} = \sigma A e (T^4 - T_0^4) \qquad [11.11]$$

Cuando un objeto está en equilibrio con sus alrededores, irradia y absorbe energía con la misma rapidez, por lo que su temperatura permanece constante. Cuando un objeto está más caliente que su entorno, irradia más energía de la que absorbe y por lo tanto se enfría.

Un **absorbedor ideal** es un objeto que absorbe toda la radiación luminosa que incide sobre él, incluyendo la luz infrarroja y la ultravioleta. Un objeto de ese tipo se denomina **cuerpo negro** debido a que un cuerpo negro a temperatura ambiente se vería de color negro. Dado que un cuerpo negro no refleja la radiación de ninguna longitud de onda, cualquier luz que provenga de él se debe solo a las vibraciones atómicas y moleculares. Un cuerpo negro perfecto tiene una emisividad $e = 1$. Un absorbedor ideal también es un radiador ideal de energía. El Sol, por ejemplo, es casi un cuerpo negro perfecto. Esta afirmación parecería contradictoria ya que el Sol es brillante, no oscuro; sin embargo, la luz que proviene de él es emitida, no reflejada. Los cuerpos negros son absorbedores perfectos que parecen negros a temperatura ambiente dado que no reflejan ninguna luz. Todos los cuerpos negros, excepto los que están al cero absoluto, emiten una luz que tiene un espectro característico. En contraste con los cuerpos negros, un objeto para el cual $e = 0$ no absorbe nada de la energía incidente sobre él y la refleja en su totalidad. Un objeto como ese es un **reflector ideal**.

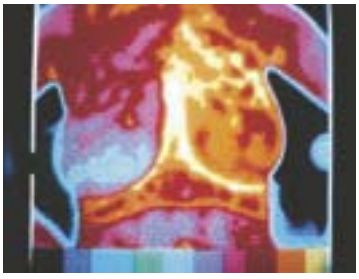
APLICACIÓN
Ropa de colores claros para el verano

La ropa de color blanco es más cómoda en el verano que la de colores oscuros. La tela de color negro actúa como un buen absorbedor de la luz solar de entrada y como un buen emisor de esta energía absorbida. Sin embargo, casi la mitad de la energía absorbida viaja hacia el cuerpo, causando que la persona que viste la prenda se sienta incómodamente caliente. La ropa de color blanco u otros colores claros refleja gran parte de la energía de entrada.

BIO APLICACIÓN
Termografía

BIO APLICACIÓN
Termómetros de radiación para medir la temperatura corporal

La cantidad de energía irradiada por un objeto se puede medir con un equipo de grabación sensible a la temperatura por medio de una técnica denominada **termografía**. Una imagen del patrón formado por niveles de radiación variables, llamado **termograma**, es más brillante en las áreas más calientes. En la figura 11.13 se reproduce el termograma de una casa. En las regiones más claras escapa más energía, como la puerta y las ventanas. Los propietarios de esta casa podrían conservar la energía y reducir su costo de calefacción agregando aislamiento al área del ático instalando cortinas térmicas sobre las ventanas. Los termogramas también se han utilizado para generar imágenes de tejidos lesionados o enfermos en medicina, ya que esas áreas con frecuencia están a una temperatura diferente que la del tejido saludable circundante, aunque muchos radiólogos los consideran inadecuados como herramienta de diagnóstico.



SPL/Science Source

Termograma de los senos de una mujer. El izquierdo está enfermo (color rojo y naranja) y el derecho (color azul) saludable.

Science Source

Figura 11.13 Termograma de una casa tomado durante clima frío.

En la figura 11.14 se muestra un termómetro de radiación de desarrollo reciente que ha eliminado la mayoría de los riesgos al tomar la temperatura de niños o de ancianos con un termómetro rectal, entre los que se encuentra la perforación de los intestinos o la contaminación bacteriana. El instrumento mide la intensidad de la radiación infrarroja que sale del tímpano y los tejidos circundantes, y convierte esta información en una lectura numérica estándar. El tímpano es una buena ubicación en particular para medir la temperatura corporal debido a que está cerca del hipotálamo, que es el centro de control de la temperatura del cuerpo.

© Cengage Learning/Edward L. Dodd, Jr.

Figura 11.14 El termómetro de radiación mide la temperatura de un paciente monitoreando la intensidad de la radiación infrarroja que sale por el oído.

Cuestionario rápido

11.5 Las estrellas A y B tienen la misma temperatura, pero la A tiene un radio del doble que la estrella B. a) ¿Cuál es la razón de la salida de potencia de la estrella A a la salida de potencia de la estrella B debida a la radiación electromagnética? Es posible suponer que la emisividad de las dos estrellas es 1. b) Repita la pregunta si las estrellas tienen el mismo radio, pero la estrella A tiene el doble de la temperatura absoluta que la B. c) ¿Cuál es la razón si la estrella A tiene el doble del radio y el doble de la temperatura absoluta que la estrella B?

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 11.2 Radiación térmica y visión nocturna

¿Cómo se puede utilizar la radiación térmica para ver objetos casi en una oscuridad total?

EXPLICACIÓN Hay dos métodos de visión nocturna, uno que realza una combinación de luz visible muy tenue y luz infrarroja, y el otro que utiliza solo luz infrarroja. Este último es útil para crear imágenes en una oscuridad total. Debido a que todos los objetos por encima del cero absoluto emiten radiación térmica debido a las vibraciones de sus átomos, la luz infrarroja (invisible) se puede enfocar con un lente especial y escanear con un conjunto de elementos detectores infrarrojos. Estos elementos crean un termograma. La información de miles de puntos separados en el campo de visión se convierte en pulsos eléctricos y se traduce por medio de un microchip en una forma adecuada para su representación en una pantalla. A las áreas con temperaturas diferentes se les asignan colores distintos, y es posible distinguirlas luego en una pantalla. ■

EJEMPLO 11.10 Club de los Osos Polares BIO

OBJETIVO Aplicar la ley de Stefan.

PROBLEMA Un miembro del Club de los Osos Polares, vestido solo con su traje de baño de tamaño insignificante, se prepara para lanzarse al Golfo de Finlandia desde la playa en San Petersburgo, Rusia. El aire está calmado, con una temperatura de 5°C. Si la temperatura corporal de la superficie del nadador es de 25°C, calcule la rapidez neta de la pérdida de energía de su piel debida a la radiación. ¿Cuánta energía se pierde en 10.0 min? Suponga que la emisividad es de 0.900 y que su área superficial es de 1.50 m^2.

ESTRATEGIA Use la ecuación 11.11, de la radiación térmica, sustituyendo la información dada. ¡Recuerde convertir las temperaturas a grados Kelvin sumando 273 a cada valor en grados Celsius!

SOLUCIÓN

Convierta las temperaturas de Celsius a Kelvin:

$$T_{5°C} = T_C + 273 = 5 + 273 = 278\ \text{K}$$
$$T_{25°C} = T_C + 273 = 25 + 273 = 298\ \text{K}$$

Calcule la rapidez neta de la pérdida de energía, usando la ecuación 11.11:

$$P_{\text{neta}} = \sigma A e(T^4 - T_0^4)$$
$$= (5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(1.50\ \text{m}^2) \times (0.900)[(298\ \text{K})^4 - (278\ \text{K})^4]$$
$$P_{\text{neta}} = \boxed{146\ \text{W}}$$

Multiplique el resultado anterior por el tiempo, 10 minutos, para obtener la pérdida de energía en ese tiempo debido a la radiación:

$$Q = P_{\text{neta}} \times \Delta t = (146\ \text{J/s})(6.00 \times 10^2\ \text{s}) = \boxed{8.76 \times 10^4\ \text{J}}$$

COMENTARIOS La energía también se pierde por convección y conducción. La ropa atrapa capas de aire cerca de la piel, que se calientan por radiación y conducción. En aire inmóvil estas capas calientes se retiene más fácilmente. Incluso un miembro del Club de los Osos Polares disfruta de un beneficio del aire inmóvil, ya que lo retiene mejor cerca de la superficie de su piel.

(*Continúa*)

PREGUNTA 11.10 Suponga que a una temperatura dada la rapidez de la pérdida de energía de un objeto debida a la radiación es igual a su pérdida por conducción. Cuando la temperatura del objeto aumenta, ¿la pérdida de energía debida a la radiación es a) mayor que, b) igual que o c) menor que la rapidez de pérdida de energía debida a la conducción? (Suponga que la temperatura del entorno es constante.)

EJERCICIO 11.10 Repita el cálculo cuando el hombre está de pie en su recámara, con una temperatura ambiente de 20.0°C. Suponga que la temperatura de la superficie de su cuerpo es de 27.0°C, con una emisividad de 0.900.

RESPUESTA 55.9 W, 3.35×10^4 J

EJEMPLO 11.11 Planeta de Alfa Centauri B

OBJETIVO Aplicar la ley de Stefan a las estrellas y sus planetas.

PROBLEMA La estrella Alfa Centauri B es un miembro del sistema de estrellas triple, Alfa Centauri A-B-C, el sistema de estrellas más cercano a la Tierra. **a)** Calcule la salida de potencia P de Alfa Centauri B, dada su temperatura superficial de 5 790 K y radio $R = 6.02 \times 10^8$ m. **b)** Calcule la potencia P_I interceptada por un planeta posible con tamaño como la Tierra, Alfa Centauri Bb, con radio $r = 6.64 \times 10^6$ m, orbitando su estrella a una distancia de $r_O = 6.00 \times 10^9$ m. **c)** Estime la temperatura del planeta usando la ecuación de Stefan. Suponga que todos los mundos son cuerpos negros, con $e = 1$.

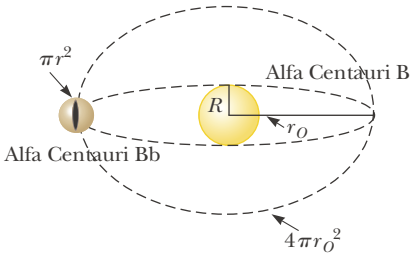


Figura 11.15 (Ejemplo 11.11) La potencia emitida por Alfa Centauri B viaja radialmente hacia afuera, cruzando una esfera con el mismo radio, r_O, como el radio orbital de Alfa Centauri Bb. El área transversal del planeta intercepta una parte pequeña de esa radiación. (*Nota:* la figura no está a escala.)

ESTRATEGIA El cálculo de la potencia de salida en el inciso a) es solo cuestión de sustituir cantidades. Para resolver el inciso b), es necesario encontrar la fracción de la potencia de la estrella interceptada por el planeta. La energía de la estrella cruza una esfera de área $A_O = 4\pi r_O^2$ donde el radio r_O es la distancia del planeta desde Alfa Centauri B. El área transversal del disco del planeta, $A_{dp} = \pi r^2$, intercepta una fracción de esta energía dada por A_{dp}/A_O (consulte la figura 11.15.) Multiplicando la salida de potencia de la estrella por la fracción se obtiene la cantidad de potencia que el planeta debe absorber y emitir si está en equilibrio, la cual es la respuesta al inciso b). Sustituya en la ecuación de Stefan y despeje la temperatura del planeta, la respuesta al inciso c).

SOLUCIÓN

a) Calcule la potencia de salida de Alfa Centauri B.

Calcule el área superficial de Alfa Centauri B:

$$A = 4\pi R^2 = 4\pi(6.02 \times 10^8 \text{ m})^2 = 4.55 \times 10^{18} \text{ m}^2$$

Escriba la ecuación de Stefan y sustituya los valores:

$$P = \sigma A e T^4 = (5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(4.55 \times 10^{18} \text{ m}^2)(1.00)(5\,790 \text{ K})^4 = 2.90 \times 10^{26} \text{ W}$$

b) Calcule la potencia P_I interceptada por un posible planeta de tamaño de la Tierra, Alfa Centauri Bb.

Calcule el área del disco del planeta, A_{dp} y el área de una esfera, A_O, con el mismo radio que el radio orbital del planeta:

$$A_{dp} = \pi r^2 = \pi(6.64 \times 10^6 \text{ m})^2 = 1.39 \times 10^{14} \text{ m}^2$$
$$A_O = 4\pi r_O^2 = 4\pi(6.00 \times 10^9 \text{ m})^2 = 4.52 \times 10^{20} \text{ m}^2$$

Encuentre la fracción de la potencia de la estrella interceptada por el planeta:

$$P_I = \left(\frac{A_{dp}}{A_O}\right) P = \left(\frac{1.39 \times 10^{14} \text{ m}^2}{4.52 \times 10^{20} \text{ m}^2}\right)(2.90 \times 10^{26} \text{ W}) = 8.92 \times 10^{19} \text{ W}$$

c) Estime la temperatura del planeta usando la ecuación de Stefan.

Escriba la ecuación de Stefan, iguálelo a la potencia interceptada, P_I, y calcule la temperatura. Observe que se debe utilizar el área planetaria completa, $4\pi r^2$, no solo el área del disco:

$$P_I = \sigma A e T^4 = (5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(5.54 \times 10^{14} \text{ m}^2)(1.00)T^4$$
$$= (3.15 \times 10^7 \text{ W/K}^4)T^4 = 8.92 \times 10^{19} \text{ W}$$
$$T = 1.30 \times 10^3 \text{ K}$$

COMENTARIOS Este cálculo es solo una estimación ya que quizá el planeta no sea un cuerpo negro perfecto y los efectos de una atmósfera, improbable en este caso, pueden afectar en gran medida la temperatura promedio característica en un mundo dado.

PREGUNTA 11.11 Una premisa implícita del ejemplo 11.11 es que el planeta irradiará toda la energía que intercepta. ¿Por qué es razonable esta suposición?

EJERCICIO 11.11 a) Calcule cuánta potencia emite la Tierra, usando la ecuación de Stefan y la temperatura promedio de la Tierra de unos 15.0°C. b) Suponiendo que un planeta con características idénticas a las de la Tierra orbita Alfa Centauri B y que intercepta la potencia calculada en el inciso a) con su disco, estime qué tan lejos debe estar de Alfa Centauri B (la respuesta es un poco mayor que la distancia del Sol a Venus).

RESPUESTAS a) 2.00×10^{17} W; b) 1.21×10^{11} m

El frasco Dewar

El termo, también llamado **frasco Dewar** (en honor de su inventor), está diseñado para minimizar la transferencia de energía por conducción, convección y radiación. El frasco aislado puede almacenar líquidos fríos o calientes durante periodos prolongados. El recipiente estándar (figura 11.16) es de vidrio Pyrex de doble pared plateada. El espacio entre las paredes se vacía para minimizar la transferencia de energía por conducción y convección. La superficie plateada minimiza la transferencia de energía por radiación debido a que la plata es un buen reflector y tiene una emisividad muy baja. Una reducción adicional en la pérdida de energía se logra reduciendo el tamaño del cuello. Es común que se usen los frascos Dewar para almacenar nitrógeno líquido (punto de ebullición 77 K) y oxígeno líquido (punto de ebullición 90 K).

Para confinar helio líquido (punto de ebullición 4.2 K), cuyo calor de vaporización es muy bajo, a menudo es necesario usar un sistema Dewar doble donde el frasco que contiene el líquido está rodeado por un segundo frasco. El espacio entre ambos se llena con nitrógeno líquido.

Algunos de los principios de los termos se utilizan en la protección de los instrumentos electrónicos delicados en los satélites espaciales que se encuentran en órbita. En la mitad de su órbita alrededor de la Tierra un satélite está expuesto a una radiación intensa del Sol y en la otra mitad se encuentra en la sombra fría de la Tierra. Sin una protección, su interior estaría sometido a temperaturas en extremo variables. El interior del satélite está arropado con frazadas de papel de aluminio altamente reflejante. La superficie brillante del papel de aluminio refleja gran parte de la radiación del Sol mientras el satélite se encuentra en la parte no sombreada de la órbita y ayuda a retener la energía interna mientras el satélite está en la sombra de la Tierra.

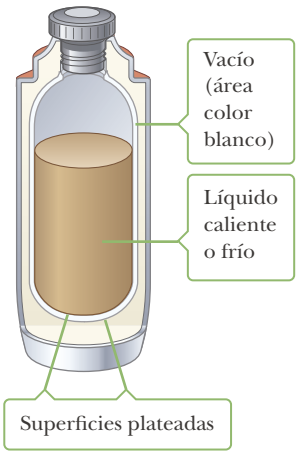


Figura 11.16 Corte transversal de un termo diseñado para almacenar líquidos calientes o fríos.

APLICACIÓN
Termos

11.6 Calentamiento global y gases de efecto invernadero BIO

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Describir el efecto invernadero y la función de los gases de efecto invernadero en el calentamiento global.

Muchos de los principios de la transferencia de energía, y la oposición a ella, se pueden comprender al estudiar el funcionamiento de un invernadero de vidrio. Durante el día, la luz solar pasa hacia el invernadero y es absorbida por las paredes, el suelo, las plantas, etcétera. Esta luz visible absorbida después se vuelve a irradiar como radiación infrarroja, lo que ocasiona que aumente la temperatura del interior.

Además, en un invernadero se inhiben las corrientes de convección. Como resultado, el aire caliente no puede pasar rápidamente a través de las superficies del invernadero que están expuestas al aire exterior y por ende causan una pérdida de energía por conducción a través de ellas. La mayoría de los expertos en la actualidad consideran que esta restricción es un efecto de calentamiento más importante que la captación de radiación infrarroja. De hecho, los experimentos han mostrado que cuando el vidrio sobre un invernadero se reemplaza por un vidrio especial conocido por transmitir la luz infrarroja, la temperatura que hay adentro disminuye ligeramente. Con base en esta evidencia, el mecanismo primario que eleva la temperatura de un invernadero no es la retención de la radiación infrarroja, sino la inhibición del flujo de aire que ocurre bajo cualquier techo (en un ático, por ejemplo).

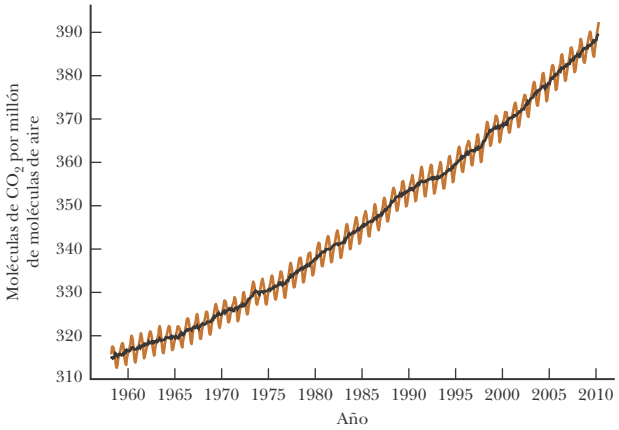


Figura 11.17 Concentración de dióxido de carbono atmosférico en partes por millón (ppm) del aire seco como una función del tiempo durante la última parte del siglo xx. Estos datos se registraron en el observatorio de Mauna Loa, en Hawái. Las variaciones anuales (curva color café) coinciden con los periodos de cultivo dado en que la vegetación absorbe dióxido de carbono del aire. El aumento constante (curva color negro) es de preocupación para los científicos.

Un efecto comúnmente conocido como **efecto invernadero** también tiene una función importante en la determinación de la temperatura de la Tierra. Primero, observe que la atmósfera de la Tierra es un buen transmisor (y de aquí que sea un pobre absorbedor) de la radiación visible y un buen absorbedor de la radiación infrarroja. La luz visible que llega a la superficie de la Tierra se absorbe y se vuelve a irradiar como luz infrarroja, la que a su vez se absorbe (atrapa) por la atmósfera de la Tierra. Un caso extremo es el planeta más caliente, Venus, que tiene una atmósfera de dióxido de carbono (CO_2) y temperaturas que alcanzan 850°F.

Conforme se queman los combustibles fósiles (carbón, petróleo y gas natural), grandes cantidades de dióxido de carbono se liberan hacia la atmósfera, ocasionando que retenga más energía. Estas emisiones son de gran interés para los científicos y los gobiernos de todo el mundo. Muchos científicos están convencidos de que el aumento de 10% en la cantidad de dióxido de carbono atmosférico desde 1970 podrían generar cambios drásticos en el clima mundial. El aumento en la concentración de dióxido de carbono atmosférico en la segunda mitad del siglo xx y en los primeros años de este siglo se muestra en la figura 11.17. De acuerdo con una estimación, la duplicación del contenido de dióxido de carbono en la atmósfera ocasionará que las temperaturas aumenten 2°C. En regiones templadas como en Europa y Estados Unidos, un aumento de 2°C en la temperatura ahorraría miles de millones de dólares por año en los costos del combustible. Por desgracia, también derretiría una gran cantidad del hielo sobre la tierra, de Groenlandia y la Antártica, lo que elevaría el nivel de los océanos y destruiría muchas regiones costeras. Un aumento de 2°C también incrementaría la frecuencia de las sequías y en consecuencia disminuiría los ya bajos rendimientos de los cultivos en los países tropicales y subtropicales. Incluso las temperaturas promedio ligeramente mayores podrían hacer imposible que ciertas plantas y animales sobrevivan en sus rangos de temperatura habituales.

En la actualidad, se liberan casi 3.5×10^{11} toneladas de CO_2 hacia la atmósfera cada año. La mayor parte de este gas se genera a partir de actividades humanas como la quema de combustibles fósiles, la tala de los bosques y los procesos de manufactura. Otro gas de efecto invernadero es el metano (CH_4), que se libera en el proceso digestivo de las vacas y otros rumiantes. Este gas se origina en una parte del estómago del animal llamada *panza*, donde se digiere la celulosa. Las termitas también son productoras importantes de este gas. Por último, los gases de efecto invernadero como el óxido nitroso (N_2O) y el dióxido de azufre (SO_2) aumentan debido a la contaminación automotriz e industrial.

Si el aumento de los gases de efecto invernadero es responsable o no, existe evidencia convincente de que el calentamiento global ya está en marcha. La evidencia proviene del derretimiento del hielo en la Antártica y del retroceso de los glaciares en sitios ampliamente dispersos en todo el mundo (consulte la figura 11.18). Por ejemplo, las imágenes satelitales de la Antártica muestran la isla James Ross completamente rodeada de agua por primera vez desde que se trazaron sus primeros mapas, hace unos 100 años. Antes, la isla estaba conectada al continente por un puente de hielo. Además, en varios lugares del continente, las plataformas de hielo retroceden, algunas con gran rapidez.

Tal vez en ningún otro lugar en el mundo se da seguimiento a los glaciares con más interés que en Suiza. Allí se ha determinado que los Alpes han perdido casi

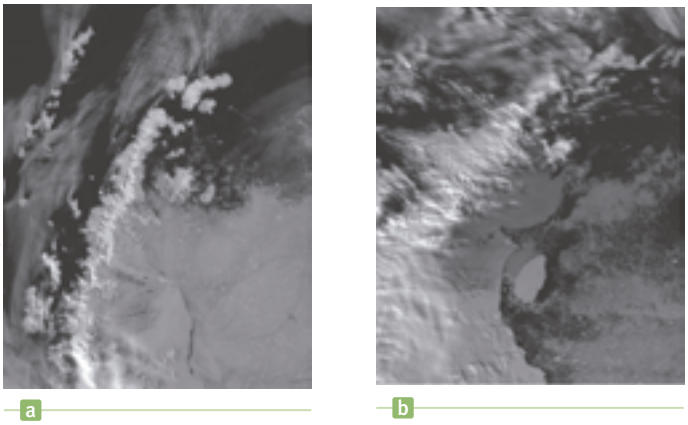


Figura 11.18 *Muerte de una plataforma de hielo.* La imagen en a), registrada el 9 de enero de 1995 en la parte casi visible del espectro, muestra a la isla James Ross (con forma de tela de araña, apenas a un lado del centro) antes de que el iceberg se separara, pero después de la desintegración de la plataforma de hielo entre la isla James Ross y la península antártica. En la imagen en el inciso b), tomada el 12 de febrero de 1995, el iceberg se ha separado y comenzado a alejarse de la tierra. El iceberg es de unos 78 km por 27 km y de 200 m de espesor. Hace un siglo la isla James Ross estaba completamente rodeada por hielo que la unía con la Antártica.

50% de su hielo glacial, en comparación con el que había hace 130 años. El retroceso de los glaciares en los picos a gran altitud en los trópicos es aún más severo que en Suiza. El glaciar Lewis, en el monte Kenia, y las nieves del Kilimanjaro, son dos ejemplos. Sin embargo, en ciertas regiones del planeta, cerca de grandes cuerpos de agua y que se alimentan por intensas y frecuentes nevadas, los glaciares continúan avanzando, por lo que el panorama de un escenario de calentamiento global catastrófico puede ser prematuro. A pesar de esto, se espera que en unos 50 años la cantidad de dióxido de carbono en la atmósfera sea del doble de lo que fue antes de la era industrial. Debido a las consecuencias catastróficas, la mayoría de los científicos expresan con preocupación que es preciso hacer hoy reducciones en las emisiones de los gases de efecto invernadero.

RESUMEN

11.1 Calor y energía interna

La **energía interna** está asociada con los componentes microscópicos de un sistema. La energía interna incluye la energía cinética de traslación, rotación y vibración de las moléculas, así como la energía potencial.

Calor es la transferencia de energía a través de la frontera de un sistema que resulta de una diferencia de temperatura entre el sistema y su entorno. El símbolo Q representa la cantidad de energía transferida.

La **caloría** es la cantidad de energía necesaria para aumentar la temperatura de 1 g de agua de 14.5°C a 15.5°C. El **equivalente mecánico del calor** es 4.186 J/cal

11.2 Calor específico

11.3 Calorimetría

La energía requerida para cambiar la temperatura de una sustancia de masa m en una cantidad ΔT es

$$Q = mc\Delta T \qquad [11.3]$$

donde c es el **calor específico** de la sustancia. En los problemas de calorimetría el calor específico de una sustancia se puede determinar colocándola en agua con una temperatura conocida, aislando el sistema y midiendo la temperatura en el equilibrio. La suma de todas las ganancias y pérdidas de energía para todos los objetos en un sistema aislado está dada por

$$\sum Q_k = 0 \qquad [11.5]$$

donde Q_k es el cambio de energía en el objeto k-ésimo en el sistema. En esta ecuación es posible despejar el calor específico desconocido, o se puede usar para determinar una temperatura de equilibrio.

11.4 Calor latente y cambio de fase

La energía requerida para cambiar la fase de una sustancia pura de masa m es

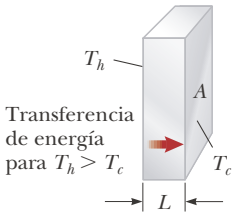
$$Q = \pm mL \qquad [11.6]$$

donde L es el **calor latente** de la sustancia. El calor latente de fusión, L_f, describe una transferencia de energía durante un cambio desde una fase sólida hacia una fase líquida (o viceversa), en tanto que el calor latente de vaporización, L_v, describe una transferencia de energía durante un cambio desde una fase líquida hacia una fase gaseosa (o viceversa). Los problemas de calorimetría que implican cambios se manejan con la ecuación 11.5, con los términos de calor latente sumados a los términos de calor específico.

11.5 Transferencia de energía

La energía se puede transferir mediante varios procesos, incluyendo el trabajo, que se analizó en el capítulo 5, y por conducción, convección y radiación. La **conducción** se puede considerar un intercambio de energía cinética entre las moléculas o los electrones que chocan. La rapidez a la cual la energía se transforma por conducción a través de una placa de área A y espesor L es

$$P = kA\frac{(T_h - T_c)}{L} \qquad [11.7]$$



La transferencia de energía a través de una placa es proporcional al área transversal y a la diferencia en temperatura, e inversamente proporcional al espesor.

donde k es la **conductividad térmica** del material que compone la placa.

La energía se transfiere por **convección** cuando una sustancia se mueve de un lugar a otro.

Todos los objetos emiten **radiación** desde sus superficies en forma de ondas electromagnéticas a una rapidez neta de

$$P_{\text{neta}} = \sigma A e(T^4 - T_0^4) \qquad [11.11]$$

donde T es la temperatura del objeto y T_0 es la temperatura del entorno. Un objeto que está más caliente que su entorno irradia más energía de la que absorbe, en tanto que un cuerpo que está más frío que su entorno absorbe más energía de la que irradia.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de matemáticas** Calcule T de la ecuación siguiente, con $M = 4m$, $c = 4\,186$ J/kg · K y $L_f = 3.33 \times 10^5$ J/kg:

$$mL_f + mcT + Mc(T - 30.0°\text{C}) = 0$$

2. **Repaso de física** Un atleta levanta una barra con pesas de 175 kg una distancia vertical de 2.00 m, lo que le toma 4.30 s. a) Calcule la potencia mecánica promedio que debe suministrar a la barra durante el levantamiento. b) Durante un periodo breve levanta la barra a una rapidez constante de 0.600 m/s. ¿Qué potencia instantánea suministra a la barra durante ese tiempo? (Consulte la sección 5.6.)
3. **Repaso de física** Un cilindro pequeño de cobre tiene una longitud de 0.200 m y un área transversal de 2.50×10^{-5} m^2. El cilindro se coloca en una prensa hidráulica que aplica una fuerza de 9.30×10^3 N. ¿Cual es la longitud que esta fuerza comprime el cilindro? (Consulte la sección 9.3.)
4. Convierta 3.50×10^3 cal al número equivalente de a) kilocalorías (también conocidas como Calorías, que se usan para describir el contenido energético de los alimentos) y b) joules (consulte la sección 11.1).
5. Determine la cantidad de energía requerida para aumentar la temperatura de 1.00 g de silicio en 20.0°C (consulte la sección 11.2.)
6. Suponga que 9.30×10^5 J de energía se transfieren a 2.00 kg de hielo a 0°C. a) Calcule la energía requerida para derretir el hielo y convertirlo en agua líquida. b) ¿Cuánta energía queda para aumentar la temperatura del agua líquida? c) Determine la temperatura final del agua líquida en Celsius (consulte las secciones 11.2 y 11.4).
7. Una habitación amplia en una casa contiene 950 kg de aire seco a 30.0°C. Una mujer abre una ventana y una brisa fría introduce 50.0 kg adicionales de aire seco a 18.0°C. ¿A cuál temperatura estarán en equilibrio térmico las dos masas de aire, suponiendo que forman un sistema cerrado? (El calor específico del aire seco es de 1 006 J/kg · °C, aunque el valor se eliminará en la ecuación de la calorimetría). (Consulte la sección 11.3.)
8. Una pared de madera de 4.00 cm de espesor hecha de madera de pino con una conductividad térmica de 0.12 W/m · K) tiene un área de 48.0 m^2. Si la temperatura interior es de 25°C y la temperatura exterior es de 14°C, ¿con qué rapidez se transfiere la energía térmica a través de la pared por conducción? (Consulte la sección 11.5.)
9. Una bola de granito con radio de 2.00 m y una emisividad de 0.450 se calienta a 135°C. a) Convierta la temperatura dada a grados Kelvin. b) ¿Cuál es el área superficial de la bola? c) Si la temperatura ambiente es de 25.0°C, ¿qué potencia neta irradia la bola?

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssing.

1. Frote la palma de su mano sobre una superficie metálica de 30 a 45 segundos. Coloque la palma de su otra mano sobre la parte de la superficie que no se ha frotado y luego sobre la parte que sí se ha frotado. La parte frotada se sentirá más caliente. Ahora repita este proceso sobre una superficie de madera. ¿Por qué la diferencia de temperatura entre las partes frotada y sin frotar de la superficie de madera parece mayor que en la superficie metálica?
2. En invierno, ¿por qué los pioneros guardaban un barril abierto con agua junto con sus productos?
3. En climas cálidos en los que se presentan heladas ocasionales, los agricultores de frutos rocían los árboles frutales con agua, esperando que sobre los frutos se forme una capa de hielo. ¿Por qué será útil una capa de hielo?
4. Es la mañana de un día que será cálido. Usted acaba de comprar bebidas para un día de campo y las coloca en una nevera con hielo en la parte posterior de su automóvil. a) Usted envuelve una frazada de lana alrededor de la nevera. ¿Hacer eso ayuda a mantener frías las bebidas o esperaría que la frazada las caliente? Explique su respuesta. b) Su hermana menor le sugiere que la envuelva con otra frazada de lana para mantenerla fría en el día caliente como a la nevera con hielo. Explíquele su respuesta.

5. En una noche despejada y fría, ¿por qué se forma escarcha sobre los buzones y automóviles, y no debajo de ellos?
6. El centavo de Estados Unidos en la actualidad se hace de una aleación de cobre y zinc. ¿Se puede inventar un experimento calorimétrico para probar el contenido metálico en un conjunto de centavos? Si es posible, describa el procedimiento.
7. Las tazas de agua para café o té pueden calentarse con una bobina que esté sumergida en el agua y cuya temperatura se eleve por medio de electricidad. a) ¿Por qué las instrucciones advierten a los usuarios que no hagan funcionar la bobina si no hay agua? b) ¿Se puede utilizar la bobina de inmersión para calentar una taza de caldo?
8. La temperatura del aire sobre las áreas costeras está profundamente influida por el gran calor específico del agua. Una razón es que la energía liberada cuando un metro cúbico de agua se enfría 1.0°C elevará la temperatura de un volumen de aire muy grande en 1.0°C. Calcule ese volumen de aire. El calor específico del aire es de aproximadamente 1.0 kJ/kg · °C. Tome la densidad del aire como 1.3 kg/m^3.
9. Un piso con baldosas puede sentirse incómodamente frío en los pies desnudos, pero uno alfombrado en una habitación adyacente a la misma temperatura se siente caliente. ¿Por qué?
10. En un día muy caliente es posible cocinar un huevo sobre la carrocería de un automóvil. ¿Usted seleccionaría un automóvil de color negro o uno color blanco para cocinar su huevo? ¿Por qué?
11. El concreto tiene un calor específico mayor que el suelo. Partiendo de este hecho explique (en parte) porqué una ciudad tiene una temperatura promedio mayor que el campo circundante. ¿Esperaría que la brisa de la tarde sople de la ciudad al campo o del campo a la ciudad? Explique.
12. Usted necesita levantar un sartén muy caliente en su cocina y dispone de un par de guantes. ¿Debe empaparlos en agua fría o mantenerlos fríos para levantar el sartén con mayor comodidad?
13. Un atizador es una barra rígida, inflamable que se usa para empujar leños ardientes en una fogata. Suponga que el atizador se fabricará de un solo material. Para que funcione mejor y por razones de seguridad, ¿debe fabricarse de un material con a) calor específico latente alto y conductividad térmica baja, b) calor específico bajo y conductividad térmica baja, c) calor específico bajo y conductividad térmica alta, d) calor específico alto y conductividad térmica baja o e) calor específico bajo y densidad baja?
14. La estrella A tiene el doble del radio y de la temperatura absoluta de los que tiene la estrella B. ¿Cuál es la razón de la salida de potencia de la estrella A a la de B? Se puede suponer que la emisividad de las dos estrellas es 1. a) 4 b) 8 c) 16 d) 32 e) 64
15. Una persona agita durante unos minutos una botella sellada y aislada que contiene café. ¿Cuál es el cambio en la temperatura del café? a) disminuye mucho; b) disminuye poco; c) no cambia; d) aumenta poco o e) aumenta mucho.

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos

GP denota problemas guiados

M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign

Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual

S denota un problema de razonamiento simbólico

W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

11.1 Calor y energía interna

11.2 Calor específico

1. Las cataratas más altas registradas en el mundo son las de Salto Ángel, que se encuentra en Venezuela. Su caída de agua individual más larga tiene una altura de 807 m. Si el agua en la parte superior de las cataratas está a 15.0°C, ¿cuál es la temperatura máxima del agua en el fondo? Suponga que cuando toda la energía cinética del agua llega al fondo aumenta la temperatura del agua.
2. M La temperatura de una barra de plata aumenta en 10.0°C cuando absorbe 1.23 kJ de energía por calor. La masa de la barra es de 525 g. Determine el calor específico de la plata a partir de estos datos.
3. El Lago Erie contiene unos 4.00×10^{11} m^3 de agua. a) ¿Cuánta energía se requiere para aumentar la temperatura de ese volumen de 11.0°C a 12.0°C? b) ¿Cuántos años tomaría suministrar esta cantidad de energía usando la energía de salida de 1 000 MW de una planta de generación de electricidad?
4. Una barra de aluminio de 20.0 cm de longitud a 20.0°C tiene una masa de 350 g. Si se agregan 10 000 J de energía a la barra por calor, ¿cuál es el cambio en la longitud de la barra?
5. Q|C Una moneda de 3.00 g de cobre a 25.0°C cae 50.0 m hacia el suelo. a) Suponiendo que 60% del cambio en energía potencial gravitacional del sistema moneda-Tierra pasa a aumentar la energía interna de la moneda, determine la temperatura final de la moneda. b) ¿Depende el resultado de la masa de la moneda? Explique.
6. BIO Una mujer de 55 kg hace trampa en su dieta y en su desayuno come una dona con jalea que contiene 540 Calorías (540 kcal). a) ¿Cuántos joules de energía son el equivalente de una dona de jalea? b) ¿Cuántos escalones debe subir la mujer para realizar una cantidad de

trabajo mecánico equivalente a la energía alimentaria en una dona de jalea? Suponga que la altura de un solo escalón es de 15 cm. c) Si el cuerpo humano solo tiene una eficiencia de 25% para convertir energía química en energía mecánica, ¿cuántos escalones debe subir la mujer para quemar las calorías del desayuno?

7. BIO Q C Un corredor de carreras cortas de 75 kg acelera desde el reposo con una rapidez de 11.0 m/s en 5.0 s. a) Calcule el trabajo mecánico realizado por el corredor durante este tiempo. b) Calcule la potencia promedio que debe generar el corredor. c) Si el corredor convierte la energía alimentaria en energía mecánica con una eficiencia de 25%, ¿a qué rapidez promedio quema Calorías? d) ¿Qué le sucede al otro 75% de la energía alimentaria que se utiliza?

8. BIO S Un corredor de carreras cortas de masa m acelera uniformemente desde el reposo a una velocidad v en t segundos. a) Escriba una expresión simbólica para la potencia mecánica instantánea P requerida por el corredor en términos de la fuerza F y de la velocidad v. b) Aplique la segunda ley de Newton y una ecuación cinemática para la velocidad en cualquier instante para obtener una expresión para la potencia promedio solo en términos de m, a y t. c) Si un corredor de 75 kg alcanza una rapidez de 11.0 m/s en 5.00 s, calcule la aceleración del corredor, suponiendo que es constante. d) Calcule la potencia mecánica instantánea del corredor de 75.0 kg como una función del tiempo t y e) obtenga la rapidez máxima a la cual quema Calorías durante la carrera corta, suponiendo una eficiencia de 25% de conversión de energía alimentaria a energía mecánica.

9. W Una bala de plomo de 5.00 g que viaja a 300 m/s se incrusta en un árbol grande. Si la mitad de la energía cinética de la bala se transforma en energía interna y permanece en la bala mientras la otra mitad se transmite al árbol, ¿cuál es el aumento de temperatura de la bala?

10. El aparato que se muestra en la figura P11.10 fue utilizado por Joule para medir el equivalente mecánico del calor. Una rueda giratoria con paletas, que es impulsada por dos bloques que caen con rapidez constante, realiza trabajo sobre el agua. La temperatura del agua agitada aumenta debido a la fricción entre ella y las paletas. Si se ignora la energía perdida en los cojinetes y a través de las paredes, entonces la pérdida de energía potencial asociada con los bloques es igual al trabajo realizado por la rueda de paletas sobre el agua. Si cada bloque tiene una masa de 1.50 kg y el tanque aislado está lleno con 200 g de agua, ¿cuál es el aumento en la temperatura del agua después de que los bloques caen una distancia de 3.00 m?

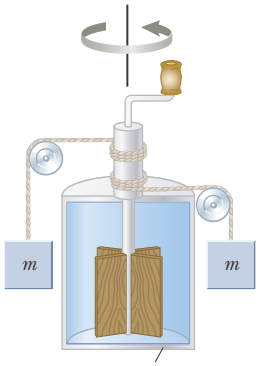


Figura P11.10 Los pesos que caen giran las paletas, lo que ocasiona que la temperatura del agua aumente.

11. Un vaso de aluminio de 200 g contiene 800 g de agua en equilibrio térmico con el vaso a 80°C. La combinación del vaso y el agua se enfría de manera uniforme de modo que la temperatura disminuye 1.5°C por minuto. ¿Con qué rapidez se remueve la energía? Exprese su respuesta en watts.

12. A un bloque de cobre de 1.5 kg se le da una rapidez inicial de 3.0 m/s sobre una superficie horizontal rugosa. Debido a la fricción, el bloque finalmente llega al reposo. a) Si el bloque absorbe 85% de su energía cinética inicial como energía interna, calcule su aumento de temperatura. b) ¿Qué le sucede a la energía restante?

13. Una vía de acero tiene una longitud de 13 yardas y pesa 70.0 lb. ¿Cuánta energía térmica se requiere para aumentar la longitud de la vía en 3.0 mm? *Nota:* suponga que el acero tiene el mismo calor específico que el hierro.

14. GP En el verano de 1958 en San Petersburgo, Florida, se realizó el colado de una nueva acera cerca de la casa donde creció uno de los autores. No se dejaron juntas de dilatación, por lo que a mediados de julio la acera ya había sido destruida por completo debido a la dilatación térmica y fue necesario reemplazarla, ¡esta vez con la adición importante de las juntas de dilatación! Este evento se modela enseguida.

Una serie losas de concreto de 4.00 cm de espesor, 1.00 m de longitud y 1.00 de ancho se cuelan para formar una acera a una temperatura ambiente de 25.0°C y se dejan fragüar. Las losas están expuestas a la luz solar directa y se colocan sin juntas de dilatación apropiadas, por lo que se evita su dilatación lineal. a) Usando la ecuación de la dilatación lineal (ecuación 10.4), elimine ΔL de la ecuación para el esfuerzo y la deformación por compresión (ecuación 9.3). b) Use la expresión que se encontró en el inciso a) para eliminar ΔT de la ecuación 11.3, obteniendo una ecuación simbólica para la transferencia de energía térmica Q. c) Calcule la masa de la losa de concreto dado que su densidad es de 2.40×10^3 kg/m^3. d) El concreto tiene una resistencia a la compresión máxima de 2.00×10^7 Pa, un calor específico de 880 J/kg · °C y un módulo de Young de 2.1×10^{10} Pa. ¿Cuánta energía térmica se debe transferir a la losa para alcanzar este esfuerzo de compresión? e) ¿Qué cambio en temperatura se requiere? f) Si el Sol suministra 1.00×10^3 W de potencia a la parte superior de la losa y si la mitad de la energía, en promedio, se absorbe y retiene, ¿cuánto tiempo le toma a la losa alcanzar el punto en el cual está en peligro de agrietarse debido al esfuerzo de compresión?

11.3 Calorimetría

15. ¿Cuál es la masa de agua a 25.0°C que se debe permitir para que llegue al equilibrio térmico con un cubo de 1.85 kg de aluminio inicialmente a 1.50×10^2°C para disminuir la temperatura del aluminio a 65.0°C? Suponga que cualquier agua convertida en vapor vuelve a condensarse.

16. Gránulos de plomo, cada uno con una masa de 1.00 g, se calientan a 200°C. ¿Cuántos gránulos deben agregarse a 500 g de agua que inicialmente está a 20.0°C para que la temperatura de equilibrio sea de 25.0°C? Desprecie cualquier transferencia de energía hacia el recipiente o desde él.

17. W Un vaso de aluminio contiene 225 g de agua y un agitador de cobre de 40 g, los dos a 27°C. En el agua se coloca una muestra de 400 g de plata a una temperatura inicial de 87°C. El agitador se utiliza para revolver la mezcla hasta que alcanza su temperatura de equilibrio de 32°C. Calcule la masa del vaso de aluminio.

18. En un duelo en las calles de Laredo, el chico bueno deja caer una bala de plata de 5.00 g a una temperatura de 20.0°C en un vaso de agua de 100 cm^3 que se encuentra a 90.0°C. De manera simultánea el chico malo deja caer una bala de cobre de 5.00 g a la misma temperatura inicial en un vaso idéntico con agua. ¿Quién termina el duelo con el vaso de agua más frío del Oeste? Ignore cualquier transferencia de energía hacia el vaso o desde él.

19. Q|C Un calorímetro de aluminio con una masa de 100 g contiene 250 g de agua. El calorímetro y el agua están en equilibrio térmico a 10.0°C. Dos bloques metálicos se colocan en el agua. Uno es una pieza de 50.0 g de cobre a 80.0°C. El otro tiene una masa de 70.0 g y originalmente está a una temperatura de 100°C. Todo el sistema se estabiliza a una temperatura final de 20.0°C. a) Determine el calor específico de la muestra desconocida. b) Con los datos de la tabla 11.1, ¿puede hacer una identificación positiva del material desconocido? ¿Identifica un material posible? c) Explique sus respuestas para el inciso b).

20. M Una herradura de hierro de 1.50 kg inicialmente a 600°C se deja caer en una cubeta que contiene 20.0 kg de agua a 25.0°C. ¿Cuál es la temperatura final del sistema agua-herradura? Desprecie la capacidad térmica del recipiente y suponga que una cantidad insignificante de agua se pierde por ebullición.

21. Un estudiante deja caer dos objetos metálicos en un recipiente de acero de 120 g que contiene 150 g de agua a 25°C. Uno es un cubo de cobre de 200 g que inicialmente está a 85.0°C , y el otro es un pedazo de aluminio que inicialmente está a 5.0°C. Para sorpresa del estudiante, el agua alcanza una temperatura final de 25°C, precisamente como comenzó. ¿Cuál es la masa del bloque de aluminio?

22. Cuando un conductor frena un automóvil, la fricción entre los tambores y las zapatas del freno convierte la energía cinética del vehículo en energía térmica. Si un automóvil de 1 500 kg que viaja a 30 m/s se detiene, ¿cuánto aumenta la temperatura en cada uno de los cuatro tambores de hierro de 8.0 kg? (El calor específico del hierro es 448 J/kg · °C.)

23. Q|C Masas iguales de 0.400 kg de plomo y estaño a 60.0°C se colocan en 1.00 kg de agua a 20.0°C. a) ¿Cuál es la temperatura de equilibrio del sistema? b) Si una aleación tiene una masa que es mitad plomo y mitad estaño, ¿qué calor específico anticiparía usted para la aleación? c) ¿Cuántos átomos de estaño N_{Sn} hay en 0.400 kg de estaño y cuántos átomos de plomo N_{Pb} hay en 0.400 kg de plomo? d) Divida el número de N_{Sn} de átomos de estaño entre el número N_{Pb} de átomos de plomo y compare esta razón con el calor específico del estaño dividido entre el calor específico del plomo. ¿Qué conclusión se puede obtener?

24. Una sustancia desconocida tiene una masa de 0.125 kg y una temperatura inicial de 95.0°C. La sustancia se deja caer en un calorímetro hecho de aluminio que contiene 0.285 kg de agua inicialmente a 25.0°C. La masa del recipiente de aluminio es de 0.150 kg y la temperatura del calorímetro aumenta a una temperatura de equilibrio final de 32.0°C. Suponiendo que no se transfiere energía térmica hacia el entorno, calcule el calor específico de la sustancia desconocida.

11.4 Calor latente y cambio de fase

25. Un cubo de hielo de 75 g a 0°C se coloca en 825 g de agua a 25.0°C. ¿Cuál es la temperatura final de esta mezcla?

26. Un cubo de hielo de 50 g a 0°C se calienta hasta que 45 g se han convertido en agua a 100°C y 5.0 g se han convertido en vapor a 100°C. ¿Cuánta energía se agregó para lograr esta transformación?

27. W Un cubo de hielo de 100 g a 0°C se deja caer en 1.0 kg de agua que originalmente estaba a 80°C. ¿Cuál es la temperatura final del agua después de que el hielo se derrite?

28. ¿Cuánta energía se requiere para transformar un cubo de hielo de 40 g a −10°C en vapor con una temperatura de 110°C?

29. M Una esquiadora a campo traviesa de 75 kg se desliza sobre la nieve como en la figura P11.29. El coeficiente de fricción entre los esquíes y la nieve es 0.20. Suponga que toda la nieve bajo sus esquíes está a 0°C y que toda la energía interna generada por fricción se agrega a la nieve, la cual se pega a sus esquíes hasta que se derrite. ¿Qué tan lejos debe esquiar para derretir 1.0 kg de nieve?

technotr/iStockphoto.com

Figura P11.29

30. GP En un recipiente de aluminio de 0.500 kg a 20.0°C se colocan 6.00 kg de alcohol etílico a 30.0°C y 1.00 kg de hielo a −10.0°C. Suponga que el sistema está aislado de su entorno. a) Identifique las cinco transferencias de energía que ocurren cuando el sistema pasa a una temperatura de equilibrio final *T*. Utilice la forma "sustancia a *X*°C en sustancia a *Y*°C". b) Construya una tabla similar a la del ejemplo 11.5. c) Sume todos los términos en la columna derecha de la tabla y establezca la suma igual a cero. d) Sustituya la información de la tabla en la ecuación que se encontró en el inciso c) y despeje la temperatura de equilibrio final, *T*.

31. Un bloque de hielo de 40 g se enfría a −78°C y luego se agrega a 560 g de agua en un calorímetro de cobre de 80 g a una temperatura de 25°C. Determine la temperatura final del sistema que consiste en el hielo, el agua

y el calorímetro (si no se derrite todo el hielo, determine cuánto queda). Recuerde que el hielo debe calentarse primero a 0°C, derretirse y luego continuar calentándose como el agua (el calor específico del hielo es 0.500 cal/g · °C = 2 090 J/kg · °C.)

32. BIO Cuando usted trota, la mayoría de la energía proveniente de la comida que quema por encima de su índice metabólico basal (IMB) termina como energía interna que aumentaría su temperatura corporal si no se eliminara. La evaporación de la transpiración es el mecanismo primario para eliminar esta energía. Determine la cantidad de agua que usted pierde en evaporación cuando trota durante 30 min a una rapidez que consume 400 kcal/h por encima de su IMB (esa cantidad a menudo se considera la salida de energía "máxima para quemar grasa"). El metabolismo de un gramo de grasa genera aproximadamente 9.0 kcal de energía y produce cerca de un gramo de agua (los átomos de hidrógeno en las moléculas de grasa se transfieren al oxígeno para formar agua). ¿Qué fracción de su necesidad de agua se proporcionará por medio del metabolismo de la grasa? (El calor latente de vaporización del agua a temperatura ambiente es de 2.5×10^6 J/kg).

33. Es común que una estufa de alta tecnología tenga al menos un quemador clasificado a 14 000 Btu/h. a) Si usted coloca un sartén de aluminio de 0.25 kg que contiene 2.0 litros de agua a 20°C sobre este quemador, ¿cuánto tiempo tardará esta agua en hervir, suponiendo que todo el calor del quemador pasa al sartén? b) Una vez que comienza la ebullición, ¿cuánto tiempo se requiere para consumir toda el agua del sartén?

34. BIO Un corredor de 60 kg gasta 300 W de potencia cuando corre una maratón. Suponiendo que 10% de la energía se suministra al tejido muscular y que el exceso de energía se remueve del cuerpo principalmente sudando, determine el volumen del fluido corporal (suponga que es agua) perdido por hora (a 37.0°C, el calor latente de vaporización del agua es de 2.41×10^6 J/kg.)

35. Se agrega vapor a 100°C a hielo que se encuentra a 0°C. a) Encuentre la cantidad de hielo derretido y la temperatura final cuando la masa de vapor es 10 g y la masa de hielo es 50 g, b) repita usando vapor con masa de 1.0 g y hielo con masa de 50 g.

36. BIO El exceso de energía interna del metabolismo se gasta a través de una variedad de canales, como radiación y evaporación de la transpiración. Considere otra ruta para la pérdida de energía: humedad en el aliento exhalado. Suponga que usted respira 22.0 veces por minuto, cada una con un volumen de 0.600 L. Suponga también que inhala aire seco y exhala aire a 37°C que contiene vapor de agua con una presión de vapor de 3.20 kPa. El vapor proviene de la evaporación de agua líquida en su cuerpo. Modele el vapor de agua como un gas ideal. Suponga que su calor latente de evaporación a 37°C es el mismo que su calor de vaporización a 100°C. Calcule la rapidez a la cual usted pierde energía exhalando aire húmedo.

37. Q|C Una bala de plata de 3.00 g a 30.0°C se dispara con una rapidez de 2.40×10^2 m/s hacia un bloque grande y fijo de hielo a 0°C, donde se incrusta. a) Describa las transformaciones de energía que ocurren cuando la bala se enfría. ¿Cuál es la temperatura final de la bala? b) ¿Qué cantidad de hielo se derrite?

11.5 Transferencia de energía

38. Un panel de vidrio de una ventana en una casa tiene un espesor de 0.62 cm y tiene dimensiones de 1.0 m × 2.0 m. En cierto día, la temperatura en el interior es de 25°C y en el exterior es de 0°C. a) ¿Cuál es la rapidez con la cual la energía se transfiere por calor a través del vidrio? b) ¿Cuánta energía se pierde a través de la ventana en un día, suponiendo que la temperatura en el interior y el exterior permanecen constantes?

39. Un estanque con un fondo plano tiene un área superficial de 820 m^2 y una profundidad de 2.0 m. En un día caliente, el agua superficial está a una temperatura de 25°C, en tanto que el agua en el fondo está a 12°C. Encuentre la rapidez con la cual se transfiere energía por conducción de la superficie al fondo del estanque.

40. BIO La conductividad térmica de los tejidos humanos varía en gran medida. La grasa y la piel tienen una conductividad de unos 0.20 W/m·K y 0.020 W/m·K, respectivamente, en tanto que las de otros tejidos del cuerpo son de aproximadamente 0.50 W/m·K. Suponga que entre la región central del cuerpo y la superficie de la piel se encuentra una capa de piel de 1.0 mm, una de grasa de 0.50 cm y 3.2 cm de otros tejidos. a) Encuentre el factor R para cada una de estas capas y el factor R equivalente para todas las capas juntas, reteniendo dos dígitos. b) Determine la rapidez de la pérdida de energía cuando la temperatura central es de 37°C y la exterior es de 0°C. Suponga que no hay una capa protectora de ropa ni una capa aislante de aire inmóvil y que el área corporal es de 2.0 m^2.

41. Un tubo que transporta vapor se cubre con un material aislante de 1.50 cm de espesor con una conductividad térmica de 0.200 cal/cm · °C · s. ¿Cuánta energía se pierde cada segundo cuando el vapor está a 200°C y el aire circundante a 20.0°C? El tubo tiene una circunferencia de 800 cm y una longitud de 50.0 m. Desprecie las pérdidas a través de los extremos del tubo.

42. La conductividad térmica promedio de las paredes (incluyendo las ventanas) y el techo de la casa en la figura P11.42 es de 4.8×10^{-4} kW/m · °C y su espesor promedio es de 21.0 cm. La casa se calienta con gas natural, con un calor de combustión (energía liberada por metro cúbico de gas quemado) de 9 300 kcal/m^3. ¿Cuántos metros cúbicos de gas se deben quemar cada día para mantener una temperatura en el interior de 25.0°C si la temperatura en el exterior es de 0.0°C? Desprecie las capas de aire superficiales, la radiación y la pérdida de energía por calor a través del suelo.

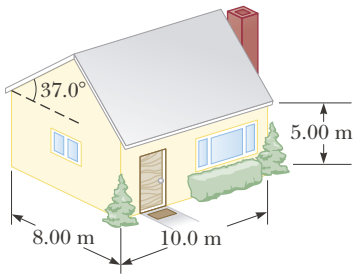


Figura P11.42

43. Considere dos cacerolas de cocina con las mismas dimensiones, cada una contiene la misma cantidad de agua a la misma temperatura inicial. El fondo de la primera está hecho de cobre, en tanto que el de la segunda está hecho de aluminio. Las dos cacerolas se colocan sobre una superficie caliente que tiene una temperatura de 145°C. El agua en la cacerola con fondo de cobre se consume por completo por ebullición en 425 s. ¿Cuánto tiempo le toma al agua en la cacerola con fondo de aluminio consumirse por completo?
44. Una ventana de termopar consta de dos paneles de vidrio, cada uno de 0.50 cm de espesor, con una capa sellada de aire de 1.0 cm de espesor sellada con una capa de aire entre estas. a) Si la temperatura de la superficie interior es de 23 °C y la temperatura de la superficie exterior es 0.0 °C, determine la transferencia de energía a través de 1.0 m^2 de la ventana. b) Compare su respuesta al inciso a) con la tasa de transferencia de energía a través de 1.0 m^2 de un solo panel de vidrio de 1.0 cm de espesor. Desprecie las capas superficiales de aire.
45. M Una barra de cobre y una barra de aluminio con diámetros iguales se unen por los extremos haciendo un buen contacto térmico. La temperatura del extremo libre de la barra de cobre se mantiene constante a 100°C y la del extremo lejano de la barra de aluminio se mantiene a 0°C. Si la barra de cobre tiene una longitud de 0.15 m, ¿cuál debe ser la longitud de la barra de aluminio de modo que la temperatura de la unión sea de 50°C?
46. Una caja de poliestireno tiene un área superficial de 0.80 m^2 y una pared con espesor de 2.0 cm. La temperatura de la superficie interna es de 5.0°C y la temperatura externa es de 25°C. Si se requieren 8.0 h para que 5.0 kg de hielo se derritan en el recipiente, determine la conductividad térmica del poliestireno.
47. W Un panel de vidrio rectangular de una ventana en una casa tiene un ancho de 1.0 m, una altura de 2.0 m y un espesor de 0.40 cm. Encuentre la energía transferida a través de la ventana por conducción en 12 horas en un día cuando la temperatura en el interior de la casa es de 22°C y en el exterior es de 2.0°C. Tome en consideración las capas de aire superficiales.
48. Una vela solar está hecha de Mylar aluminizado que tiene una emisividad de 0.03 y que refleja 97% de la luz que incide sobre ella. Suponga que una vela con un área de 1.00 km^2 está orientada de modo que la luz solar incide de manera perpendicular a su superficie con una intensidad de 1.40×10^3 W/m^2. ¿A qué temperatura se calentará antes de que emita por radiación (desde los dos lados) tanta energía como la que absorbe en el lado soleado? Suponga que la vela es tan delgada que la temperatura es uniforme y no se emite energía por los bordes. Tome la temperatura ambiente igual a 0 K.
49. Unas mediciones en dos estrellas indican que la Estrella X tiene una temperatura superficial de 5 727°C y la Estrella Y tiene una de 11 727°C. Si las dos estrellas tienen el mismo radio, ¿cuál es la razón de la luminosidad (salida de potencia total) de la Estrella Y a la luminosidad de la Estrella X? Se puede considerar que ambas tienen una emisividad de 1.0.
50. El filamento de un foco de 75 W está a una temperatura de 3 300 K. Suponiendo que el filamento tiene una emisividad de $e = 1.0$, encuentre su área superficial.

Problemas adicionales

51. El fondo de una tetera de cobre tiene un radio de 10 cm y un espesor de 2.0 mm. La temperatura de la superficie exterior es de 102°C y el agua dentro de la tetera hierve a 1 atm de presión. Determine la rapidez a la cual la energía se transfiere a través del fondo de la tetera.
52. Una familia llega a casa después de unas vacaciones largas con ropa para lavar y necesidad de bañarse. El calentador de agua se apagó durante las vacaciones. Si el calentador tiene una capacidad de 50.0 galones y un elemento calefactor de 4800 W, ¿cuánto tiempo se requiere para aumentar la temperatura del agua de 20.0°C a 60.0°C? Suponga que el calentador está bien aislado y que no se saca agua del tanque durante ese tiempo.
53. M Un cubo de hielo de 40 g flota en 200 g de agua en un vaso de cobre de 100 g; todos están a una temperatura de 0°C. Una pieza de plomo a 98°C se deja caer en el vaso y la temperatura de equilibrio final es de 12°C. ¿Cuál es la masa del plomo?
54. BIO El área superficial de una persona sin ropa es de 1.50 m^2 y la temperatura de su piel es de 33.0°C. La persona está en una habitación oscura que tiene una temperatura de 20.0°C y la emisividad de la piel es $e = 0.95$. a) ¿Con qué rapidez el cuerpo irradia energía? b) ¿Cuál es la importancia del signo en su respuesta?
55. Un bloque de cobre de 200 g a una temperatura de 90°C se deja caer en 400 g de cobre a 27°C. El agua está contenida en un recipiente de vidrio de 300 g. ¿Cuál es la temperatura final de la mezcla?
56. Q|C El nitrógeno líquido tiene un punto de ebullición de 77 K y un calor latente de vaporización de 2.01×10^5 J/kg. Un elemento calefactor eléctrico de 25 W se sumerge en un recipiente aislado que contiene 25 L de nitrógeno líquido en su punto de ebullición. a) Describa las transformaciones de energía que ocurren cuando se suministra potencia al elemento calefactor. b) ¿Cuántos kilogramos de nitrógeno se consumen por ebullición en 4.0 horas?
57. Q|C Un estudiante mide los datos siguientes en un experimento de calorimetría diseñado para determinar el calor específico del aluminio:

Temperatura inicial del agua y el calorímetro:	70.0°C
Masa del agua:	0.400 kg
Masa del calorímetro:	0.040 kg
Calor específico del calorímetro:	0.63 kJ/kg · °C
Temperatura inicial del aluminio:	27.0°C
Masa del aluminio:	0.200 kg
Temperatura final de la mezcla:	66.3°C

Use estos datos para determinar el calor específico del aluminio. Explique si su resultado está dentro de 15% del valor dado en la tabla 11.1.

58. BIO En general, 80% de la energía usada por el cuerpo se debe eliminar como exceso de energía térmica y es necesario disiparla. Los mecanismos de eliminación

son radiación, evaporación del sudor (2 430 kJ/kg), evaporación de los pulmones (38 kJ/h), conducción y convección.

Una persona que se ejercita en un gimnasio tiene un índice metabólico de 2 500 kJ/h. Su temperatura corporal es de 37°C y la temperatura en el exterior es de 24°C. Suponga que la piel tiene un área de 2.0 m^2 y una emisividad de 0.97. a) ¿Con qué rapidez se disipa este exceso de energía térmica por radiación? b) Si elimina 0.40 kg de transpiración durante esa hora, ¿con qué rapidez se disipa la energía térmica por evaporación del sudor? c) ¿Con qué rapidez se elimina energía por evaporación de los pulmones? d) ¿Con qué rapidez se debe eliminar el exceso de energía por conducción y convección?

59. El helio líquido tiene un punto de ebullición, 4.2 K, y un calor latente de vaporización, 2.00×10^4 J/kg, muy bajos. Si se transfiere energía a un recipiente de helio líquido en el punto de ebullición de un calentador eléctrico sumergido con una rapidez de 10.0 W, ¿cuánto tiempo se requiere para consumir por ebullición los 2.00 kg del líquido?

60. Un grupo de 10 estudiantes que realiza un examen tiene una salida de potencia por estudiante de unos 200 W. Suponga que la temperatura inicial del aula es de 20°C y que sus dimensiones son de 6.0 m × 15.0 m × 3.0 m. ¿Cuál es la temperatura del aula al final de 1.0 h si toda la energía permanece en el aire y no se agrega nada de una fuente externa? El calor específico del aire es de 837 J/kg · °C y su densidad es de aproximadamente 1.3×10^{-3} g/cm^3.

61. Una barra de oro (Au) está en contacto térmico con una barra de plata (Ag) de la misma longitud y área (figura P11.61). Un extremo de la barra compuesta se mantiene a 80.0°C y el extremo opuesto está a 30.0°C. Encuentre la temperatura en la unión cuando el flujo de energía alcanza un estado estable.

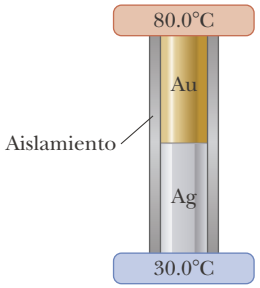


Figura P11.61

62. Una placa de hierro se mantiene contra una rueda de hierro de manera que una fuerza friccional deslizante de 50 N actúa entre las dos piezas. La rapidez relativa con la cual las dos superficies se deslizan una sobre la otra es de 40 m/s. a) Calcule la rapidez con la cual la energía mecánica se convierte en energía interna. b) La placa y la rueda tienen masas de 5.0 kg cada una y cada una recibe 50% de la energía interna. Si el sistema se opera como se describe durante 10 s y luego se permite que cada objeto alcance una temperatura interna uniforme, ¿cuál es el aumento de temperatura resultante?

63. Un automóvil tiene una masa de 1 500 kg y su sistema de freno de aluminio tiene una masa global de 6.00 kg. a) Suponiendo que toda la energía interna transformada por fricción cuando el automóvil se detiene se deposita en los frenos e ignorando la transferencia de energía, ¿cuántas veces sería posible frenar el automóvil hasta el reposo iniciando desde 25.0 m/s antes de que el freno comience a fundirse? (Suponga una temperatura inicial de 20.0°C.) b) Identifique algunos efectos que se ignoran en el inciso a), pero que quizá sean importantes en una evaluación más realista del aumento de temperatura del freno.

64. Tres líquidos están a temperaturas de 10°C, 20°C y 30°C, respectivamente. Masas iguales de los primeros dos líquidos se mezclan y la temperatura de equilibrio es de 17°C. Luego masas iguales del segundo y tercero se mezclan y la temperatura de equilibrio es de 28°C. Encuentre la temperatura de equilibrio cuando masas iguales del primero y el tercero se mezclan.

65. Q C Un *calorímetro de flujo* es un aparato que se usa para medir el calor específico de un líquido. La técnica es medir la diferencia de temperatura entre los puntos de entrada y salida de un flujo de líquido mientras se agrega energía con una rapidez conocida. a) Inicie con las ecuaciones $Q = mc(\Delta T)$ y $m = \rho V$ y demuestre que la rapidez con la cual se agrega energía al líquido está dada por la expresión $\Delta Q/\Delta t = \rho c(\Delta T)(\Delta V/\Delta t)$. b) En un experimento particular, un líquido con densidad de 0.72 g/cm^3 fluye a través del calorímetro a un gasto de 3.5 cm^3/s. En un estado estable, una diferencia de temperatura de 5.8°C se establece entre los puntos de entrada y salida cuando se suministra energía con una rapidez de 40 J/s. ¿Cuál es el calor específico del líquido?

66. Una estufa de madera se usa para calentar una habitación. La estufa tiene forma cilíndrica, con un diámetro de 40.0 cm y una longitud de 50.0 cm, y funciona a una temperatura de 400°F. a) Si la temperatura de la habitación es de 70.0°F, determine la cantidad de energía radiante que la estufa suministra a la habitación cada segundo si la emisividad es de 0.920. b) Si la habitación es cuadrada con paredes que tienen una altura de 8.00 pies y un ancho de 25.0 pies, determine el valor R necesario en las paredes y el techo para mantener la temperatura interna a 70.0°F. Si la temperatura externa es de 32.0°F. Observe que se ignora cualquier calor transportado por la estufa por convección y cualquier pérdida de energía a través de las paredes (¡y las ventanas!) por convección y radiación.

67. Un "horno solar" consiste en un espejo curvo reflejante que enfoca la luz solar hacia el objeto que se desea calentar (figura P11.67). La potencia solar por área unitaria que llega a la Tierra en la ubicación de un horno solar de 0.50 m de diámetro es de 600 W/m^2. Suponiendo que 50% de energía incidente se convierte en energía térmica, ¿cuánto tiempo se requerirá para consumir por ebullición 1.0 L de agua inicialmente a 20°C? (Desprecie el calor específico del recipiente.)

Figura P11.67

68. BIO Para realizar pruebas bacteriológicas de abastecimiento de agua y en clínicas médicas, es preciso incubar muestras rutinariamente durante 24 h a 37°C. Un baño estándar a temperatura constante con calentamiento eléctrico y control por termostato no es adecuado en las naciones en desarrollo sin operar de manera continua líneas de energía eléctrica. La voluntaria de los Cuerpos de Paz e ingeniera del Instituto Tecnológico de Massachusetts, Amy Smith, inventó una incubadora de bajo costo y fácil mantenimiento para satisfacer esta necesidad. El dispositivo consiste en una caja aislada con espuma que contiene varios paquetes de un material ceroso que se funde a 37.0°C, diseminado entre tubos, platos o botellas que contienen las muestras de prueba y el medio de cultivo (alimento para las bacterias). Fuera de la caja, el material ceroso es el primero que funde una estufa o un colector de energía solar. Luego se coloca en la caja para que mantenga calientes las muestras de prueba cuando se solidifica. El calor de fusión del material de cambio de fase es de 205 kJ/kg. Modele el aislamiento como un panel con área superficial de 0.490 m^2, espesor de 9.50 cm y conductividad de 0.012 0 W/m°C. Suponga que la temperatura exterior es de 23.0°C durante 12 h y de 16.0°C durante 12 h. a) ¿Qué masa del material ceroso se requiere para conducir la prueba bacteriológica? b) Explique porqué sus cálculos se pueden hacer sin conocer la masa de las muestras de prueba o del aislante.

69. La superficie del Sol tiene una temperatura de unos 5 800 K. Su radio es de 6.96×10^8 m. Calcule la energía total irradiada por el Sol cada segundo. Suponga que su emisividad es de 0.986.

70. BIO La evaporación de la transpiración es el mecanismo primario para enfriar el cuerpo humano. Estime la cantidad de agua que usted perderá cuando se exponga a la luz del Sol en una playa durante una hora. Utilice un valor de 1 000 W/m^2 para la intensidad de la luz solar y observe que la energía requerida para evaporar un líquido a una temperatura particular es aproximadamente igual a la suma de la energía requerida para aumentar su temperatura hasta el punto de ebullición y el calor latente de vaporización (determinado en el punto de ebullición).

71. En el tiempo $t = 0$, un recipiente contiene una mezcla de 10 kg de agua y una masa desconocida de hielo en equilibrio a 0°C. La temperatura de la mezcla se mide durante un periodo de una hora, con los resultados siguientes: durante los primeros 50 min, la mezcla permanece a 0°C; de 50 a 60 min, la temperatura aumenta de manera uniforme de 0°C a 2°C. Ignorando la capacidad térmica del recipiente, determine la masa de hielo que inicialmente se colocó en él. Suponga una entrada de potencia constante hacia el recipiente.

72. Q|C Una charola para cubos de hielo está llena con 75.0 g de agua. Después de que la charola llena alcanza una temperatura de equilibrio de 20.0°C, se coloca en un congelador calibrado a −8.00°C para hacer cubos de hielo. a) Describa los procesos que ocurren conforme se remueve la energía del agua para hacer hielo. b) Calcule la que se debe remover del agua para hacer cubos de hielo a −8.00°C.

73. Una barra de aluminio y una barra de hierro están unidas por los extremos haciendo un buen contacto térmico. Las dos barras tienen la misma longitud y los mismos radios. El extremo libre de la barra de aluminio se mantiene a una temperatura de 100°C y el extremo libre de la barra de hierro se mantiene a 0°C. a) Determine la temperatura de la interfaz entre las dos barras. b) Si cada barra tiene una longitud de 15 cm y un área transversal de 5.0 cm^2, ¿qué cantidad de energía se conduce a través de la combinación en 30 min?

Una ciclista es una máquina: requiere combustible y oxígeno para quemarlos y el resultado es el trabajo que la impulsa hacia adelante conforme su exceso de energía residual se expulsa por medio de la evaporación de su sudor.

Erik Isakson/Getty Images

12 Leyes de la termodinámica

12.1 Trabajo en los procesos termodinámicos

12.2 Primera ley de la termodinámica

12.3 Procesos térmicos

12.4 Máquinas térmicas y la segunda ley de la termodinámica

12.5 Entropía

12.6 Metabolismo humano

De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, la energía interna de un sistema puede incrementarse ya sea agregándole energía o bien realizando trabajo sobre él. Eso significa que la energía interna de un sistema, que es la suma de las energías cinética molecular y potencial, puede cambiar como resultado de dos tipos separados de transferencia de energía a través de la frontera del sistema. Aunque la primera ley impone la conservación de energía tanto para la energía agregada por calor como para el trabajo realizado sobre un sistema, no anticipa cuáles de los diferentes procesos de conservación de energía en realidad ocurren en la naturaleza.

La segunda ley de la termodinámica restringe la primera ley al establecer cuáles procesos permitidos por la primera ley en realidad pueden ocurrir. Por ejemplo, la segunda ley nos dice que la energía nunca fluye por calor espontáneamente de un objeto frío a uno caliente. Una aplicación importante de esta ley se encuentra en el estudio de máquinas térmicas (como el motor de combustión interna) y los principios que limitan su eficiencia.

12.1 Trabajo en los procesos termodinámicos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir el trabajo realizado **sobre** un gas ideal en un proceso isobárico (presión constante) y relacionarlo con el trabajo realizado por un gas en su entorno.
2. Calcular el trabajo realizado sobre un gas a presión constante.
3. Evaluar el trabajo realizado sobre un gas usando una gráfica de la presión del gas en función de su volumen.

La energía se puede transferir a un sistema por medio de calor y por medio del trabajo realizado sobre el sistema. En la mayoría de los casos de interés que se estudian aquí, el sistema es un volumen de gas, muy importante para comprender los motores. Se supondrá que todos esos sistemas de gas están en equilibrio termodinámico, de manera que cada parte del gas está a la misma temperatura y la misma presión. Si no fuera el caso, la ley de los gases ideales no se aplicaría y la mayoría de los resultados que se presentan aquí no serían válidos. Considere un gas contenido en un cilindro equipado con un pistón móvil (figura 12.1a) y en equilibrio. El gas ocupa un volumen V y ejerce una presión uniforme P sobre las paredes del cilindro y el pistón. El gas se comprime lentamente de modo que el sistema en esencia permanece en equilibrio termodinámico en todo momento. Cuando el pistón es empujado hacia abajo por una fuerza externa F en un desplazamiento Δy, el trabajo realizado sobre el gas es

$$W = -F\Delta y = -PA\Delta y$$

donde se ha establecido la magnitud F de la fuerza externa igual a PA, debido a que la presión es la misma en todas las partes del sistema (por la suposición de equilibrio). Observe que si el pistón se empuja hacia abajo, $\Delta y = y_f - y_i$ es negativa, de modo que se necesita un signo negativo explícito en la expresión para W para hacer positivo el trabajo. El cambio en el volumen del gas es $\Delta V = A\Delta y$, lo que conduce a la definición siguiente:

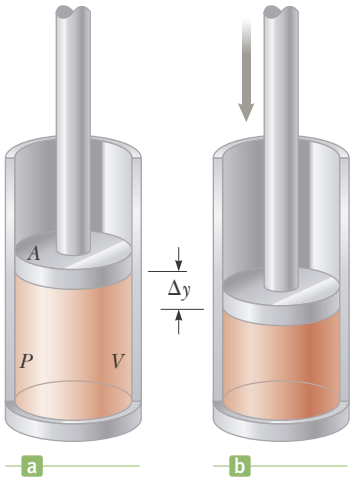


Figura 12.1 a) Un gas en un cilindro que ocupa un volumen V a una presión P. b) Al empujar el pistón hacia abajo se comprime el gas.

El **trabajo W realizado sobre un gas** a presión constante está dado por

$$W = -P\Delta V \qquad [12.1]$$

donde P es la presión en todo el gas y ΔV es el cambio en el volumen del gas durante el proceso.

Si el gas se comprime como en la figura 12.1b, ΔV es negativa y el trabajo realizado sobre el gas es positivo. Si el gas se expande, ΔV es positiva y el trabajo realizado sobre el gas es negativo. El trabajo realizado por el gas sobre su entorno, W_{ent}, es simplemente el negativo del trabajo realizado sobre el gas. Si no hay un cambio en el volumen, el trabajo es cero.

La definición de trabajo W en la ecuación 12.1 especifica el **trabajo realizado sobre** un gas. En muchos textos, el trabajo W se define como el **trabajo realizado por** un gas. En este libro, el trabajo realizado por un gas se denota con W_{ent}. En todos los casos, $W = -W_{ent}$, por lo que las dos definiciones difieren por un signo menos. La razón por la que es importante definir el trabajo W como el trabajo realizado *sobre* un gas es hacer que el concepto de trabajo en termodinámica sea consistente con el concepto de trabajo en mecánica. En esta, el sistema es algún objeto, y cuando se realiza trabajo sobre ese objeto, su energía aumenta. Cuando el trabajo W realizado sobre un gas según se define en la ecuación 12.1 es positivo, la energía interna del gas aumenta, lo que es consistente con la definición en mecánica.

En la figura 12.2a el hombre empuja una caja, haciendo trabajo positivo sobre ella, por lo que la rapidez de la caja y, por lo tanto, su energía cinética aumentan. En la figura 12.2b un hombre empuja un pistón hacia la derecha, comprimiendo el gas en el recipiente y realizando trabajo positivo sobre el gas. La rapidez promedio de las moléculas del gas aumenta, por lo que la temperatura y, por lo tanto, la energía interna del gas aumentan. En consecuencia, así como hacer un trabajo sobre una caja incrementa su energía interna, realizar un trabajo sobre un sistema de gas aumenta su energía interna.

Sugerencia 12.1 Trabajo realizado *sobre* contra trabajo realizado *por*

El trabajo realizado ***sobre*** el gas se denota W. Esa definición se enfoca en la energía interna del sistema. El trabajo realizado ***por*** el gas, digamos, sobre un pistón, se representa como W_{ent}, donde el enfoque se centra en controlar la energía interna del sistema para realizar trabajo sobre algo externo al gas. W y W_{ent} son dos formas diferentes de mirar la misma cosa. Siempre es cierto que $W = -W_{ent}$.

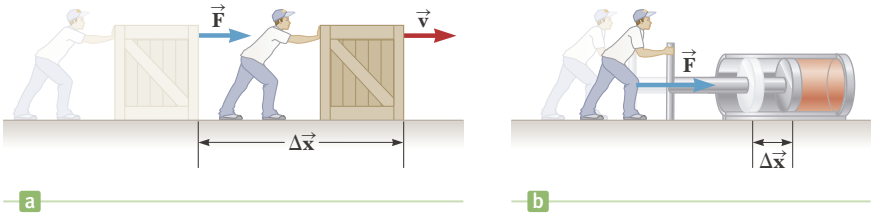


Figura 12.2 a) Cuando se ejerce una fuerza sobre una caja, el trabajo hecho por esa fuerza aumenta la energía mecánica de la caja. b) Cuando se empuja un pistón, el gas en el recipiente se comprime, lo que aumenta la energía térmica del gas.

EJEMPLO 12.1 Trabajo hecho por un gas en expansión

OBJETIVO Aplicar la definición de trabajo a presión constante.

PROBLEMA En un sistema similar al que se muestra en la figura 12.1, el gas en el cilindro se encuentra a una presión igual a 1.01×10^5 Pa y el pistón tiene un área de 0.100 m^2. Conforme se agrega lentamente energía al gas por calor, el pistón es empujado hacia arriba una distancia de 4.00 cm. Calcule el trabajo realizado por el gas en expansión sobre el entorno, W_{ent}, suponiendo que la presión permanece constante.

ESTRATEGIA El trabajo hecho sobre el entorno es el negativo del trabajo realizado sobre el gas en la ecuación 12.1. Calcule el cambio en el volumen y multiplique por la presión.

SOLUCIÓN

Encuentre el cambio en el volumen del gas, ΔV, que es el área transversal por el desplazamiento:

$$\Delta V = A\,\Delta y = (0.100\ \text{m}^2)(4.00 \times 10^{-2}\ \text{m}) = 4.00 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$$

Multiplique este resultado por la presión, obteniendo el trabajo que el gas realiza sobre el entorno, W_{ent}:

$$W_{env} = P\,\Delta V = (1.01 \times 10^5\ \text{Pa})(4.00 \times 10^{-3}\ \text{m}^3) = 404\ \text{J}$$

COMENTARIOS El volumen del gas aumenta, por lo que el trabajo realizado sobre el entorno es positivo. El trabajo realizado sobre el sistema durante este proceso es $W = -404$ J. La energía requerida para ejecutar un trabajo positivo sobre el entorno debe provenir de la energía del gas.

PREGUNTA 12.1 Si no se agregara energía al gas durante su expansión, ¿la presión podría permanecer constante?

EJERCICIO 12.1 Un gas en un cilindro similar al de la figura 12.1 mueve un pistón con un área de 0.200 m^2 conforme se agrega energía lentamente al sistema. Si sobre el entorno se realiza un trabajo de 2.00×10^3 J y la presión del gas en el cilindro permanece constante en 1.01×10^5 Pa, encuentre el desplazamiento del pistón.

RESPUESTA 9.90×10^{-2} m

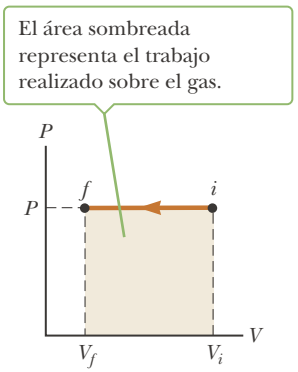


Figura 12.3 Diagrama *PV* para un gas que se comprime a presión constante.

La ecuación 12.1 se puede usar para calcular el trabajo realizado sobre el sistema *solo* cuando la presión del gas permanece constante durante la expansión o compresión. Un proceso en el cual la presión permanece constante se denomina **proceso isobárico**. La gráfica de la presión en función del volumen, o **diagrama *PV***, de un proceso isobárico se muestra en la figura 12.3. La curva de esta gráfica se denomina *trayectoria* entre los estados inicial y final, y la flecha indica la dirección del proceso, en este caso de un volumen mayor a uno menor. El área bajo la gráfica es

$$\text{Área} = P(V_f - V_i) = P\,\Delta V$$

El área bajo la gráfica en un diagrama *PV* tiene una magnitud igual al trabajo realizado sobre el gas.

Ese enunciado es cierto en general, ya sea que el proceso continúe o no a presión constante. Solo trace el diagrama *PV* del proceso, encuentre el área bajo la gráfica (y sobre el eje horizontal), y esa área será igual a la magnitud del trabajo realizado sobre el gas. Si la flecha en la gráfica apunta hacia volúmenes mayores, el trabajo realizado sobre el gas es negativo. Si la flecha sobre la gráfica apunta hacia volúmenes menores, el trabajo realizado sobre el gas es positivo.

Cuando se hace trabajo negativo sobre un sistema, se realiza trabajo positivo por el sistema sobre su entorno. El trabajo negativo hecho sobre el sistema representa una pérdida de energía del sistema, el costo de realizar un trabajo positivo sobre el entorno.

Cuestionario rápido

12.1 Con base en una inspección visual, ordene los diagramas *PV* que se muestran en la figura 12.4 del mayor trabajo negativo realizado sobre el sistema al mayor trabajo positivo realizado sobre el sistema. a) a, b, c, d; b) a, c, b, d; c) d, b, c, a; d) d, a, c, b.

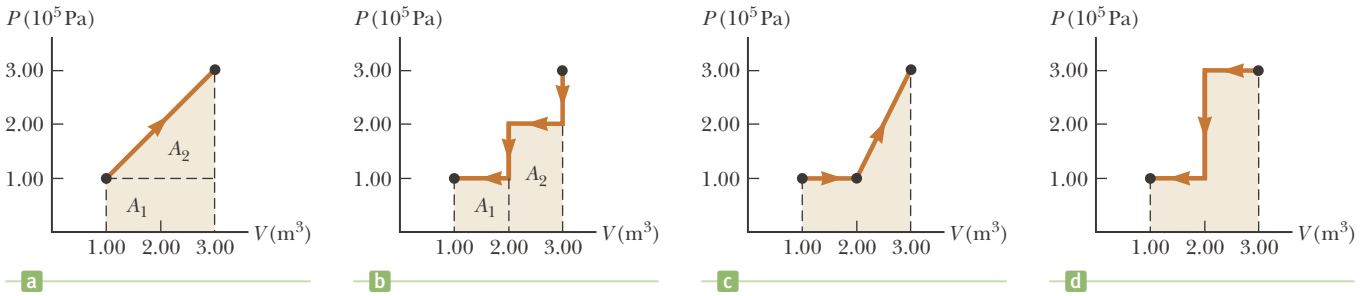


Figura 12.4 (Cuestionario rápido 12.1 y Ejemplo 12.2)

Observe que todas las gráficas en la figura 12.4 tienen los mismos puntos finales, pero las áreas bajo las curvas son diferentes. El trabajo realizado sobre un sistema depende de la trayectoria que se toma en el diagrama *PV*.

EJEMPLO 12.2 Trabajo y diagramas *PV*

OBJETIVO Calcular el trabajo a partir de un diagrama *PV*.

PROBLEMA Encontrar el valor numérico del trabajo realizado sobre el gas en **a)** la figura 12.4a y **b)** la figura 12.4b.

ESTRATEGIA Las regiones en cuestión se componen de rectángulos y triángulos. Use las fórmulas geométricas básicas para encontrar el área bajo cada curva. Verifique la dirección de las flechas para determinar los signos.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el trabajo realizado sobre el gas en la figura 12.4a.

Calcule las áreas A_1 y A_2 en la figura 12.4a. A_1 es un rectángulo y A_2 es un triángulo.

$$A_1 = \text{altura} \times \text{ancho} = (1.00 \times 10^5\ \text{Pa})(2.00\ \text{m}^3)$$
$$= 2.00 \times 10^5\ \text{J}$$
$$A_2 = \tfrac{1}{2}\ \text{base} \times \text{altura}$$
$$= \tfrac{1}{2}(2.00\ \text{m}^3)(2.00 \times 10^5\ \text{Pa}) = 2.00 \times 10^5\ \text{J}$$

Sume las áreas (las flechas apuntan hacia un volumen que aumenta, por lo que el trabajo realizado sobre el gas es negativo):

$$\text{Área} = A_1 + A_2 = 4.00 \times 10^5\ \text{J}$$
$$W = -4.00 \times 10^5\ \text{J}$$

b) Determine el trabajo realizado sobre el gas en la figura 12.4b.

Calcule las áreas de las dos regiones rectangulares:

$$A_1 = \text{altura} \times \text{ancho} = (1.00 \times 10^5\ \text{Pa})(1.00\ \text{m}^3)$$
$$= 1.00 \times 10^5\ \text{J}$$
$$A_2 = \text{altura} \times \text{ancho} = (2.00 \times 10^5\ \text{Pa})(1.00\ \text{m}^3)$$
$$= 2.00 \times 10^5\ \text{J}$$

Sume las áreas (las flechas apuntan hacia un volumen que disminuye, por lo que el trabajo realizado sobre el gas es positivo):

$$\text{Área} = A_1 + A_2 = 3.00 \times 10^5\ \text{J}$$
$$W = +3.00 \times 10^5\ \text{J}$$

COMENTARIOS Observe que en los dos casos las trayectorias en los diagramas *PV* empiezan y terminan en los mismos puntos, pero las respuestas son diferentes.

PREGUNTA 12.2 ¿Se realiza trabajo sobre un sistema durante un proceso en el cual su volumen permanece constante?

EJERCICIO 12.2 Calcule el trabajo realizado sobre el sistema en las figuras 12.4c y 12.4d.

RESPUESTAS -3.00×10^5 J, $+4.00 \times 10^5$ J

12.2 Primera ley de la termodinámica

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar la primera ley de la termodinámica y explicar su origen físico.
2. Aplicar la primera ley de la termodinámica a los sistemas y procesos simples.
3. Definir el calor específico molar y el cambio de energía interna de un gas ideal.
4. Explicar el concepto de grados de libertad y su efecto físico sobre el calor específico molar de un gas.

La **primera ley de la termodinámica** es otra ley de conservación de energía que relaciona los cambios en la energía interna (la energía asociada con la posición y la oscilación de todas las moléculas de un sistema) hacia transferencias de energía debidas al calor y el trabajo. La primera ley es universalmente válida, aplicable a todas las clases de procesos, y proporciona una conexión entre los mundos microscópico y macroscópico.

Hay dos maneras por las que la energía se puede transferir entre un sistema y su entorno circundante: al realizar trabajo, lo que requiere un desplazamiento macroscópico de un objeto mediante la aplicación de una fuerza, y por medio de un intercambio directo de energía a través de la frontera del sistema, con frecuencia por calor. El calor es la transferencia de energía entre un sistema y su entorno debida a una diferencia de temperatura y es común que ocurra a través de uno o más de los mecanismos de radiación, conducción y convección. Por ejemplo, en la figura 12.5 los gases calientes y la radiación chocan sobre el cilindro, aumentando su temperatura y la energía Q se transfiere por conducción al gas, donde se distribuye principalmente por convección. También son posibles otros procesos para transferir energía hacia un sistema, como una reacción química o una descarga eléctrica. Cualquier energía Q intercambiada entre el sistema y el entorno y cualquier trabajo realizado por la expansión o compresión del sistema resulta en un ***cambio en la energía interna***, ΔU, del sistema. Un cambio en energía interna resulta en cambios medibles en las variables macroscópicas del sistema como la presión, la temperatura y el volumen. La relación entre el cambio en energía interna, ΔU, la energía Q y el trabajo W realizado sobre el sistema está dado por la **primera ley de la termodinámica**:

Primera ley de la termodinámica ▶

Si un sistema experimenta un cambio de un estado inicial a un estado final, entonces el cambio en energía interna ΔU está dado por

$$\Delta U = U_f - U_i = Q + W \qquad [12.2]$$

donde Q es la energía que se intercambia entre el sistema y el entorno, y W es el trabajo realizado sobre el sistema.

La cantidad Q es positiva cuando se transfiere energía hacia el sistema y negativa cuando se quita energía del sistema.

En la figura 12.5 se ilustra la primera ley para un cilindro con gas y cómo interactúa el sistema con el entorno. El cilindro con gas contiene un pistón sin fricción y el bloque inicialmente está en reposo. La energía Q se introduce en el gas cuando este se expande contra el pistón con presión constante P. Hasta que el pistón choca con

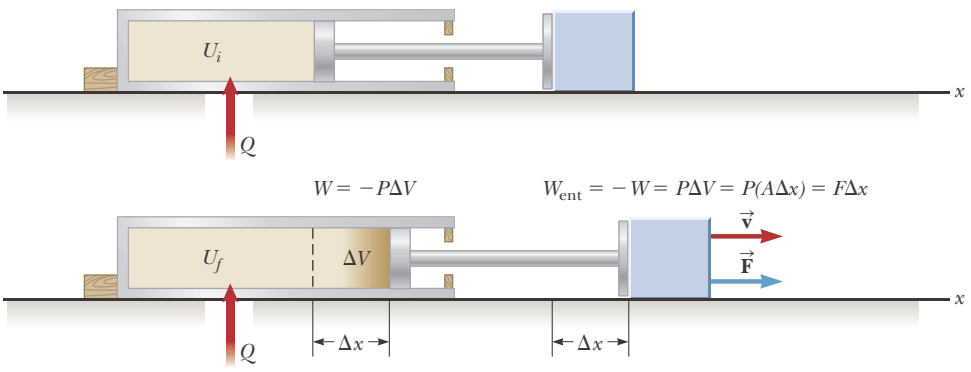


Figura 12.5 La energía térmica Q se transfiere al gas, aumentando su energía interna. El gas presiona contra el pistón, desplazándolo y realizando un trabajo mecánico sobre el entorno o, de forma equivalente, realizando trabajo negativo sobre el gas, reduciendo la energía interna.

los retenes, ejerce una fuerza sobre el bloque, el cual se acelera sobre una superficie sin fricción. Se realiza trabajo negativo W sobre el gas y al mismo tiempo el gas realiza trabajo positivo $W_{ent} = -W$ sobre el bloque. Al sumar el trabajo realizado sobre el entorno, W_{ent}, y el trabajo realizado sobre el gas, W, se obtiene un trabajo neto cero, como debe ser ya que la energía debe conservarse.

De la ecuación 12.2 también se observa que la energía interna de cualquier sistema aislado debe permanecer constante, de manera que $\Delta U = 0$. Incluso cuando un sistema no está aislado, el cambio en la energía interna será cero si el sistema pasa por un proceso cíclico en el cual todas las variables termodinámicas (presión, volumen, temperatura y moles de gas) regresan a sus valores originales.

Es importante recordar que las cantidades en la ecuación 12.2 se refieren a un *sistema*, no al efecto sobre el entorno del sistema a través del trabajo. Si el sistema es un gas caliente que se expande contra un pistón, como en la figura 12.5, el trabajo W del sistema es *negativo* ya que el pistón solo se puede expandir a la dimensión de la energía interna del gas. El trabajo W_{ent} realizado por el gas caliente sobre el *entorno* (en este caso, mover un pistón que a su vez mueve el bloque) es positivo, pero ese no es el trabajo W en la ecuación 12.2. Esta forma de definir el trabajo en la primera ley lo hace consistente con el concepto de trabajo definido en el capítulo 5. Tanto en el caso mecánico como en el térmico, el efecto sobre el sistema es el mismo: el trabajo positivo aumenta la energía del sistema y el trabajo negativo la disminuye.

En algunos libros se identifica W como el trabajo realizado por el gas sobre su entorno. Esta es una formulación equivalente, pero significa que W debe llevar un signo menos en la primera ley. Esa convención no es consistente con los análisis anteriores de la energía de un sistema, ya que cuando W es positivo el sistema *pierde* energía, en tanto que en el capítulo W positivo significa que el sistema *gana* energía. Por esa razón, la convención anterior no se usa en este libro.

Sugerencia 12.2
Convenciones de signo doble

En muchos libros de física e ingeniería se presenta la primera ley como $\Delta U = Q - W$, con un signo menos entre el calor y el trabajo. La razón es que el trabajo se define en estos enfoques como el trabajo realizado *por* el sistema en vez de *sobre* el sistema, como en nuestro enfoque. Usando nuestra notación, esta primera ley equivalente se leería $\Delta U = Q - W_{env}$.

EJEMPLO 12.3 Calentamiento de un gas

OBJETIVO Combinar la primera ley de la termodinámica con el trabajo realizado durante un proceso a presión constante.

PROBLEMA Un gas ideal absorbe 5.00×10^3 J de energía mientras realiza 2.00×10^3 J de trabajo sobre el entorno durante un proceso a presión constante. **a)** Calcule el cambio en la energía interna del gas. **b)** Si la energía interna ahora disminuye en 4.50×10^3 J y 7.50×10^3 J se expulsan del sistema, encuentre el cambio en el volumen, suponiendo un proceso a presión constante de 1.01×10^5 Pa.

ESTRATEGIA El inciso a) requiere la sustitución de la información dada en la primera ley, ecuación 12.2. Sin embargo, observe que el trabajo dado se realiza sobre el *entorno*. El negativo de esta cantidad es el trabajo hecho sobre el *sistema*, lo que representa una pérdida de energía interna. En el inciso b) se trata de sustituir la ecuación para el trabajo a presión constante en la primera ley y despejar el cambio en volumen.

SOLUCIÓN

a) Calcule el cambio en la energía interna del gas.

Sustituya los valores en la primera ley, observando que el trabajo realizado sobre el gas es negativo:

$$\Delta U = Q + W = 5.00 \times 10^3\,\text{J} - 2.00 \times 10^3\,\text{J}$$
$$= 3.00 \times 10^3\,\text{J}$$

b) Encuentre el cambio en volumen, observando que ΔU y Q son negativos en este caso.

Sustituya la ecuación para el trabajo realizado a presión constante en la primera ley:

$$\Delta U = Q + W = Q - P\Delta V$$
$$-4.50 \times 10^3\,\text{J} = -7.50 \times 10^3\,\text{J} - (1.01 \times 10^5\,\text{Pa})\Delta V$$

Despeje el cambio en el volumen, ΔV:

$$\Delta V = -2.97 \times 10^{-2}\,\text{m}^3$$

COMENTARIOS El cambio en el volumen es negativo; por lo tanto, el sistema se contrae haciendo trabajo negativo sobre el entorno, en tanto que el trabajo W sobre el sistema es positivo.

(*Continúa*)

PREGUNTA 12.3 ¿Cierto o falso? Cuando un gas se expande a presión constante, el cambio en la energía interna debe ser positivo.

EJERCICIO 12.3 Suponga que la energía interna de un gas ideal aumenta en 3.00×10^3 J a una presión constante de 1.00×10^5 Pa, en tanto que el sistema gana 4.20×10^3 J de energía por calor. Encuentre el cambio en volumen del sistema.

RESPUESTA $1.20 \times 10^{-2}\ \text{m}^3$

Recuerde que una expresión para la energía interna de un gas ideal es

$$U = \tfrac{3}{2}nRT \qquad [12.3a]$$

Esta expresión es válida solo para un gas ideal *monoatómico*, lo que significa que sus partículas consisten en átomos individuales. El cambio en la energía interna, ΔU, para ese gas está dada por

$$\Delta U = \tfrac{3}{2}nR\Delta T \qquad [12.3b]$$

El **calor específico molar a volumen constante** de un gas ideal monoatómico, C_v, está definido por

$$C_v \equiv \tfrac{3}{2}R \qquad [12.4]$$

Entonces el cambio en la energía interna de un gas ideal se puede escribir

$$\Delta U = nC_v\,\Delta T \qquad [12.5]$$

Para los gases ideales esta expresión siempre es válida, incluso cuando el volumen no es constante. Sin embargo, el valor del calor específico molar depende del gas y puede variar en condiciones diferentes de temperatura y presión.

Un gas con un calor específico molar más grande requiere más energía para alcanzar un cambio de temperatura dado. La magnitud del calor específico molar depende de la estructura de las moléculas del gas y de las diversas formas en que puede almacenar energía. Un gas monoatómico como el helio puede almacenar energía como movimiento en tres direcciones diferentes. Un gas como el hidrógeno, por otro lado, es diatómico en intervalos de temperatura normales, y además de moverse en tres direcciones también puede agitarse, girando en dos dimensiones distintas. Por lo tanto, las moléculas de hidrógeno pueden almacenar energía en forma de movimiento traslacional y además pueden almacenarla al girar. Además, las moléculas también pueden almacenar energía en las vibraciones de sus átomos constituyentes. Un gas compuesto por moléculas con más formas para almacenar energía tendrá un calor específico molar mayor.

Cada manera diferente en la que una molécula de gas puede almacenar energía se denomina *grado de libertad*. Cada grado de libertad contribuye $\frac{1}{2}R$ al calor específico molar. Debido a que un gas ideal atómico se puede mover en tres direcciones, tiene una capacidad térmica específica molar $C_v = 3(\frac{1}{2}R) = \frac{3}{2}R$. Un gas diatómico como el oxígeno molecular, O_2, también puede dar vueltas en dos direcciones diferentes. Esto agrega $2 \times \frac{1}{2}R = R$ al calor específico molar, por lo que $C_v = \frac{5}{2}R$ para gases diátomicos. Los giros sobre el eje largo que conecta los dos átomos en general son insignificantes. Las vibraciones de los átomos en una molécula también pueden contribuir a la capacidad térmica. Un análisis completo de un sistema dado a menudo es complejo, por lo que en general, los calores específicos molares deben determinarse mediante experimentos. Algunos valores representativos de C_v se pueden consultar en la tabla 12.1.

12.3 Procesos térmicos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Identificar, definir y explicar en términos físicos los cuatro procesos térmicos más comunes.
2. Evaluar las cantidades termodinámicas para los procesos isobáricos, adiabáticos, isovolumétricos, isotérmicos y generales.

Tabla 12.1 Calores específicos molares de varios gases

Gas	Calor específico molar (J/mol · K)[a]			
	C_p	C_v	$C_p - C_v$	$\gamma = C_p/C_v$
Gases monoatómicos				
He	20.8	12.5	8.33	1.67
Ar	20.8	12.5	8.33	1.67
Ne	20.8	12.7	8.12	1.64
Kr	20.8	12.3	8.49	1.69
Gases diatómicos				
H_2	28.8	20.4	8.33	1.41
N_2	29.1	20.8	8.33	1.40
O_2	29.4	21.1	8.33	1.40
CO	29.3	21.0	8.33	1.40
Cl_2	34.7	25.7	8.96	1.35
Gases poliatómicos				
CO_2	37.0	28.5	8.50	1.30
SO_2	40.4	31.4	9.00	1.29
H_2O	35.4	27.0	8.37	1.30
CH_4	35.5	27.1	8.41	1.31

[a]Todos los valores excepto los cuatro para el agua se obtuvieron a 300 K.

Los ciclos de los motores pueden ser complejos. Por fortuna, con frecuencia se pueden dividir en una serie de procesos simples. En esta sección se estudiarán los cuatro procesos más comunes y se ilustrarán por su efecto sobre un gas ideal. Cada proceso corresponde a hacer una de las variables en la ley de los gases ideales una constante o suponer que una de las tres cantidades en la primera ley de la termodinámica es cero. Los cuatro procesos se denominan isobárico (presión constante), adiabático (sin transferencia de energía térmica, o $Q = 0$), isovolumétrico (volumen constante, lo que corresponde a $W = 0$) e isotérmico (temperatura constante, lo que corresponde a $\Delta U = 0$). Es natural que muchos otros procesos no se encuentren en una de estas cuatro categorías, por lo que se cubren en una quinta categoría, llamada proceso general. Lo esencial en cada caso es calcular las tres cantidades termodinámicas a partir de la primera ley: el trabajo W, la transferencia de energía térmica Q y el cambio en la energía interna ΔU.

Procesos isobáricos

Recuerde de la sección 12.1 que en un proceso isobárico la presión permanece constante cuando el gas se expande o se comprime. Un gas en expansión realiza trabajo sobre su entorno, dado por $W_{\text{ent}} = P\,\Delta V$. El diagrama PV de una expansión isobárica se muestra en la figura 12.3. Como se explicó antes, la magnitud del trabajo realizado sobre el gas es justo el área bajo la trayectoria en su diagrama PV: altura por longitud, o $P\,\Delta V$. El negativo de esta cantidad, $W = -P\,\Delta V$, es la pérdida de energía por el gas debido a que el gas realiza trabajo cuando se expande. Esta es la cantidad que se debe sustituir en la primera ley.

El trabajo realizado por el gas sobre su entorno debe venir a expensas del cambio en su energía interna, ΔU. Ya que el cambio en la energía interna de un gas ideal está dado por $\Delta U = nC_v\,\Delta T$, la temperatura de un gas en expansión debe bajar cuando la energía interna disminuya. La expansión de un volumen y la disminución de la temperatura significa que la presión también debe disminuir, de conformidad con la ley de los gases ideales, $PV = nRT$. En consecuencia, la única manera en que un proceso como ese puede permanecer a presión constante es que la energía térmica Q se transfiera hacia el gas por calor. Reacomodando la primera ley, se obtiene

$$Q = \Delta U - W = \Delta U + P\,\Delta V$$

Ahora se puede sustituir la expresión en la ecuación 12.3b para ΔU y usar la ley de los gases ideales para sustituir $P\Delta V = nR\Delta T$:

$$Q = \tfrac{3}{2}nR\Delta T + nR\Delta T = \tfrac{5}{2}nR\Delta T$$

Otra forma de expresar esta transferencia por calor es

$$Q = nC_p\Delta T \qquad [12.6]$$

donde $C_p = \frac{5}{2}R$. Para los gases ideales, la capacidad térmica molar a presión constante, C_p, es la suma de la capacidad térmica molar a volumen constante, C_v, y la constante del gas R:

$$C_p = C_v + R \qquad [12.7]$$

Esto se puede observar en la cuarta columna de la tabla 12.1, donde $C_p - C_v$ se calcula para una variedad de gases distintos. La diferencia resulta ser aproximadamente R en casi todos los casos.

EJEMPLO 12.4 Gas en expansión

OBJETIVO Usar calores específicos molares y la primera ley en un proceso a presión constante.

PROBLEMA Suponga que un sistema de un gas ideal monoatómico a 2.00×10^5 Pa y una temperatura inicial de 293 K, se expande lentamente a presión constante desde un volumen de 1.00 L hasta uno de 2.50 L. **a)** Encuentre el trabajo realizado sobre el entorno. **b)** Determine el cambio en la energía interna del gas. **c)** Use la primera ley de la termodinámica para obtener la energía térmica absorbida por el gas durante el proceso. **d)** Utilice la capacidad térmica molar a presión constante para encontrar la energía térmica absorbida. **e)** ¿En qué cambian las respuestas para un gas ideal monoatómico?

ESTRATEGIA Este problema implica principalmente sustituir los valores en las ecuaciones apropiadas. Sustituya en la ecuación para el trabajo a presión constante para obtener la respuesta del inciso a). En el inciso b) use la ley de los gases ideales dos veces: para encontrar la temperatura cuando $V = 2.00$ L y para hallar el número de moles del gas. Luego estas cantidades se pueden uar para obtener el cambio en la energía interna, ΔU. Entonces el inciso c) se puede resolver sustituyendo en la primera ley, lo que da Q, la respuesta verificada en el inciso d) con la ecuación 12.6. Repita estos pasos para el inciso e) después de aumentar los calores específicos molares en R debido a los dos grados de libertad adicionales asociados con un gas diatómico.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el trabajo realizado sobre el entorno.

Aplique la definición de trabajo a presión constante:

$$W_{\text{ent}} = P\Delta V = (2.00 \times 10^5\ \text{Pa})(2.50 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 - 1.00 \times 10^{-3}\ \text{m}^3)$$
$$W_{\text{ent}} = \boxed{3.00 \times 10^2\ \text{J}}$$

b) Encuentre el cambio en la energía interna del gas.

Primero, obtenga la temperatura final utilizando la ley de los gases ideales, observando que $P_i = P_f$:

$$\frac{P_fV_f}{P_iV_i} = \frac{T_f}{T_i} \rightarrow T_f = T_i\frac{V_f}{V_i} = (293\ \text{K})\frac{(2.50 \times 10^{-3}\ \text{m}^3)}{(1.00 \times 10^{-3}\ \text{m}^3)}$$
$$T_f = 733\ \text{K}$$

Una vez más con la ley de los gases ideales, obtenga el número de moles del gas:

$$n = \frac{P_iV_i}{RT_i} = \frac{(2.00 \times 10^5\ \text{Pa})(1.00 \times 10^{-3}\ \text{m}^3)}{(8.31\ \text{J/K}\cdot\text{mol})(293\ \text{K})}$$
$$= 8.21 \times 10^{-2}\ \text{mol}$$

Use estos resultados y las cantidades dadas para calcular el cambio en la energía interna, ΔU:

$$\Delta U = nC_v\Delta T = \tfrac{3}{2}nR\Delta T$$
$$= \tfrac{3}{2}(8.21 \times 10^{-2}\ \text{mol})(8.31\ \text{J/K}\cdot\text{mol})(733\ \text{K} - 293\ \text{K})$$
$$\Delta U = \boxed{4.50 \times 10^2\ \text{J}}$$

c) Use la primera ley para obtener la energía transferida por calor.

Despeje Q de la primera ley y sustituya ΔU y $W = -W_{\text{ent}} = -3.00 \times 10^2$ J:

$$\Delta U = Q + W \rightarrow Q = \Delta U - W$$
$$Q = 4.50 \times 10^2\ \text{J} - (-3.00 \times 10^2\ \text{J}) = \boxed{7.50 \times 10^2\ \text{J}}$$

d) Use la capacidad térmica molar a presión constante para obtener Q.

Sustituya los valores en la ecuación 12.6:

$$\begin{aligned} Q &= nC_p\Delta T = \tfrac{5}{2}nR\Delta T \\ &= \tfrac{5}{2}(8.21 \times 10^{-2}\ \text{mol})(8.31\ \text{J/K}\cdot\text{mol})(733\ \text{K} - 293\ \text{K}) \\ &= 7.50 \times 10^{2}\ \text{J} \end{aligned}$$

e) ¿Cómo cambiarían las respuestas para un gas diatómico?

Obtenga el nuevo cambio en la energía interna, ΔU, observando que $C_v = \frac{5}{2}R$ para un gas diatómico:

$$\begin{aligned} \Delta U &= nC_v\Delta T = (\tfrac{3}{2} + 1)nR\,\Delta T \\ &= \tfrac{5}{2}(8.21 \times 10^{-2}\ \text{mol})(8.31\ \text{J/K}\cdot\text{mol})(733\ \text{K} - 293\ \text{K}) \\ \Delta U &= 7.50 \times 10^{2}\ \text{J} \end{aligned}$$

Obtenga la nueva energía transferida por calor, Q:

$$\begin{aligned} Q &= nC_p\Delta T = (\tfrac{5}{2} + 1)nR\Delta T \\ &= \tfrac{7}{2}(8.21 \times 10^{-2}\ \text{mol})(8.31\ \text{J/K}\cdot\text{mol})(733\ \text{K} - 293\ \text{K}) \\ Q &= 1.05 \times 10^{3}\ \text{J} \end{aligned}$$

COMENTARIOS El inciso b) también se podría resolver con menos pasos usando la ecuación de los gases ideales $PV = nRT$ una vez que se conozca el trabajo. La presión y el número de moles son constantes, y el gas es ideal; de modo que $P\Delta V = nR\Delta T$. Dado que $C_v = \frac{3}{2}R$, entonces el cambio en la energía interna ΔU puede calcularse en términos de la expresión para el trabajo:

$$\Delta U = nC_v\Delta T = \tfrac{3}{2}nR\Delta T = \tfrac{3}{2}P\Delta V = \tfrac{3}{2}W$$

Es posible usar métodos similares en otros procesos.

PREGUNTA 12.4 ¿Cierto o falso? Durante una compresión a presión constante, la temperatura de un gas ideal debe disminuir y el gas siempre debe expulsar energía térmica ($Q < 0$).

EJERCICIO 12.4 Suponga que un gas ideal monoatómico a una temperatura inicial de 475 K se comprime de 3.00 L a 2.00 L mientras su presión permanece constante a 1.00×10^5 Pa. Encuentre a) el trabajo realizado sobre el gas, b) el cambio en la energía interna y c) la energía transferida por calor, Q.

RESPUESTAS a) 1.00×10^2 J; b) -1.50×10^2 J; c) -2.50×10^2 J

Procesos adiabáticos

En un proceso adiabático ninguna energía entra o sale del sistema por calor. Un sistema como este se encuentra cubierto, térmicamente aislado de su entorno. Sin embargo, en general el sistema no está aislado en el aspecto mecánico, por lo que aún puede realizar trabajo. Un proceso suficientemente rápido se puede considerar casi adiabático debido a que no hay tiempo para alguna transferencia significativa de energía por calor.

Para los procesos adiabáticos $Q = 0$, por lo tanto, la primera ley se convierte en

$$\Delta U = W \quad \text{(procesos adiabáticos)}$$

El trabajo hecho durante un proceso adiabático se puede calcular determinando el cambio en la energía interna. De manera alterna, el trabajo se puede calcular a partir de un diagrama PV. Para un gas ideal que experimenta un proceso adiabático, es posible demostrar que

$$PV^{\gamma} = \text{constante} \qquad \textbf{[12.8a]}$$

donde

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \qquad \textbf{[12.8b]}$$

se denomina *índice adiabático* del gas. Los valores del índice adiabático para varios gases diferentes se muestran en la tabla 12.1. Después de calcular la constante en el lado derecho de la ecuación 12.8a y calcular la presión P, el área bajo la curva en el diagrama PV se puede determinar contando cuadrados, con lo que se obtiene el trabajo.

Si se permite que un gas caliente se expanda tan rápido que no haya tiempo para que la energía entre o salga del sistema por calor, el trabajo realizado sobre el gas es

negativo y la energía interna disminuye. Esta disminución ocurre ya que la energía cinética se transfiere desde las moléculas del gas al pistón en movimiento. Ese tipo de expansión adiabática es de importancia práctica y casi se logra en un motor de combustión interna cuando se enciende una mezcla de aire y gasolina, y se expande rápidamente contra un pistón. En el ejemplo siguiente se ilustra este proceso.

EJEMPLO 12.5 Trabajo y el cilindro de un motor

OBJETIVO Usar la primera ley para encontrar el trabajo realizado en una expansión adiabática.

PROBLEMA En el motor de un automóvil que opera a una frecuencia de 1.80×10^3 rev/min, la expansión de gas caliente a alta presión contra un pistón ocurre en unos 10 ms. Dado que la transferencia de energía por calor por lo común toma un tiempo del orden de minutos u horas, es seguro suponer que durante la expansión sale poca energía del gas caliente. Determine el trabajo realizado por el gas sobre el pistón durante esta expansión adiabática, suponiendo que el cilindro del motor contiene 0.100 moles de un gas ideal monoatómico de 1.200×10^3 K a 4.00×10^2 K, que son temperaturas comunes, durante la expansión.

ESTRATEGIA Encuentre el cambio en la energía interna usando las temperaturas dadas. Para un proceso adiabático, esto es igual al trabajo realizado sobre el gas, el cual es el negativo del trabajo hecho sobre el entorno (en este caso, el pistón).

SOLUCIÓN

Inicie con la primera ley, tomando $Q = 0$:

$$W = \Delta U - Q = \Delta U - 0 = \Delta U$$

Encuentre ΔU de la expresión para la energía interna de un gas ideal monoatómico:

$$\Delta U = U_f - U_i = \tfrac{3}{2}nR(T_f - T_i)$$
$$= \tfrac{3}{2}(0.100 \text{ mol})(8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(4.00 \times 10^2 \text{ K} - 1.20 \times 10^3 \text{ K})$$
$$\Delta U = -9.97 \times 10^2 \text{ J}$$

El cambio en la energía interna es igual al trabajo realizado sobre el sistema, el cual es el negativo del trabajo realizado sobre el pistón:

$$W_{\text{pistón}} = -W = -\Delta U = \boxed{9.97 \times 10^2 \text{ J}}$$

COMENTARIOS El trabajo realizado sobre el pistón viene a expensas de la energía interna del gas. En una expansión adiabática ideal, la pérdida de energía interna se convierte por completo en trabajo útil. En un motor real, siempre hay pérdidas.

PREGUNTA 12.5 En una expansión adiabática de un gas ideal, ¿por qué el cambio en la temperatura debe ser siempre negativo?

EJERCICIO 12.5 Un gas ideal monoatómico con un volumen de 0.200 L se comprime rápidamente, por lo que el proceso se puede considerar adiabático. Si el gas inicialmente está a 1.01×10^5 Pa y a 3.00×10^2 K y la temperatura final es de 477 K, obtenga el trabajo hecho por el gas sobre el entorno, W_{ent}.

RESPUESTA −17.9 J

EJEMPLO 12.6 Una expansión adiabática

OBJETIVO Usar la relación presión adiabática en función del volumen para determinar un cambio en la presión y el trabajo realizado sobre un gas.

PROBLEMA Un gas ideal monoatómico a una presión inicial de 1.01×10^5 Pa se expande de forma adiabática desde un volumen inicial de 1.50 m^3, duplicando su volumen (figura 12.6). **a)** Encuentre la nueva presión. **b)** Trace el diagrama PV y estime el trabajo realizado sobre el gas.

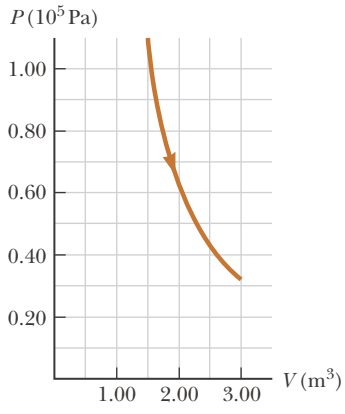


Figura 12.6 (Ejemplo 12.6) Diagrama PV de una expansión adiabática: la gráfica de $P = CV^{-\gamma}$, donde C es una constante y $\gamma = C_p/C_v$.

ESTRATEGIA No hay suficiente información para resolver este problema con la ley de los gases ideales. En su lugar, use la ecuación 12.8a,b y la información dada para encontrar el índice adiabático y la constante C para el proceso. Para el inciso b), trace el diagrama PV y cuente los cuadros para estimar el área bajo la curva, con lo que se obtiene el trabajo.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la nueva presión.

Primero, calcule el índice adiabático:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3}$$

Use la ecuación 12.8a para encontrar la constante C:

$$C = P_1V_1^{\gamma} = (1.01 \times 10^5 \text{ Pa})(1.50 \text{ m}^3)^{5/3}$$
$$= 1.99 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{m}^5$$

La constante C es fija durante todo el proceso y se puede usar para encontrar P_2:

$$C = P_2V_2^{\gamma} = P_2(3.00 \text{ m}^3)^{5/3}$$
$$1.99 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{m}^5 = P_2\,(6.24 \text{ m}^5)$$
$$P_2 = 3.19 \times 10^4 \text{ Pa}$$

b) Estime el trabajo hecho sobre el gas a partir de un diagrama PV.

Cuente los cuadros entre $V_1 = 1.50 \text{ m}^3$ y $V_2 = 3.00 \text{ m}^3$ en la gráfica de $P = (1.99 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{m}^5)V^{-5/3}$ en el diagrama PV que se muestra en la figura 12.6:

Número de cuadrados ≈ 17

Cada cuadro tiene un "área" de 5.00×10^3 J.

$$W \approx -17 \cdot 5.00 \times 10^3 \text{ J} = -8.5 \times 10^4 \text{ J}$$

COMENTARIOS La respuesta correcta, obtenida aplicando el cálculo, es -8.43×10^4 J, por lo que el resultado es una buena estimación. La respuesta es negativa ya que el gas se expande, realizando trabajo positivo sobre el entorno, y por ende reduce su propia energía interna.

PREGUNTA 12.6 Para una expansión adiabática entre dos volúmenes dados y una presión inicial, ¿cuál gas realiza más trabajo, un gas monoatómico o uno diatómico?

EJERCICIO 12.6 Repita los cálculos anteriores para un gas ideal diatómico que se expande de forma adiabática de un volumen inicial de 0.500 m^3 a un volumen final de 1.25 m^3, iniciando a una presión de $P_1 = 1.01 \times 10^5$ Pa. Use las mismas técnicas que en el ejemplo.

RESPUESTAS $P_2 = 2.80 \times 10^4$ Pa, $W \approx -4 \times 10^4$ J

Procesos isovolumétricos

Un **proceso isovolumétrico**, que en ocasiones se denomina proceso *isocórico* (más difícil de recordar), procede a volumen constante y corresponde a líneas verticales en un diagrama PV. Si el volumen no cambia, no se realiza trabajo sobre el sistema o por el sistema; por lo tanto, $W = 0$ y la primera ley de la termodinámica se lee

$$\Delta U = Q \quad \text{(proceso isovolumétrico)}$$

Este resultado indica que **en un proceso isovolumétrico, el cambio en la energía interna de un sistema es igual a la energía transferida al sistema por calor**. De la ecuación 12.5, la energía transferida por calor en los procesos a volumen constante está dada por

$$Q = nC_v\,\Delta T \qquad [12.9]$$

EJEMPLO 12.7 Un proceso isovolumétrico

OBJETIVO Aplicar la primera ley en un proceso a volumen constante.

PROBLEMA Un gas ideal monoatómico tiene una temperatura $T = 3.00 \times 10^2$ K y un volumen constante de 1.50 L. Si hay 5.00 moles de gas, **a)** ¿cuánta energía térmica se debe agregar a fin de aumentar la temperatura del gas a 3.80×10^2 K? **b)** Calcule el cambio en la presión del gas, ΔP. **c)** ¿Cuánta energía térmica se requeriría si el gas fuera ideal y diatómico? **d)** Calcule el cambio en la presión para el gas diatómico.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) ¿Cuánta energía térmica se debe agregar a fin de aumentar la temperatura del gas a 3.80×10^2 K?

Aplique la ecuación 12.9, partiendo del hecho de que $C_v = 3R/2$ para un gas ideal monoatómico:

$$1) \quad Q = \Delta U = nC_v\Delta T = \tfrac{3}{2}nR\Delta T$$
$$= \tfrac{3}{2}(5.00 \text{ mol})(8.31 \text{ J/K} \cdot \text{mol})(80.0 \text{ K})$$
$$Q = \boxed{4.99 \times 10^3 \text{ J}}$$

b) Calcule el cambio en la presión, ΔP.

Use la ecuación de los gases ideales $PV = nRT$ y la ecuación 1) para relacionar ΔP con Q:

$$\Delta(PV) = (\Delta P)V = nR\Delta T = \tfrac{2}{3}Q$$

Despeje ΔP:

$$\Delta P = \frac{2}{3}\frac{Q}{V} = \frac{2}{3}\frac{4.99 \times 10^3 \text{ J}}{1.50 \times 10^{-3} \text{ m}^3}$$
$$= \boxed{2.22 \times 10^6 \text{ Pa}}$$

c) ¿Cuánta energía térmica se requeriría si el gas fuera ideal y diatómico?

Repita el cálculo con $C_v = 5R/2$:

$$Q = \Delta U = nC_v\Delta T = \tfrac{5}{2}nR\Delta T = 8.31 \times 10^3 \text{ J}$$

d) Calcule el cambio en la presión para el gas diatómico.

Use el resultado del inciso c) y repita el cálculo del inciso b), reemplazando 2/3 con 2/5 debido a que el gas es diatómico:

$$\Delta P = \frac{2}{5}\frac{Q}{V} = \frac{2}{5}\frac{8.31 \times 10^3 \text{ J}}{1.50 \times 10^{-3} \text{ m}^3}$$
$$= \boxed{2.22 \times 10^6 \text{ Pa}}$$

COMENTARIOS El gas diatómico con volumen constante, en las mismas condiciones, requiere más energía térmica por grado de cambio en la temperatura, ya que hay más formas para que las moléculas diatómicas almacenen energía. A pesar de la energía adicional agregada, el gas diatómico alcanza la misma presión final que el gas monoatómico.

PREGUNTA 12.7 Si la misma cantidad de energía encontrada en el inciso a) se transfiere a 5.00 moles de dióxido de carbono a la misma temperatura inicial, ¿la temperatura final sería menor, mayor o no cambiaría?

EJERCICIO 12.7 a) Encuentre el cambio en la temperatura ΔT de 22.0 moles de un gas ideal monoatómico si absorbe 9 750 J a un volumen constante de 2.40 L. b) ¿Cuál es el cambio en la presión, ΔP? c) Si el sistema es un gas ideal diatómico, determine el cambio en su temperatura. d) Obtenga el cambio en la presión del gas diatómico.

RESPUESTAS a) 35.6 K; b) 2.71×10^6 Pa; (c) 21.3 K; d) 1.63×10^6 Pa

Procesos isotérmicos

Durante un proceso isotérmico, la temperatura del sistema no cambia. En un gas ideal la energía interna U solo depende de la temperatura; por lo tanto, se deduce que $\Delta U = 0$ ya que $\Delta T = 0$. En este caso, la primera ley de la termodinámica resulta en

$$W = -Q \quad \text{(procesos isotérmicos)}$$

Se observa que si el sistema es un gas ideal que experimenta un proceso isotérmico, el trabajo realizado sobre el sistema es igual al negativo de la energía térmica transferida hacia el sistema. Un proceso como ese se puede visualizar en la figura 12.7. Un cilindro lleno con gas está en contacto con un gran depósito de energía que puede intercambiarla con el gas sin variar su temperatura. Para un gas ideal a temperatura constante,

$$P = \frac{nRT}{V}$$

donde el numerador en el lado derecho es constante. El diagrama PV de un proceso isotérmico común está trazado en la figura 12.8, contrastado con un proceso

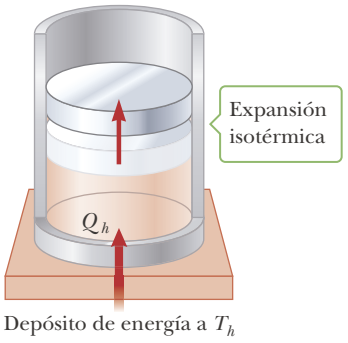


Figura 12.7 El gas en el cilindro se expande de modo isotérmico mientras está en contacto con un depósito de energía a temperatura T_h.

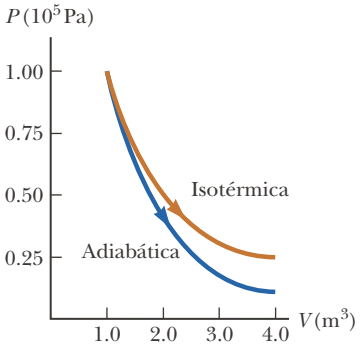


Figura 12.8 El diagrama PV de una expansión isotérmica, gráfica de $P = CV^{-1}$, donde C es una constante, comparada con una expansión adiabática, $P = C_A V^{-\gamma}$. C_A es una constante igual en magnitud a C en este caso, pero tiene unidades diferentes.

adiabático. La presión disminuye más rápido para una expansión adiabática ya que la energía térmica no se puede transferir hacia el sistema. En una expansión isotérmica, el sistema pierde energía realizando trabajo sobre el entorno, pero recupera una cantidad de energía igual a través del límite.

Utilizando métodos del cálculo, se puede demostrar que el trabajo realizado sobre el entorno durante un proceso isotérmico está dado por

$$W_{\text{ent}} = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \qquad [12.10]$$

El símbolo "ln" en la ecuación 12.10 es una abreviación del logaritmo natural, que se analiza en el apéndice A. El trabajo W realizado sobre el gas es solo el negativo de W_{ent}.

EJEMPLO 12.8 Un globo en expansión isotérmica

OBJETIVO Determinar el trabajo realizado durante una expansión isotérmica.

PROBLEMA Un globo contiene 5.00 moles de un gas ideal monoatómico. Cuando se agrega energía al sistema por calor (digamos, por absorción del calor del Sol), el volumen aumenta 25% a una temperatura constante de 27.0°C. Determine el trabajo W_{ent} realizado por el gas al expandir el globo, la energía térmica Q transferida hacia el gas y el trabajo W realizado sobre el gas.

ESTRATEGIA Asegúrese de convertir las temperaturas a grados Kelvin. Use la ecuación 12.10 para el trabajo isotérmico W_{ent} realizado sobre el entorno para encontrar el trabajo W hecho sobre el globo, lo cual satisface $W = -W_{\text{ent}}$. Además, para un proceso isotérmico, la energía térmica Q transferida hacia el sistema es igual al trabajo W_{ent} realizado por el sistema sobre el entorno.

SOLUCIÓN

Sustituya en la ecuación 12.10, encontrando el trabajo realizado durante la expansión isotérmica. Observe que $T = 27.0°\text{C} = 3.00 \times 10^2$ K.

$$W_{\text{ent}} = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$
$$= (5.00 \text{ mol})(8.31 \text{ J/K} \cdot \text{mol})(3.00 \times 10^2 \text{ K}) \times \ln\left(\frac{1.25V_0}{V_0}\right)$$
$$W_{\text{ent}} = 2.78 \times 10^3 \text{ J}$$
$$Q = W_{\text{ent}} = 2.78 \times 10^3 \text{ J}$$

El negativo de esta cantidad es el trabajo realizado sobre el gas: $W = -W_{\text{ent}} = -2.78 \times 10^3$ J

COMENTARIOS Observe la relación entre el trabajo realizado sobre el gas, el trabajo realizado sobre el entorno y la energía transferida. Estas relaciones son ciertas para todos los procesos isotérmicos.

PREGUNTA 12.8 Cierto o falso: en un proceso isotérmico no hay transferencia de energía térmica.

(*Continúa*)

EJERCICIO 12.8 Suponga que después de este calentamiento se remueven de manera isotérmica 1.50×10^4 J de energía térmica del gas. Encuentre el volumen final en términos del volumen inicial del ejemplo, V_0. (*Sugerencia:* siga los mismos pasos que en el ejemplo, pero a la inversa. Además, observe que el volumen inicial en este ejercicio es $1.25V_0$).

RESPUESTA $0.375V_0$

Caso general

Cuando un proceso no sigue ninguno de los cuatro modelos presentados, aún es posible usar la primera ley para obtener información acerca de él. El trabajo se puede calcular a partir del área bajo la curva del diagrama *PV* y si es posible encontrar las temperaturas en los puntos finales, ΔU se deduce de la ecuación 12.5, como se ilustra en el ejemplo siguiente.

EJEMPLO 12.9 Un proceso general

OBJETIVO Encontrar las cantidades termodinámicas para un proceso que no se encuentra en ninguna de las cuatro categorías que se han analizado antes.

PROBLEMA Una cantidad de 4.00 moles de un gas ideal monoatómico se expande de un volumen inicial de 0.100 m^3 a un volumen final de 0.300 m^3 a una presión de 2.5×10^5 Pa (figura 12.9a). Calcule **a)** el trabajo realizado sobre el gas, **b)** el cambio en energía interna del gas y **c)** la energía térmica transferida al gas.

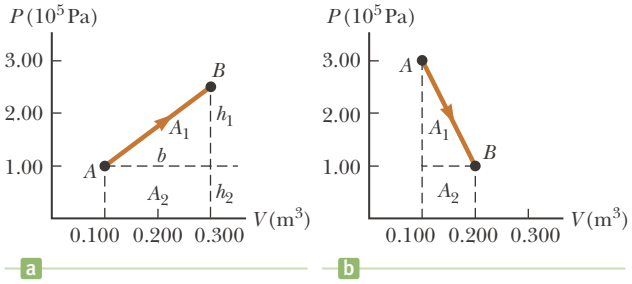


Figura 12.9 (a) (Ejemplo 12.9) (b) (Ejercicio 12.9)

ESTRATEGIA El trabajo realizado sobre el gas es igual al negativo del área bajo la curva en el diagrama *PV*. Use la ley de los gases ideales para obtener el cambio en la temperatura y, después, el cambio en energía interna. Por último, la primera ley da la energía térmica transferida por calor.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el trabajo realizado sobre el gas, calculando el área bajo la curva en la figura 12.9a.

Obtenga A_1, el área del triángulo:

$$A_1 = \tfrac{1}{2}bh_1 = \tfrac{1}{2}(0.200\ \text{m}^3)(1.50 \times 10^5\ \text{Pa}) = 1.50 \times 10^4\ \text{J}$$

Obtenga A_2, el área del rectángulo:

$$A_2 = bh_2 = (0.200\ \text{m}^3)(1.00 \times 10^5\ \text{Pa}) = 2.00 \times 10^4\ \text{J}$$

Sume las dos áreas (el gas se expande; por lo tanto, el trabajo realizado sobre el gas es negativo y se debe colocar un signo menos):

$$W = -(A_1 + A_2) = \boxed{-3.50 \times 10^4\ \text{J}}$$

b) Encuentre el cambio en la energía interna durante el proceso.

Calcule la temperatura en los puntos *A* y *B* con la ley de los gases ideales:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{(1.00 \times 10^5\ \text{Pa})(0.100\ \text{m}^3)}{(4.00\ \text{moles})(8.31\ \text{J/K}\cdot\text{mol})} = 301\ \text{K}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{(2.50 \times 10^5\ \text{Pa})(0.300\ \text{m}^3)}{(4.00\ \text{moles})(8.31\ \text{J/K}\cdot\text{mol})} = 2.26 \times 10^3\ \text{K}$$

Calcule el cambio en energía interna:

$$\Delta U = \tfrac{3}{2}nR\,\Delta T$$
$$= \tfrac{3}{2}(4.00\ \text{moles})(8.31\ \text{J/K}\cdot\text{mol})(2.26 \times 10^3\ \text{K} - 301\ \text{K})$$
$$\Delta U = \boxed{9.77 \times 10^4\ \text{J}}$$

c) Calcule *Q* con la primera ley:

$$Q = \Delta U - W = 9.77 \times 10^4\ \text{J} - (-3.50 \times 10^4\ \text{J})$$
$$= \boxed{1.33 \times 10^5\ \text{J}}$$

COMENTARIOS Mientras sea posible calcular el trabajo, los ciclos que comprenden estos procesos más exóticos se pueden analizar en su totalidad. Sin embargo, es usual que sea necesario recurrir al cálculo. Observe que la solución para el inciso b) se podría haber facilitado por alguna otra aplicación de $PV = nRT$:

$$\Delta U = \tfrac{3}{2}nR\Delta T = \tfrac{3}{2}\Delta(PV) = \tfrac{3}{2}(P_B V_B - P_A V_A)$$

Este resultado significa que si no se dispone de información acerca del número de moles o de las temperaturas, el problema se podría resolver conociendo las presiones y los volúmenes iniciales y finales.

PREGUNTA 12.9 Para una curva con presiones menores pero los mismos puntos extremos que en la figura 12.9a, ¿la energía térmica transferida será a) menor que, b) igual que o c) mayor que la transferencia de energía térmica de la trayectoria en línea recta?

EJERCICIO 12.9 La figura 12.9b representa un proceso que comprende 3.00 moles de un gas ideal monoatómico que se expande de 0.100 m^3 a 0.200 m^3. Encuentre el trabajo realizado sobre el sistema, el cambio en energía interna del sistema y la energía térmica transferida en el proceso.

RESPUESTAS $W = -2.00 \times 10^4$ J, $\Delta U = -1.50 \times 10^4$ J, $Q = 5.00 \times 10^3$ J

Dados todos los diferentes procesos y fórmulas, es fácil confundirse cuando se aborde uno de estos problemas de gases ideales, aunque la mayoría de las veces solo se requiere sustituir en la fórmula correcta. Los hechos y las fórmulas esenciales se compilan en la tabla 12.2, para tener una referencia a la mano y para presentar las similitudes y diferencias entre los procesos.

Tabla 12.2 La primera ley y procesos termodinámicos (gases ideales)

Proceso	ΔU	Q	W
Isobárico	$nC_v\Delta T$	$nC_p\Delta T$	$-P\Delta V$
Adiabático	$nC_v\Delta T$	0	ΔU
Isovolumétrico	$nC_v\Delta T$	ΔU	0
Isotérmico	0	$-W$	$-nRT\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$
General	$nC_v\Delta T$	$\Delta U - W$	(PV Área)

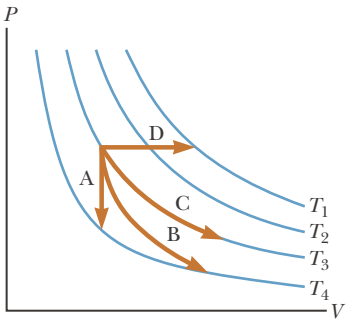


Figura 12.10 (Cuestionario rápido 12.2) Identifique la naturaleza de las trayectorias A, B, C y D.

Cuestionario rápido

12.2 Identifique las trayectorias A, B, C y D en la figura 12.10 como isobárica, isotérmica, isovolumétrica o adiabática. Para la trayectoria B, $Q = 0$.

12.4 Máquinas térmicas y la segunda ley de la termodinámica

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Analizar las máquinas térmicas usando la primera ley de la termodinámica y calcular su eficiencia para convertir la energía térmica en trabajo.
2. Analizar refrigeradores y bombas de calor, y calcular sus coeficientes de desempeño.
3. Enunciar la segunda ley de la termodinámica en dos formulaciones, e interpretar esta y la primera ley en términos de la salida de máquinas.
4. Explicar la idea de un proceso reversible y cómo se relaciona con procesos reales.
5. Definir y analizar una máquina ideal (Carnot), calcular su eficiencia y enunciar las implicaciones para máquinas reales.
6. Explicar la relación entre la eficiencia de una máquina real y la tercera ley de la termodinámica.

Una **máquina térmica** admite energía por calor y la convierte parcialmente en otras formas, como eléctrica y mecánica. En un proceso común para producir electricidad en una planta de energía, por ejemplo, el carbón u otro combustible se quema y la energía interna resultante se usa para convertir agua en vapor. Luego el vapor se dirige a los álabes de una turbina, lo que la hace girar. Por último, la energía mecánica asociada con esta rotación se utiliza para impulsar un generador eléctrico. En otra máquina térmica (por ejemplo, el motor de combustión interna de un automóvil) la energía entra al motor cuando se inyecta combustible en los cilindros y se quema, y una fracción de esta energía se convierte en energía mecánica.

Proceso cíclico ▶

En general, una máquina térmica transporta alguna sustancia de trabajo a través de un **proceso cíclico**[1] durante el cual 1) la energía se transfiere por calor desde una fuente a una alta temperatura, 2) la máquina realiza trabajo y 3) la energía es expulsada desde la máquina por calor hasta una fuente a una temperatura menor. Como ejemplo, considere la operación de una máquina de vapor en la cual la sustancia que trabaja es agua. El agua en la máquina se lleva a través de un ciclo en el que primero se evapora en una caldera y luego se expande contra un pistón. Después de que el vapor se condensa con agua de enfriamiento, regresa a la caldera y el proceso se repite.

Es útil dibujar de forma esquemática una máquina térmica, como en la figura 12.11. La máquina absorbe energía Q_c del depósito caliente, realiza trabajo $W_{máq}$, luego cede una energía Q_f al depósito frío (observe que se realiza trabajo *negativo sobre* la máquina, de manera que $W = -W_{máq}$). Debido a que la sustancia de trabajo pasa por un ciclo, siempre regresa a su estado termodinámico inicial, sus energías internas inicial y final son iguales, por lo que, $\Delta U = 0$. Por lo tanto, de la primera ley de la termodinámica,

$$\Delta U = 0 = Q + W \quad \rightarrow \quad Q_{neta} = -W = W_{máq}$$

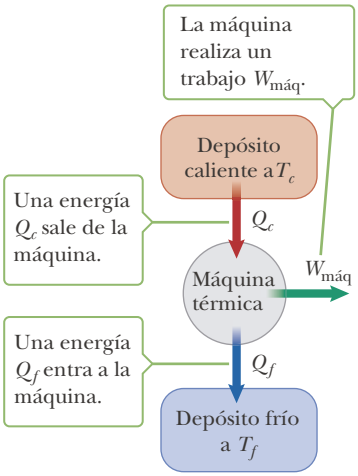


Figura 12.11 En esta representación esquemática de una máquina térmica, parte de la energía térmica del depósito caliente se convierte en trabajo mientras que el resto se expulsa al depósito frío.

La última ecuación muestra que **el trabajo $W_{máq}$ realizado por una máquina térmica es igual a la energía neta absorbida por la máquina.** Como se puede observar de la figura 12.11, $Q_{neta} = |Q_c| - |Q_f|$. Por lo tanto,

$$W_{máq} = |Q_c| - |Q_f| \qquad [12.11]$$

En general, una transferencia de energía térmica Q puede ser positiva o negativa, por lo que usar signos de valor absoluto hace explícitos los signos de Q_c y Q_f.

Si la sustancia de trabajo es un gas, **el trabajo realizado por la máquina para un proceso cíclico es el área delimitada por la curva que representa el proceso en un diagrama *PV***. En la figura 12.12 se muestra esta área para un proceso cíclico arbitrario.

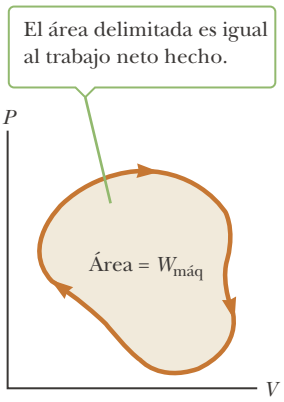


Figura 12.12 Diagrama *PV* para un proceso cíclico arbitrario.

La **eficiencia térmica** (e) de una máquina térmica se define como el trabajo realizado por la máquina, $W_{máq}$, dividido entre la energía absorbida durante un ciclo:

$$e \equiv \frac{W_{máq}}{|Q_c|} = \frac{|Q_c| - |Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} \qquad [12.12]$$

Se puede considerar a la eficiencia térmica como el cociente del beneficio recibido (trabajo) entre el costo incurrido (transferencia de energía a la temperatura mayor). La ecuación 12.12 muestra que una máquina térmica tiene una eficiencia de 100% ($e = 1$) solo si $Q_f = 0$, lo que significa que no se expulsa energía hacia el depósito frío. En otras palabras, una máquina térmica con una eficiencia perfecta tendría que usar toda la energía de entrada para realizar trabajo mecánico. Eso no es posible, como se verá en la sección 12.5.

[1]Hablando en sentido estricto, un motor de combustión interna no es una máquina térmica de acuerdo con la descripción del proceso cíclico, debido a que la mezcla de aire y combustible solo experimenta un ciclo y luego se expulsa a través del sistema de escape.

EJEMPLO 12.10 La eficiencia de una máquina

OBJETIVO Aplicar la fórmula de la eficiencia a una máquina térmica.

PROBLEMA Durante un ciclo, una máquina extrae 2.00×10^3 J de energía de un depósito caliente y transfiere 1.50×10^3 J a un depósito frío. **a)** Encuentre la eficiencia térmica de la máquina. **b)** ¿Cuánto trabajo realiza esta máquina en un ciclo? **c)** ¿Qué potencia promedio genera la máquina si pasa por cuatro ciclos en 2.50 s?

ESTRATEGIA Aplique la ecuación 12.12 para obtener la eficiencia térmica, luego use la primera ley, adaptada a las máquinas (12.11), para encontrar el trabajo realizado en un ciclo. Para obtener la potencia generada divida el trabajo realizado en cuatro ciclos entre el tiempo que toma ejecutar estos ciclos.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la eficiencia térmica de la máquina.

Sustituya Q_f y Q_c en la ecuación 12.12:

$$e = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{1.50 \times 10^3\,\text{J}}{2.00 \times 10^3\,\text{J}} = 0.250, \text{ o } 25.0\%$$

b) ¿Cuánto trabajo realiza esta máquina en un ciclo?

Aplique la primera ley en forma de la ecuación 12.11 para encontrar el trabajo realizado por la máquina:

$$W_{\text{máq}} = |Q_c| - |Q_f| = 2.00 \times 10^3\,\text{J} - 1.50 \times 10^3\,\text{J} = 5.00 \times 10^2\,\text{J}$$

c) Determine la salida de potencia promedio de la máquina.

Multiplique la respuesta del inciso b) por cuatro y divida entre el tiempo:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{4.00 \times (5.00 \times 10^2\,\text{J})}{2.50\ \text{s}} = 8.00 \times 10^2\,\text{W}$$

COMENTARIOS Los problemas como este suelen reducirse a resolver dos ecuaciones con dos incógnitas, como en este caso, donde las dos ecuaciones son la ecuación de la eficiencia y la primera ley, y las incógnitas son la eficiencia y el trabajo realizado por la máquina.

PREGUNTA 12.10 ¿Siempre será posible incrementar la eficiencia de una máquina aumentando la energía térmica introducida en el sistema durante un ciclo? Explique.

EJERCICIO 12.10 La energía absorbida por una máquina es tres veces mayor que el trabajo que realiza. a) ¿Cuál es su eficiencia térmica? b) ¿Qué fracción de la energía absorbida se expulsa hacia el depósito frío? c) ¿Cuál es la salida de potencia promedio de la máquina si la entrada de energía es de 1 650 J cada ciclo y pasa por dos ciclos cada tres segundos?

RESPUESTAS a) $^1/_3$; b) $^2/_3$; c) 367 W

EJEMPLO 12.11 Análisis de un ciclo de una máquina

OBJETIVO Combinar varios conceptos para analizar un ciclo de una máquina.

PROBLEMA Una máquina térmica contiene un gas ideal monoatómico confinado en un cilindro por un pistón móvil. El gas comienza en A, donde $T = 3.00 \times 10^2$ K (consulte la figura 12.13a). El proceso $B \rightarrow C$ es una expansión isotérmica. **a)** Encuentre el número n de moles de gas y la temperatura en B. **b)** Encuentre ΔU, Q y W para el proceso isovolumétrico $A \rightarrow B$. **c)** Repita para el proceso isotérmico $B \rightarrow C$. **d)** Repita para el proceso isobárico $C \rightarrow A$. **e)** Determine el cambio neto en la energía interna para el ciclo completo. **f)** Obtenga la energía térmica Q_c transferida hacia el sistema, la energía desechada, Q_f, la eficiencia térmica y el trabajo neto sobre el entorno realizado por la máquina.

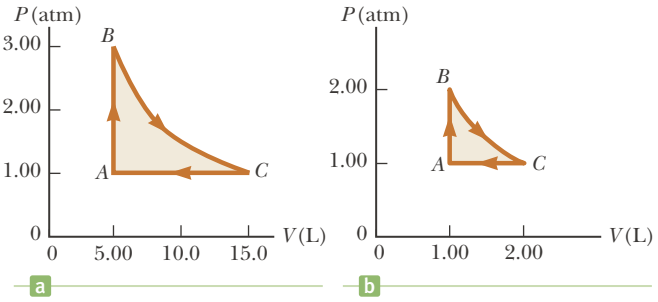


Figura 12.13 a) (Ejemplo 12.11) b) (Ejercicio 12.11)

ESTRATEGIA En el inciso a) n y T se pueden encontrar a partir de la ley de los gases ideales, la cual conecta los valores de equilibrio de P, V y T. Una vez que se conoce la temperatura T en los puntos A, B y C, el cambio en la energía interna

(Continúa)

ΔU, se puede calcular a partir de la fórmula en la tabla 12.2 para cada proceso. Q y W se pueden calcular de manera similar, o bien deducir a partir de la primera ley, usando técnicas aplicadas en los ejemplos de un solo proceso.

SOLUCIÓN

a) Encuentre n y T_B con la ley de los gases ideales:

$$n = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{(1.00\ \text{atm})(5.00\ \text{L})}{(0.082\ 1\ \text{L}\cdot\text{atm/mol}\cdot\text{K})(3.00\times10^2\ \text{K})}$$
$$= \boxed{0.203\ \text{moles}}$$
$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{(3.00\ \text{atm})(5.00\ \text{L})}{(0.203\ \text{moles})(0.082\ 1\ \text{L}\cdot\text{atm/mol}\cdot\text{K})}$$
$$= \boxed{9.00\times10^2\ \text{K}}$$

b) Determine ΔU_{AB}, Q_{AB} y W_{AB} para el proceso de volumen constante $A \rightarrow B$.

Calcule ΔU_{AB}, observando que $C_v = \frac{3}{2}R = 12.5\ \text{J/mol}\cdot\text{K}$:

$$\Delta U_{AB} = nC_v\Delta T = (0.203\ \text{moles})(12.5\ \text{J/mol}\cdot\text{K})$$
$$\times (9.00\times10^2\ \text{K} - 3.00\times10^2\ \text{K})$$
$$\Delta U_{AB} = \boxed{1.52\times10^3\ \text{J}}$$

$\Delta V = 0$ para los procesos isovolumétricos, por lo que no se realiza trabajo:

$$W_{AB} = \boxed{0}$$

Q_{AB} se puede obtener a partir de la primera ley:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} = \boxed{1.52\times10^3\ \text{J}}$$

c) Obtenga ΔU_{BC}, Q_{BC} y W_{BC}, para el proceso isobárico $B \rightarrow C$.

Este proceso es isotérmico; por lo tanto, la temperatura no cambia y el cambio en la energía interna es cero:

$$\Delta U_{BC} = nC_v\Delta T = \boxed{0}$$

Calcule el trabajo realizado sobre el sistema, usando el negativo de la ecuación 12.10:

$$W_{BC} = -nRT\ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$$
$$= -(0.203\ \text{moles})(8.31\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(9.00\times10^2\ \text{K})$$
$$\times \ln\left(\frac{1.50\times10^{-2}\ \text{m}^3}{5.00\times10^{-3}\ \text{m}^3}\right)$$
$$W_{BC} = \boxed{-1.67\times10^3\ \text{J}}$$

Calcule Q_{BC} con la primera ley:

$$0 = Q_{BC} + W_{BC} \rightarrow Q_{BC} = -W_{BC} = \boxed{1.67\times10^3\ \text{J}}$$

d) Encuentre ΔU_{CA}, Q_{CA} y W_{CA} para el proceso isobárico $C \rightarrow A$.

Calcule el trabajo sobre el sistema, con presión constante:

$$W_{CA} = -P\Delta V = -(1.01\times10^5\ \text{Pa})(5.00\times10^{-3}\ \text{m}^3$$
$$- 1.50\times10^{-2}\ \text{m}^3)$$
$$W_{CA} = \boxed{1.01\times10^3\ \text{J}}$$

Determine el cambio en la energía interna, ΔU_{CA}:

$$\Delta U_{CA} = \tfrac{3}{2}nR\Delta T = \tfrac{3}{2}(0.203\ \text{moles})(8.31\ \text{J/K}\cdot\text{mol})$$
$$\times (3.00\times10^2\ \text{K} - 9.00\times10^2\ \text{K})$$
$$\Delta U_{CA} = \boxed{-1.52\times10^3\ \text{J}}$$

Calcule la energía térmica, Q_{CA}, de la primera ley:

$$Q_{CA} = \Delta U_{CA} - W_{CA} = -1.52\times10^3\ \text{J} - 1.01\times10^3\ \text{J}$$
$$= \boxed{-2.53\times10^3\ \text{J}}$$

e) Encuentre el cambio neto en la energía interna, ΔU_{neto}, para el ciclo:

$$\Delta U_{\text{net}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA}$$
$$= 1.52\times10^3\ \text{J} + 0 - 1.52\times10^3\ \text{J} = \boxed{0}$$

f) Encuentre la entrada de energía, Q_c; la energía desechada, Q_f; la eficiencia térmica y el trabajo neto realizado por la máquina.

Sume todas las contribuciones positivas para obtener Q_c:

$$Q_c = Q_{AB} + Q_{BC} = 1.52 \times 10^3\,\text{J} + 1.67 \times 10^3\,\text{J} = 3.19 \times 10^3\,\text{J}$$

Sume cualquier contribución negativa (en este caso, solo hay una):

$$Q_f = -2.53 \times 10^3\,\text{J}$$

Encuentre la eficiencia térmica y el trabajo neto realizado por la máquina:

$$e = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|} = 1 - \frac{2.53 \times 10^3\,\text{J}}{3.19 \times 10^3\,\text{J}} = 0.207$$

$$W_{\text{máq}} = -(W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}) = -(0 - 1.67 \times 10^3\,\text{J} + 1.01 \times 10^3\,\text{J}) = 6.60 \times 10^2\,\text{J}$$

COMENTARIOS Los problemas cíclicos son muy largos, pero los pasos individuales a menudo son sustituciones. Observe que el cambio en la energía interna para el ciclo es cero y que el trabajo realizado neto sobre el entorno es idéntico a la energía térmica neta transferida, como deberían ser los dos.

PREGUNTA 12.11 Si BC fuera una trayectoria recta, ¿se afectaría el trabajo realizado por el ciclo? ¿Cómo?

EJERCICIO 12.11 4.05×10^{-2} moles de un gas ideal monoatómico pasan por el proceso que se muestra en la figura 12.13b. La temperatura en el punto A es 3.00×10^2 K y es de 6.00×10^2 K durante el proceso isotérmico $B \rightarrow C$. a) Encuentre Q, ΔU y W para el proceso a volumen constante $A \rightarrow B$. b) Haga lo mismo para el proceso isotérmico $B \rightarrow C$. c) Repita para el proceso a presión constante $C \rightarrow A$. d) Determine Q_c, Q_f y la eficiencia. e) Determine $W_{\text{máq}}$.

RESPUESTAS a) $Q_{AB} = \Delta U_{AB} = 151$ J, $W_{AB} = 0$; b) $\Delta U_{BC} = 0$, $Q_{BC} = -W_{BC} = 1.40 \times 10^2$ J; c) $Q_{CA} = -252$ J, $\Delta U_{CA} = -151$ J, $W_{CA} = 101$ J; d) $Q_c = 291$ J, $Q_f = -252$ J, $e = 0.134$; e) $W_{\text{máq}} = 39$ J

Refrigeradores y bombas de calor

Las máquinas térmicas pueden funcionar a la inversa. En este caso, la energía se inyecta hacia la máquina, modelada como trabajo W en la figura 12.14, lo que resulta en energía que se extrae del depósito frío y se transfiere al depósito caliente. Ahora el sistema opera como una bomba de calor y un ejemplo común es un refrigerador (figura 12.15 en la página 422). La energía Q_f se extrae del interior del refrigerador y se suministra como energía Q_c hacia el aire más caliente en la cocina. El trabajo se realiza en la unidad de compresión del refrigerador, que comprime un refrigerante como freón, lo que ocasiona que aumente su temperatura.

Un acondicionador de aire doméstico es otro ejemplo de una bomba de calor. Algunas casas se calientan y enfrían por medio de bombas de calor. En el invierno, la bomba de calor extrae energía Q_f del aire exterior frío y suministra energía Q_c al aire más caliente adentro. En el verano, la energía Q_f se remueve del aire frío adentro, mientras la energía Q_c se expulsa hacia el aire caliente de afuera.

En un refrigerador o un acondicionador de aire (una bomba de calor que opera en modo de enfriamiento) el trabajo W es lo que usted paga, en términos de la energía eléctrica que hace funcionar al compresor, en tanto que Q_f es el beneficio deseado. El refrigerador o acondicionador de aire más eficiente es el que remueve la mayor cantidad de energía desde el depósito frío en intercambio con la menor cantidad de trabajo.

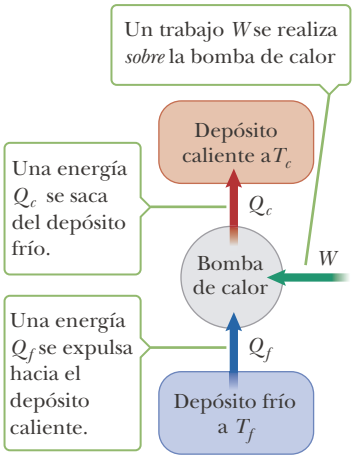


Figura 12.14 En esta representación esquemática de una bomba de calor, se extrae energía térmica del depósito frío y se "bombea" hacia el depósito caliente.

El coeficiente de desempeño (CDD) para un refrigerador o para un acondicionador de aire es la magnitud de la energía extraída del depósito frío, $|Q_f|$, dividida entre el trabajo W realizado por el dispositivo:

$$\text{CDD (modo de enfriamiento)} = \frac{|Q_f|}{W} \qquad [12.13]$$

Unidad SI: adimensional

© Charles D. Winters/Cengage Learning

Figura 12.15 Parte posterior de un refrigerador doméstico. El aire que circunda al serpentín es el depósito de aire caliente.

Entre mayor sea este cociente mejor será el desempeño, ya que se remueve más energía para una cantidad dada de trabajo. Un buen refrigerador o acondicionador de aire tendrá un coeficiente de desempeño de 5 o 6.

Una bomba de calor que opera en modo de calefacción calienta el interior de una casa en el invierno, extrayendo energía del aire más frío en el exterior. Esta afirmación puede parecer paradójica, pero recuerde que este proceso es equivalente a un refrigerador que remueve energía de su interior y la expulsa hacia la cocina.

El coeficiente de desempeño de una bomba de calor que opera en modo de calefacción es la magnitud de la energía desechada hacia el depósito caliente, $|Q_c|$, dividida entre el trabajo W hecho por la bomba:

$$\text{CDD (modo de calefacción)} = \frac{|Q_c|}{W} \qquad [12.14]$$

Unidad SI: adimensional

En efecto, el coeficiente de desempeño de una bomba de calor en modo de calefacción es la razón de lo que se gana (energía suministrada al interior de una casa) a lo que se entrega (entrada de trabajo). Los valores comunes para este CDD son mayores que 1, ya que $|Q_c|$ suele ser mayor que W.

En una bomba de calor de agua subterránea, la energía se extrae en el invierno del agua profunda en el subsuelo y no del aire exterior, en tanto que en el verano se suministra energía a esa agua. Esta estrategia aumenta la eficiencia anual de la unidad de calefacción y refrigeración debido a que el agua subterránea está a una temperatura mayor que la del aire en invierno y a una temperatura más fría que el aire en el verano.

EJEMPLO 12.12 Refrigerando sobras de alimentos

OBJETIVO Aplicar el coeficiente de desempeño de un refrigerador.

PROBLEMA Un recipiente de 2.00 L con sobrantes de sopa con una temperatura de 323 K se coloca en un refrigerador. Suponga que el calor específico de la sopa es el mismo que el del agua y que su densidad es de 1.25×10^3 kg/m^3. El refrigerador enfría la sopa a 283 K. **a)** Si el coeficiente de desempeño de un refrigerador es 5.00, encuentre la energía necesaria, en forma de trabajo, para enfriar la sopa **b)** Si el compresor tiene una potencia de 0.250 hp, ¿qué tiempo mínimo debe funcionar para enfriar la sopa a 283 K? (En el tiempo mínimo se supone que la sopa se enfría a la misma rapidez que la bomba de calor expulsa energía térmica del refrigerador.)

ESTRATEGIA La solución para este problema requiere seguir tres pasos. Primero, encontrar la masa total m de la sopa. Segundo, usando $Q = mc\,\Delta T$, donde $Q = Q_f$, encuentre la transferencia de energía requerida para enfriar la sopa. Tercero, sustituya Q_f y el coeficiente de desempeño en la ecuación 12.13, y calcule W. Divida el trabajo entre la potencia para obtener una estimación del tiempo requerido para enfriar la sopa.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el trabajo necesario para enfriar la sopa.

Calcule la masa de la sopa:

$$m = \rho V = (1.25 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(2.00 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = 2.50 \text{ kg}$$

Encuentre la transferencia de energía requerida para enfriar la sopa:

$$\begin{aligned} Q_f = Q &= mc\,\Delta T \\ &= (2.50 \text{ kg})(4\,190 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(283 \text{ K} - 323 \text{ K}) \\ &= -4.19 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

Sustituya Q_f y el CDD en la ecuación 12.13:

$$\text{CDD} = \frac{|Q_f|}{W} = \frac{4.19 \times 10^5 \text{ J}}{W} = 5.00$$

$$W = 8.38 \times 10^4 \text{ J}$$

b) Determine el tiempo necesario para enfriar la sopa.

Convierta caballos de fuerza a watts

$$P = (0.250 \text{ hp})(746 \text{ W}/1 \text{ hp}) = 187 \text{ W}$$

Divida el trabajo entre la potencia para encontrar el tiempo transcurrido.

$$\Delta t = \frac{W}{P} = \frac{8.38 \times 10^4\,\text{J}}{187\,\text{W}} = 448\,\text{s}$$

COMENTARIOS En este ejemplo se ilustra que el enfriamiento de sustancias diferentes requiere cantidades distintas de trabajo, debido a las variaciones en los calores específicos. En el problema no se toman en cuenta las propiedades aislantes del recipiente con sopa y de la propia sopa, las cuales retardan el proceso de enfriamiento.

PREGUNTA 12.12 Si la puerta del refrigerador se deja abierta, ¿se enfría más la cocina? ¿Por qué sí o por qué no?

EJERCICIO 12.12 a) ¿Cuánto trabajo debe realizar una bomba de calor con un CCD de 2.50 para extraer 1.00 MJ de energía térmica del exterior (el depósito frío)? b) Si la unidad funciona a 0.500 hp, ¿cuánto tiempo tomará el proceso? (¡Asegúrese de usar el CDD correcto!)

RESPUESTAS a) 6.67×10^5 J; b) 1.79×10^3 s

Segunda ley de la termodinámica

Existen límites para la eficiencia de las máquinas térmicas. Una máquina ideal convierte toda la entrada de energía en trabajo útil, pero resulta que es imposible construir esa máquina. La formulación de Kelvin-Planck de la **segunda ley de la termodinámica** se puede enunciar como sigue:

> Ninguna máquina de calor que funciona en un ciclo puede absorber energía de un depósito y usarla por completo para el desempeño de una cantidad de trabajo igual.

Esta forma de la segunda ley significa que la eficiencia $e = W_{\text{máq}}/|Q_c|$ de máquinas siempre debe ser menor que 1. Parte de la energía $|Q_f|$ siempre se debe perder hacia el entorno. En otras palabras, desde el punto de vista teórico es imposible construir una máquina térmica con una eficiencia de 100 por ciento.

Para resumir, la primera ley indica que **no se puede obtener de un proceso cíclico una cantidad de energía mayor de la que se introduce** y la segunda ley indica que **no pueden ser iguales**. Sin importar cuál máquina se use, cierta energía se debe transferir por calor hacia el depósito frío. En la ecuación 12.11, la segunda ley simplemente significa que $|Q_f|$ siempre es mayor que cero.

Hay otro enunciado equivalente de la segunda ley:

> Si dos sistemas están en contacto térmico, la energía neta térmica se transfiere de manera espontánea por calor del sistema más caliente al más frío.

En este caso, espontánea significa que la transferencia ocurre de forma natural, sin hacer trabajo. La energía térmica se transfiere de manera natural desde los sistemas más calientes a los más fríos. Sin embargo, se debe realizar trabajo para transferir energía térmica de un sistema más frío a uno más caliente. Un ejemplo es el refrigerador, que transfiere la energía térmica del interior del refrigerador hacia la cocina más caliente.

© Mary Evans Picture Library/Alamy

Lord Kelvin
Físico y matemático británico (1824–1907)
Nacido con el nombre de William Thomson en Belfast, Kelvin fue el primero en proponer el uso de una escala de temperatura absoluta. Su estudio de la teoría de Carnot condujo a la idea de que la energía no puede pasar espontáneamente de un objeto más frío a uno más caliente; este principio se conoce como la segunda ley de la termodinámica.

Procesos reversibles e irreversibles

Ninguna máquina puede operar con una eficiencia de 100%, pero los diseños distintos producen eficiencias diferentes y resulta que un diseño en particular produce la máxima eficiencia posible. Este diseño es el ciclo de Carnot, que se analiza en la subsección siguiente. Para comprenderlo se necesitan los conceptos de procesos reversible e irreversible. En un proceso **reversible**, cada estado a lo largo de una trayectoria se encuentra en un estado de equilibrio, por lo que el sistema puede regresar a sus condiciones iniciales cuando va a lo largo de la misma trayectoria en la dirección inversa. Un proceso que no satisface este requerimiento es **irreversible**.

Se sabe que la mayoría de los procesos naturales son irreversibles; el proceso reversible es una idealización. Si bien los procesos reales siempre son irreversibles, algunos son *casi* reversibles. Si un proceso real ocurre tan lentamente que el sistema casi siempre está en equilibrio, se puede considerar reversible. Imagine que comprime un

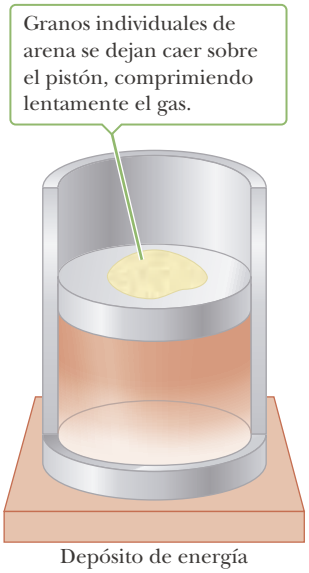


Figura 12.16 Un método para comprimir un gas en un proceso isotérmico reversible.

gas muy lentamente dejando caer granos de arena en un pistón sin fricción, como en la figura 12.16. La temperatura puede mantenerse constante al colocar el gas en contacto térmico con un depósito de energía. La presión, el volumen y la temperatura del gas están bien definidos durante esta compresión isotérmica. Cada grano de arena agregado representa un cambio hacia un nuevo estado de equilibrio. El proceso puede revertirse al remover lentamente los granos de arena del pistón.

La máquina Carnot

En 1824 en un esfuerzo para comprender la eficiencia de máquinas reales, un ingeniero francés llamado Sadi Carnot (1796-1832) describió una máquina teórica que en la actualidad se denomina *máquina de Carnot,* que es de gran importancia tanto desde el punto de vista práctico como del teórico. Él demostró que una máquina térmica que opera en un ciclo ideal y reversible, en la actualidad denominado **ciclo de Carnot**, entre dos depósitos de energía es la máquina más eficiente posible. Una máquina de este tipo establece un límite superior sobre las eficiencias de todas las máquinas reales. El **teorema de Carnot** se puede enunciar como sigue:

> Ninguna máquina real que opere entre dos depósitos de energía puede ser más eficiente que una máquina de Carnot que opere entre los mismos dos depósitos.

© INTERFOTO/Alamy

Sadi Carnot
Ingeniero francés (1796–1832)
Carnot es considerado el fundador de la ciencia de la termodinámica. Algunas de sus notas encontradas después de su muerte, indican que fue el primero en reconocer la relación entre el trabajo y el calor.

En un ciclo de Carnot, un gas ideal está contenido en un cilindro con un pistón móvil en un extremo. La temperatura del gas varía entre T_f y T_c. Las paredes del cilindro y el pistón son térmicamente no conductores. En la figura 12.17 se muestran las cuatro etapas de un ciclo de Carnot y en la figura 12.18 se muestra el diagrama PV para el ciclo. El ciclo consiste en dos procesos adiabáticos y dos isotérmicos, todos reversibles:

1. El proceso $A \rightarrow B$ es una expansión isotérmica a temperatura T_c en la cual el gas se coloca en contacto térmico con un depósito caliente (un horno grande, por ejemplo) a temperatura T_c (figura 12.17a). Durante el proceso, el gas absorbe energía Q_c del depósito y realiza trabajo W_{AB} al subir el pistón.
2. En el proceso $B \rightarrow C$, la base del cilindro se reemplaza por una pared térmicamente no conductora y el gas se expande de manera adiabática, por lo que no entra ni sale energía del sistema por calor (figura 12.17b). Durante el proceso, la temperatura disminuye de T_c a T_f y el gas realiza trabajo W_{BC} al subir el pistón.
3. En el proceso $C \rightarrow D$, el gas se coloca en contacto térmico con un depósito frío a temperatura T_f (figura 12.17c) y se comprime de manera isotérmica a temperatura T_f. Durante este tiempo, el gas expulsa energía Q_f hacia el depósito y el trabajo realizado sobre el gas es W_{CD}.
4. En el proceso final, $D \rightarrow A$, la base del cilindro de nuevo se reemplaza por una pared térmicamente no conductora (figura 12.17d) y el gas se comprime de manera adiabática. La temperatura del gas aumenta a T_c y el trabajo hecho sobre el gas es W_{DA}.

Para una máquina de Carnot, se puede deducir la relación siguiente entre las transferencias de energía térmica y las temperaturas absolutas:

$$\frac{|Q_f|}{|Q_c|} = \frac{T_f}{T_c} \qquad [12.15]$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación 12.12, se determina que la eficiencia térmica de una máquina Carnot es

$$e_C = 1 - \frac{T_f}{T_c} \qquad [12.16]$$

Sugerencia 12.3 No busque comprar una máquina de Carnot

La máquina de Carnot es solo una idealización. Si se desarrollara una máquina de Carnot con objeto de maximizar la eficiencia, tendría una salida de potencia cero ya que para que todos los procesos sean reversibles la máquina tendría que funcionar con infinita lentitud.

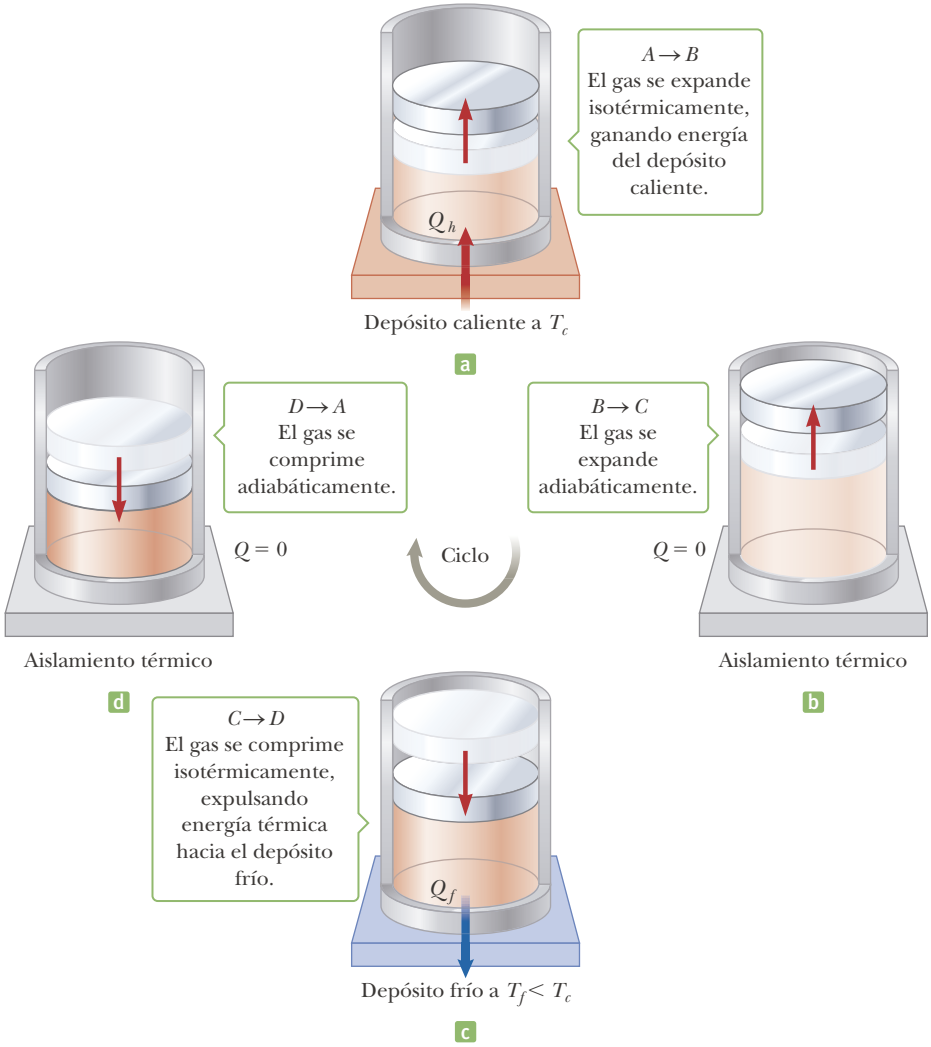


Figura 12.17
Ciclo de Carnot. Las letras *A*, *B*, *C* y *D* se refieren a las etapas del gas que se muestran en la figura 12.18. Las flechas en el pistón indican la dirección de su movimiento durante cada proceso.

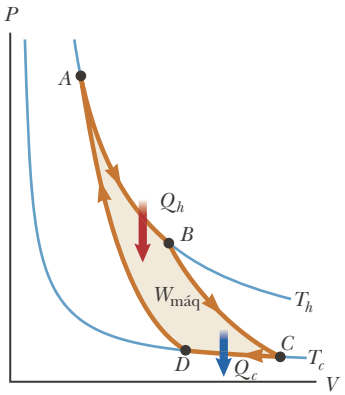


Figura 12.18 Diagrama *PV* para el ciclo Carnot. El trabajo neto realizado, $W_{máq}$, es igual a la energía neta transferida hacia la máquina de Carnot en un ciclo, $|Q_c| - |Q_f|$.

donde T debe estar en Kelvin. A partir de este resultado se observa que **todas las máquinas de Carnot que operan de manera reversible entre las mismas dos temperaturas tienen la misma eficiencia**.

La ecuación 12.16 se puede aplicar a cualquier sustancia de trabajo que opere en un ciclo de Carnot entre dos depósitos de energía. De acuerdo con esa ecuación, la eficiencia es cero si $T_f = T_c$. La eficiencia aumenta cuando T_f se disminuye y cuando T_c se aumenta. La eficiencia puede ser uno (100%), sin embargo, solo si $T_f = 0$ K. De acuerdo con la **tercera ley de la termodinámica**, es imposible disminuir la temperatura de un sistema al cero absoluto en un número finito de etapas, por lo que esos depósitos no están disponibles y la eficiencia máxima siempre es menor que 1. En la mayoría de los casos prácticos, el depósito frío está cerca de la temperatura ambiente, unos 300 K; por lo tanto, el aumento de la eficiencia requiere elevar la temperatura del depósito caliente. **Todas las máquinas reales operan de manera irreversible debido a la fricción y a la brevedad de sus ciclos, y por lo tanto son *menos* eficientes que una máquina de Carnot.**

◀ Tercera ley de la termodinámica

Cuestionario rápido

12.3 Tres máquinas operan entre depósitos separados en temperatura en 300 K. Las temperaturas de los depósitos son:

Máquina A: $T_c = 1\,000$ K, $T_f = 700$ K
Máquina B: $T_c = 800$ K, $T_f = 500$ K
Máquina C: $T_c = 600$ K, $T_f = 300$ K

Ordene las máquinas de acuerdo con su eficiencia teórica posible, de mayor a menor.
a) A, B, C; b) B, C, A; c) C, B, A; d) C, A, B

EJEMPLO 12.13 La máquina de vapor

OBJETIVO Aplicar las ecuaciones de una máquina ideal (Carnot).

PROBLEMA Una máquina de vapor tiene una caldera que opera a 5.00×10^2 K. La energía de la caldera hace que el agua se transforme en vapor, que impulsa el pistón. La temperatura del escape es la del aire exterior, 3.00×10^2 K. **a)** ¿Cuál es la eficiencia de la máquina, si es ideal? **b)** Si la caldera suministra 3.50×10^3 J de energía, encuentre la energía transferida al depósito frío y el trabajo realizado por la máquina sobre su entorno.

ESTRATEGIA Este problema requiere sustitución en las ecuaciones 12.15 y 12.16, las dos se pueden aplicar a una máquina de Carnot. La primera ecuación relaciona la razón Q_f/Q_c con la razón T_f/T_c y la segunda proporciona la eficiencia de la máquina de Carnot.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la eficiencia de la máquina, suponiendo que es ideal.

Sustituya en la ecuación 12.16, la ecuación para la eficiencia de una máquina Carnot:

$$e_C = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{3.00 \times 10^2 \text{ K}}{5.00 \times 10^2 \text{ K}} = 0.400, \text{ o } 40.0\%$$

b) Determine la energía transferida hacia el depósito frío y el trabajo realizado sobre el entorno si se suministran 3.50×10^3 J a la máquina durante un ciclo.

La ecuación 12.15 muestra que la razón de las energías es igual a la razón de las temperaturas:

$$\frac{|Q_f|}{|Q_c|} = \frac{T_f}{T_c} \quad \rightarrow \quad |Q_f| = |Q_c| \frac{T_f}{T_c}$$

Sustituya, determinando la energía transferida hacia el depósito frío:

$$|Q_f| = (3.50 \times 10^3 \text{ J})\left(\frac{3.00 \times 10^2 \text{ K}}{5.00 \times 10^2 \text{ K}}\right) = 2.10 \times 10^3 \text{ J}$$

Use la ecuación 12.11 para determinar el trabajo realizado por la máquina:

$$W_{\text{máq}} = |Q_c| - |Q_f| = 3.50 \times 10^3 \text{ J} - 2.10 \times 10^3 \text{ J} = 1.40 \times 10^3 \text{ J}$$

COMENTARIOS Este problema difiere de los ejemplos anteriores sobre trabajo y eficiencia debido a que se usaron las relaciones especiales de Carnot, ecuaciones 12.15 y 12.16. Recuerde que estas ecuaciones solo se pueden usar cuando se identifica que el ciclo es ideal o de Carnot.

PREGUNTA 12.13 ¿Cierto o falso? Una máquina no ideal que opera entre los mismos extremos de temperatura que una de Carnot y que tiene la misma entrada de energía térmica realizará la misma cantidad de trabajo que la máquina de Carnot.

EJERCICIO 12.13 La eficiencia teórica más alta de un motor de gasolina basado en un ciclo de Carnot es de 0.300 o 30%. a) Si este motor expulsa sus gases hacia la atmósfera, que tiene una temperatura de 3.00×10^2 K, ¿cuál es la temperatura en el cilindro inmediatamente después de la combustión? b) Si la máquina de calor absorbe 837 J de energía del depósito caliente durante cada ciclo, ¿cuánto trabajo puede realizar en cada ciclo?

RESPUESTAS a) 429 K; b) 251 J

12.5 Entropía

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar las definiciones de termodinámica y estadística de entropía.
2. Calcular el cambio en entropía de varios sistemas físicos.
3. Relacionar la entropía con el desorden.
4. Explicar la degradación de la energía y la entropía del Universo.

La temperatura y la energía interna, asociadas con las leyes cero y primera de la termodinámica, respectivamente, son variables de estado, lo que significa que es posible usarlas para describir el estado termodinámico de un sistema. Una variable de estado denominada **entropía** S está relacionada con la segunda ley de la termodiná-

mica. La entropía se define en una escala macroscópica como la expresó primero el físico alemán Rudolf Clausius (1822-1888) en 1865:

sea Q_r la energía absorbida o expulsada durante un proceso de temperatura reversible a temperatura constante entre dos estados de equilibrio. Entonces el cambio en entropía durante cualquier proceso a temperatura constante que conecta los dos estados de equilibrio se define como

$$\Delta S \equiv \frac{Q_r}{T} \qquad [12.17]$$

Unidad SI: joules/kelvin (J/K)

Una fórmula similar es válida cuando la temperatura no es constante, pero su deducción comprende el cálculo y, por lo tanto, no se considerará aquí. El cálculo del cambio de entropía, ΔS, durante una transición entre dos estados de equilibrio requiere determinar una trayectoria reversible que conecte los estados. El cambio en la entropía que se calcula sobre esa trayectoria reversible se considera ΔS para la trayectoria *real*. Este enfoque es necesario ya que las cantidades como la temperatura de un sistema se pueden definir solo para los sistemas en equilibrio y una trayectoria reversible consiste en una secuencia de estados de equilibrio. El subíndice r en el término Q_r, enfatiza que la trayectoria elegida para el cálculo debe ser reversible. El cambio en la entropía ΔS, igual que los cambios en la energía interna ΔU y los cambios en la energía potencial, dependen solo de los puntos extremos, y no de la trayectoria que los conecta.

El concepto de entropía adquirió una aceptación amplia en parte debido a que provenía de otra variable que se usaba para describir el estado de un sistema, junto con la presión, el volumen y la temperatura. Su importancia aumentó cuando se determinó que **la entropía del Universo aumenta en todos los procesos naturales**. Esta es otra forma de enunciar la segunda ley de la termodinámica.

Aunque la entropía del *Universo* aumenta en todos los procesos naturales, la entropía de un *sistema* puede disminuir. Por ejemplo, si el sistema A transfiere una energía Q al sistema B mediante calor, la entropía del sistema A disminuye. Sin embargo, esta transferencia solo puede ocurrir si la temperatura del sistema B es menor que la del sistema A. Como la temperatura aparece en el denominador en la definición de entropía, el aumento en la entropía del sistema B será mayor que la disminución en el sistema A, por lo que si se consideran juntas la entropía del Universo aumenta.

Durante siglos las personas han intentado construir máquinas de movimiento perpetuo que operen de manera continua sin ninguna entrada de energía o aumento en la entropía. Las leyes de la termodinámica hacen imposible la invención de esas máquinas.

El concepto de entropía es satisfactorio ya que permite presentar la segunda ley de la termodinámica en forma de un enunciado matemático. En la sección siguiente se verá que la energía también puede interpretarse en términos de probabilidades, una relación que tiene profundas implicaciones.

Library of Congress

Rudolf Clausius
Físico alemán (1822–1888)
Nacido con el nombre de Rudolf Gottlieb y que adoptó el nombre clásico de Clausius, lo que era algo popular en su época. "Yo propongo . . . denominar *S* la entropía de un cuerpo, según la palabra griega 'transformación'. He acuñado a propósito la palabra 'entropía' para que sea similar a energía, ya que estas dos cantidades son tan análogas en su importancia física, que una analogía de denominaciones parece ser útil".

Sugerencia 12.4 Entropía ≠ Energía

No confunda la energía con la entropía. Si bien los nombres suenan similares, los conceptos son diferentes.

Cuestionario rápido

12.4 De las expresiones siguientes, ¿cuál es verdadera para el cambio en la entropía de un sistema que experimenta un proceso adiabático reversible? a) $\Delta S < 0$; b) $\Delta S = 0$; c) $\Delta S > 0$

EJEMPLO 12.14 Fundición de una pieza de plomo

OBJETIVO Calcular el cambio en la entropía debido a un cambio de fase.

PROBLEMA **a)** Encuentre el cambio en la entropía de 3.00×10^2 g de plomo si se funden a 327°C. El plomo tiene un calor latente de fusión de 2.45×10^4 J/kg. **b)** Suponga que se usa la misma cantidad de energía para fundir parte de una pieza de plata, la cual ya está en su punto de fusión de 961°C. Encuentre el cambio en la entropía de la plata.

ESTRATEGIA Este problema se puede resolver sustituyendo en la ecuación 12.17. Asegúrese de usar la escala de temperatura Kelvin.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) Encuentre el cambio en la entropía del plomo.

Encuentre la energía necesaria para fundir el plomo:

$$Q = mL_f = (0.300\ \text{kg})(2.45 \times 10^4\ \text{J/kg}) = 7.35 \times 10^3\ \text{J}$$

Convierta la temperatura en grados Celsius a Kelvin:

$$T = T_C + 273 = 327 + 273 = 6.00 \times 10^2\ \text{K}$$

Sustituya las cantidades determinadas en la ecuación de la entropía:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{7.35 \times 10^3\ \text{J}}{6.00 \times 10^2\ \text{K}} = 12.3\ \text{J/K}$$

b) Determine en cambio en entropía de la plata:

La energía agregada es la misma que en el inciso a), por sustitución. Sustituya en la ecuación de la entropía, después de convertir primero el punto de fusión de la plata en grados Kelvin:

$$T = T_C + 273 = 961 + 273 = 1.234 \times 10^3\ \text{K}$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{7.35 \times 10^3\ \text{J}}{1.234 \times 10^3\ \text{K}} = 5.96\ \text{J/K}$$

COMENTARIOS En este ejemplo se muestra que al agregar una cantidad dada de energía a un sistema su entropía aumenta, pero al agregar la misma cantidad de energía a otro sistema que está a una temperatura mayor resulta un aumento menor de entropía. Esto se debe a que el cambio en la entropía es inversamente proporcional a la temperatura.

PREGUNTA 12.14 Si la misma cantidad de energía se usará para fundir hielo a 0°C en agua a 0°C, ordene de menor a mayor los cambios en la entropía para el hielo, la plata y el plomo.

EJERCICIO 12.14 Encuentre el cambio en la entropía de un bloque de oro de 2.00 kg a 1 063 °C, cuando se funde para convertirse en oro líquido a 1 063°C (el calor latente de fusión del oro es de 6.44×10^4 J/kg).

RESPUESTA 96.4 J/K

EJEMPLO 12.15 Hielo, vapor y la entropía del Universo

OBJETIVO Calcular el cambio en la entropía para un sistema y su ambiente.

PROBLEMA Un bloque de hielo a 273 K se coloca en contacto térmico con un recipiente con vapor a 373 K, con lo que 25 g de hielo se convierten en agua a 273 K, mientras se condensa cierta cantidad de vapor en agua a 373 K. Encuentre **a)** el cambio en la entropía del hielo, **b)** el cambio en la entropía del vapor y **c)** el cambio en la entropía del Universo.

ESTRATEGIA Primero calcule la transferencia de energía necesaria para derretir el hielo. La cantidad de energía ganada por el hielo se pierde por medio de vapor. Calcule el cambio en la entropía para cada proceso y sume para obtener el cambio en la entropía del Universo.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el cambio en la entropía del hielo.

Use el calor latente de fusión, L_f, para calcular la energía térmica necesaria para fundir 25.0 g de hielo:

$$Q_{\text{hielo}} = mL_f = (0.025\ \text{kg})(3.33 \times 10^5\ \text{J}) = 8.33 \times 10^3\ \text{J}$$

Calcule el cambio en la entropía del hielo:

$$\Delta S_{\text{hielo}} = \frac{Q_{\text{hielo}}}{T_{\text{hielo}}} = \frac{8.33 \times 10^3\ \text{J}}{273\ \text{K}} = 30.5\ \text{J/K}$$

b) Determine el cambio en la entropía del vapor.

Por suposición, la energía térmica perdida por el vapor es igual a la energía térmica ganada por el hielo:

$$\Delta S_{\text{vapor}} = \frac{Q_{\text{vapor}}}{T_{\text{vapor}}} = \frac{-8.33 \times 10^3\ \text{J}}{373\ \text{K}} = -22.3\ \text{J/K}$$

c) Obtenga el cambio en la entropía del Universo.

Sume los dos cambios en la entropía:

$$\Delta S_{\text{universo}} = \Delta S_{\text{hielo}} + \Delta S_{\text{vapor}} = 30.5\ \text{J/k} - 22.3\ \text{J/K} = +8.2\ \text{J/K}$$

COMENTARIOS Observe que la entropía del Universo aumenta, como debe ser en todos los procesos naturales.

PREGUNTA 12.15 ¿Cierto o falso? Para una magnitud dada de una transferencia de energía, el cambio en la entropía es menor para los procesos que ocurren a una temperatura menor.

EJERCICIO 12.15 Un bloque de hielo de 4.00 kg a 273 K revestido con una membrana de plástico delgada de masa insignificante se derrite en un lago grande a 293 K. En el instante en que el hielo se derrite por completo en la membrana y aún está a 273 K, calcule el cambio en la entropía a) del hielo, b) del lago (el cual en esencia permanece a 293 K) y c) del Universo.

RESPUESTAS a) 4.88×10^3 J/K; b) -4.55×10^3 J/K; c) $+3.3 \times 10^2$ J/K

EJEMPLO 12.16 Un peñasco en caída

OBJETIVO Combinar la energía mecánica y la entropía.

PROBLEMA Un bloque de roca con masa de 1.00×10^3 kg a 293 K cae de un acantilado que tiene una altura de 125 m hacia un lago, también a 293 K. Encuentre el cambio en la entropía del lago, suponiendo que la energía cinética de la roca al entrar en él se convierte en energía térmica absorbida por el lago.

ESTRATEGIA Cuando la roca está en la cima del acantilado, su energía potencial gravitacional se convierte en energía cinética antes de que entre en el lago, luego se transfiere al lago como energía térmica. El cambio en la temperatura del lago es insignificante (debido a su masa). Divida la energía mecánica de la roca entre la temperatura del lago para estimar el cambio en la entropía de este.

SOLUCIÓN

Calcule la energía potencial gravitacional asociada con la roca en la cima del acantilado:

$$EP = mgh = (1.00 \times 10^3 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(125 \text{ m})$$
$$= 1.23 \times 10^6 \text{ J}$$

Esta energía se transfiere al lago como energía térmica, lo que resulta en un aumento en la entropía del lago:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{1.23 \times 10^6 \text{ J}}{293 \text{ K}} = 4.20 \times 10^3 \text{ J/K}$$

COMENTARIOS En este ejemplo se muestra cómo incluso los procesos mecánicos simples pueden ocasionar aumentos en la entropía del Universo.

PREGUNTA 12.16 Si usted saca con cuidado su libro de física de un estante y lo coloca sobre el suelo, ¿qué le sucede a la entropía del Universo? ¿Aumenta, disminuye o permanece igual? Explique.

EJERCICIO 12.16 Estime el cambio en la entropía del tronco de un árbol a 15.0°C cuando una bala con una masa de 5.00 g que viaja a 1.00×10^3 m/s se incrusta en él (suponga que la energía cinética de la bala se transforma en energía térmica y toda esta es absorbida por el árbol).

RESPUESTA 8.68 J/K

Entropía y desorden

En los procesos naturales una gran componente de la casualidad es inherente. El espaciamiento entre los árboles en un bosque natural, por ejemplo, es aleatorio; si usted descubre un bosque en donde todos los árboles se han espaciado con una distancia igual, concluiría que han sido plantados. De igual forma, las hojas caen al suelo con configuraciones aleatorias. Sería improbable encontrar hojas dispuestas en filas perfectamente rectas. Los resultados de esas observaciones se pueden expresar diciendo que **una configuración desordenada es mucho más probable que una ordenada si se permite que las leyes de la naturaleza actúen sin interferencia**.

La entropía originalmente encontró su lugar en la termodinámica, pero su importancia creció en gran medida cuando se desarrolló el campo de la mecánica estadística. Este método analítico usa una interpretación alterna de la entropía. En la mecánica estadística, el comportamiento de una sustancia se describe por el comportamiento estadístico de los átomos y moléculas contenidas en ella. Una de las conclusiones principales del método de la mecánica estadística es que los **sistemas aislados tienden hacia un mayor desorden y la entropía es una medida de ese desorden**.

Sugerencia 12.5 No confunda las *W*

El símbolo W que se usa aquí es una *probabilidad*, no debe confundirse con el mismo símbolo que se utiliza para representar el trabajo.

A la luz de este nuevo punto de vista de la entropía, Boltzmann encontró otro método para calcularla utilizando la relación

$$S = k_B \ln W \qquad [12.18]$$

donde $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann y W es un número proporcional a la probabilidad de que el sistema tenga una configuración particular. El símbolo "ln" una vez más representa el logaritmo natural, que se analiza en el apéndice A.

La ecuación 12.18 se podría aplicar a una bolsa con canicas. Imagine que tiene 100 canicas, 50 rojas y 50 verdes, guardadas en una bolsa. Se le permite sacar cuatro canicas de acuerdo con las reglas siguientes: saque una canica, registre su color, regrésela a la bolsa y saque otra. Continúe este proceso hasta que haya sacado cuatro. Observe que debido a que cada canica se devuelve a la bolsa antes de que se saque la siguiente, la probabilidad de sacar una roja siempre es la misma que la probabilidad de sacar una verde.

Los resultados de todas las secuencias posibles de sacar canicas de la bolsa se muestran en la tabla 12.3. Por ejemplo, el resultado RRVR significa que primero se sacó una canica roja, luego una roja, luego una verde y por último una roja. En la tabla se indica que solo hay una manera para sacar cuatro canicas rojas. Hay cuatro secuencias posibles que producen una canica verde y tres rojas, seis secuencias que producen dos verdes y dos rojas, cuatro secuencias que producen tres verdes y una roja y una secuencia que produce todas las canicas verdes. De la ecuación 12.18, se observa que el estado con el mayor desorden (dos canicas rojas y dos verdes) tiene la mayor entropía ya que es el más probable. En contraste, es menos probable que ocurran los estados más ordenados, (todas las canicas rojas y todas las canicas verdes) y su entropía es menor.

El resultado del evento de sacar canicas puede variar entre estos estados muy ordenados (entropía menor) y muy desordenados (entropía mayor). La entropía se puede considerar un índice de cuánto ha progresado un sistema de un estado ordenado a uno desordenado.

La segunda ley de la termodinámica en realidad es un enunciado de qué es lo más probable en vez de lo que debe ser. Imagine que se coloca un cubo de hielo en contacto con una rebanada de pizza caliente. No existe nada en la naturaleza que prohíba de manera absoluta la transferencia de energía por calor del hielo a la pizza mucho más caliente. Estadísticamente, es posible que una molécula de movimiento lento en el hielo choque con una molécula de movimiento rápido en la pizza de modo que la lenta transfiera parte de su energía a la rápida. Sin embargo, cuando se considera el gran número de moléculas presente en el hielo y la pizza, las probabilidades son mucho más favorables a la transferencia de energía de las moléculas de movimiento rápido hacia las moléculas de movimiento más lento. Además, en este ejemplo se demuestra que un sistema por naturaleza tiende a moverse de un estado de orden a uno de desorden. El estado inicial, en el que todas las moléculas de la pizza tienen alta energía cinética y todas las moléculas del hielo tienen una energía cinética menor, está mucho más ordenado que el estado final después de que ha tenido lugar la transferencia de energía y que el hielo se ha derretido.

APLICACIÓN
La dirección del tiempo

La segunda ley de la termodinámica define, de manera más general, la dirección del tiempo para todos los eventos como la dirección en la cual aumenta la entropía del universo. Aunque la conservación de la energía no se viola si la energía fluye de manera espontánea de un objeto frío (el cubo de hielo) al caliente (la rebanada de pizza), ese evento viola la segunda ley ya que representa un aumento espontá-

Tabla 12.3 Resultados posibles al extraer cuatro canicas de una bolsa

Resultado final	Resultados posibles	Número total de resultados iguales
Todas R	RRRR	1
1V, 3R	RRRV, RRVR, RVRR, VRRR	4
2V, 2R	RRVV, RVRV, VRRV, RVVR, VRVR, VVRR	6
3V, 1R	VVVR, VVRV, VRVV, RVVV	4
Todas V	VVVV	1

neo del orden. Por supuesto, un evento como ese también viola la experiencia cotidiana. Si el cubo de hielo derritiéndose se filma y se acelera la película, la diferencia entre correr la película hacia adelante y luego de forma inversa sería obvia para una audiencia. Lo mismo sería cierto al filmar un evento que comprenda un número de partículas grande, como un disco que cae hacia el suelo y se hace añicos.

Como otro ejemplo, suponga que puede medir las velocidades de todas las moléculas de aire en una habitación en algún instante. Es improbable que observara que todas las moléculas se mueven en la misma dirección con la misma rapidez; ese sería un estado muy ordenado. La situación más probable es un sistema de moléculas que se mueve de manera fortuita en todas direcciones con una amplia distribución de rapideces, un estado muy desordenado. Esta situación física puede compararse con el evento de extraer canicas de una bolsa: si un recipiente tuviera 10^{23} moléculas de un gas, la probabilidad de observar que todas se mueven en la misma dirección con la misma rapidez en algún instante sería similar a la de sacar una canica de la bolsa 10^{23} veces y obtener una canica roja en cada evento, lo que es claramente un conjunto de eventos improbable.

La tendencia de la naturaleza de moverse hacia un estado de desorden afecta la capacidad de un sistema para realizar trabajo. Considere una pelota que se lanza hacia una pared. La pelota tiene energía cinética y su estado es ordenado, lo que significa que todos los átomos y las moléculas de la pelota se mueven al mismo tiempo con la misma rapidez y en la misma dirección (aparte de sus movimientos internos aleatorios). Sin embargo, cuando la pelota golpea la pared, una parte de su energía cinética se transforma en el movimiento interno, desordenado y aleatorio de las moléculas en la pelota y la pared, y las temperaturas de la pelota y la pared aumentan ligeramente. Antes del choque, la pelota era capaz de realizar trabajo. Por ejemplo, podría clavar un clavo en la pared. Con la transformación de parte de la energía ordenada en energía interna desordenada, esta capacidad para realizar trabajo se reduce. La pelota rebota con menos energía elástica de la que tenía originalmente, debido a que el choque es inelástico.

Se pueden convertir varias formas de energía en energía interna, como en el choque entre la pelota y la pared, pero la transformación inversa nunca es completa. En general, dadas dos clases de energía, A y B, si A puede convertirse por completo en B y viceversa, se dice que A y B son del *mismo grado*. Sin embargo, si A se convierte por completo en B y a la inversa nunca es posible, entonces A es de un *grado mayor* de energía que B. En el caso de una pelota que golpea una pared, la energía cinética de la pelota es de un grado mayor que la energía interna contenida en ella y en la pared después del choque. Cuando una energía de alto grado se convierte en energía interna, nunca se puede recuperar por completo como energía de alto grado.

A esta conversión de energía de alto grado en energía interna se le denomina **degradación de energía**. Se dice que la energía está degradada debido a que adopta una forma que es menos útil para realizar trabajo. En otras palabras, **en todos los procesos reales, la energía disponible para realizar trabajo disminuye**.

Por último, observe de nuevo que el enunciado de que la entropía debe aumentar en todos los procesos naturales es cierto solo para los sistemas aislados. Existen casos en los cuales la entropía de algún sistema disminuye, pero con un aumento neto correspondiente en entropía para algún otro sistema. Cuando todos los sistemas se toman juntos para formar el Universo, **la entropía del Universo siempre aumenta**.

En última instancia, la entropía del Universo debe alcanzar un máximo. Cuando lo haga, el Universo se encontrará en un estado de temperatura y densidad uniformes. Todos los procesos físicos, químicos y biológicos cesarían, ya que un estado de perfecto desorden implica que no hay energía disponible para realizar trabajo. A este estado tenebroso de las cosas en ocasiones se le llama "muerte térmica" (o entrópica) del Universo.

© Cengage Learning/George Semple

a

© Cengage Learning/George Semple

b

a) Una flor imperial es una mano de póquer altamente ordenada con una baja probabilidad de ocurrencia. b) Mano de póquer desordenada y sin valor. La probabilidad de que ocurra esta mano *particular* es la misma para la flor imperial. Sin embargo, hay tantas manos sin valor que la probabilidad de obtener una es mucho mayor que la de obtener una flor imperial. ¿Puede usted calcular la probabilidad de obtener un full (un par y tres cartas del mismo tipo) de un mazo estándar de 52 cartas?

Cuestionario rápido

12.5 Suponga que lanza dos dados en un juego amistoso. Para cualquier lanzamiento dado, los dos números que quedan arriba pueden sumar 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 o 12. ¿Cuál resultado es más probable? ¿Cuál es el menos probable?

12.6 Metabolismo humano BIO

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir el índice metabólico y su relación con la rapidez de consumo de oxígeno.
2. Analizar los impactos biológicos del índice metabólico, de la actividad física y de la ganancia de peso usando la termodinámica.
3. Describir cómo las leyes de la termodinámica pueden cuantificar la aptitud física y la eficiencia del cuerpo humano.

Los animales realizan trabajo y ceden energía por calor, lo que nos conduce a creer que la primera ley de la termodinámica puede aplicarse a los organismos vivos para describirlos de una manera general. La energía interna almacenada en los seres humanos pasa a otras formas necesarias para mantener y reparar los órganos principales del cuerpo y se transforma fuera de este mediante trabajo mientras una persona camina o levanta un objeto pesado, y por calor cuando el cuerpo está más caliente que su entorno. Dado que las rapideces del cambio de energía interna, de la pérdida por calor y de la pérdida de energía por trabajo varían en gran medida con la intensidad y la duración de la actividad humana, es mejor medir las rapideces de cambio de ΔU, Q y W. Reescribiendo la primera ley, estas rapideces de cambio están relacionadas por medio de

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} + \frac{W}{\Delta t} \qquad [12.19]$$

En promedio, la energía Q fluye *del* cuerpo y el trabajo es realizado *por* el cuerpo sobre su entorno; por lo tanto, $Q/\Delta t$ y $W/\Delta t$ son negativos. Esto significa que $\Delta U/\Delta t$ sería negativo y la energía interna y la temperatura corporal disminuirían con el tiempo si un ser humano fuera un sistema cerrado sin alguna forma de ingerir materia o reabastecer los almacenamientos de energía interna. Debido a que los animales en realidad son sistemas abiertos, adquieren energía interna (energía potencial química) al comer y respirar, por lo que su energía y su temperatura interna se mantienen constantes. En general, la energía de la oxidación de alimentos a la postre suministra el trabajo realizado por el cuerpo y la energía que el cuerpo pierde por calor y esta es la interpretación que se brinda en la ecuación 12.19. Es decir, $\Delta U/\Delta t$ es la rapidez a la cual la energía interna se agrega a nuestros cuerpos por medio de los alimentos y este término solo equilibra la rapidez de la pérdida de energía por calor, $Q/\Delta t$, y por trabajo, $W/\Delta t$. Por último, si se dispone de una manera para medir $\Delta U/\Delta t$ y $W/\Delta t$ para un ser humano, es posible calcular $Q/\Delta t$ de la ecuación 12.19 y obtener información útil sobre la eficiencia del cuerpo como si fuera una máquina.

Laurent/B./American Hospital of Paris/Science Source

Figura 12.19 Monitoreo del consumo de oxígeno de una ciclista.

Medición del índice metabólico $\Delta U/\Delta t$

El valor de $W/\Delta t$, que es el trabajo que una persona realiza por minuto, se puede determinar con facilidad midiendo la salida de potencia suministrada por la persona (al pedalear en una bicicleta, por ejemplo). **El índice metabólico $\Delta U/\Delta t$ es la rapidez con la cual la energía potencial química en los alimentos y el oxígeno se transforma en energía interna solo para equilibrar las pérdidas de energía interna del cuerpo por trabajo y calor**. Aunque los mecanismos de oxidación de los alimentos y de liberación de energía en el cuerpo son complicados, pues abarcan muchas reacciones intermedias y enzimas (compuestos orgánicos que aceleran las reacciones químicas que tienen lugar a "bajas" temperaturas corporales), una regla sorprendente y simple resume estos procesos: **el índice metabólico es directamente proporcional a la rapidez de consumo de oxígeno por volumen**. Se ha determinado que para una dieta promedio, el consumo de un litro de oxígeno libera 4.8 kcal, o 20 kJ, de energía. Esta importante regla sumaria se puede escribir como

Ecuación del índice metabólico ▶

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = 4.8\,\frac{\Delta V_{O_2}}{\Delta t} \qquad [12.20]$$

donde el índice metabólico $\Delta U/\Delta t$ se mide en kcal/s y $\Delta V_{O_2}/\Delta t$, la rapidez volumétrica de consumo de oxígeno, está en L/s. Al medir la rapidez de consumo de oxígeno durante

Tabla 12.4 Consumo de oxígeno e índices metabólicos para varias actividades de un hombre de 65 kg[a]

Actividad	Rapidez de consumo O_2 (mL/min · kg)	Índice metabólico (kcal/h)	Índice metabólico (W)
Dormir	3.5	70	80
Actividad ligera (vestirse, caminar lentamente, trabajo de escritorio)	10	200	230
Actividad moderada (caminar vigorosamente)	20	400	465
Actividad pesada (básquetbol, nadar con brazada de pecho rápida)	30	600	700
Actividad extrema (carrera en bicicleta)	70	1 400	1 600

[a]*Fuente: A Companion to Medical Studies*, 2a. ed., R. Passmore, Philadelphia, F. A. Davis, 1968.

varias actividades que van desde dormir hasta una carrera intensa en bicicleta, es posible medir de manera efectiva la variación del índice metabólico o en la potencia total que genera el cuerpo. Una medición simultánea del trabajo por unidad de tiempo realizado por una persona junto con el índice metabólico, permite determinar la eficiencia del cuerpo como si fuera una máquina. En la figura 12.19 se muestra una persona a la que se le monitorea el consumo de oxígeno mientras pedalea en una bicicleta conectada a un dinamómetro, que es un dispositivo para medir la salida de potencia.

Índice metabólico, actividad y aumento de peso

En la tabla 12.4 se muestra la rapidez de consumo de oxígeno medida en milímetros por minuto por kilogramo de masa corporal y el índice metabólico calculado para un hombre de 65 kg al realizar varias actividades. Una persona que duerme utiliza unos 80 W de potencia, el **índice metabólico basal** justo para mantener y hacer funcionar diferentes órganos del cuerpo como el corazón, los pulmones, el hígado, los riñones, el cerebro y los músculos esqueléticos. Una actividad más intensa aumenta el índice metabólico a un máximo de aproximadamente 1 600 W para un ciclista de carreras de alto rendimiento, aunque un índice tan alto solo puede mantenerse durante periodos de algunos segundos. Cuando nos sentamos a ver una película fascinante, cedemos casi tanta energía por calor como un foco de alta intensidad (250 W).

Sin importar el nivel de actividad, la ingesta diaria alimentaria apenas debe equilibrar la pérdida de energía interna si una persona no quiere ganar peso. Además, el ejercicio es un sustituto inadecuado de la dieta como método para perder peso, aunque tiene otros beneficios. Por ejemplo, la pérdida de una libra de grasa corporal requiere que los músculos quemen 4 100 kcal de energía. Si el objetivo es perder una libra de grasa en 35 días, un corredor podría correr una milla adicional por día, ya que un corredor de 65 kg utiliza unas 120 kcal para trotar una milla (35 días × 120 kcal/día = 4200 kcal). Una manera más fácil para perder la libra de grasa sería hacer dieta y comer dos rebanadas menos de pan cada día durante 35 días, ya que el pan tiene un contenido calórico de 60 kcal/rebanada (35 días × 2 rebanadas/día × 60 kcal/rebanada = 4200 kcal).

■ EJEMPLO 12.17 Lucha contra la obesidad

OBJETIVO Estimar el uso de energía de una persona durante un día común.

PROBLEMA En el transcurro de 24 horas, una persona de 65 kg pasa 8 h en un escritorio, 2 h vagando por la casa, 1 h trotando 5 millas, 5 h en una actividad moderada y 8 h durmiendo. ¿Cuál es el cambio en su energía térmica durante este periodo?

ESTRATEGIA La rapidez de uso energético, o potencia, multiplicada por el tiempo da la cantidad de energía que se utiliza durante una actividad dada. Consulte la tabla 12.4 para encontrar la potencia P_i necesaria para cada actividad, multiplique cada una por el tiempo y súmelas.

SOLUCIÓN

$$\Delta U = -\sum P_i \Delta t_i = -(P_1\Delta t_1 + P_2\Delta t_2 + \cdots + P_n\Delta t_n)$$

$$= -(200\ \text{kcal/h})(10\ \text{h}) - (5\ \text{mi/h})(120\ \text{kcal/mi})(1\ \text{h}) - (400\ \text{kcal/h})(5\ \text{h}) - (70\ \text{kcal/h})(8\ \text{h})$$

$$\Delta U = -5\,000\ \text{kcal}$$

(*Continúa*)

COMENTARIOS Si este es un día común en la vida de un hombre, él tendrá que consumir menos de 5 000 kilocalorías sobre una base diaria a fin de perder peso. Una complicación se encuentra en el hecho de que el metabolismo humano tiende a disminuir cuando la ingesta de alimentos se reduce.

PREGUNTA 12.17 ¿De qué modo no consumir alimentos por completo podría conducir al aumento de peso?

EJERCICIO 12.17 Si un hombre de 60 kg ingiere 3 000 kcal por día y pasa 6 h durmiendo, 4 h caminando vigorosamente, 8 h sentado en la silla de un escritorio, 1 h nadando con brazadas de pecho rápidas y 5 h viendo películas de acción en la televisión, ¿aproximadamente cuánto peso ganará o perderá cada día?

RESPUESTA Perderá un poco más de una libra y media de grasa por día.

Aptitud y eficiencia física del cuerpo humano como si fuera una máquina

Una medida de la aptitud física de una persona es su capacidad máxima para usar o consumir oxígeno. Esta aptitud "aeróbica" se puede incrementar y mantener realizando ejercicio de manera regular, pero disminuye cuando se detiene el entrenamiento. Las rapideces máximas de consumo de oxígeno y los niveles de aptitud correspondientes se muestran en la tabla 12.5; se observa que la tasa máxima de consumo de oxígeno varía de 28 mL/min·kg de masa corporal para los sujetos con acondicionamiento deficiente a 70 mL/min·kg para los atletas de alto rendimiento.

Ya se destacó que la primera ley de la termodinámica se puede reescribir para relacionar el índice metabólico $\Delta U/\Delta t$ con la rapidez a la cual la energía sale del cuerpo por trabajo y por calor:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} + \frac{W}{\Delta t}$$

Ahora considere el cuerpo como una máquina capaz de suministrar potencia mecánica al mundo exterior y cuya eficiencia se quiere determinar. La eficiencia e del cuerpo se define como la razón de la potencia mecánica suministrada a un ser humano al índice metabólico o a la potencia total de entrada al cuerpo:

$$e = \text{eficiencia del cuerpo} = \frac{\left|\frac{W}{\Delta t}\right|}{\left|\frac{\Delta U}{\Delta t}\right|} \qquad [12.21]$$

En esta definición, se usan los signos de valor absoluto para mostrar que e es un número positivo y evitar utilizar los signos menos requeridos de manera explícita por nuestras definiciones de trabajo W y Q en la primera ley. En la tabla 12.6 se muestra la eficiencia de los trabajadores ocupados en actividades diferentes durante horas. Estos valores se obtuvieron midiendo de manera simultánea la salida de potencia y el

Tabla 12.5 Aptitud física y rapidez máxima de consumo de oxígeno[a]

Nivel de aptitud	Tasa máxima de consumo de oxígeno (mL/min · kg)
Muy pobre	28
Pobre	34
Razonable	42
Bueno	52
Excelente	70

[a] *Fuente: Aerobics*, K. H. Cooper, Bantam Books, Nueva York, 1968.

Tabla 12.6 Índice metabólico, salida de potencia y eficiencia para actividades diferentes[a]

Actividad	Índice metabólico $\frac{\Delta U}{\Delta t}$ (watts)	Salida de potencia $\frac{W}{\Delta t}$ (watts)	Eficiencia e
Ciclismo	505	96	0.19
Empujar vagonetas cargadas con carbón en una mina	525	90	0.17
Palear	570	17.5	0.03

[a] *Fuente:* Inter- and Intra-Individual Differences in Energy Expenditure and Mechanical Efficiency," C. H. Wyndham, y otros, *Ergonomics* **9**, 17 (1966).

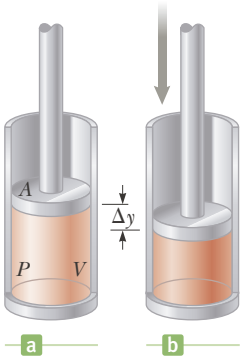
consumo de oxígeno de los trabajadores mineros y calculando el índice metabólico a partir de su consumo de oxígeno. En la tabla se muestra que una persona puede suministrar una potencia mecánica de manera constante durante varias horas a aproximadamente 100 W con una eficiencia de casi 17%. También se muestra la dependencia de la eficiencia en la actividad y que e puede alcanzar valores tan bajos como 3% para las actividades altamente ineficientes como palear, que comprende muchos inicios y paradas. Por último, es interesante en comparación con los resultados promedio de la tabla 12.6 que un atleta que se ha acondicionado de manera excelente, que se ha acoplado eficientemente a un dispositivo mecánico para extraer potencia (¡una bicicleta!), puede suministrar una potencia de 300 W durante unos 30 minutos a una eficiencia máxima de 22 por ciento.

RESUMEN

12.1 Trabajo en los procesos termodinámicos

El trabajo realizado sobre un gas a una presión constante es

$$W = -P\,\Delta V \qquad [12.1]$$



Al comprimir un gas se realiza trabajo positivo.

El trabajo realizado sobre el gas es positivo si este se comprime (ΔV es negativo) y negativo si se expande (ΔV es positivo). En general, el trabajo realizado sobre un gas que lo lleva de un estado inicial a un estado final es el negativo del área bajo la curva en un diagrama PV.

12.2 Primera ley de la termodinámica

De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, cuando un sistema experimenta un cambio de un estado a otro, el **cambio en su energía interna** ΔU es

$$\Delta U = U_f - U_i = Q + W \qquad [12.2]$$

donde Q es la energía que se intercambia a través del límite entre el sistema y el entorno, y W es el trabajo realizado sobre el sistema. La cantidad Q es positiva cuando se transfiere energía hacia el sistema por calentamiento y negativa cuando se quita energía del sistema por enfriamiento. W es positivo cuando se realiza trabajo sobre el sistema (por ejemplo, por compresión) y negativo cuando el sistema hace trabajo positivo sobre su entorno.

El cambio en la energía interna, ΔU, de un gas ideal está dado por

$$\Delta U = nC_v\Delta T \qquad [12.5]$$

donde C_v es el calor específico molar a volumen constante.

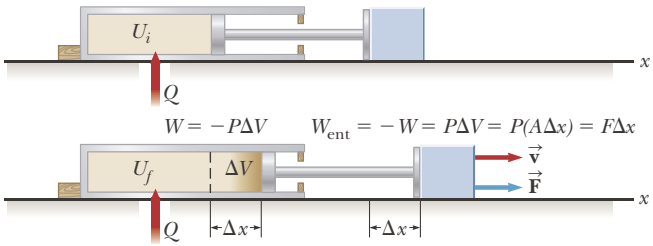


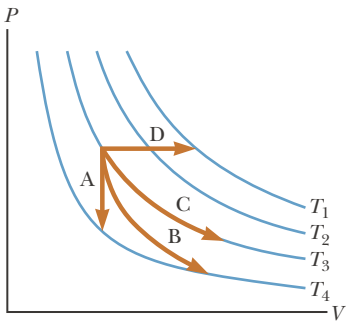
Ilustración de la primera ley de la termodinámica.

12.3 Procesos térmicos

Un **proceso isobárico** es el que ocurre a presión constante. El trabajo realizado sobre el sistema en un proceso así es $-P\,\Delta V$, en tanto que la energía térmica transferida por calor está dada por

$$Q = nC_p\,\Delta T \qquad [12.6]$$

con la capacidad térmica molar a presión constante dada por $C_p = C_v + R$.



Cuatro procesos de un gas: A es un proceso isocórico (volumen constante); B es una expansión adiabática (sin transferencia de energía); C es un proceso isotérmico (temperatura constante); D es un proceso isobárico (presión constante).

En un **proceso adiabático** no se transfiere energía por calor entre el sistema y su entorno ($Q = 0$). En este caso, la primera ley resulta en $\Delta U = W$, lo que significa que la energía interna cambia solamente como una consecuencia del trabajo que se realiza sobre el sistema. La presión y el volumen en los procesos adiabáticos están relacionados por

$$PV^{\gamma} = \text{constante} \qquad [12.8a]$$

donde $\gamma = C_p/C_v$ es el índice adiabático

En un **proceso isovolumétrico** el volumen no cambia y no se realiza trabajo. Para esos procesos, la primera ley da $\Delta U = Q$.

Un **proceso isotérmico** ocurre a temperatura constante. El trabajo realizado por un gas ideal sobre el entorno es

$$W_{\text{ent}} = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \qquad [12.10]$$

12.4 Máquinas térmicas y la segunda ley de la termodinámica

En un **proceso cíclico** (en el cual el sistema regresa a su estado inicial), $\Delta U = 0$ y, por lo tanto, $Q = W_{\text{máq}}$, lo que significa que la energía transferida hacia el sistema por calor es igual al trabajo realizado sobre el sistema durante el ciclo.

Una **máquina térmica** toma energía en forma de calor y la convierte parcialmente en otras formas de energía, como mecánica y eléctrica. El trabajo $W_{\text{máq}}$ realizado por una máquina térmica al transportar una sustancia de trabajo a través de un proceso cíclico ($\Delta U = 0$) es

$$W_{\text{máq}} = |Q_c| - |Q_f| \qquad [12.11]$$

donde Q_c es la energía absorbida de un depósito caliente y Q_f es la energía expulsada hacia un depósito frío.

La **eficiencia térmica** de una maquina térmica se define como el cociente del trabajo realizado por la máquina entre la energía transferida hacia la máquina por ciclo:

$$e \equiv \frac{W_{\text{máq}}}{|Q_c|} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} \qquad [12.12]$$

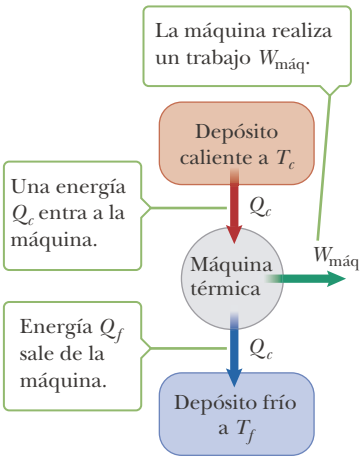


Diagrama esquemático de una máquina térmica.

Las bombas de calor son máquinas térmicas en reversa. En un refrigerador la bomba de calor extrae energía térmica del interior del refrigerador. Las bombas de calor que operan en modo de enfriamiento tienen un coeficiente de desempeño dado por

$$\text{CDD (modo de enfriamiento)} = \frac{|Q_f|}{W} \qquad [12.13]$$

Una bomba de calor en modo de calefacción tiene un coeficiente de desempeño

$$\text{CDD (modo de calefacción)} = \frac{|Q_c|}{W} \qquad [12.14]$$

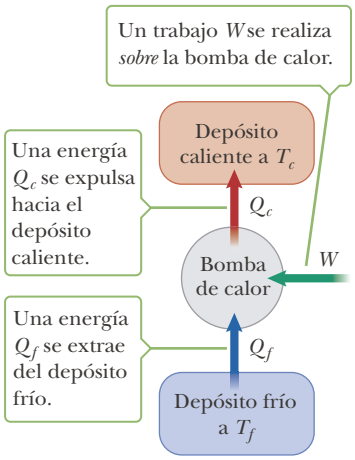


Diagrama esquemático de una bomba de calor.

Los procesos reales proceden en un orden regido por la **segunda ley de la termodinámica**, que se puede enunciar de dos maneras:

1. La energía no fluye espontáneamente por calor de un objeto frío a uno caliente.
2. Ninguna máquina térmica que opera en un ciclo puede absorber energía de un depósito y realizar una cantidad igual de trabajo.

Ninguna máquina real que opera entre las temperaturas T_c y T_f puede exceder la eficiencia de una máquina que opera entre las mismas dos temperaturas en un **ciclo de Carnot**, dado por

$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} \qquad [12.16]$$

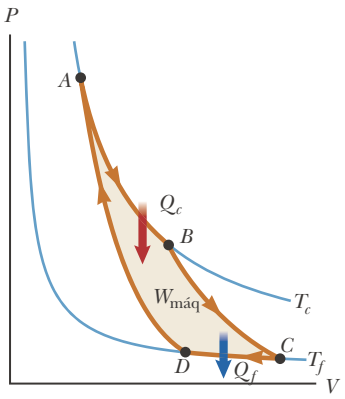


Diagrama PV de un ciclo Carnot.

La eficiencia perfecta de una máquina de Carnot requiere un depósito frío a 0 K, cero absoluto. Sin embargo, de acuerdo con la **tercera ley de la termodinámica** es imposible disminuir la temperatura de un sistema al cero absoluto en un número finito de pasos.

12.5 Entropía

La segunda ley también se puede enunciar en términos de una cantidad denominada **entropía** (S). El **cambio en la entropía** de un sistema es igual a la energía Q_r que fluye

por calor hacia (o fuera) del sistema cuando este cambia de un estado a otro por un proceso reversible, dividida entre la temperatura absoluta:

$$\Delta S \equiv \frac{Q_r}{T} \qquad [12.17]$$

Una de las averiguaciones principales de la mecánica estadística es que los sistemas tienden hacia el desorden y la entropía es una medida de ese desorden. Un enunciado alterno de la segunda ley es que la entropía del Universo aumenta en todos los procesos naturales.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de matemáticas** Para cada una de las funciones siguientes, trace la presión (P) en función del volumen (V) para 1.00 $m^3 \leq V \leq$ 3.00 m^3 en el mismo conjunto de ejes. Utilice unidades de 10^5 Pa para la presión y m^3 para el volumen. (Consulte también la sección 12.3.) a) $P = (3.00 \times 10^5\ \text{Pa})$ b) $P = (3.00 \times 10^5\ \text{Pa} \cdot \text{m}^3)\ V^{-1}$ c) $P = (3.00 \times 10^5\ \text{Pa} \cdot \text{m}^{5/3})\ V^{-5/3}$
2. **Repaso de matemáticas** Sea $W = (2.30 \times 10^5\ \text{J}) \ln (V_f/V_i)$. Despeje la cantidad desconocida en cada uno de los casos siguientes: a) el volumen final V_f es el doble del volumen inicial V_i; b) el volumen inicial es 1.00 m^3 y el trabajo W es 2.50×10^5 J. (Consulte también la sección 12.3.)
3. **Repaso de física** El calor específico a presión atmosférica es 2 010 J/kg · °C. Evalúe la energía requerida para aumentar la temperatura de 2.50 kg de vapor de 105°C a 120°C. (Consulte la sección 11.2.)
4. **Repaso de física** Un gas ideal tiene un volumen inicial de 0.400 m^3 y una presión de 9.60×10^4 Pa. a) Si la temperatura inicial es 282 K, encuentre el número de moles de gas en el sistema. b) Si el gas se calienta a volumen constante a 382 K, ¿cuál es la presión final? (Consulte la sección 10.4.)
5. **Repaso de física** a) Calcule la energía interna de 2.70 moles de un gas monoatómico a una temperatura de 0°C. b) ¿En cuánto cambia la energía interna si el gas se calienta a 425 K? (Consulte la sección 10.5.)
6. Un gas ideal monoatómico se expande de 1.00 m^3 a 2.50 m^3 a una presión constante de 2.00×10^5 Pa. Encuentre a) el trabajo realizado sobre el gas (consulte la sección 12.1), b) la energía térmica Q transferida hacia el gas por calor (consulte la sección 12.3, subsección "Procesos isobáricos") y c) el cambio en la energía interna del gas. (Consulte la sección 12.2.)
7. Un sistema de 2.00 moles de un gas ideal se mantiene a un volumen constante de 4.00 litros. Si 1.00×10^2 J de energía térmica se transfieren al sistema, encuentre a) el trabajo realizado sobre el gas, b) el cambio en la energía interna del sistema, c) el cambio en la temperatura del gas en grados Kelvin, si el gas es monoatómico, y d) el cambio en la temperatura si el gas es diatómico. (Consulte la sección 12.3, subsección "Procesos isovolumétricos".)
8. ¿Cuánto trabajo realiza el gas que experimenta el proceso cíclico ilustrado en a) la figura EP12.8a, b) la figura EP12.8b y c) EP12.8c? Redondee su respuesta a dos cifras significativas (consulte las secciones 12.1 y 12.4).
9. Un gas ideal diatómico se expande de manera adiabática de un volumen de 1.00 m^3 a un volumen final de 3.50 m^3. Si la presión inicial es de 1.00×10^5 Pa, encuentre a) el índice adiabático del gas (consulte las secciones 12.2 y 12.3) y b) la presión final (consulte la sección 12.3, subsección "Procesos adiabáticos".)
10. Un gas ideal impulsa un pistón cuando se expande isotérmicamente de 1.00 m^3 a 2.00 m^3 a 850.0 K. Si hay 3.90×10^2 moles de gas en el pistón, a) ¿cuál es el cambio en la energía interna del gas? b) ¿Cuánto trabajo realiza el gas al desplazar el pistón? c) ¿Cuánta energía térmica se transfiere por calor? (Consulte la sección 12.3, subsección "Procesos isotérmicos".)
11. Una máquina realiza 15.0 J de trabajo mientras absorbe 75.0 kJ de un depósito caliente. Calcule a) la eficiencia de la máquina y b) la energía que transfiere hacia un depósito frío (consulte la sección 12.4.)
12. Un refrigerador hace 18.0 kJ de trabajo mientras transfiere 115 kJ de energía térmica desde su interior. Calcule a) el coeficiente de desempeño del refrigerador y b) la energía que transfiere a su ambiente. (Véase la sección 12.4.)
13. Una turbina de vapor opera a una temperatura de la caldera de 450 K y una temperatura de escape de 300 K. a) ¿Cuál es la eficiencia teórica máxima de este sistema? b) Si el sistema opera a eficiencia máxima y la caldera expulsa 10.0 kJ de energía hacia el depósito

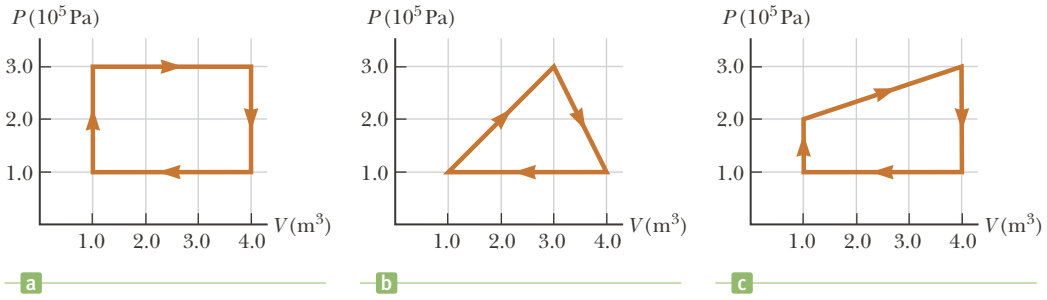


Figura EP12.8

frío, ¿cuánta energía absorbe del depósito caliente? (Consulte la sección 12.4.)

14. Los destiladores purifican agua al hervir agua contaminada que se transforma en vapor purificado y condensar este vapor en un recipiente separado. Suponga que un destilador hierve 10.0 kg de agua líquida a 373.15 K y la convierte en vapor a la misma temperatura. a) Determine la cantidad de energía térmica agregada al agua líquida (consulte la sección 11.4). b) Evalúe el cambio en la entropía del agua (consulte la sección 12.5).

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. ¿Cuáles son algunos factores que afectan la eficiencia de los motores de los automóviles?

2. Si usted agita un tarro lleno con frijoles de tamaños diferentes, los más grandes tienden a aparecer cerca de la superficie y los más pequeños a descender al fondo. a) ¿Por qué ocurre esto? b) ¿Este proceso viola la segunda ley de la termodinámica?

3. BIO Considere al cuerpo humano efectuando un ejercicio agotador, como levantar pesas o montar en bicicleta. El cuerpo realiza trabajo y la energía sale de la piel por conducción hacia el aire circundante. De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, la temperatura del cuerpo debería disminuir de manera constante durante el ejercicio. Sin embargo, eso no sucede. ¿Es inválida la primera ley para esta situación? Explique.

4. Distinga de forma clara entre temperatura, calor y energía interna.

5. Para un gas ideal en un proceso isotérmico, no hay un cambio en la energía interna. Suponga que el gas realiza un trabajo W durante ese proceso. ¿Cuánta energía se transfiere por calor?

6. Una turbina impulsada por vapor es un componente principal de una planta de generación de electricidad. ¿Por qué es ventajoso aumentar la temperatura del vapor tanto como sea posible?

7. ¿Es posible construir una máquina térmica que no genere contaminación térmica?

8. En los estanques solares construidos en Israel, la energía del Sol se concentra cerca del fondo de un estanque salado. Con una disposición apropiada de capas de sal en el agua se evita la convección y se puede alcanzar una temperatura de 100°C. ¿Puede usted determinar la eficiencia máxima de la cual se puede extraer del estanque trabajo mecánico útil?

9. Cuando un termo sellado lleno con café caliente se agita, ¿qué cambios, si los hay, ocurren en a) la temperatura del café y b) su energía interna?

10. Proporcione algunos ejemplos de procesos irreversibles que ocurren en la naturaleza. Explique un ejemplo de un proceso en la naturaleza que sea casi reversible.

11. La primera ley de la termodinámica establece que de un proceso no se puede obtener más energía de la que se añade, pero la segunda ley establece que no toda se puede aprovechar. Explique estas afirmaciones.

12. Si se permite que una solución de azúcar sobresaturada se evapore lentamente, se forman cristales de azúcar en el recipiente. De aquí, las moléculas de azúcar pasan de una forma desordenada (en solución) a una forma cristalina altamente ordenada. ¿Viola este proceso la segunda ley de la termodinámica? Explique.

13. Usando la primera ley de la termodinámica, explique porqué la energía *total* de un sistema aislado siempre es constante.

14. ¿Cuál es el error en el enunciado siguiente?: "Dados dos cuerpos, el que tiene la temperatura mayor contiene más calor".

15. Un gas ideal se comprime a la mitad de su volumen inicial por medio de varios procesos posibles. ¿Cuál de los procesos siguientes resulta en el mayor trabajo realizado sobre el gas? a) Isotérmico, b) adiabático, c) isobárico, d) el trabajo realizado es independiente del proceso.

16. En un proceso termodinámico la entropía de un sistema cambia en −6 kJ. De acuerdo con la segunda ley de la termodinámica, ¿usted qué puede concluir acerca del cambio en la entropía del entorno? a) Debe ser +6 J/K o menor, b) debe ser igual a 6 J/K, c) debe estar entre +6 J/K y 0, d) debe ser 0, e) debe ser +6 J/K o mayor.

17. Un acondicionador de aire tipo ventana se coloca sobre una mesa dentro de un departamento bien aislado, conectado y encendido. ¿Qué le sucede a la temperatura promedio del departamento? a) Aumenta, b) disminuye, c) permanece constante, d) aumenta hasta que la unidad se calienta y luego disminuye, e) la respuesta depende de la temperatura inicial del departamento.

PROBLEMAS

Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante
1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos
GP denota problemas guiados
M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign
Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual
S denota un problema de razonamiento simbólico
W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

12.1 Trabajo en los procesos termodinámicos

1. Q|C Un gas ideal está contenido en un cilindro con un pistón móvil en su parte superior. El pistón tiene una masa de 8 000 g y un área de 5.00 cm^2 y puede deslizarse hacia arriba y abajo, manteniendo constante la presión del gas. a) ¿Cuánto trabajo se realiza sobre el gas cuando la temperatura de 0.200 moles de gas aumenta de 20.0°C a 300°C? b) ¿Qué indica el signo en su respuesta al inciso a)?

2. Trace un diagrama *PV* y encuentre el trabajo realizado por el gas durante las etapas siguientes. a) Un gas se expande de un volumen de 1.0 L a 3.0 L a una presión constante de 3.00 atm. b) Luego el gas se enfría a volumen constante hasta que la presión disminuye a 2.0 atm. c) Enseguida el gas se comprime a una presión constante de 2.0 atm de un volumen de 3.0 L a 1.0 L. *Nota:* tenga cuidado con los signos. d) El gas se calienta hasta que su presión aumenta de 2.0 atm a 3.0 atm a un volumen constante. e) Determine el trabajo neto realizado durante el ciclo completo.

3. M Un gas en un recipiente está a una temperatura de 1.5 atm y un volumen de 4.0 m^3. ¿Cuál es el trabajo realizado *sobre* el gas a) si se expande a presión constante al doble de su volumen inicial y b) si se comprime a presión constante a una cuarta parte de su volumen inicial?

4. Un proyectil de 40.0 g se dispara por la expansión de gas caliente en una configuración como se muestra en la figura P12.4a. El área transversal del tubo de lanzamiento es de 1.0 cm^2 y la longitud que el proyectil recorre por el tubo después de partir del reposo es de 32 cm. Conforme el gas se expande, la presión varía como se muestra en la figura P12.4b. Los valores para la presión y el volumen iniciales son $P_i = 11 \times 10^5$ Pa y $V_i = 8.0$ cm^3 en tanto que los valores finales son $P_f = 1.0 \times 10^5$ Pa y $V_f = 40.0$ cm^3. La fricción entre el proyectil y el tubo de lanzamiento es insignificante. a) Si el proyectil se dispara hacia un vacío, ¿cuál es su rapidez cuando sale del tubo de lanzamiento? b) Si esta vez el proyectil se dispara hacia el aire a una presión de 1.0×10^5 Pa, ¿qué fracción del trabajo realizado por el gas en expansión en el tubo se gasta por el proyectil que empuja aire fuera de su trayectoria conforme viaja por el tubo?

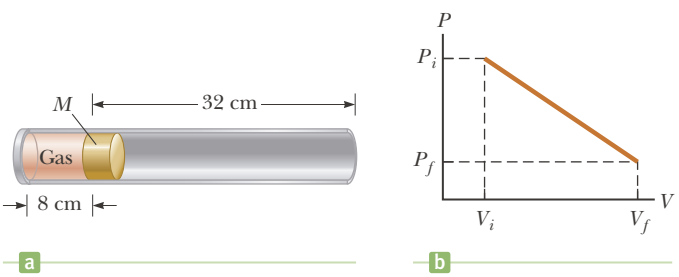


Figura P12.4

5. Un gas se expande de *I* a *F* a lo largo de las tres trayectorias indicadas en la figura P12.5. Calcule el trabajo realizado *sobre* el gas a lo largo de las trayectorias a) *IAF*, b) *IF* y c) *IBF*.

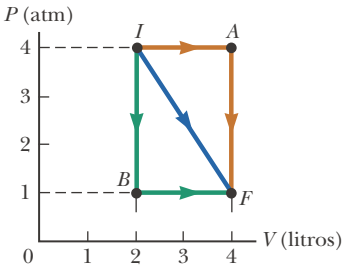


Figura P12.5 Problemas 5 y 13.

6. Trace un diagrama *PV* de los procesos siguientes: a) un gas se expande a presión constante P_1 de un volumen V_1 a un volumen V_2. Luego se mantiene a volumen constante mientras que la presión se reduce a P_2. b) La presión de un gas se reduce de P_1 a P_2 mientras que su volumen se mantiene constante en V_1. Luego se expande a presión constante P_2 hasta un volumen final V_2. c) ¿En cuál de los procesos se realiza más trabajo *por* el gas? ¿Por qué?

7. Una muestra de helio se comporta como un gas ideal cuando se calienta a presión constante de 273 K a 373 K. Si el gas realiza un trabajo de 20.0 J durante este proceso, ¿cuál es la masa del helio?

8. a) Encuentre el trabajo realizado *por* un gas ideal cuando se expande del punto *A* al punto *B* a lo largo de la trayectoria que se muestra en la figura P12.8. b) ¿Cuánto trabajo realiza el gas si se comprime de *B* a *A* a lo largo de la misma trayectoria?

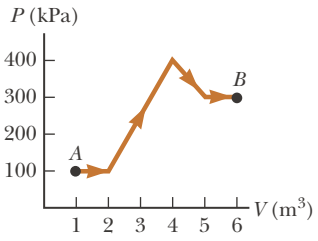


Figura P12.8

9. W Una mol de un gas ideal inicialmente a una temperatura $T_i = 0$°C experimenta una expansión a una presión constante de 1.00 atm a cuatro veces su volumen original. a) Calcule la nueva temperatura T_f del gas. b) Calcule el trabajo realizado *sobre* el gas durante la expansión.

10. a) Determine el trabajo realizado *sobre* un fluido que se expande de *i* a *f* como se indica en la figura P12.10. b) ¿Cuánto trabajo se realiza *sobre* el fluido si se comprime de *f* a *i* a lo largo de la misma trayectoria?

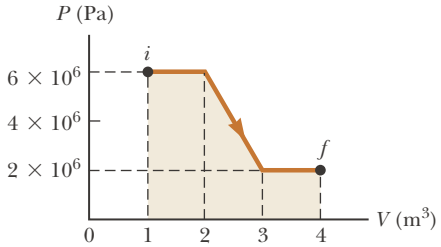


Figura P12.10

12.2 Primera ley de la termodinámica

12.3 Procesos térmicos

11. S La única forma de energía que poseen las moléculas de un gas ideal monoatómico es la energía ciné-

tica de traslación. Usando los resultados del análisis de la teoría cinética en la sección 10.5, demuestre que la energía térmica de un gas ideal monoatómico a presión P y que ocupa un volumen V se puede escribir como $U = \frac{3}{2}PV$.

12. GP Un cilindro con un volumen de 0.300 m^3 contiene 10.0 moles de gas neón a 20.0°C. Suponga que el neón se comporta como un gas ideal. a) ¿Cuál es la presión del gas? b) Encuentre la energía interna del gas. c) Suponga que el gas se expande a presión constante hasta un volumen de 1.000 m^3. ¿Cuánto trabajo se realiza sobre el gas? d) ¿Cuál es la temperatura del gas con el nuevo volumen? e) Determine la energía interna del gas cuando su volumen es 1.000 m^3. f) Calcule el cambio en la energía interna durante la expansión. g) Calcule $\Delta U - W$. h) ¿Se debe transferir o extraer energía térmica hacia el gas durante la expansión a presión constante? i) Calcule Q, la transferencia de energía térmica. j) ¿Qué relación simbólica entre Q, ΔU y W se sugiere por los valores obtenidos?

13. M Un gas se expande de I a F en la figura P12.5. La energía agregada al gas por calor es 418 J cuando el gas pasa de I a F a lo largo de la trayectoria diagonal. a) ¿Cuál es el cambio en la energía interna del gas? b) ¿Cuánta energía se debe agregar al gas por calor para que la trayectoria indirecta IAF resulte en el mismo cambio en la energía interna?

14. Q|C En una carrera, un corredor de carreras cortas realiza un trabajo de 4.8×10^5 J y su energía interna disminuye 7.5×10^5 J. a) Determine el calor transferido entre su cuerpo y su entorno durante este evento. b) ¿Qué indica el signo de su respuesta al inciso a)?

15. W Un gas se comprime a una presión constante de 0.800 atm de 9.00 L a 2.00 L. En el proceso, 400 J de energía salen del gas por calor. a) ¿Cuál es el trabajo realizado *sobre* el gas? b) ¿Cuál es el cambio en su energía interna?

16. Una cantidad de un gas ideal monoatómico experimenta un proceso en el cual su presión y su volumen se duplican, como se muestra en la figura P12.16. ¿Cuál es la energía absorbida por calor en el gas durante este proceso? *Sugerencia:* la energía interna de un gas ideal monoatómico a presión P y que ocupa un volumen V, está dada por $U = \frac{3}{2}PV$.

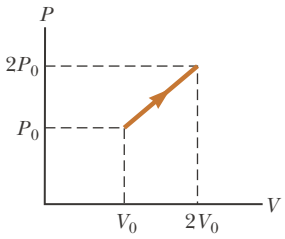


Figura P12.16

17. Un gas está confinado en un recipiente que tiene un pistón con un área transversal de 0.150 m^2. La presión del gas se mantiene en 6 000 Pa cuando el pistón se mueve hacia adentro 20.0 cm. a) Calcule el trabajo realizado por el gas. b) Si la energía interna del gas disminuye en 8.00 J, encuentre la cantidad de energía sacada del sistema por calor durante la compresión.

18. Un gas ideal monoatómico experimenta el proceso termodinámico que se muestra en la figura P12.18. Determine si cada uno de los valores ΔU, Q y W para el gas es positivo, negativo o cero. *Sugerencia:* la energía interna de un gas ideal monoatómico a presión P y volumen V, está dada por $U = \frac{3}{2}PV$.

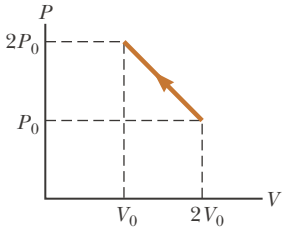


Figura P12.18

19. Q|C Un gas ideal se comprime de un volumen V_i = 5.00 L a un volumen V_f = 3.00 L, mientras está en contacto térmico con un depósito de calor a T = 295 K como en la figura P12.19. Durante el proceso de compresión, el pistón se mueve hacia abajo una distancia d = 0.130 m por la acción de una fuerza externa promedio F = 25.0 kN. Encuentre a) el trabajo hecho sobre el gas, b) el cambio en la energía interna del gas y c) la energía térmica intercambiada entre el gas y el depósito. d) Si el gas está térmicamente aislado tal que no se puede intercambiar energía térmica, ¿qué le sucede a la temperatura del gas durante la compresión?

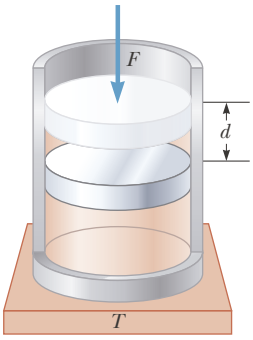


Figura P12.19

20. Un sistema que consiste en 0.025 6 moles de un gas ideal diatómico se lleva del estado A al estado C a lo largo de la trayectoria que se muestra en la figura P12.20. a) ¿Cuánto trabajo se realiza *sobre* el gas durante este proceso? b) ¿Cuál es la temperatura más baja del gas durante este proceso y dónde ocurre? c) Encuentre el cambio en la energía interna del gas y d) la energía suministrada al gas al pasar de A a C. *Sugerencia:* para el inciso c), adapte la ecuación en los comentarios del ejemplo 12.9 a un gas ideal diatómico.

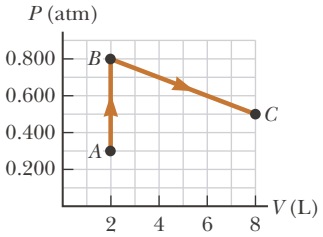


Figura P12.20

21. Un gas ideal monoatómico se expande isotérmicamente de 0.500 m^3 a 1.25 m^3 a una temperatura constante de 675 K. Si la presión inicial es de 1.00×10^5 Pa, encuentre a) el trabajo realizado sobre el gas, b) la transferencia de energía térmica Q y c) el cambio en la energía interna.

22. S Un gas ideal se expande a presión constante. a) Demuestre que $P\Delta V = nR\Delta T$. b) Si el gas es monoatómico, parta de la definición de energía interna y demuestre que $\Delta U = \frac{3}{2}W_{ent}$, donde W_{ent} es el trabajo realizado por el gas sobre su entorno. c) Para el mismo gas ideal monoatómico, demuestre con la primera ley que $Q = \frac{5}{2}W_{ent}$. d) ¿Será posible que un gas ideal se expanda a presión constante mientras expulsa energía térmica? Explique.

23. GP Un gas ideal monoatómico está contenido en un recipiente de volumen *constante* de 0.200 m^3. La tem-

peratura y la presión iniciales del gas son 300 K y 5.00 atm, respectivamente. El objetivo de este problema es encontrar la temperatura y la presión del gas después de que se le suministran 16.0 kJ de energía térmica. a) Use la ley de los gases ideales y las condiciones iniciales para calcular el número de moles de gas en el recipiente. b) Encuentre el calor específico del gas. c) ¿Cuál es el trabajo realizado por el gas durante este proceso? d) Use la primera ley de la termodinámica para determinar el cambio en la energía interna del gas. e) Encuentre el cambio en la temperatura del gas. f) Calcule la temperatura final del gas. g) Use la expresión de los gases ideales para encontrar la presión final del gas.

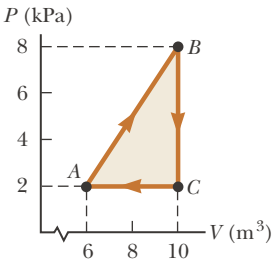


Figura P12.24

24. Considere el proceso cíclico descrito en la figura P12.24. Si Q es negativa para el proceso BC y ΔU es negativa para el proceso CA, determine los signos de Q, W y ΔU asociados con cada proceso.

25. Un bloque de aluminio de 5.00 kg se calienta de 20 a 90°C a presión atmosférica. Encuentre a) el trabajo realizado por el aluminio, b) la cantidad de energía que se le transfiere por calor y c) el aumento en su energía interna.

26. Una mol de gas inicialmente a una presión de 2.00 atm y con un volumen de 0.300 L tiene una energía interna igual a 91.0 J. En su estado final, el gas está a una presión de 1.50 atm y con un volumen de 0.800 L, y su energía interna es igual a 182 J. Para las trayectorias IAF, IBF e IF en la figura P12.26, calcule a) el trabajo realizado *sobre* el gas y b) la energía transferida neta hacia el gas por calor en el proceso.

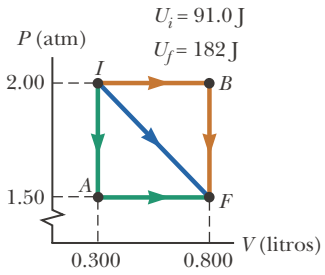


Figura P12.26

27. S Considere el Universo como una expansión adiabática de gas hidrógeno atómico. a) Use la ley de los gases ideales y la ecuación 12.8a para demostrar que $TV^{\gamma-1} = C$, donde C es una constante. b) El Universo actual se extiende al menos 15 000 millones de años luz en todas las direcciones (1.4×10^{26} m) y su temperatura actual es de 2.7 K. Estime la temperatura del Universo cuando tenía el tamaño de una cáscara de nuez, con un radio de 2 cm (para este cálculo, suponga que el Universo es esférico).

28. Suponga que el Universo se considera un gas ideal, con átomos de hidrógeno que se expanden adiabáticamente. a) Si la densidad del gas en el Universo es un átomo de hidrógeno por metro cúbico, calcule el número de moles por unidad de volumen (n/V). b) Calcule la presión del Universo, tomando su temperatura igual a 2.7 K. c) Si el radio actual del Universo es de 15 000 millones de años luz (1.4×10^{26} m), encuentre la presión del Universo cuando tenía el tamaño de una cáscara de nuez, con un radio de 2.0×10^{-2} m (*tenga cuidado:* puede que su calculadora falle en el manejo de algunas cifras).

12.4 Máquinas térmicas y la segunda ley de la termodinámica

29. Un gas aumenta su presión de 2.00 atm a 6.00 atm a un volumen constante de 1.00 m^3 y luego se expande a una presión constante a un volumen de 3.00 m^3 antes de que regrese a su estado inicial, como se muestra en la figura P12.29. ¿Cuánto trabajo se realiza en un ciclo?

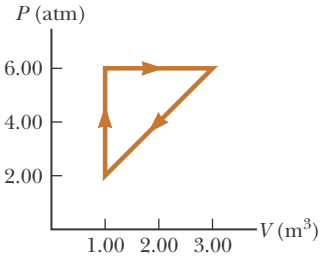


Figura P12.29

30. Un gas ideal se expande a una presión constante de 6.00×10^5 Pa de un volumen de 1.00 m^3 a uno de 4.00 m^3 y luego se comprime a un tercio de esa presión y a un volumen de 2.50 m^3, como se muestra en la figura P12.30, antes de regresar a su estado inicial. ¿Cuánto trabajo se realiza en un ciclo del proceso que se muestra en la figura?

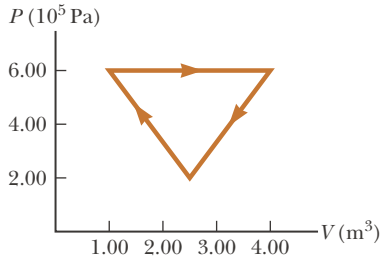


Figura P12.30

31. Una máquina térmica opera entre un depósito a 25°C y uno a 375°C. ¿Cuál es la eficiencia máxima posible de esta máquina?

32. Q|C Una máquina térmica se diseña para que tenga una eficiencia Carnot de 65% cuando opere entre dos depósitos de calor. a) Si la temperatura del depósito frío es de 20°C, ¿cuál debe ser la temperatura del depósito caliente? b) ¿Puede la eficiencia real de la máquina ser igual a 65%? Explique.

33. El trabajo realizado por una máquina es igual a un cuarto de la energía que absorbe de un depósito. a) ¿Cuál es su eficiencia térmica? b) ¿Qué fracción de la energía absorbida se expulsa hacia el depósito frío?

34. En cada ciclo de su operación, una máquina térmica expulsa 2 400 J de energía y realiza 1 800 J de trabajo mecánico. a) ¿Cuánta energía térmica se debe agregar a la máquina en cada ciclo? b) Encuentre la eficiencia térmica de la máquina.

35. Una de las máquinas más eficientes que se han construido es una turbina de vapor alimentada por carbón instalada en el valle del rio Ohio, que impulsa un generador eléctrico cuando opera entre 1870°C y 430°C. a)

¿Cuál es su eficiencia máxima teórica? b) Su eficiencia real es de 42.0%. ¿Cuánta potencia mecánica suministra la máquina si absorbe 1.40×10^5 J de energía cada segundo del depósito caliente?

36. Una pistola es una máquina térmica. En particular, es una máquina de combustión interna con un pistón que no opera en un ciclo, sino que se separa durante su proceso de expansión adiabática. Cierta pistola consta de 1.80 kg de hierro. Dispara una bala de 2.40 g a 320 m/s con una eficiencia energética de 1.10%. Suponga que el cuerpo de la pistola absorbe todo el escape de energía y que su temperatura aumenta de manera uniforme durante un tiempo breve antes de perder alguna energía por calor hacia el entorno. Encuentre el aumento en su temperatura.

37. Una máquina absorbe 1.70 kJ de un depósito caliente a 277°C y expulsa 1.20 kJ hacia un depósito frío a 27°C en cada ciclo. a) ¿Cuál es la eficiencia de la máquina? b) ¿Cuánto trabajo se realiza por la máquina en cada ciclo? c) ¿Cuál es la salida de potencia de la máquina si cada ciclo dura 0.300 s?

38. Una bomba de calor tiene un coeficiente de desempeño de 3.80 y opera con un consumo de potencia de 7.03×10^3 W. a) ¿Cuánta energía suministra la bomba de calor hacia una casa durante 8.00 h de operación continua? b) ¿Cuánta energía extrae del aire exterior en 8.00 h?

39. Un congelador tiene un coeficiente de desempeño de 6.30. Se anuncia que el congelador tiene un consumo de 457 kW-h/año. a) En promedio, ¿cuánta energía consume el congelador en un solo día? b) En promedio, ¿cuánta energía térmica se remueve del congelador cada día? c) ¿Qué masa de agua máxima a 20.0°C podría congelar en un solo día? *Nota:* un kilowatt-hora (kW-h) es una cantidad de energía igual a la que se requiere para operar un electrodoméstico con un consumo de 1 kW durante una hora.

40. Q|C Suponga que se podría construir una bomba de calor ideal (Carnot). a) Usando la ecuación 12.15 obtenga una expresión para el coeficiente de desempeño para esa bomba de calor en términos de T_c y T_f. b) ¿Trabajaría mejor esa bomba de calor si la diferencia en las temperaturas de operación fueran mayores o menores? c) Calcule el coeficiente de desempeño para esa bomba si el depósito frío está a 50.0°C y la temperatura interior es de 70.0°C.

41. En un ciclo una máquina térmica absorbe 500 J de un depósito con alta temperatura y expulsa 300 J hacia un depósito con baja temperatura. Si la eficiencia de esta máquina es de 60% de la eficiencia de una máquina de Carnot, ¿cuál es la razón de la baja temperatura a la temperatura alta en la máquina de Carnot?

42. Q|C Se ha propuesto la construcción de una planta de generación de electricidad que utilizaría el gradiente de temperatura en el océano. El sistema operará entre 20.0°C (temperatura del agua superficial) y 5.00°C (temperatura del agua a una profundidad de aproximadamente 1 km). a) ¿Cuál es la eficiencia máxima de ese sistema? b) Si la salida de potencia útil de la planta es de 75.0 MW, ¿cuánta energía se absorbe por hora? c) En vista de su respuesta al inciso a), ¿considera que vale la pena construir este sistema (considerando que no hay cargo por combustible)?

43. Una planta nuclear de generación de electricidad tiene una salida de potencia eléctrica de 435 MW. La rapidez a la cual se debe suministrar energía a la planta es de 1 420 MW. a) ¿Cuál es la eficiencia térmica de la planta? b) ¿A qué rapidez expulsa energía térmica la planta?

44. M Una máquina térmica opera en un ciclo Carnot entre 80.0°C y 350°C. Absorbe 21 000 J de energía por ciclo de un depósito caliente. La duración de cada ciclo es 1.00 s. a) ¿Cuál es la salida de potencia mecánica de esta máquina? b) ¿Cuánta energía expulsa en cada ciclo por calor?

12.5 Entropía

45. Un vaso de poliestireno que contiene 125 g de agua a 1.00×10^2°C se enfría a temperatura ambiente de 20.0°C. ¿Cuál es el cambio en entropía del ambiente? (Ignore el calor específico del vaso y cualquier cambio en temperatura del ambiente.)

46. Un cubo de hielo de 65 g inicialmente está a 0.0°C. a) Encuentre el cambio en la entropía del cubo después de que se derrite por completo a 0.0°C. b) ¿Cuál es el cambio en la entropía del entorno en este proceso? *Sugerencia:* el calor latente de fusión para el agua es de 3.33×10^5 J/kg.

47. Un congelador se usa para transformar completamente 1.0 L de agua en hielo. El agua y el congelador permanecen a una temperatura constante $T = 0$°C. Determine a) el cambio en la entropía del agua y b) el cambio en la entropía del congelador.

48. W ¿Cuál es el cambio en entropía de 1.00 kg de agua líquida a 100°C cuando cambia a vapor a 100°C?

49. Un tronco de 70.0 kg cae desde una altura de 25.0 m en un lago. Si el tronco, el lago y el aire están a 300 K, encuentre el cambio en entropía del Universo durante este proceso.

50. Si lanza un par de dados, ¿cuál es el número total de formas en las cuales se puede obtener a) un 12 o b) un 7?

51. M La superficie del Sol se encuentra aproximadamente a 5 700 K y la temperatura de la superficie de la Tierra se encuentra aproximadamente a 290 K. ¿Qué cambio en la entropía ocurre cuando se transfieren 1 000 J de energía por calor del Sol a la Tierra?

52. Q|C Cuando una barra de aluminio se conecta temporalmente entre un depósito caliente a 725 K y un depósito frío a 310 K, se transfieren 2.50 kJ de energía por calor del depósito caliente al depósito frío. En este proceso irreversible, calcule el cambio en la entropía a) del depósito caliente, b) del depósito frío y c) del Universo. d) Matemáticamente, ¿por qué el resultado para el Universo en el inciso c) tiene que ser positivo?

53. Elabore una tabla como la 12.3 para el evento siguiente: usted lanza cuatro monedas al aire de manera simultánea y registra todos los resultados posibles del lan-

zamiento en términos de los números de caras (H) y cruces (T) que pueden resultar. (Por ejemplo, HHTH y HTHH son dos maneras posibles en las cuales se pueden obtener tres caras y una cruz). a) Con base en su tabla, ¿cuál es el resultado más probable de un lanzamiento? En términos de la entropía, b) ¿cuál es el estado más ordenado y c) cuál es el más desordenado?

54. S *Esta es una versión simbólica del problema* 52. Cuando una barra de metal se conecta temporalmente entre un depósito caliente a T_c y un depósito frío a T_f, la energía transferida por calor del depósito caliente al depósito frío es Q_c. En este proceso irreversible, encuentre expresiones para el cambio en la entropía a) del depósito caliente, b) del depósito frío y c) del Universo.

12.6 Metabolismo humano

55. En día ordinario, un hombre de 65 kg duerme durante 8.0 h, realiza actividades ligeras durante 3.0 h, camina lentamente durante 1.0 h y trota a un ritmo moderado durante 0.5 h. ¿Cuál es el cambio en su energía interna para todas estas actividades?

56. BIO Q|C Un fisicoculturista tiene un índice metabólico basal de 80.0 W. Cuando se ejercita, su índice metabólico aumenta unos 650 W. a) ¿Cuántas horas le toma quemar un panecillo que contiene 450 Calorías si se queda en cama todo el día? b) ¿Cuánto tiempo le toma si se ejercita? c) Calcule la cantidad de trabajo mecánico necesario para levantar 2.00 m una barra con pesas de 120 kg. d) El deportista deja caer la barra en el piso y la levanta repetidamente. ¿Cuántas veces por minuto debe repetir este proceso para realizar una cantidad de trabajo mecánico equivalente a su aumento en el índice metabólico de 650 W durante el ejercicio? e) ¿Podría realmente hacer repeticiones con la rapidez encontrada en el inciso d) al nivel metabólico dado? Explique.

57. BIO Sudar es uno de los mecanismos con los cuales el cuerpo disipa el calor. El sudor se evapora con un calor latente de 2 430 kJ/kg a temperatura corporal y el cuerpo puede producir hasta 1.5 kg de sudor por hora. Si sudar fuera el único mecanismo de disipación de calor, ¿cuál sería el índice metabólico sostenible máximo, en watts, si 80% de la energía utilizada por el cuerpo se convierte en calor residual?

Problemas adicionales

58. Una máquina Carnot opera entre las temperaturas $T_c = 100°C$ y $T_f = 20°C$. ¿En qué factor aumenta la eficiencia teórica si la temperatura del depósito caliente aumenta a 550°C?

59. Una máquina térmica de 1 500 kW opera a una eficiencia de 25%. La energía térmica expulsada en la temperatura baja es absorbida por un vapor de agua que entra en los serpentines de enfriamiento a 20°C. Si a través de los serpentines fluyen 60 L por segundo, determine el aumento en la temperatura del agua.

60. W Una máquina de Carnot opera entre 100°C y 20°C. ¿Cuánto hielo puede derretir la máquina a partir de su escape después de que ha realizado 5.0×10^4 J de trabajo?

61. Una sustancia experimenta el proceso cíclico que se muestra en la figura P12.61. La salida de trabajo ocurre a lo largo de la trayectoria *AB* mientras una entrada de trabajo se requiere a lo largo de la trayectoria *BC* y no se involucra trabajo en el proceso a volumen constante a lo largo de la trayectoria *CA*. La transferencia de energía por calor ocurre durante cada proceso comprendido en el ciclo. a) ¿Cuál es la salida de trabajo durante el proceso *AB*? b) ¿Cuánta entrada de trabajo se requiere durante el proceso *BC*? c) ¿Cuál es la entrada de energía *Q* durante este ciclo?

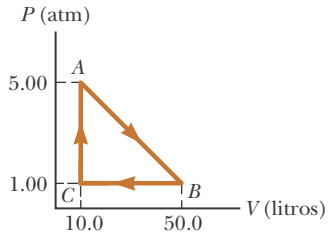


Figura P12.61

62. Cuando un gas sigue la trayectoria 123 en el diagrama *PV* en la figura P12.62, 418 J de energía fluyen hacia el sistema por calor y se realiza un trabajo de −167 J *sobre* el gas. a) ¿Cuál es el cambio en la energía interna del sistema? b) ¿Cuánta energía *Q* fluye hacia el sistema si el gas sigue la trayectoria 143? El trabajo realizado sobre el gas a lo largo de esta trayectoria es de −63.0 J. ¿Qué trabajo neto se realizaría sobre o por el sistema si este siguiera c) la trayectoria 12341 y d) la trayectoria 14321? e) ¿Cuál es el cambio en la energía interna del sistema en los procesos descritos en los incisos c) y d)?

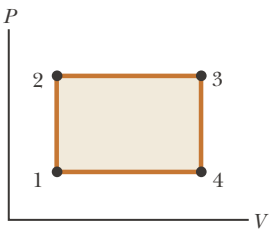


Figura P12.62

63. Una varilla de soporte de acero de 100 kg, en un edificio, tiene una longitud de 2.00 m a una temperatura de 20°C. La varilla soporta una carga suspendida de 6 000 kg. Encuentre a) el trabajo realizado *sobre* la varilla cuando la temperatura aumenta a 40°C, b) la energía *Q* agregada a la barra (suponga que el calor específico del acero es el mismo que el del hierro) y c) el cambio en energía interna de la barra.

64. S Un gas ideal inicialmente a una presión P_0, volumen V_0 y temperatura T_0 se somete al ciclo descrito en la figura P12.64. a) Encuentre el trabajo neto realizado *por* el gas por ciclo en términos de P_0 y V_0. b) ¿Cuál es la energía neta *Q* agregada al sistema por ciclo? c) Obtenga un valor numérico para el trabajo neto realizado por ciclo para 1.00 mol de gas inicialmente a 0°C. *Sugerencia:* recuerde que el trabajo realizado por el sistema es igual al área bajo una curva *PV*.

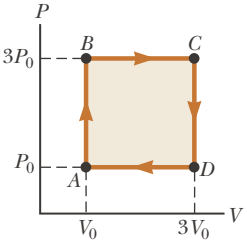


Figura P12.64

65. M Una mol de gas neón se calienta de 300 K a 420 K a presión constante. Calcule a) la energía Q transferida hacia el gas. a) el cambio en la energía interna del gas y c) el trabajo realizado *sobre* el gas. Observe que el neón tiene un calor específico $c = 20.79$ J/mol·K para un proceso a presión constante.

66. Cada segundo en las Cataratas del Niágara caen unos 5 000 m^3 de agua una distancia de 50.0 m. ¿Cuál es el aumento en la entropía por segundo debido a la caída del agua? Suponga que la masa del entorno es tan grande que su temperatura y la del agua permanecen casi constantes en 20.0°C. También suponga que una cantidad insignificante de agua se evapora.

67. Un cilindro que contiene 10.0 moles de un gas ideal monoatómico se expande de Ⓐ a Ⓑ a lo largo de la trayectoria que se muestra en la figura P12.67. a) Encuentre la temperatura del gas en el punto Ⓐ y la temperatura en el punto Ⓑ. b) ¿Cuánto trabajo realiza el gas durante esta expansión? c) ¿Cuál es el cambio en la energía interna del gas? d) Encuentre la energía transferida hacia el gas por calor en este proceso.

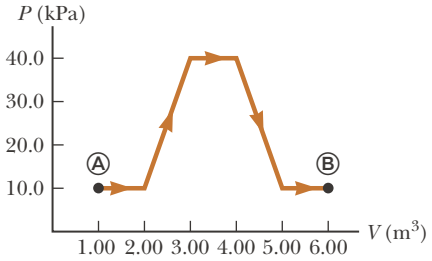


Figura P12.67

68. GP Dos moles de hidrógeno molecular (H_2) reaccionan con 1 mol de oxígeno molecular (O_2) para producir 2 moles de agua (H_2O) junto con una liberación de energía de 241.8 kJ/mol de agua. Suponga que un recipiente esférico con un radio de 0.500 m contiene 14.4 moles de H_2 y 7.2 moles de O_2 a 20.0°C. a) ¿Cuál es la presión inicial en el recipiente? b) ¿Cuál es la energía interna inicial del gas? c) Suponga que una chispa enciende la mezcla y que los gases se queman por completo para formar vapor de agua. ¿Cuánta energía se produce? d) Encuentre la temperatura y la presión del vapor, suponiendo que es un gas ideal. e) Determine la masa del vapor y luego calcule la densidad del vapor. f) Si un agujero pequeño se hiciera en la esfera, ¿cuál sería la velocidad de escape inicial del vapor expulsado si se desecha hacia un vacío? (Use la ecuación de Bernoulli).

69. BIO Suponga que se ejercita durante 30.0 min en una máquina escaladora, subiendo con una rapidez de 90.0 escalones por minuto y cada escalón tiene una altura de 8.00 pulgadas. Si usted pesa 150 lb y la máquina reporta que se han quemado 600 kcal al final del ejercicio, ¿cuál es la eficiencia que la máquina utiliza para obtener este resultado? Si su eficiencia actual es de 0.18, ¿cuántas kcal en realidad quemó?

70. BIO Respiraderos hidrotermales en lo profundo del océano expulsan agua a temperaturas hasta de 570°C. Esta temperatura está bajo el punto de ebullición del agua debido a la presión inmensa a esa profundidad. Dado que la temperatura del océano circundante está a 4.0°C, un organismo podría utilizar el gradiente de temperatura como una fuente de energía. a) Suponiendo que el calor específico del agua en estas condiciones es 1.0 cal/g · °C, ¿cuánta energía se libera cuando 1.0 litro de agua se enfría de 570°C a 4.0°C? b) ¿Cuál es la energía máxima útil que un organismo puede extraer de esta fuente de energía? (Suponga que el organismo tiene algún tipo interno de máquina térmica que actúa entre los dos extremos de temperatura.) c) El agua de estos respiraderos contiene sulfuro de hidrógeno (H_2S) a una concentración de 0.90 moles/litro. La oxidación de 1.0 mol de H_2S produce 310 kJ de energía. ¿Cuánta energía está disponible a través de la oxidación de H_2S de 1.0 L de agua?

71. Una planta de generación de electricidad tiene una eficiencia global de 15%. La planta debe abastecer 150 MW de potencia eléctrica a una ciudad y sus turbinas utilizan carbón como combustible. La quema de carbón produce vapor a 190°C, que impulsa las turbinas. El vapor se condensa en agua a 25°C al pasar por serpentines que están en contacto con agua de un río. a) ¿Cuántas toneladas métricas de carbón consume la planta cada día (1 ton métrica = 1×10^3 kg)? b) ¿Cuál es el costo total del combustible por año si el precio de entrega es de ocho dólares por ton métrica? c) Si el agua del río se suministra a 20°C, ¿con qué rapidez mínima debe fluir sobre los serpentines de enfriamiento tal que su temperatura no exceda 25°C? *Nota:* el calor de la combustión del carbón es de 7.8×10^3 cal/g.

72. Un gas ideal diatómico se expande de un volumen $V_A = 1.00$ m^3 a $V_B = 3.00$ m^3 a lo largo de la trayectoria que se muestra en la figura P12.72. Si la presión inicial es $P_A = 2.00 \times 10^5$ Pa y hay 87.5 moles de gas, calcule a) el trabajo realizado sobre el gas durante este proceso, b) el cambio en la temperatura del gas y c) el cambio en la energía interna del gas. d) ¿Cuánta energía térmica se transfiere al sistema?

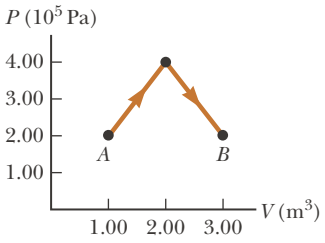


Figura P12.72

Shvaygert Ekaterina/Shutterstock.com

Vista de relámpagos sobre una ciudad en la noche. Durante una tormenta eléctrica, una alta concentración de carga eléctrica en una nube de la tormenta crea un campo eléctrico más grande de lo normal entre la nube y la superficie de la Tierra cargada negativamente. Este fuerte campo crea una descarga eléctrica, una chispa enorme, entre la nube cargada y el suelo. Otras descargas observadas en el cielo son las descargas de nube a nube y las más frecuentes, descargas en el interior de las nubes.

Fuerzas eléctricas y campos eléctricos 13

La electricidad es el alma de la civilización tecnológica y la sociedad moderna. Sin ella, regresaríamos a mediados del siglo XIX: sin teléfonos, sin televisión, sin ninguno de los electrodomésticos que normalmente utilizamos. La medicina moderna sería una fantasía, y debido a la falta de equipos experimentales sofisticados y computadoras rápidas (y especialmente a la lenta difusión de información) la ciencia y la tecnología crecerían a un ritmo glacial.

En cambio, con el descubrimiento y el aprovechamiento de los campos y las fuerzas eléctricos, podemos ver arreglos de átomos, sondear el funcionamiento interno de las células y enviar naves espaciales más allá de los límites del sistema solar. Todo esto ha sido posible en apenas las últimas generaciones de la vida humana, en un abrir y cerrar de ojos comparado con los millones de años que la Humanidad pasó alimentándose en las sabanas de África.

Alrededor del año 700 a.C., los griegos realizaron el primer estudio conocido de electricidad. Todo comenzó cuando alguien notó que un material fósil llamado ámbar podía atraer objetos pequeños después de ser frotado con lana. Desde entonces hemos aprendido que este fenómeno no se limita al ámbar y la lana, sino que ocurre (hasta cierto punto) cuando casi que cualesquiera dos sustancias no conductoras se frotan entre sí.

En este capítulo usamos el efecto de carga por fricción para iniciar una investigación de las fuerzas eléctricas. Luego discutimos la ley de Coulomb, que es la ley fundamental de la fuerza entre cualesquiera dos partículas cargadas en reposo. Se presenta el concepto de campo eléctrico asociado con cargas y se describen sus efectos sobre otras partículas cargadas. Terminamos con los análisis de la ley de Gauss y del generador de van de Graaff.

13.1 Propiedades de las cargas eléctricas

13.2 Aislantes y conductores

13.3 Ley de Coulomb

13.4 El campo eléctrico

13.5 Líneas del campo eléctrico

13.6 Conductores en equilibrio electrostático

13.7 El experimento de la gota de aceite de Millikan

13.8 El generador de van de Graaff

13.9 Flujo eléctrico y la ley de Gauss

© American Philosophical Society/AIP

Benjamín Franklin (1706–1790)
Franklin era impresor, autor, científico físico, inventor, diplomático y padre fundador de Estados Unidos. Su trabajo sobre electricidad a fines de 1740 cambió un conjunto desordenado de observaciones sin relación en una ciencia coherente.

13.1 Propiedades de las cargas eléctricas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la unidad SI de carga eléctrica e identificar a los portadores básicos de carga positiva y negativa.
2. Discutir el concepto de conservación de la carga y el papel de los experimentos en los primeros estudios de la electricidad.

Después de alisar su cabello con un peine de plástico, usted encontrará que el peine atrae pedacitos de papel. A menudo la fuerza de atracción es suficiente para suspender el papel del peine, desafiando así a la fuerza gravitacional de toda la Tierra. Al frotar otros materiales como el vidrio y la ebonita se produce el mismo efecto.

Otro experimento sencillo es frotar un globo inflado contra lana (o contra su cabello). En un día seco, luego de frotar un globo lo podemos pegarlo a la pared de una habitación, a menudo por horas. Estos materiales se cargan eléctricamente. Usted puede dar a su cuerpo una carga eléctrica al frotar vigorosamente sus zapatos en una alfombra de lana o deslizándolos por el asiento de un automóvil. Luego puede sorprender y molestar a un amigo o compañero de trabajo con un ligero toque en el brazo, produciendo un ligero impacto tanto para usted como para su víctima. (Si el compañero de trabajo es su jefe, ¡no espere una promoción!) Estos experimentos funcionan mejor en un día seco porque la humedad excesiva puede facilitar la fuga de la carga.

Los experimentos de Benjamín Franklin (1706–1790) también demuestran que hay dos tipos de carga eléctrica, las que llamó **positiva** y **negativa**. La figura 13.1 ilustra la interacción de las dos cargas. Una varilla de caucho (o de plástico) que ha sido frotada con piel se suspende de un trozo de cuerda. Cuando una varilla de vidrio que se ha frotado con seda se coloca cerca de la barra de caucho, la varilla de caucho es atraída hacia la de vidrio (figura 13.1a). Si dos varillas de caucho cargadas (o dos varillas de vidrio cargadas) se colocan cerca una de otra, como se muestra en la figura 13.1b, la fuerza entre ellas será repulsiva. Estas observaciones se pueden explicar suponiendo que las barras de caucho y de vidrio han adquirido diferentes clases de carga excesiva. Usamos la convención sugerida por Franklin, donde la carga eléctrica excesiva en la varilla de vidrio se llama positiva y la de la varilla de caucho se llama negativa. Con base en estas observaciones concluimos que las **cargas iguales se repelen y las cargas diferentes se atraen**. Los objetos suelen contener cantidades iguales de carga positiva y negativa; las fuerzas eléctricas entre los objetos se presentan cuando estos tienen cargas negativas o positivas netas.

Cargas iguales se repelen; ► cargas diferentes se atraen.

Los portadores básicos de la naturaleza con carga positiva son los protones que, junto con los neutrones, se encuentran en los núcleos de los átomos. El núcleo, cuyo radio aproximado es de 10^{-15} m, está rodeado por una nube de electrones cargados negati-

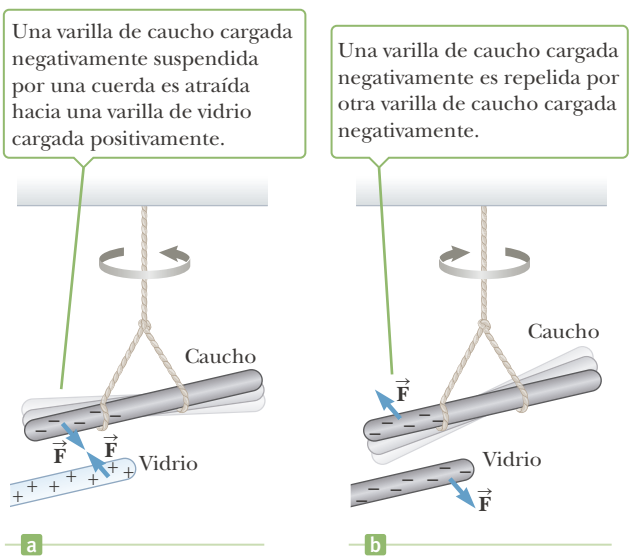


Figura 13.1 Un montaje experimental para observar la fuerza eléctrica entre dos objetos cargados.

vamente con un radio aproximadamente diez mil veces mayor. Un electrón tiene una carga de la misma magnitud de que un protón, pero de signo contrario. En un gramo de materia hay aproximadamente 10^{23} protones cargados positivamente e igual número de electrones con carga negativa, por lo que la carga neta es cero. Ya que el núcleo de un átomo se mantiene firmemente en su lugar dentro de un sólido, los protones nunca se mueven de un material a otro. Los electrones son mucho más ligeros que los protones y por lo tanto las fuerzas los aceleran fácilmente. Además, ocupan las regiones externas del átomo. En consecuencia, los objetos se cargan al ganar o perder electrones.

La carga se transfiere fácilmente de un tipo de material a otro. El frotamiento de dos materiales sirve para aumentar el área de contacto, facilitando el proceso de transferencia.

Una característica importante de la carga es que la **carga eléctrica siempre se conserva**. La carga no se *crea* cuando se frotan dos objetos neutros; por el contrario, los objetos se cargan porque **la carga negativa se transfiere de un objeto a otro**. Un objeto adquiere una carga negativa mientras que el otro pierde una cantidad igual de carga negativa y por lo tanto se queda con una carga positiva neta. Cuando una varilla de vidrio se frota con seda, como en la figura 13.2, los electrones se transfieren de la varilla a la seda. Como resultado, la varilla de vidrio tiene una carga positiva neta y la seda una carga negativa neta. Asimismo, cuando el caucho se frota con piel, se trasfieran los electrones de la piel al caucho.

En 1909 Robert Millikan (1886-1953) descubrió que si un objeto está cargado su carga es siempre un múltiplo de una unidad fundamental de carga, denotado por el símbolo e. En términos modernos, se dice que la carga está **cuantizada**, lo que significa que la carga se presenta en pedazos discretos que no se pueden subdividir más. Un objeto puede tener una carga de $\pm e$, $\pm 2e$, $\pm 3e$, y así sucesivamente, pero nunca[1] una carga fraccional de $\pm 0.5e$ o $\pm 0.22e$. Otros experimentos del tiempo de Millikan mostraron que el electrón tiene una carga de $-e$ y el protón tiene una carga igual y opuesta de $+e$. Algunas partículas, como un neutrón, no tienen ninguna carga neta. Un átomo neutral (un átomo sin carga neta) contiene tantos protones como electrones. Ahora se sabe que el valor de e es de $1.602\ 19 \times 10^{-19}$ C (la unidad SI de la carga eléctrica es el **coulomb**, o C).

◀ La carga se conserva

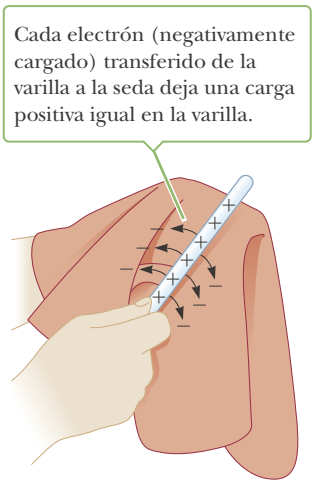


Figura 13.2 Cuando se frota una varilla de vidrio con la seda, los electrones son transferidos desde el vidrio a la seda. Debido a que las cargas se transfieren en paquetes discretos, las cargas en los dos objetos son $\pm e$, $\pm 2e$, $\pm 3e$, y así sucesivamente.

13.2 Aislantes y conductores

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir los conductores, aislantes y semiconductores en función de su capacidad relativa para conducir la carga eléctrica.
2. Describir los procesos físicos de polarización y carga por conducción o por inducción.

Las sustancias se pueden clasificar en función de su capacidad para conducir la carga eléctrica.

> En los **conductores**, las cargas eléctricas se mueven libremente en respuesta a una fuerza eléctrica. Todos los demás materiales se llaman **aislantes**.

El vidrio y el caucho son aislantes. Cuando dichos materiales se cargan por frotamiento, solo se carga el área frotada y no hay ninguna tendencia para que la carga se desplace hacia otras regiones del material. En cambio, los materiales como el cobre, el aluminio y la plata son buenos conductores. Cuando se carga alguna pequeña región de dichos materiales, la carga se distribuye fácilmente sobre toda la superficie del material. Si usted sostiene una varilla de cobre con un aislante y la frota con lana o piel, no atraerá un pedazo de papel. Esto podría sugerir que no se puede cargar un metal. Sin embargo, si sostiene la varilla de cobre con un aislante y des-

[1] Hay sólida evidencia de la existencia de partículas fundamentales llamadas **quarks** que tienen cargas de $\pm e/3$ o $\pm 2e/3$. La carga está aún cuantizada, pero en unidades de $\pm e/3$ en lugar de $\pm e$.

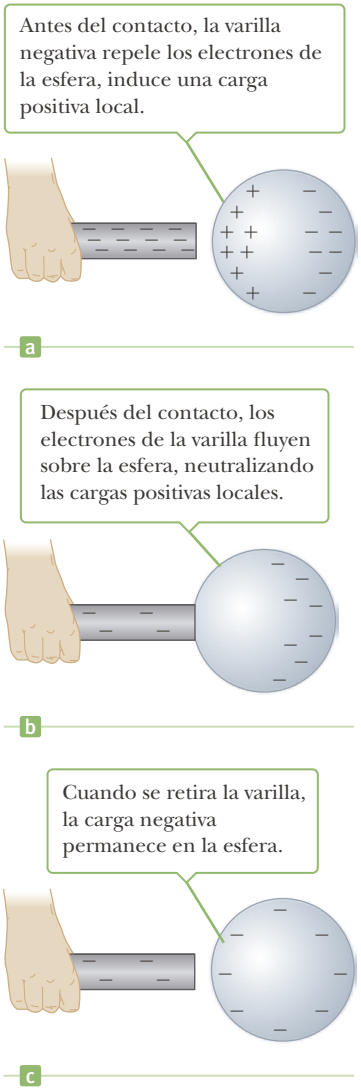


Figura 13.3 Carga de un objeto metálico por conducción.

pués lo frota con lana o piel, la varilla queda cargada y atrae el papel. En el primer caso, las cargas eléctricas producidas por el frotamiento fácilmente se mueven desde el cobre, atraviesan su cuerpo y finalmente van a la tierra. En el segundo caso, el mango aislante impide el flujo de carga a la tierra.

Los *semiconductores* son una tercera clase de materiales y sus propiedades eléctricas están en algún lugar entre los aislantes y los conductores. El silicio y el germanio son semiconductores conocidos que se usan ampliamente en la fabricación de muchos dispositivos electrónicos.

Carga por conducción

Considere que una varilla de caucho con carga negativa se coloca en contacto con una esfera conductora neutra aislada. Los electrones en exceso en la varilla repelen a los electrones de la esfera, creando cargas positivas locales en la esfera neutra. En contacto, algunos electrones de la varilla ahora son capaces de pasar a la esfera, como en la figura 13.3, neutralizando las cargas positivas. Cuando se retira la varilla, la esfera queda con una carga negativa neta. Este proceso se conoce como carga por **conducción**. El objeto que se está cargando en este proceso (la esfera) siempre queda con una carga que tiene el mismo signo que el objeto al que carga (la varilla de caucho).

Carga por inducción

Se dice que un objeto conectado a un cable conductor o a un tubo de cobre enterrado en la Tierra está **conectado a tierra**. La Tierra puede considerarse un depósito infinito de electrones; en efecto, puede aceptar o suministrar un número ilimitado de electrones. Con esta idea en mente, podemos entender la carga de un conductor por medio de un proceso conocido como **inducción**.

Considere una varilla de caucho cargada negativamente que se coloca cerca de una esfera conductora neutra (no cargada) que está aislada, por lo que no hay trayectoria que conduzca a tierra (figura 13.4). Al inicio la esfera es eléctricamente neutra (figura 13.4a). Cuando la varilla negativamente cargada está cerca de la esfera, la fuerza de repulsión entre los electrones de la varilla y los de la esfera hace que algunos electrones se muevan hacia el lado de la esfera más alejado de la varilla (figura 13.4b). La región de la esfera más cercana a la varilla cargada negativamente tiene un exceso de carga positiva debido a la migración de electrones lejos de ese lugar. Si un cable conductor conectado a tierra se conecta a la esfera, como en la figura 13.4c, algunos de los electrones salen de la esfera y viajan a la tierra. Si luego se retira el alambre de tierra (figura 13.4d), la esfera conductora se queda con un exceso de carga positiva inducida. Por último, cuando la varilla de caucho se quita de la vecindad de la esfera (figura 13.4e), la carga positiva inducida permanece en la esfera sin conexión a tierra. A pesar de que los núcleos atómicos cargados positivamente permanecen fijos, este exceso de carga positiva se distribuye de manera uniforme sobre la superficie de la esfera sin conexión a tierra debido a las fuerzas repulsivas entre las cargas similares y la alta movilidad de los electrones en un metal.

En el proceso de inducción de una carga sobre la esfera, la varilla de caucho cargada no pierde nada de su carga negativa porque nunca entra en contacto con la esfera. Además, la esfera queda con una carga opuesta a la de la varilla de caucho. **Cargar un objeto por inducción no requiere ningún contacto con el objeto para inducir la carga.**

Un proceso similar a la carga por inducción en los conductores también ocurre en los aislantes. En la mayoría de los átomos o las moléculas neutros, el centro de carga positiva coincide con el centro de carga negativa. Sin embargo, en presencia de un objeto cargado, estos centros pueden separarse ligeramente, dando como resultado una carga más positiva en un lado de la molécula que del otro. Este efecto se conoce como **polarización**. El reajuste de la carga dentro de las moléculas individuales produce una carga inducida en la superficie del aislante, como se muestra en la figura 13.5a. Esta propiedad explica por qué un globo cargado por frotamiento se pega a una pared eléctricamente neutra o por qué el peine que usted acaba de usar en su cabello atrae pequeños pedacitos de papel neutro.

Cuestionario rápido

13.1 Un objeto suspendido *A* es atraído hacia una pared neutra. También es atraído por un objeto cargado positivamente *B*. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera sobre el objeto *A*? a) Está descargado. b) Tiene una carga negativa. c) Tiene una carga positiva. d) Puede estar cargado o descargado.

13.3 Ley de Coulomb

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar la ley de Coulomb y resumir las propiedades de la fuerza eléctrica entre dos partículas cargadas.
2. Aplicar la ley de Coulomb y el principio de superposición a los sistemas de partículas cargadas.

En 1785 Charles Coulomb (1736-1806) estableció de manera experimental la ley fundamental de la fuerza eléctrica entre dos partículas cargadas estacionarias.

Una **fuerza eléctrica** tiene las siguientes propiedades:

1. Está dirigida a lo largo de una recta que une las dos partículas y es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación r, entre ellas.
2. Es proporcional al producto de las magnitudes de las cargas, $|q_1|$ y $|q_2|$, de las dos partículas.
3. Es atractiva si las cargas son de signo opuesto y repulsiva si tienen el mismo signo.

A partir de estas observaciones, Coulomb propuso la siguiente forma matemática para la fuerza eléctrica entre dos cargas:

La magnitud de la fuerza eléctrica F entre las cargas q_1 y q_2 separadas por una distancia r está dada por

$$F = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad [13.1]$$

donde k_e es una constante llamada la *constante de Coulomb*.

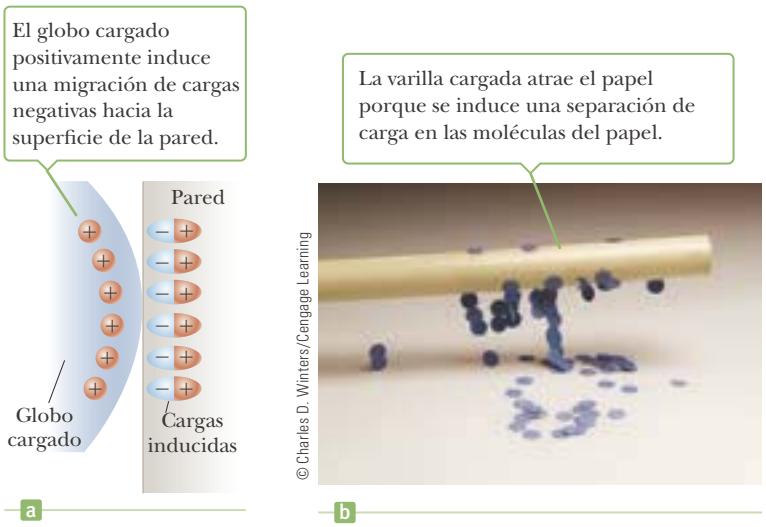


Figura 13.5 a) Un globo cargado se coloca cerca de una pared aislante. b) Una varilla cargada se coloca cerca de trozos de papel.

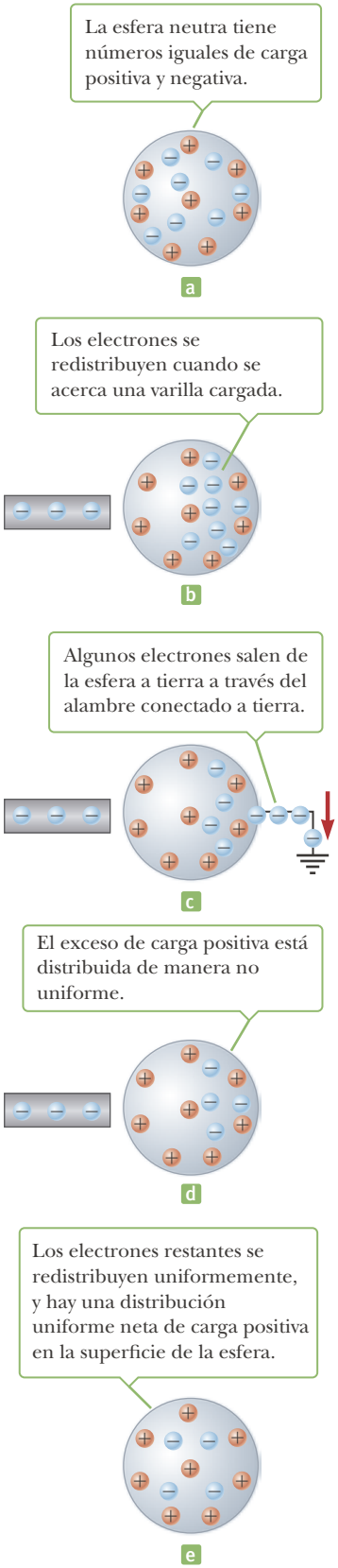


Figura 13.4 Carga de un objeto metálico por inducción. a) Una esfera metálica neutra. b) Una varilla de caucho cargada se coloca cerca de la esfera. c) la esfera está conectada a tierra. d) Se quita la conexión de tierra. e) Se quita la varilla.

© INTERFOTO/Alamy

Charles Coulomb
(1736–1806)
La mayor aportación de Coulomb a la ciencia ocurrió en el campo de la electrostática y el magnetismo. Durante su vida, también investigó las resistencias de los materiales e identificó las fuerzas que afectan a los objetos sobre vigas, contribuyendo así al campo de la mecánica estructural.

Tabla 13.1 Carga y masa del electrón, protón y neutrón

Partícula	Carga (C)	Masa (kg)
Electrón	-1.60×10^{-19}	9.11×10^{-31}
Protón	$+1.60 \times 10^{-19}$	1.67×10^{-27}
Neutrón	0	1.67×10^{-27}

La ecuación 13.1, conocida como **ley de Coulomb**, se aplica exactamente solo a las cargas puntuales y a las distribuciones esféricas de cargas, en cuyo caso r es la distancia entre los dos centros de carga. Las fuerzas eléctricas entre las cargas inmóviles se llaman fuerzas *electrostáticas*. Las cargas en movimiento, además, crean fuerzas magnéticas, que se estudiarán en el capítulo 17.

El valor de la constante de Coulomb en la ecuación 13.1 depende de la elección de las unidades. La unidad SI de carga es el **coulomb** (C). A partir de experimentos, sabemos que la **constante de Coulomb** en unidades SI tiene el valor

$$k_e = 8.987\,5 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2} \qquad [13.2]$$

Este número se puede redondear, dependiendo de la exactitud de otras cantidades en un problema dado. Vamos a usar dos o tres dígitos, como de costumbre.

La carga en el protón tiene una magnitud de $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C. Por lo tanto, se necesitarían $1/e = 6.3 \times 10^{18}$ protones para crear una carga total de +1.0 C. Asimismo, 6.3×10^{18} electrones tendrían una carga total de −1.0 C. Compare esta carga con el número de electrones libres en 1 cm^3 de cobre, que es del orden de 10^{23}. Aun así, 1.0 C es una cantidad muy grande de carga. En los experimentos electrostáticos típicos en que una varilla de caucho o de vidrio se carga por fricción, hay una carga neta del orden de 10^{-6} C (= 1 μC). Solo una muy pequeña fracción de la carga total disponible se transfiere entre la varilla y el material de fricción. La tabla 13.1 presenta las cargas y las masas de los electrones, el protón y el neutrón.

Cuando use la ley de la fuerza de Coulomb, recuerde que la fuerza es una cantidad vectorial y se debe tratar en consecuencia. La figura 13.6a muestra la fuerza eléctrica de repulsión entre dos partículas cargadas positivamente. Como otras fuerzas, las fuerzas eléctricas obedecen la tercera ley de Newton; por lo tanto, las fuerzas $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ son iguales en magnitud pero en dirección opuesta. (La notación $\vec{\mathbf{F}}_{12}$ denota la fuerza ejercida por la partícula 1 sobre la partícula 2; asimismo, $\vec{\mathbf{F}}_{21}$ es la fuerza ejercida por la partícula 2 sobre la partícula 1.) De la tercera ley de Newton, F_{12} y F_{21} son siempre iguales independientemente de si q_1 y q_2 tienen la misma magnitud.

Cuestionario rápido

13.2 El objeto A tiene una carga de +2 μC y el objeto B tiene una carga de +6 μC. ¿Cuál enunciado es cierto?

a) $\vec{\mathbf{F}}_{AB} = -3\vec{\mathbf{F}}_{BA}$ b) $\vec{\mathbf{F}}_{AB} = -\vec{\mathbf{F}}_{BA}$ c) $3\vec{\mathbf{F}}_{AB} = -\vec{\mathbf{F}}_{BA}$

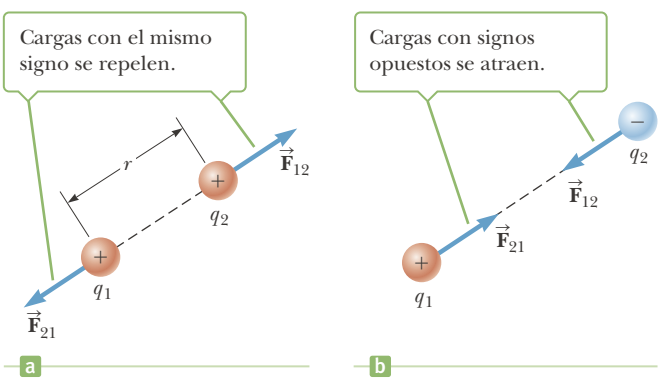


Figura 13.6 Dos cargas puntuales separadas por una distancia r ejercen entre sí una fuerza dada por la ley de Coulomb. La fuerza sobre q_1 es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza sobre q_2.

La fuerza de Coulomb es similar a la fuerza gravitacional. Ambas actúan a distancia sin contacto directo. Ambas son inversamente proporcionales a la distancia al cuadrado, con la fuerza dirigida a lo largo de una línea que conecta los dos cuerpos. La forma matemática es la misma, con las masas m_1 y m_2 de la ley de Newton sustituidas por q_1 y q_2 en la ley de Coulomb y con la constante G de Newton sustituida por la constante de Coulomb k_e. Hay dos diferencias importantes: 1) las fuerzas eléctricas pueden ser atractivas o repulsivas, pero las fuerzas gravitacionales son siempre atractivas, y 2) la fuerza eléctrica entre las partículas elementales cargadas es mucho más fuerte que la fuerza gravitacional entre las mismas partículas, como se muestra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 13.1 Fuerzas en un átomo de hidrógeno

OBJETIVO Comparar la magnitud de una fuerza eléctrica y una fuerza gravitacional.

PROBLEMA El electrón y el protón de un átomo de hidrógeno están separados (en promedio) por una distancia de aproximadamente 5.3×10^{-11} m. **a)** Encuentre las magnitudes de la fuerza eléctrica y la fuerza gravitacional que cada partícula ejerce sobre la otra, y el cociente de la fuerza eléctrica F_e entre la fuerza gravitacional F_g. **b)** Calcule la aceleración causada por la fuerza eléctrica del protón sobre el electrón. Repita para la aceleración gravitacional.

ESTRATEGIA Para resolver este problema solo es necesario sustituir las cantidades conocidas en las leyes de dos fuerzas y luego determinar el cociente.

SOLUCIÓN

a) Calcule las magnitudes de las fuerzas eléctricas y gravitacionales y encuentre el cociente F_e/F_g.

Sustituya $|q_1| = |q_2| = e$ y la distancia en la ley de Coulomb para encontrar la fuerza eléctrica:

$$F_e = k_e \frac{|e|^2}{r^2} = \left(8.99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})^2}{(5.3 \times 10^{-11}\ \text{m})^2}$$
$$= 8.2 \times 10^{-8}\ \text{N}$$

Sustituya las masas y la distancia en la ley de la gravitación de Newton para encontrar la fuerza gravitacional:

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2}$$
$$= \left(6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}\right) \frac{(9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg})}{(5.3 \times 10^{-11}\ \text{m})^2}$$
$$= 3.6 \times 10^{-47}\ \text{N}$$

Encuentre el cociente de las dos fuerzas:

$$\frac{F_e}{F_g} = 2.3 \times 10^{39}$$

b) Calcule la aceleración del electrón causada por la fuerza eléctrica. Repita para la aceleración gravitacional.

Use la segunda ley de Newton y la fuerza eléctrica que se encontró en el inciso a):

$$m_e a_e = F_e \quad \rightarrow \quad a_e = \frac{F_e}{m_e} = \frac{8.2 \times 10^{-8}\ \text{N}}{9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg}} = 9.0 \times 10^{22}\ \text{m/s}^2$$

Use la segunda ley de Newton y la fuerza gravitacional que se encontró en el inciso a):

$$m_e a_g = F_g \quad \rightarrow \quad a_g = \frac{F_g}{m_e} = \frac{3.6 \times 10^{-47}\ \text{N}}{9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg}} = 4.0 \times 10^{-17}\ \text{m/s}^2$$

COMENTARIOS La fuerza gravitacional entre los componentes cargados del átomo es despreciable comparada con la fuerza eléctrica entre ellos. Sin embargo, la fuerza eléctrica es tan intensa que cualquier carga neta sobre un objeto atrae rápidamente a las cargas opuestas cercanas, neutralizando al objeto. Como resultado, la gravedad desempeña un papel principal en la mecánica de los objetos en movimiento en la vida cotidiana.

PREGUNTA 13.1 Si la distancia entre dos cargas se duplica, ¿en qué factor cambia la magnitud de la fuerza eléctrica?

(*Continúa*)

EJERCICIO 13.1 a) Encuentre la magnitud de la fuerza eléctrica entre dos protones separados por 1 femtómetro (10^{-15} m), aproximadamente la distancia entre dos protones en el núcleo de un átomo de helio. b) Si los protones no se mantienen unidos por la fuerza nuclear fuerte, ¿cuál sería su aceleración inicial debido a la fuerza eléctrica entre ellos?

RESPUESTAS a) 2×10^2 N; b) 1×10^{29} m/s^2

Principio de superposición

Cuando varias cargas independientes actúan sobre la carga de interés, cada una ejerce una fuerza eléctrica. Estas fuerzas eléctricas se pueden calcular por separado, una a la vez, y luego se agregan como vectores. Este es otro ejemplo del **principio de superposición**. En el ejemplo siguiente se ilustra este procedimiento en una dimensión.

EJEMPLO 13.2 Encontrar el equilibrio electrostático

OBJETIVO Aplicar la ley de Coulomb en una dimensión.

PROBLEMA Tres cargas se encuentran a lo largo del eje x como se muestra en la figura 13.7. La carga positiva $q_1 = 15\ \mu$C está en $x = 2.0$ m y la carga positiva $q_2 = 6.0\ \mu$C está en el origen. ¿Dónde debe colocarse una carga *negativa* q_3 sobre el eje x de modo que la fuerza eléctrica resultante sobre esta sea cero?

ESTRATEGIA Si q_3 está hacia la derecha o la izquierda de las otras dos cargas, la fuerza neta sobre q_3 no puede ser cero porque entonces $\vec{\mathbf{F}}_{13}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ actúan en la misma dirección. En consecuencia, q_3 debe quedar entre las otras dos cargas. Se escribe $\vec{\mathbf{F}}_{13}$ y $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ en términos de la posición de coordenadas desconocida x, luego súmelos e iguálelos a cero, resolviendo la incógnita. La solución se puede obtener con la fórmula cuadrática.

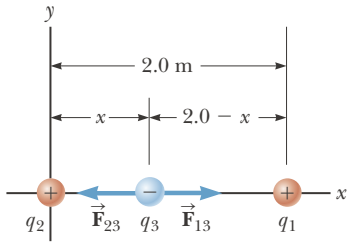


Figura 13.7 (Ejemplo 13.2) Tres cargas puntuales se colocan a lo largo del eje x. La carga q_3 es negativa, mientras que q_1 y q_2 son positivos. Si la fuerza resultante sobre q_3 es cero, la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{13}$ ejercida por q_1 sobre q_3 debe ser igual en magnitud y opuesta a la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ ejercida por q_2 sobre q_3.

SOLUCIÓN

Escriba la componente x de $\vec{\mathbf{F}}_{13}$:

$$F_{13x} = +k_e \frac{(15 \times 10^{-6}\ \text{C})|q_3|}{(2.0\ \text{m} - x)^2}$$

Escriba la componente x de $\vec{\mathbf{F}}_{23}$:

$$F_{23x} = -k_e \frac{(6.0 \times 10^{-6}\ \text{C})|q_3|}{x^2}$$

Iguale la suma a cero:

$$k_e \frac{(15 \times 10^{-6}\ \text{C})|q_3|}{(2.0\ \text{m} - x)^2} - k_e \frac{(6.0 \times 10^{-6}\ \text{C})|q_3|}{x^2} = 0$$

Elimine k_e, 10^{-6} y q_3 de la ecuación y reorganice los términos (por claridad se han quitado temporalmente las cifras significativas explícitas y las unidades):

$$\text{1)}\quad 6(2 - x)^2 = 15x^2$$

Escriba esta ecuación en la forma cuadrática estándar, $ax^2 + bx + c = 0$:

$$6(4 - 4x + x^2) = 15x^2 \rightarrow 2(4 - 4x + x^2) = 5x^2$$
$$3x^2 + 8x - 8 = 0$$

Aplique la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - (4)(3)(-8)}}{2 \cdot 3} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$

Solo la raíz positiva tiene sentido:

$$x = 0.77\ \text{m}$$

COMENTARIOS Observe que se requería razonamiento físico para elegir entre las dos respuestas posibles de x, que es casi siempre el caso cuando se trata de ecuaciones cuadráticas. El uso de la fórmula cuadrática podría haberse evitado tomando la raíz cuadrada de ambos lados de la ecuación 1); sin embargo, este acceso directo a menudo no está disponible.

PREGUNTA 13.2 Si q_1 tiene la misma magnitud que antes pero es negativa, ¿en qué región a lo largo del eje x sería posible que la fuerza eléctrica neta sobre q_3 sea cero? a) $x < 0$; b) $0 < x < 2$ m; c) $2\text{ m} < x$

EJERCICIO 13.2 Tres cargas se encuentran a lo largo del eje x. Una carga positiva $q_1 = 10.0\ \mu\text{C}$ está en $x = 1.00$ m y una carga negativa $q_2 = -2.00\ \mu\text{C}$ está en el origen. ¿Dónde se debe colocar una carga positiva q_3 en el eje x para que la fuerza resultante sobre ella sea cero?

RESPUESTA $x = -0.809$ m

EJEMPLO 13.3 Un triángulo cargado

OBJETIVO Aplicar la ley de Coulomb en dos dimensiones.

PROBLEMA Considere tres cargas puntuales en las esquinas de un triángulo, como se muestra en la figura 13.8, donde $q_1 = 6.00 \times 10^{-9}$ C, $q_2 = -2.00 \times 10^{-9}$ C y $q_3 = 5.00 \times 10^{-9}$ C. **a)** Encuentre los componentes de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ ejercida por q_2 sobre $q3$. **b)** Determine los componentes de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_{13}$ ejercida por q_1 sobre q_3. **c)** Encuentre la fuerza resultante sobre q_3, en términos de componentes y también en términos de magnitud y dirección.

ESTRATEGIA La ley de Coulomb proporciona la magnitud de cada fuerza, que se puede dividir con trigonometría del triángulo rectángulo en componentes x y y. Sume los vectores por componentes y luego encuentre la magnitud y la dirección del vector resultante.

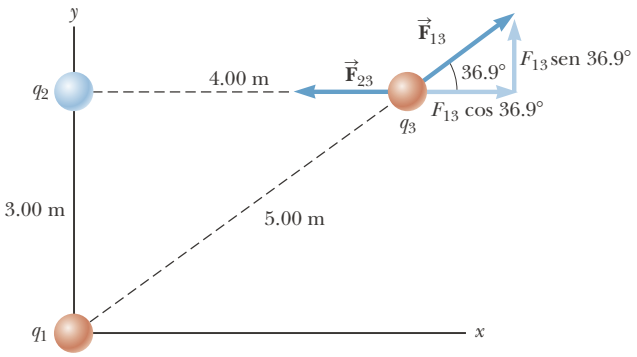


Figura 13.8 (Ejemplo 13.3) La fuerza ejercida por q_1 sobre q_3 es $\vec{\mathbf{F}}_{13}$. La fuerza ejercida por q_2 sobre q_3 es $\vec{\mathbf{F}}_{23}$. La *fuerza resultante* $\vec{\mathbf{F}}_3$ ejercida sobre q_3 es la suma de *vectores* $\vec{\mathbf{F}}_{13} + \vec{\mathbf{F}}_{23}$.

SOLUCIÓN

a) Encuentre los componentes de la fuerza ejercida por q_2 sobre q_3. Encuentre la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ con la ley de Coulomb:

$$F_{23} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{r^2}$$

$$= (8.99 \times 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)\ \frac{(2.00 \times 10^{-9}\ \text{C})(5.00 \times 10^{-9}\ \text{C})}{(4.00\ \text{m})^2}$$

$$F_{23} = 5.62 \times 10^{-9}\ \text{N}$$

Ya que $\vec{\mathbf{F}}_{23}$ es horizontal y apunta en la dirección x negativa, el negativo de la magnitud nos da el componente x y el componente y es igual a cero:

$$F_{23x} = -5.62 \times 10^{-9}\ \text{N}$$
$$F_{23y} = 0$$

b) Determine los componentes de la fuerza ejercida por q_1 sobre q_3. Encuentre la magnitud de $\vec{\mathbf{F}}_{13}$:

$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{r^2}$$

$$= (8.99 \times 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)\frac{(6.00 \times 10^{-9}\ \text{C})(5.00 \times 10^{-9}\text{C})}{(5.00\ \text{m})^2}$$

$$F_{13} = 1.08 \times 10^{-8}\ \text{N}$$

Use el triángulo dado para encontrar los componentes de $\vec{\mathbf{F}}_{13}$:

$$F_{13x} = F_{13}\cos\theta = (1.08 \times 10^{-8}\ \text{N})\cos(36.9°)$$
$$= 8.64 \times 10^{-9}\ \text{N}$$
$$F_{13y} = F_{13}\,\text{sen}\,\theta = (1.08 \times 10^{-8}\ \text{N})\,\text{sen}\,(36.9°)$$
$$= 6.48 \times 10^{-9}\ \text{N}$$

c) Encuentre los componentes del vector resultante. Sume los componentes de x para encontrar la resultante F_x:

$$F_x = -5.62 \times 10^{-9}\ \text{N} + 8.64 \times 10^{-9}\ \text{N}$$
$$= 3.02 \times 10^{-9}\ \text{N}$$

(*Continúa*)

Sume los componentes y para encontrar la resultante F_y: $F_y = 0 + 6.48 \times 10^{-9}\ \text{N} = \boxed{6.48 \times 10^{-9}\ \text{N}}$

Determine la magnitud de la fuerza resultante sobre la carga q_3, usando el teorema de Pitágoras:

$$|\vec{\mathbf{F}}| = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}}$$
$$= \sqrt{(3.02 \times 10^{-9}\ \text{N})^2 + (6.48 \times 10^{-9}\ \text{N})^2}$$
$$= \boxed{7.15 \times 10^{-9}\ \text{N}}$$

Encuentre el ángulo que hace la fuerza resultante respecto al eje x positivo:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{6.48 \times 10^{-9}\ \text{N}}{3.02 \times 10^{-9}\ \text{N}}\right) = \boxed{65.0^\circ}$$

COMENTARIOS Los métodos que se usan aquí son como los que se usan con ley de la gravitación de Newton en dos dimensiones.

PREGUNTA 13.3 Sin calcular realmente la fuerza eléctrica sobre q_2, determine el cuadrante en el que apunta el vector fuerza eléctrica.

EJERCICIO 13.3 Usando el mismo triángulo, encuentre los componentes del vector de la fuerza eléctrica en q_1 y la magnitud y la dirección del vector.

RESPUESTAS $F_x = -8.64 \times 10^{-9}$ N, $F_y = 5.52 \times 10^{-9}$ N, $F = 1.03 \times 10^{-8}$ N, $\theta = 147^\circ$

13.4 El campo eléctrico

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Definir el campo eléctrico y aplicar a los sistemas de partículas cargadas.

Tanto la fuerza gravitacional como la fuerza electrostática pueden actuar a través del espacio, produciendo un efecto incluso cuando no hay contacto físico entre los objetos involucrados. Las fuerzas de campo se pueden discutir de diversas maneras, pero un método desarrollado por Michael Faraday (1791–1867) es el más práctico. En este método se dice que existe un **campo eléctrico** en la región del espacio alrededor de un objeto cargado. El campo eléctrico ejerce una fuerza eléctrica sobre cualquier otro objeto cargado en el campo. Esto difiere del concepto de la ley de Coulomb sobre una fuerza ejercida una distancia en que la fuerza es ejercida ahora por algo (el campo) que está en la misma ubicación que el objeto cargado.

La figura 13.9 muestra un objeto con una carga pequeña positiva q_0 colocada cerca de un segundo objeto con una carga positiva mucho más grande Q.

El campo $\vec{\mathbf{E}}$ producido por una carga Q en la ubicación de una pequeña carga de "prueba" q_0 se define como la fuerza eléctrica $\vec{\mathbf{F}}$ ejercida por Q sobre q_0 dividida entre la carga de prueba q_0:

$$\vec{\mathbf{E}} \equiv \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_0} \qquad [13.3]$$

Unidad SI: Newton por Coulomb (N/C)

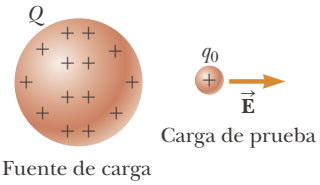


Figura 13.9 Un objeto pequeño con una carga positiva q_0 se coloca cerca de un objeto con una mayor carga positiva Q que está sujeto a un campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ dirigido como se muestra. La magnitud del campo eléctrico en la ubicación de q_0 se define como la fuerza eléctrica sobre q_0 dividida entre la carga q_0.

Conceptual y experimentalmente, se requiere que la carga de prueba q_0 sea muy pequeña (de hecho, arbitrariamente pequeña), por lo que no causa ningún cambio significativo de la carga que crea el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$. Sin embargo, desde el punto de vista matemático, el tamaño de la carga de prueba no importa: el cálculo es el mismo. En vista de ello, usar $q_0 = 1$ C en la ecuación 13.3 puede ser conveniente si no riguroso.

Cuando se usa una carga de prueba positiva, el campo eléctrico siempre tiene la misma dirección que la fuerza eléctrica sobre la carga de prueba, lo que se deduce de la ecuación 13.3. Por lo tanto, en la figura 13.9, la dirección del campo eléctrico es horizontal y hacia la derecha. El campo eléctrico en el punto A en la figura 13.10a es vertical y hacia abajo, porque en ese punto una carga de prueba positiva sería atraída hacia la esfera cargada negativamente.

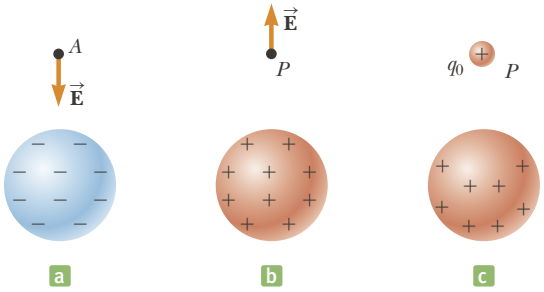


Figura 13.10 a) El campo eléctrico en A debido a la esfera cargada negativamente se dirige hacia abajo, hacia la carga negativa. b) El campo eléctrico en P debido a la esfera conductora con carga positiva se dirige hacia arriba, alejándose de la carga positiva. c) Una carga de prueba q_0 colocada en P causará un cambio de carga en la esfera a menos que q_0 sea insignificante pequeña en comparación con la carga sobre la esfera.

Una vez que se conoce el campo eléctrico debido a un determinado arreglo de cargas en algún momento, la fuerza sobre *cualquier* partícula con carga q colocada en ese punto se puede calcular a partir de un arreglo de la ecuación 13.3:

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}} \qquad [13.4]$$

Aquí q_0 se ha sustituido por q, que no necesita ser una carga de prueba simple.

Como se muestra en la figura 13.11, la dirección de $\vec{\mathbf{E}}$ es la de la fuerza que actúa sobre una carga de prueba positiva q_0 colocada en el campo. Decimos que **un campo eléctrico existe en un punto si una carga de prueba en ese punto está sujeta a una fuerza eléctrica**.

Considere una carga puntual q situada a una distancia r de una carga de prueba q_0. De acuerdo con la ley de Coulomb, la *magnitud de* la fuerza eléctrica de la carga q sobre la carga de prueba es

$$F = k_e \frac{|q||q_0|}{r^2} \qquad [13.5]$$

Debido a que la magnitud del campo eléctrico en la posición de la carga de prueba se define como $E = F/q_0$, se ve que la *magnitud* del campo eléctrico debido a la carga q en la posición de q_0 es

$$E = k_e \frac{|q|}{r^2} \qquad [13.6]$$

La ecuación 13.6 indica una propiedad importante de los campos eléctricos que los hace cantidades útiles para describir los fenómenos eléctricos. Como indica la ecuación, un campo eléctrico en un punto dado depende solo de la carga q sobre el objeto que establece el campo y la distancia r desde ese objeto hacia un punto específico en el espacio. Como resultado, se puede decir que existe un campo eléctrico en el punto P en la figura 13.11 ya sea que haya o no una carga de prueba en P.

El principio de superposición es válido cuando se calcula el campo eléctrico debido a un grupo de cargas puntuales. Primero usamos la ecuación 13.6 para calcular el campo eléctrico producido por cada carga individualmente en un punto y luego se suman los campos eléctricos como vectores.

También es importante aprovechar cualquier simetría de la distribución de la carga. Por ejemplo, si se colocan cargas iguales en $x = a$ y en $x = -a$, el campo eléctrico es cero en el origen, por simetría. Del mismo modo, si el eje x tiene una distribución uniforme de carga positiva, es posible suponer por simetría que el campo eléctrico sale del eje x y es cero de forma paralela a ese eje.

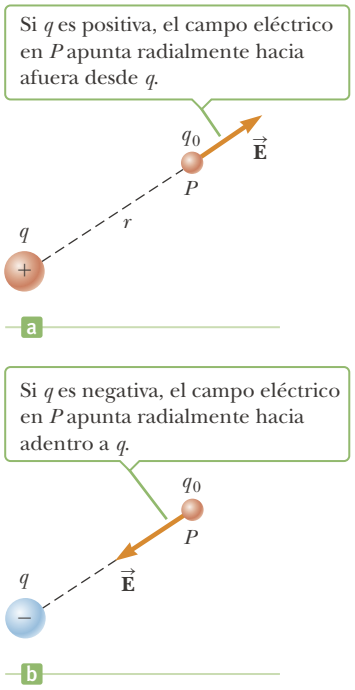


Figura 13.11 Una carga de prueba q_0 en P es una distancia r desde una carga de prueba q.

Cuestionario rápido

13.3 Una carga de prueba de $+3\ \mu$C está en un punto P donde el campo eléctrico debido a otras cargas se dirige hacia la derecha y tiene una magnitud de 4×10^6 N/C. Si la carga de prueba se sustituye por una carga de $-3\ \mu$C, el campo eléctrico en P a) tiene la misma magnitud que antes, pero cambia de dirección, b) aumenta en magnitud y cambia de dirección, c) continúa siendo el mismo, o d) disminuye en magnitud y cambia de dirección.

13.4 Un anillo circular de carga de radio b tiene una carga total q distribuida uniformemente alrededor de él. Encuentre la magnitud del campo eléctrico en el centro del anillo.

a) 0; b) $k_e q/b^2$; c) $k_e q^2/b^2$; d) $k_e q^2/b$; e) Ninguna de estas respuestas es correcta.

13.5 Un electrón "libre" y un protón "libre" se colocan en un campo eléctrico idéntico. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? a) Sobre cada partícula actúa la misma fuerza eléctrica y tiene la misma aceleración. b) La fuerza eléctrica sobre el protón es mayor en magnitud que la fuerza eléctrica sobre el electrón, pero en la dirección opuesta. c) La fuerza eléctrica sobre el protón es igual en magnitud a la fuerza eléctrica sobre el electrón, pero en la dirección opuesta. d) La magnitud de la aceleración del electrón es mayor que la del protón. e) Ambas partículas tienen la misma aceleración.

EJEMPLO 13.4 Aceite electrificado

OBJETIVO Usar fuerzas y campos eléctricos junto con la segunda ley de Newton en un problema unidimensional.

PROBLEMA Pequeñas gotas de aceite adquieren una pequeña carga negativa mientras caen por el vacío (presión = 0) en un experimento. Un campo eléctrico de magnitud 5.92×10^4 N/C apunta hacia abajo. **a)** Se observa que una gotita en especial permanece suspendida contra la gravedad. Si la masa de la gota es de 2.93×10^{-15} kg, encuentre la carga que tiene la gota. **b)** Otra gota de la misma masa cae 10.3 cm a partir del reposo en 0.250 s, otra vez moviéndose a través del vacío. Encuentre la carga que tiene la gota.

ESTRATEGIA Usamos la segunda ley de Newton con la fuerza gravitacional y con la eléctrica. En ambas partes el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ se dirige hacia abajo, que se toma como la dirección negativa, como se acostumbra. En el inciso a) la aceleración es igual a cero. En el inciso b) la aceleración es uniforme, por lo que se obtiene la aceleración usando las ecuaciones cinemáticas. Luego se puede usar la ley de Newton para despejar q.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la carga de la gota suspendida.

Aplique la segunda ley de Newton a la gota en la dirección vertical:

$$\text{1)} \quad ma = \sum F = -mg + Eq$$

E apunta hacia abajo, por lo tanto es negativa. Sea $a = 0$ en la ecuación 1) y despeje q:

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{(2.93 \times 10^{-15}\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)}{-5.92 \times 10^4\ \text{N/C}}$$
$$= \boxed{-4.85 \times 10^{-19}\ \text{C}}$$

b) Determine la carga en la gota que cae.

Use la ecuación cinemática del desplazamiento para encontrar la aceleración:

$$\Delta y = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

Sustituya $\Delta y = -0.103$ m, $t = 0.250$ s y $v_0 = 0$:

$$-0.103\ \text{m} = \tfrac{1}{2}\, a(0.250\ \text{s})^2 \quad \rightarrow \quad a = -3.30\ \text{m/s}^2$$

Despeje q en la ecuación 1) y sustituya:

$$q = \frac{m(a+g)}{E}$$
$$= \frac{(2.93 \times 10^{-15}\ \text{kg})(-3.30\ \text{m/s}^2 + 9.80\ \text{m/s}^2)}{-5.92 \times 10^4\ \text{N/C}}$$
$$= \boxed{-3.22 \times 10^{-19}\ \text{C}}$$

COMENTARIOS Este ejemplo presenta características similares al experimento de la gota de aceite de Millikan en la sección 13.7, que determina el valor de la carga eléctrica fundamental e. Observe que, en ambas partes del ejemplo, la carga es casi un múltiplo de e.

PREGUNTA 13.4 ¿Cuál sería la aceleración de la gota de aceite en el inciso a) si la dirección del campo eléctrico de repente se invirtiera sin cambiar de magnitud?

EJERCICIO 13.4 Suponga que una gota de masa desconocida queda suspendida contra la gravedad cuando $E = -2.70 \times 10^5$ N/C. ¿Cuál es la masa mínima de la gota?

RESPUESTA 4.41×10^{-15} kg

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Cálculo de fuerzas y campos eléctricos

El siguiente procedimiento se usa para calcular las fuerzas eléctricas. El mismo procedimiento se puede usar para el cálculo de un campo eléctrico, simplemente sustituyendo la carga de interés, q, con una carga de prueba conveniente y dividiendo entre la carga de prueba al final:

1. **Dibuje** un diagrama de las cargas del problema.
2. **Identifique** la carga de interés, q, y enciérrela en un círculo.
3. **Convierta todas las unidades** al SI, con las cargas en coulombs y las distancias en metros, para ser consistentes con el valor SI de la constante de Coulomb k_e.
4. **Aplique la ley de Coulomb.** Para cada carga Q, encuentre la fuerza eléctrica sobre la carga de interés, q. La magnitud de la fuerza se puede encontrar usando la ley de Coulomb. El vector dirección de la fuerza eléctrica está a lo largo de la recta que une a las dos cargas, y se dirige lejos de Q si las cargas tienen el mismo signo, o hacia Q si las cargas tienen signo contrario. Encuentre el ángulo θ que este vector hace con el eje x positivo. La componente x de la fuerza eléctrica ejercida por Q sobre q será $F\cos\theta$ y la componente y será $F\,\text{sen}\,\theta$.
5. **Sume todas las componentes *x*,** para obtener la componente x de la fuerza eléctrica resultante.
6. **Sume todas las componentes *y*,** para obtener la componente y de la fuerza eléctrica resultante.
7. **Use el teorema de Pitágoras y la trigonometría** para encontrar la magnitud y la dirección de la fuerza resultante, si lo desea.

EJEMPLO 13.5 Campo eléctrico debido a dos cargas puntuales

OBJETIVO Usar el principio de superposición para calcular el campo eléctrico debido a dos cargas puntuales.

PROBLEMA La carga $q_1 = 7.00\ \mu\text{C}$ está en el origen y la carga $q_2 = -5.00\ \mu\text{C}$ está sobre el eje x, a 0.300 m del origen (figura 13.12). a) Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el punto P, que tiene coordenadas (0, 0.400) m. b) Encuentre la fuerza sobre una carga de 2.00×10^{-8} colocada en P.

ESTRATEGIA Siga la estrategia de resolución de problemas para encontrar el campo eléctrico en el punto P debido a cada carga individual en términos de las componentes x y y, luego agregue las componentes de cada tipo para obtener las componentes x y y del campo eléctrico resultante en P. La magnitud de la fuerza en el inciso b) se puede encontrar multiplicando la magnitud del campo eléctrico por la carga.

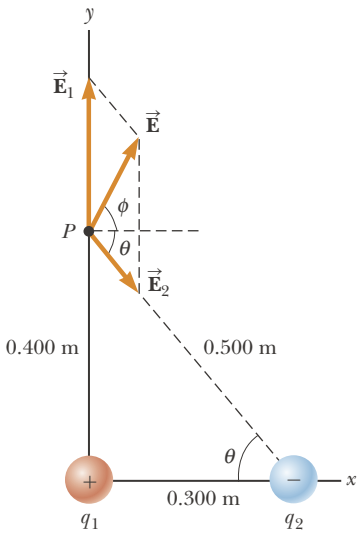


Figura 13.12 (Ejemplo 13.5) El campo eléctrico resultante $\vec{\mathbf{E}}$ en P es igual a la suma de vectores $\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2$, donde $\vec{\mathbf{E}}_1$ es el campo debido a la carga positiva q_1 y $\vec{\mathbf{E}}_2$ es el campo debido a la carga negativa q_2.

SOLUCIÓN

a) Calcule el campo eléctrico en P.

Encuentre la magnitud de $\vec{\mathbf{E}}_1$ con la ecuación 13.6:

$$E_1 = k_e\frac{|q_1|}{r_1^{\,2}} = (8.99 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)\frac{(7.00 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0.400\ \text{m})^2}$$
$$= 3.93 \times 10^5\ \text{N/C}$$

El vector $\vec{\mathbf{E}}_1$ es vertical, y forma un ángulo de 90° respecto al eje x positivo. Use este hecho para encontrar sus componentes:

$$E_{1x} = E_1\cos(90°) = 0$$
$$E_{1y} = E_1\,\text{sen}\,(90°) = 3.93 \times 10^5\ \text{N/C}$$

Luego, determine la magnitud de $\vec{\mathbf{E}}_2$, de nuevo con la ecuación 13.6:

$$E_2 = k_e\frac{|q_2|}{r_2^{\,2}} = (8.99 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)\frac{(5.00 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0.500\ \text{m})^2}$$
$$= 1.80 \times 10^5\ \text{N/C}$$

(*Continúa*)

Obtenga la componente x de $\vec{\mathbf{E}}_2$, usando el triángulo de la figura 13.12 para encontrar cos θ:

$$\cos\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} = \frac{0.300}{0.500} = 0.600$$

$$E_{2x} = E_2 \cos\theta = (1.80 \times 10^5 \text{ N/C})(0.600)$$
$$= 1.08 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Obtenga la componente y de la misma manera, pero debe colocarse un signo menos para sen θ ya que este componente está dirigido hacia abajo:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}} = \frac{0.400}{0.500} = 0.800$$

$$E_{2y} = E_2 \,\text{sen}\,\theta = (1.80 \times 10^5 \text{ N/C})(-0.800)$$
$$= -1.44 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Sume las componentes de x para obtener la componente de x del vector resultante:

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = 0 + 1.08 \times 10^5 \text{ N/C} = 1.08 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Sume las componentes de y para obtener la componente y del vector resultante.

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = 3.93 \times 10^5 \text{ N/C} - 1.44 \times 10^5 \text{ N/C}$$
$$E_y = 2.49 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Use el teorema de Pitágoras para encontrar la magnitud del vector resultante:

$$E = \sqrt{E_x^{\,2} + E_y^{\,2}} = 2.71 \times 10^5 \text{ N/C}$$

La función inversa de la tangente proporciona la dirección del vector resultante:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{E_y}{E_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2.49 \times 10^5 \text{ N/C}}{1.08 \times 10^5 \text{ N/C}}\right) = 66.6°$$

b) Determine la fuerza sobre una carga de 2.00×10^{-8} C colocada en P.

Calcule la magnitud de la fuerza (la dirección es la misma de $\vec{\mathbf{E}}$ porque la carga es positiva):

$$F = Eq = (2.71 \times 10^5 \text{ N/C})(2.00 \times 10^{-8} \text{ C})$$
$$= 5.42 \times 10^{-3} \text{ N}$$

COMENTARIOS Hubo muchos pasos en este problema, pero cada uno fue muy corto. Al atacar estos problemas es importante centrarse en un pequeño paso a la vez. La solución no proviene de un paso genial, sino de ensamblar un número de piezas relativamente fáciles.

PREGUNTA 13.5 Suponga que q_2 se movió lentamente hacia la derecha. ¿Qué pasaría con el ángulo ϕ?

EJERCICIO 13.5 a) Coloque una carga de -7.00 μC en el punto P y encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico en la posición de q_2 debida a q_1 y la carga en P. b) Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza en q_2.

RESPUESTAS a) 5.84×10^5 N/C, $\phi = 20.2°$; b) $F = 2.92$ N, $\phi = 200.°$

13.5 Líneas del campo eléctrico

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Relacionar el campo eléctrico con las líneas del campo eléctrico.
2. Establecer las reglas para dibujar las líneas del campo eléctrico y trazar las líneas del campo para las configuraciones de carga simple.

Sugerencia 13.1 Las líneas de campo eléctrico no son trayectorias de partículas

Las líneas de campo eléctrico *no* son objetos materiales. Se usan solo como una representación gráfica del campo eléctrico en varias ubicaciones. Excepto en los casos especiales, estas *no* representan la trayectoria de una partícula cargada en un campo eléctrico.

Una ayuda conveniente para visualizar los patrones del campo eléctrico es dibujar las líneas apuntando en la dirección del vector campo eléctrico en cualquier punto. Estas líneas, introducidas por Michael Faraday y llamadas **líneas de campo eléctrico**, están relacionadas con el campo eléctrico en cualquier región del espacio de la siguiente manera:

1. El vector de campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ es tangente a las líneas de campo eléctrico en cada punto.
2. El número de líneas por unidad de área que atraviesan una superficie perpendicular a las líneas es proporcional a la fuerza del campo eléctrico en una región dada.

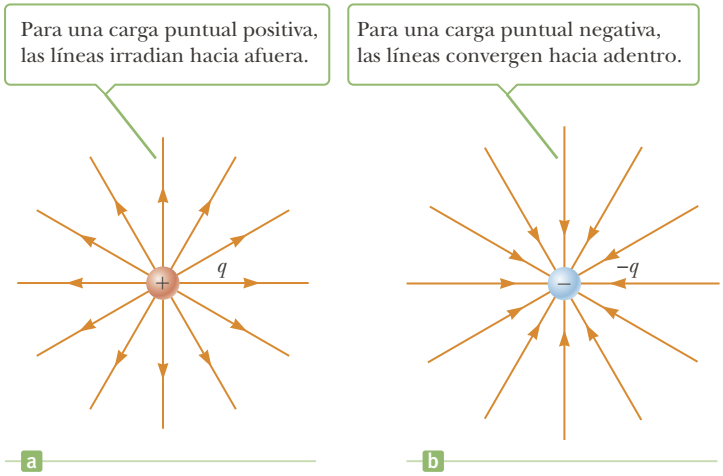


Figura 13.13 a), b) Las líneas de campo eléctrico para una carga puntual. Observe que las figuras muestran solo las líneas de campo que se encuentran en el plano de la página.

Observe que $\vec{\mathbf{E}}$ es grande cuando las líneas de campo están muy juntas y son pequeñas cuando se alejan.

La figura 13.13a muestra algunas líneas representativas del campo eléctrico para una única carga puntual positiva. Este dibujo bidimensional contiene solo las líneas de campo que se encuentran en el plano que contiene la carga puntual. Las líneas en realidad se dirigen radialmente hacia afuera de la carga en *todas* las direcciones, algo así como las púas de un puerco espín enojado. Debido a que una carga de prueba positiva colocada en este campo sería repelida por la carga q, las líneas se dirigen radialmente lejos de la carga positiva. Las líneas de campo eléctrico para una **única** carga puntual negativa se dirigen hacia la carga (figura 13.13b) debido a que una carga de prueba positiva es atraída por una carga negativa. En cualquier caso las líneas son radiales y se extienden hasta el infinito. Observe que las líneas están más juntas cuando se encuentran cerca de la carga, lo que indica que la intensidad del campo aumenta. La ecuación 13.6 verifica que este es realmente el caso.

Las reglas para dibujar las líneas de campo eléctrico para cualquier distribución de carga se deducen directamente de la relación entre las líneas de campo eléctrico y los vectores campo eléctrico:

1. Las líneas para un grupo de cargas puntuales deben empezar en las cargas positivas y terminar en las cargas negativas. En el caso de un exceso de carga, algunas líneas empezarán o terminarán infinitamente lejos.
2. El número de líneas dibujadas que salen de una carga positiva o terminan en una carga negativa es proporcional a la magnitud de la carga.
3. No hay dos líneas de campo que se puedan cruzar entre sí.

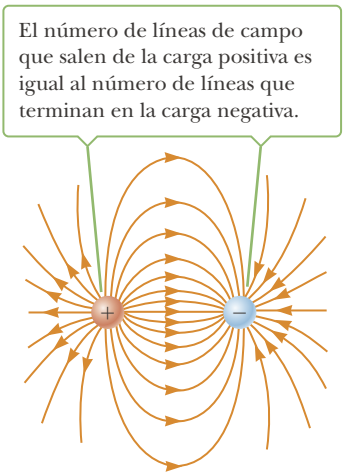


Figura 13.14 Las líneas de campo eléctrico para dos cargas puntuales y opuestas (un dipolo eléctrico).

La figura 13.14 muestra las líneas de campo eléctrico hermosamente simétricas de dos cargas puntuales de la misma magnitud, pero de signo contrario. Esta configuración de carga se denomina **dipolo eléctrico**. Observe que el número de líneas que empiezan en la carga positiva debe ser igual al número de las que terminan en la carga negativa. En los puntos muy cercanos a cualquier carga, las líneas son casi radiales. La alta densidad de las líneas entre las cargas indica un fuerte campo eléctrico en esta región.

La figura 13.15 muestra las líneas de campo eléctrico en la vecindad de dos cargas puntuales positivas iguales. Una vez más, cerca de cualquier carga las líneas son casi radiales. Sale el mismo número de líneas de cada carga ya que las cargas tienen las mismas magnitudes. A grandes distancias de las cargas, el campo es aproximadamente igual al de una única carga puntual de magnitud $2q$. El abultamiento de las líneas de campo eléctrico entre las cargas refleja la naturaleza repulsiva de la fuerza eléctrica entre las cargas. También, la baja densidad de las líneas de campo entre las cargas indica un campo débil en esta región, a diferencia del dipolo.

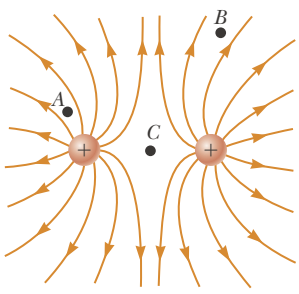


Figura 13.15 Las líneas de campo eléctrico para dos cargas puntuales positivas. Los puntos A, B y C se analizan en el Cuestionario rápido 13.6.

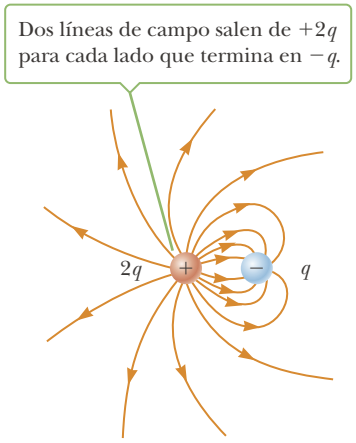


Figura 13.16 Las líneas de campo eléctrico para una carga puntual de $+2q$ y una segunda carga puntual de $-q$.

Por último, la figura 13.16 es un esquema de las líneas de campo eléctrico asociadas con la carga positiva $+2q$ y la carga negativa $-q$. En este caso el número de líneas que salen de la carga $+2q$ es el doble del número de las que terminan en la carga $-q$. Por lo tanto, solo la mitad de las líneas que salen de la carga positiva terminan en la carga negativa. La mitad restante termina en las cargas negativas que suponemos se encuentran en el infinito. A grandes distancias de las cargas (grandes en comparación con la separación de la carga), las líneas de campo eléctrico son equivalentes a las de una sola carga $+q$.

Cuestionario rápido

13.6 Clasifique la magnitud del campo eléctrico en los puntos *A*, *B* y *C* en la figura 13.15, con la magnitud más grande en primer lugar.
a) *A*, *B*, *C;* b) *A*, *C*, *B;* c) *C*, *A*, *B;* d) La respuesta no puede encontrarse por inspección visual.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 13.1 Medidas de los campos eléctricos atmosféricos

El campo eléctrico cerca de la superficie de la Tierra con buen tiempo es de cerca de 100 N/C hacia abajo. En una tormenta, el campo eléctrico puede ser muy grande, del orden de 20 000 N/C. ¿Cómo se miden los campos eléctricos?

EXPLICACIÓN Un dispositivo para la medición de estos campos se llama *molino de campo*. En la figura 13.17 se muestran los componentes fundamentales de un molino de campo: dos placas de metal paralelas al suelo. Cada placa está conectada a la tierra con un alambre, con un amperímetro (un dispositivo de baja resistencia para medir el flujo de carga, que se estudia en la sección 13.3) en una trayectoria. Considere primero solo la placa inferior. Debido a que está conectado a tierra y la tierra tiene una carga negativa, la placa se carga negativamente. Por lo tanto, las líneas de campo eléctrico están dirigidas hacia abajo, y terminan en la placa como en la figura 13.17a. Ahora imagine que la placa superior se mueve de repente sobre la placa inferior, como en la figura 13.17b. Esta placa también está conectada a tierra y también tiene carga negativa, por lo que las líneas de campo ahora terminan en la placa superior. Las cargas negativas en la placa inferior son repelidas por las de la placa superior y deben pasar a través del amperímetro, registrando un flujo de carga. La cantidad de carga que estaba en la placa inferior se relaciona con la intensidad del campo eléctrico. De esta manera, el flujo de carga que pasa por el amperímetro se puede calibrar para medir el campo eléctrico. Por lo general las placas están diseñadas como las aspas de un ventilador, y la placa superior gira de modo que la placa inferior se cubre y descubre alternativamente. Como resultado, las cargas fluyen hacia adelante y hacia atrás continuamente a través del amperímetro y la lectura puede estar relacionada con la intensidad del campo eléctrico. ■

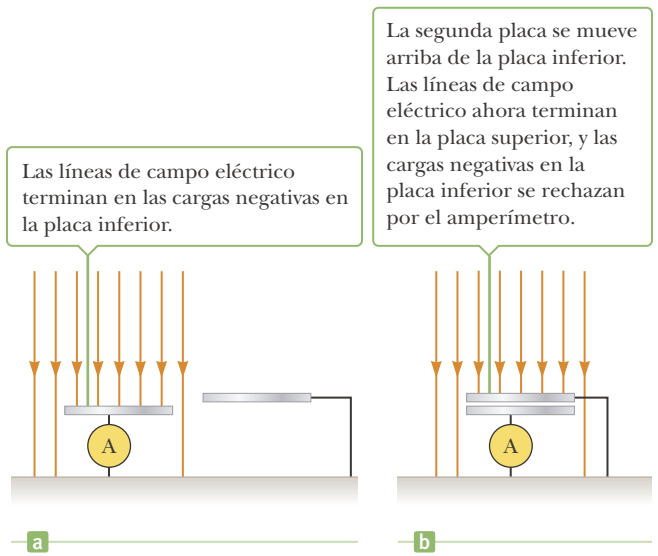


Figura 13.17 Montaje experimental para Aplicación de la física 13.1.

13.6 Conductores en equilibrio electrostático

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Discutir las propiedades de un conductor aislado en equilibrio electrostático.

Un buen conductor eléctrico como el cobre, aunque eléctricamente neutro, contiene cargas (electrones) que no están enlazados a ningún átomo y son libres de moverse dentro del material. Cuando no hay movimiento neto de carga en un conductor, se dice que este se encuentra en **equilibrio electrostático**. Un conductor aislado (uno que está aislado de la tierra) tiene las siguientes propiedades:

◀ Propiedades de un conductor aislado

1. El campo eléctrico es cero en todas partes dentro del material conductor.
2. Cualquier exceso de carga en un conductor aislado reside completamente en su superficie.
3. El campo eléctrico justo fuera de un conductor cargado es perpendicular a la superficie del conductor.
4. En un conductor de forma irregular, la carga se acumula en las puntas afiladas, donde el radio de curvatura de la superficie es más pequeño.

La primera propiedad se puede entender examinando lo que sucedería si *no* fuera cierto. Si hubiera un campo eléctrico dentro de un conductor, la carga libre se movería y se crearía un flujo de carga o corriente. Sin embargo, si hubiera un movimiento neto de la carga, el conductor ya no estaría en equilibrio electrostático.

La propiedad 2 es un resultado directo de la repulsión de $1/r^2$ entre las cargas del mismo signo descritas por la ley de Coulomb. Si por algún medio se coloca un exceso de carga dentro de un conductor, las fuerzas repulsivas entre las cargas iguales las separan tan lejos como sea posible, haciendo que rápidamente migren a la superficie. (No lo probaremos aquí, pero el exceso de carga reside en la superficie ya que la ley de Coulomb es una ley cuadrada inversa. Con cualquier otra ley de la energía, existiría un exceso de carga en la superficie, pero habría una distribución de carga, ya sea del mismo signo o de signo contrario, dentro del conductor.)

La propiedad 3 se puede entender considerando de nuevo lo que sucedería si no fuera cierta. Si el campo eléctrico en la figura 13.18 no fuera perpendicular a la superficie, tendría un componente a lo largo de la superficie, que haría que las cargas libres del conductor se movieran (hacia la izquierda en la figura). Si las cargas se movieran, sin embargo, se crearía una corriente y el conductor ya no estaría en equilibrio electrostático. Por lo tanto, $\vec{\mathbf{E}}$ debe ser perpendicular a la superficie.

Para ver por qué la propiedad 4 debe ser cierta, considere la figura 13.19a (página 462), que muestra un conductor que es bastante plano en un extremo y relativamente puntiagudo en el otro. Cualquier exceso de carga colocada sobre el objeto se mueve a su superficie. La figura 13.19b muestra las fuerzas entre las dos cargas en el

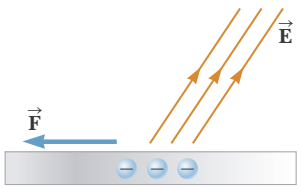


Figura 13.18 Esta situación es *imposible* si el conductor está en equilibrio electrostático. Si el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ tuviera un componente paralelo a la superficie, se ejercería una fuerza eléctrica sobre las cargas a lo largo de la superficie y estas se moverían hacia la izquierda.

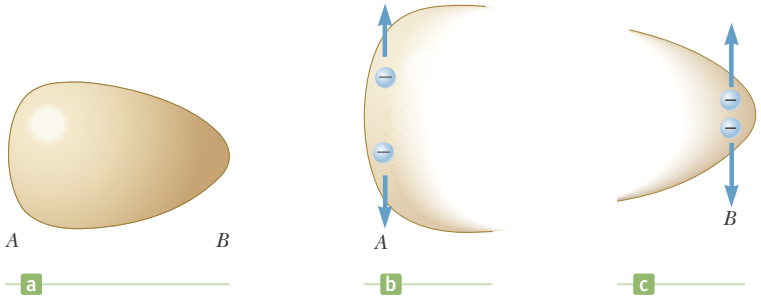


Figura 13.19 a) Un conductor con un extremo más plano *A* y un extremo relativamente afilado *B*. La carga en exceso que se coloca en este conductor reside completamente en su superficie y se distribuye para que b) haya menos carga por unidad de área en el extremo más plano y c) haya una gran carga por unidad de área en el extremo más agudo.

extremo más plano del objeto. Estas fuerzas se dirigen predominantemente paralelas a la superficie, por lo que las cargas se separan hasta que las fuerzas repulsivas de otras cargas cercanas establecen un equilibrio. Sin embargo, en el extremo afilado las fuerzas de repulsión entre dos cargas se dirigen predominantemente lejos de la superficie, como en la figura 13.19c. Como resultado, hay menos tendencia de las cargas a separarse a lo largo de la superficie aquí, y la cantidad de carga por unidad de área es mayor que en el extremo plano. El efecto acumulativo de estas fuerzas de las cargas cercanas en el extremo afilado produce una gran fuerza resultante dirigida alejándose de la superficie que puede ser lo suficientemente grande para hacer que las cargas salten de la superficie hacia el aire circundante.

Muchos experimentos han mostrado que la carga neta sobre un conductor reside en su superficie. Uno de esos experimentos fue realizado primero por Michael Faraday y se conoce como el *experimento de la cubeta de hielo de Faraday*. Faraday bajó una bola de metal con carga negativa en el extremo de un hilo de seda (un aislante) dentro de un conductor hueco aislado de tierra, una cubeta de hielo de metal como en la figura 13.20a. Cuando la pelota entró en la cubeta, se observó que se desviaba la aguja en un electrómetro conectado a la superficie externa de la cubeta (un electrómetro es un dispositivo que se usa para medir la carga). La aguja se desviaba porque la bola cargada inducía una carga positiva en la pared interior de la cubeta, lo que dejaba una carga negativa igual en la pared exterior (figura 13.20b).

Luego Faraday tocó la superficie interna de la cubeta con la bola y observó que la deflexión de la aguja no cambiaba, ya fuera cuando la bola tocaba la superficie interna de la cubeta (figura 13.20c) o cuando se retiraba (figura 13.20d). Además, encontró que la bola estaba ahora descargada porque cuando tocó el interior de la cubeta, extrajo el exceso de carga negativa de la pelota, neutralizando la carga positiva inducida en la superficie interna de la cubeta. De esta manera Faraday descubrió lo útil que resultaba que *todo* el exceso de carga sobre un objeto se transfiriera a un cascarón del metal ya cargado si el objeto se tocaba en el *interior* del cascarón. Como veremos, este resultado es el principio de funcionamiento del generador de van de Graaff.

Faraday concluyó que debido a la deflexión de la aguja en el electrómetro no cambió cuando la bola cargada tocó el interior de la cubeta, la carga positiva inducida sobre la superficie interior de la cubeta era suficiente para neutralizar la carga negativa en la bola. Como resultado de sus investigaciones, supuso que un objeto cargado suspendido dentro de un contenedor de metal cambiaba la carga en el contenedor para que el signo de la carga en su superficie interior fuera de signo *opuesto* al de la carga en el objeto suspendido. Esto produjo una carga en la superficie exterior del contenedor del mismo signo que la del objeto suspendido.

Faraday también descubrió que, si el electrómetro se conectaba a la superficie interior de la cubeta después de que el experimento había funcionado, la aguja no mostraba ninguna desviación. Por lo que, la carga en *exceso* adquirida por la cubeta cuando se estableció contacto entre la bola y la cubeta se presentó en la superficie externa de la cubeta.

Si una varilla de metal con puntas afiladas se coloca en una casa, la mayoría de la carga sobre la casa pasa por estas puntas, eliminando la carga inducida producida por las nubes de tormenta. Además, cuando la descarga de un relámpago cae en la casa, pasa a través de la varilla y llega con seguridad a tierra a través de los alam-

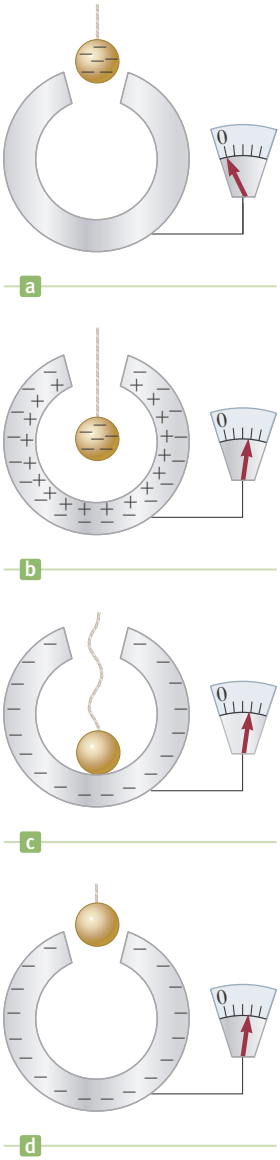


Figura 13.20 Un experimento que muestra que en equilibrio electrostático cualquier carga transferida a un conductor reside en su superficie. El conductor hueco está aislado de tierra, y la pequeña bola de metal está sostenida por un hilo aislante.

bres de la varilla a Tierra. Los primeros pararrayos fueron desarrollados con este principio por Benjamín Franklin. Algunos países europeos no podían aceptar el hecho de que esa valiosa idea se hubiera originado en el nuevo mundo, de modo que "mejoraron" el diseño ¡eliminando las partes afiladas!

APLICACIÓN
Pararrayos

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 13.2 Conductores y líneas de campo

Suponga que una carga puntual $+Q$ está en un espacio vacío. Usando guantes de caucho, usted procede a rodear la carga con un cascarón esférico concéntrico. ¿Qué efecto tiene en las líneas del campo de la carga?

EXPLICACIÓN Cuando se coloca el cascarón esférico alrededor de la carga, las cargas en el cascarón se reorganizan a fin de satisfacer las reglas para un conductor en equilibrio. Una carga neta $-Q$ se mueve hacia la superficie interior del conductor, de modo que el campo eléctrico dentro del conductor se convierte en cero. Esto significa que las líneas de campo que se originan en la carga $+Q$ ahora terminan en las cargas negativas. El movimiento de las cargas negativas hacia la superficie interna de la esfera deja una carga neta $+Q$ en la superficie externa de la esfera. Entonces las líneas de campo fuera de la esfera se ven como antes: el único cambio, sobre todo, es la ausencia de líneas de campo dentro del conductor. ■

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 13.3 Seguridad vial durante las tormentas eléctricas

¿Por qué es seguro permanecer dentro de un automóvil durante una tormenta eléctrica?

EXPLICACIÓN Muchas personas creen que permanecer dentro del vehículo es seguro debido a las características aislantes de los neumáticos de caucho, pero en realidad eso no es verdad. Los rayos pueden recorrer varios kilómetros de aire, por lo que sin duda pueden penetrar un centímetro de caucho. La seguridad de permanecer en el coche se debe al hecho de que las cargas en la carrocería de metal del automóvil residirán en la superficie externa del coche, como se indica en la propiedad 2 que se ha estudiado antes. Como resultado, un ocupante del automóvil que toca las superficies internas no está en peligro. ■

13.7 El experimento de la gota de aceite de Millikan

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Describir el experimento de la gota de aceite de Robert Millikan y cómo mide la carga del electrón.

Desde 1909 a 1913, Robert Andrews Millikan (1868–1953) realizó un brillante conjunto de experimentos en la Universidad de Chicago, en los que midió la carga elemental e del electrón y demostró la naturaleza cuantizada de la carga electrónica. El aparato que usó, ilustrado en la figura 13.21, contiene dos placas de metal paralelas. Las gotitas de aceite que se han cargado por medio de la fricción en un atomizador pueden pasar a través de un pequeño agujero en la placa superior. Se utiliza un haz de luz horizontal para iluminar las gotas, que por el telescopio tienen un eje perpendicular al haz. Las gotas parecen estrellas brillantes contra un fondo oscuro, y se puede determinar la velocidad de caída de las gotas individuales.

Suponga que una sola gota tiene una masa m y una carga q, y que su carga es negativa. Si no hay un campo eléctrico presente entre las placas, las dos fuerzas que

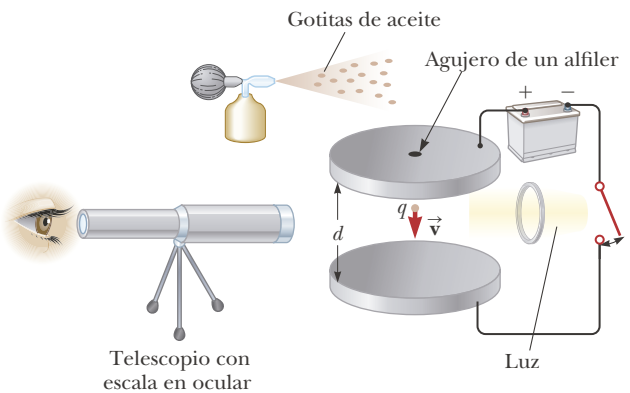


Figura 13.21 Una vista esquemática del aparato de la gota de aceite de Millikan.

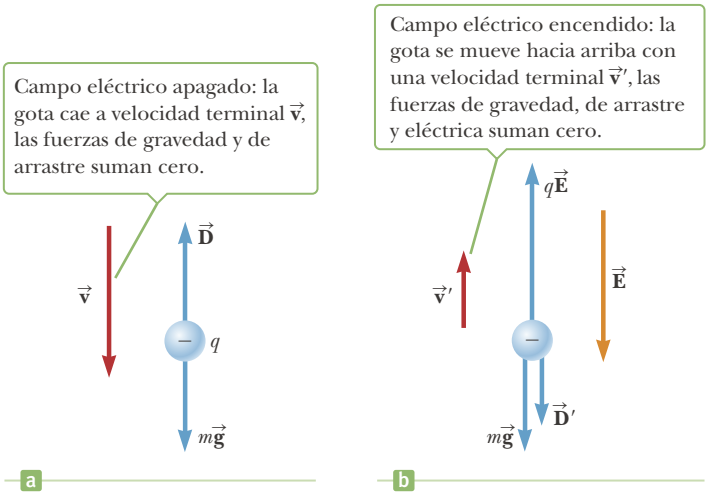


Figura 13.22 Las fuerzas sobre una gota de aceite cargada negativamente en el experimento de Millikan.

actúan sobre la carga son la fuerza de gravedad, $m\vec{g}$, que actúa hacia abajo, y una fuerza de fricción viscosa hacia arriba $\vec{D}$ (figura 13.22a). La fuerza de fricción es proporcional a la velocidad de la gota. Cuando la gota alcanza su velocidad terminal, v, las dos fuerzas se equilibran mutuamente ($mg = D$).

Ahora suponga que se establece un campo eléctrico entre las placas de una batería conectada de modo que la placa superior está cargada positivamente. En este caso una tercera fuerza, $q\vec{E}$, actúa sobre la gota cargada. Debido a que q es negativa y $\vec{E}$ está dirigida hacia abajo, la fuerza eléctrica se dirige *hacia arriba* como se indica en la figura 13.22b. Si esta fuerza es suficientemente grande, la gota se mueve hacia arriba y la fuerza de arrastre $\vec{D}'$ actúa hacia abajo. Cuando la fuerza eléctrica ascendente, $q\vec{E}$, equilibra la suma de la fuerza de la gravedad y la fuerza de fricción, y ambas actúan hacia abajo, la gota alcanza una nueva velocidad terminal v'.

Con el campo activado, una gota se mueve lentamente hacia arriba, por lo general a una velocidad de un *centésimo* de centímetro por segundo. Es comparable la velocidad de caída en ausencia de un campo. Por lo tanto, una sola gota con masa y radio constantes puede ser seguida durante horas por elevaciones y caídas, simplemente encendiendo y apagando el campo eléctrico.

Después de realizar medidas en miles de gotitas, Millikan y sus colaboradores encontraron que, dentro de aproximadamente 1% precisión, cada gota tenía una carga equivalente a un múltiplo entero positivo o negativo de la carga elemental e,

$$q = ne \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \qquad [13.7]$$

donde $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C. Más tarde se estableció que los múltiplos enteros positivos de e surgieron cuando una gota de aceite perdió uno o más electrones. Asimismo, los números enteros múltiplos negativos de e surgirían cuando una gota hubiera ganado uno o más electrones. Las ganancias o pérdidas de números enteros proporcionan evidencia concluyente de que la carga está cuantizada. En 1923, Millikan recibió el Premio Nobel de física por este trabajo.

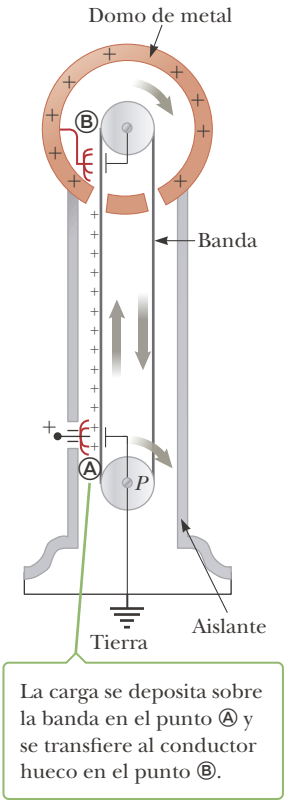


Figura 13.23 Un diagrama esquemático de un generador de van de Graaff. La carga se transfiere al domo por medio de una banda que gira.

13.8 El generador de van de Graaff

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Describir los principios de funcionamiento del generador electrostático de Robert van de Graaff.

En 1929 Robert J. van de Graaff (1901–1967) diseñó y construyó un generador electrostático que se ha usado ampliamente en la investigación de física nuclear. Los principios de su funcionamiento se pueden comprender con el conocimiento de las propiedades de los campos y las cargas eléctricas que ya se han presentado en este capítulo. La figura 13.23 muestra la construcción básica de este dispositivo. Una polea motorizada P mueve una banda positivamente cargada que pasa por un peine cargado de dientes metálicos colocado en A. Las cargas negativas son atraídas a estos dientes desde la banda, dejando el lado izquierdo de la banda con una red de cargas

positivas. Las cargas positivas atraen electrones a la banda como si se movieran más allá de un segundo peine de dientes en *B*, aumentando la carga positiva exceso en el domo. Ya que el campo eléctrico dentro del domo del metal es despreciable, la carga positiva en este puede aumentar con facilidad independientemente de cuánta carga ya hay. El resultado es que el domo queda con una gran cantidad de carga positiva.

Esta acumulación de carga en el domo no puede continuar indefinidamente. Conforme más y más carga aparece en su superficie, también se incrementa la magnitud del campo eléctrico en ella. Por último, la intensidad del campo se hace suficientemente grande para ionizar parcialmente el aire cerca de la superficie, aumentando la conductividad del aire. Las cargas en el domo ahora tienen una vía de escape hacia el aire, produciendo algunos "relámpagos" espectaculares cuando se produce la descarga. Como se indicó antes, a las cargas les resulta más fácil saltar de una superficie puntiaguda donde la curvatura es grande. Como resultado, una forma de inhibir la descarga eléctrica y aumentar la cantidad de carga que se puede almacenar en el domo, es incrementar el radio. Otro método para inhibir la descarga es colocar todo el sistema en un recipiente lleno de un gas a alta presión, que es significativamente más difícil de ionizar que el aire a presión atmosférica.

Si los protones (u otras partículas cargadas) se introducen en un tubo unido al domo, el gran campo eléctrico del domo ejerce una fuerza repulsiva entre los protones, haciendo que se aceleren hacia energías suficientemente altas para iniciar reacciones nucleares entre los protones y varios núcleos destino.

13.9 Flujo eléctrico y la ley de Gauss

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir flujo eléctrico y calcularlo en contextos elementales.
2. Enunciar la ley de Gauss en relación con el flujo eléctrico que pasa a través de una superficie cerrada con la carga dentro de la superficie.
3. Aplicar la ley de Gauss a las distribuciones de carga.

La ley de Gauss es en esencia una técnica para calcular el campo eléctrico promedio sobre una superficie cerrada, desarrollado por Karl Friedrich Gauss (1777–1855). Cuando el campo eléctrico, debido a su simetría, es constante en todas partes de esa superficie y perpendicular a esta, se puede encontrar el campo eléctrico exacto. En estos casos especiales, la ley de Gauss es mucho más fácil de aplicar que la ley de Coulomb.

La ley de Gauss relaciona el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada y la carga total dentro de esa superficie. Una *superficie cerrada* tiene un lado interior y uno exterior: un ejemplo es una esfera. El *flujo eléctrico* es una medida de cuánto penetran los vectores campo eléctrico a través de una superficie dada. Si, por ejemplo, los vectores campo eléctrico son tangentes a la superficie en todos los puntos, no penetran la superficie y el flujo eléctrico que pasa a través de la superficie es cero. Estos conceptos se discutirán con más profundidad en las dos subsecciones siguientes. Como se verá, la ley de Gauss establece que el flujo eléctrico que pasa a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga contenida *dentro* de la superficie.

Flujo eléctrico

Considere un campo eléctrico que tiene magnitud y dirección uniformes, como en la figura 13.24. Las líneas de campo eléctrico penetran en una superficie de área *A*, que es perpendicular al campo. La técnica que se usa para la elaboración de una figura como la 13.24 es que el número de líneas por unidad de área, N/A, es proporcional a la magnitud del campo eléctrico, o $E \propto N/A$. Podemos reescribir esta proporción como $N \propto EA$, lo que significa que el número de líneas de campo es proporcional al *producto* de E y A, llamado **flujo eléctrico** y representado por el símbolo Φ_E:

$$\Phi_E = EA \qquad [13.8]$$

Observe que Φ_E tiene unidades SI de $N \cdot m^2/C$ y es proporcional al número de líneas de campo que pasan a través de alguna zona A orientada de manera perpendicular

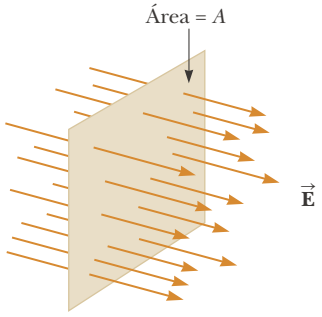


Figura 13.24 Las líneas de un campo eléctrico uniforme penetran en un plano perpendicular del área A en el campo. El Φ_E de flujo eléctrico a través de esta área es igual a EA.

al campo. (Se llama flujo por analogía con el término *flujo* en el flujo de fluidos, que es el volumen de líquido que fluye a través de un área perpendicular por segundo.) Si la superficie considerada no es perpendicular al campo, como en la figura 13.25, la expresión para el flujo eléctrico es

Flujo eléctrico ▶

$$\Phi_E = EA\cos\theta \qquad [13.9]$$

donde un vector perpendicular al área A está a un ángulo θ respecto al campo. Con frecuencia se dice que este vector es *normal* a la superficie, y nos referiremos a él como "vector normal a la superficie". El número de líneas que cruzan esta área es igual al número de líneas que cruzan el área proyectada A', que es perpendicular al campo. Vemos que las dos áreas están relacionadas por $A' = A\cos\theta$. De la ecuación 13.9, se ve que el flujo a través de una superficie de área fija tiene el valor máximo EA cuando la superficie es perpendicular al campo (cuando $\theta = 0°$) y que el flujo es cero cuando la superficie es paralela al campo (cuando $\theta = 90°$). **Por convención, para una superficie cerrada, las líneas de flujo que entran al volumen son negativas y las que salen del volumen son positivas.** Esta convención es equivalente a requerir que el vector normal de la superficie apunte hacia afuera cuando se calcula el flujo que pasa a través de una superficie cerrada.

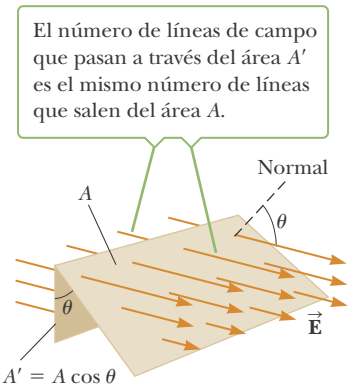


Figura 13.25 El número de líneas de campo que pasan a través de una superficie A que tiene un ángulo de $(90° - \theta)$ del campo.

Cuestionario rápido

13.7 Calcule la magnitud del flujo de un campo eléctrico constante de 5.00 N/C en la dirección z que pasa a través de un rectángulo con área 4.00 m^2 en el plano xy. a) 0 b) 10.0 N · m^2/C c) 20.0 N · m^2/C d) Se necesita más información.

13.8 Suponga que el campo eléctrico del cuestionario rápido 13.7 está inclinado 60° de la dirección z positiva. Calcule la magnitud del flujo que pasa a través de la misma área. a) 0 b) 10.0 N · m^2/C c) 20.0 N · m^2/C d) Se necesita más información.

EJEMPLO 13.6 Flujo que pasa a través de un cubo

OBJETIVO Calcular el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada.

PROBLEMA Considere un campo eléctrico uniforme orientado en la dirección x. Determine el flujo eléctrico que pasa a través de cada superficie de un cubo con aristas L orientado como se muestra en la figura 13.26 y el flujo neto.

ESTRATEGIA Este problema implica sustituir en la definición de flujo eléctrico dada por la ecuación 13.9. En cada caso E y $A = L^2$ son las mismas; la única diferencia es el ángulo θ que forma el campo eléctrico respecto a un vector perpendicular a una superficie dada y que apunta hacia afuera (el vector normal a la superficie). Los ángulos se pueden determinar por inspección. El flujo que pasa a través de una superficie paralela al plano xy será etiquetado como Φ_{xy} y se designa más por la posición (delantera, trasera); otros se clasificarán de manera similar: Φ_{xz} superior o inferior y Φ_{yz} izquierda o derecha.

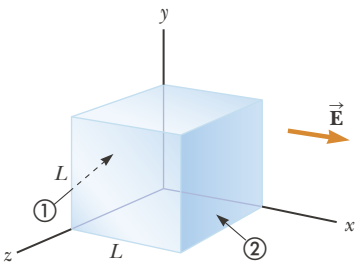


Figura 13.26 (Ejemplo 13.6) Una superficie hipotética en forma de cubo en un campo eléctrico uniforme paralelo al eje x. El flujo neto a través de la superficie es cero cuando la carga neta dentro del cubo es cero.

SOLUCIÓN

El vector normal al plano xy apunta en la dirección z negativa. Esta, a su vez, es perpendicular a $\vec{\mathbf{E}}$, por lo que $\theta = 90°$. (El lado opuesto se calcula de manera similar.)

$$\Phi_{xy} = EA\cos(90°) = 0 \text{ (superficies delantera y trasera)}$$

El vector normal al plano xz apunta en la dirección y negativa. Esta, a su vez, es perpendicular a $\vec{\mathbf{E}}$, por lo que de nuevo $\theta = 90°$. (El lado opuesto se calcula de manera similar.)

$$\Phi_{xz} = EA\cos(90°) = 0 \text{ (superficies superior e inferior)}$$

El vector normal a la superficie ① (plano yz) apunta en la dirección x negativa. Esto es antiparalelo a $\vec{\mathbf{E}}$, por lo que $\theta = 180°$.

$$\Phi_{yz} = EA\cos(180°) = -EL^2 \text{ (superficie ①)}$$

La superficie ② tiene el vector normal apuntando en la dirección x positiva, por lo que $\theta = 0°$.

$$\Phi_{yz} = EA\cos(0°) = EL^2 \text{ (superficie ②)}$$

Se calcula el flujo neto sumando:

$$\Phi_{\text{neto}} = 0 + 0 + 0 + 0 - EL^2 + EL^2 = 0$$

COMENTARIOS Al hacer este cálculo es necesario recordar que el ángulo en la definición de flujo se mide del vector normal a la superficie y que este vector debe apuntar hacia el exterior de una superficie cerrada. Como resultado, el vector normal para el plano yz en la izquierda apunta en la dirección x negativa y el vector normal al plano paralelo al plano yz en la derecha apunta en la dirección x positiva. Observe que no hay cargas en la caja. El flujo eléctrico neto siempre es cero para superficies cerradas que contienen una carga neta de cero.

PREGUNTA 13.6 Si la superficie de la figura 13.26 fuera esférica, ¿la respuesta sería a) mayor que b) menor que, o c) igual que el flujo eléctrico neto encontrado para la superficie cúbica?

EJERCICIO 13.6 Suponga que el campo eléctrico constante en el ejemplo 13.6 apunta en la dirección y positiva. Calcule el flujo a través del plano xz y la superficie paralela a este. ¿Cuál es el flujo eléctrico neto que pasa a través de la superficie del cubo?

RESPUESTAS $\Phi_{xz} = -EL^2$ (superficie inferior), $\Phi_{xz} = +EL^2$ (superficie superior). El flujo neto sigue siendo cero.

Ley de Gauss

Considere una carga puntual q rodeada por una superficie esférica de radio r centrada en la carga, como en la figura 13.27a. La magnitud del campo eléctrico en cualquier parte de la superficie de la esfera es

$$E = k_e \frac{q}{r^2}$$

Observe que el campo eléctrico es perpendicular a la superficie esférica en todos los puntos en la superficie. Por lo tanto, el flujo eléctrico a través de la superficie es EA, donde $A = 4\pi r^2$ es el área superficial de la esfera:

$$\Phi_E = EA = k_e \frac{q}{r^2}(4\pi r^2) = 4\pi k_e q$$

A veces es conveniente expresar k_e en términos de otra constante ϵ_0, ya que $k_e = 1/(4\pi\epsilon_0)$. La constante ϵ_0 se denomina **permitividad del espacio libre** y tiene el valor

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_e} = 8.85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2 \qquad [13.10]$$

El uso de k_e o ϵ_0 es estrictamente una cuestión de gusto. El flujo eléctrico a través de la superficie esférica cerrada que rodea la carga q ahora se puede expresar como

$$\Phi_E = 4\pi k_e q = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Este resultado dice que el flujo eléctrico a través de una esfera que rodea una carga q es igual a la carga dividida entre la constante ϵ_0. Usando el cálculo, este resultado se puede demostrar para *cualquier* superficie cerrada que rodea la carga q. Por ejemplo, si la superficie que rodea a q es irregular, como en la figura 13.27b, el flujo que pasa a través de la superficie también es q/ϵ_0. Esto conduce al siguiente resultado general, conocido como ley de Gauss:

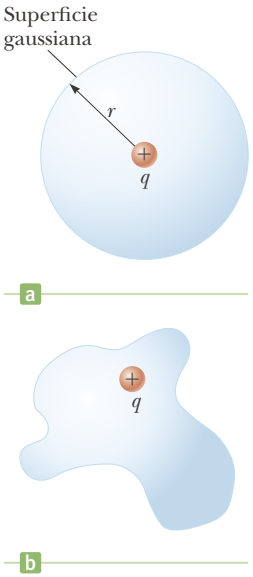


Figura 13.27 a) El flujo que pasa a través de una superficie esférica de radio r alrededor de un punto de carga q es $\Phi_E = q/\epsilon_0$. b) el flujo a través de cualquier superficie arbitraria que rodea la carga también es igual a q/ϵ_0.

> El flujo eléctrico Φ_E que pasa a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga neta dentro de la superficie, Q_{interior}, dividida entre ϵ_0:
>
> $$\Phi_E = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_0} \qquad [13.11]$$

◀ Ley de Gauss

Aunque no es evidente, la ley de Gauss describe cómo las cargas crean los campos eléctricos. En principio siempre se puede usar para calcular el campo eléctrico de un sistema de cargas o una distribución continua de carga. En la práctica, la técnica es

Sugerencia 13.2 Las superficies gaussianas no son reales

Una superficie gaussiana es una superficie imaginaria, creada exclusivamente para facilitar un cálculo matemático. No necesariamente coincide con la superficie de un objeto físico.

útil solo en un número limitado de casos en los que existe un alto grado de simetría, como planos, esferas o cilindros. Con la simetría de estas formas especiales, las cargas pueden estar rodeadas por una superficie imaginaria, llamada una superficie gaussiana. Esta se usa estrictamente para el cálculo matemático y no tiene que ser una superficie física real. Si la superficie imaginaria se elige para que el campo eléctrico sea constante en todas partes dentro de esta, el campo eléctrico se puede calcular con

$$EA = \Phi_E = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_0} \qquad [13.12]$$

como se verá en los ejemplos. Aunque la ley de Gauss en esta fórmula se puede usar para obtener el campo eléctrico solo para los problemas con mucha simetría, *siempre* se puede usar para obtener el campo eléctrico *promedio* en *cualquier* superficie.

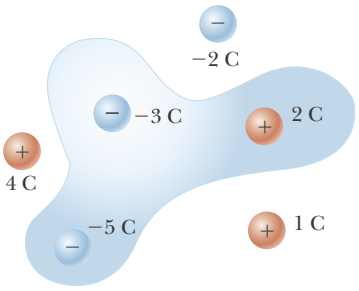


Figura 13.28 (Cuestionario rápido 13.9)

Cuestionario rápido

13.9 Encuentre el flujo eléctrico a través de la superficie en la figura 13.28. Suponga que todas las cargas en el área sombreada se encuentran dentro de la superficie.
a) $-(3\text{ C})/\epsilon_0$ b) $(3\text{ C})/\epsilon_0$ c) 0 d) $-(6\text{ C})/\epsilon_0$

13.10 Para una superficie cerrada a través de la cual el flujo neto es cero, cada una de las siguientes cuatro afirmaciones *podría* ser cierta. ¿Cuál de las afirmaciones *debe* ser verdad? (Puede haber más de una.) a) No hay cargas dentro de la superficie. b) La carga neta dentro de la superficie es cero. c) El campo eléctrico es cero en todas partes sobre la superficie. d) El número de líneas de campo eléctrico en la superficie es igual al número de líneas que salen de la superficie.

EJEMPLO 13.7 El campo eléctrico de un cascarón esférico cargado

OBJETIVO Usar la ley de Gauss para determinar los campos eléctricos cuando la simetría es esférica.

PROBLEMA Un cascarón conductor esférico de radio interior a y radio exterior b tiene una carga total $+Q$ distribuida en la superficie de un cascarón conductor (figura 13.29a). La cantidad Q se considera positiva. **a)** Determine el campo eléctrico en el interior del cascarón conductor, para $r < a$ y **b)** el campo eléctrico fuera del cascarón, para $r > b$. c) Si se coloca en el centro una carga adicional de $-2Q$, encuentre el campo eléctrico para $r > b$. **d)** ¿Cuál es la distribución de carga sobre la esfera en el inciso c)?

ESTRATEGIA Para cada parte, dibuje una superficie gaussiana esférica en la región de interés. Sume la carga dentro de la superficie gaussiana, sustituya esta y el área de la ley de Gauss y determine el campo eléctrico. Para encontrar la distribución de carga en el inciso c), use la ley de Gauss a la inversa: la distribución de carga debe ser tal que el campo electrostático sea cero dentro de un conductor.

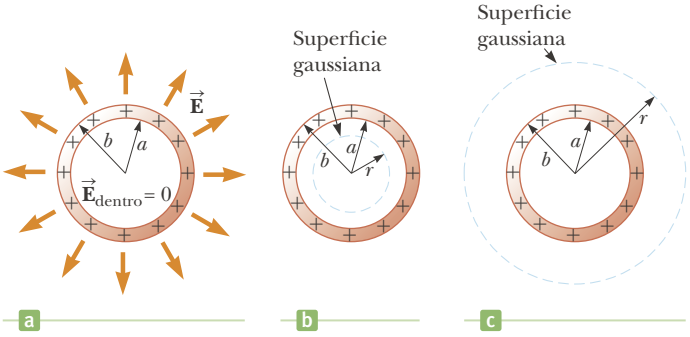


Figura 13.29 (Ejemplo 13.7) a) El campo eléctrico dentro de un cascarón esférico uniformemente cargado es *cero*. También es cero para el material conductor en la región $a < r < b$. El campo afuera es igual al de una carga puntual que tiene una carga total Q, situada en el centro del cascarón. b) Construcción de una superficie gaussiana para calcular el campo eléctrico *dentro* de un cascarón esférico. c) Construcción de una superficie gaussiana para calcular el campo eléctrico *fuera* de un cascarón esférico.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el campo eléctrico para $r < a$.

Aplicar la ley de Gauss, ecuación 13.12, a la superficie gaussiana que se ilustra en la figura 13.29b (observe que no hay ninguna carga dentro de esta superficie):

$$EA = E(4\pi r^2) = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_0} = 0 \quad \rightarrow \quad E = 0$$

b) Encuentre el campo eléctrico para $r > b$.

Aplicar la ley de Gauss, ecuación 13.12, a la superficie gaussiana ilustrada en la figura 13.29c:

$$EA = E(4\pi r^2) = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Divida entre el área:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

c) Ahora se coloca una carga adicional de $-2Q$ en el centro de la esfera. Calcule el nuevo campo eléctrico fuera de la esfera, para $r > b$.

Aplicar la ley de Gauss en el inciso b), incluyendo la nueva carga Q_{interior}:

$$EA = E(4\pi r^2) = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_0} = \frac{+Q - 2Q}{\epsilon_0}$$

Despejar el campo eléctrico:

$$E = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

d) Encuentre la distribución de la carga en la esfera del inciso c). Escribir la ley de Gauss para el interior del cascarón:

$$EA = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_0} = \frac{Q_{\text{centro}} + Q_{\text{superficie interna}}}{\epsilon_0}$$

Determinar la carga en la superficie interna del cascarón, considerando que el campo eléctrico en el conductor es cero:

$$Q_{\text{centro}} + Q_{\text{superficie interna}} = 0$$
$$Q_{\text{superficie interna}} = -Q_{\text{centro}} = +2Q$$

Encontrar la carga en la superficie externa, considerando que las cargas superficiales interna y externa deben sumar $+Q$:

$$Q_{\text{superficie externa}} + Q_{\text{superficie interna}} = Q$$
$$Q_{\text{superficie externa}} = -Q_{\text{superficie interna}} + Q = -Q$$

COMENTARIOS Es importante notar que, en cada caso, la carga se extiende sobre una región esférica simétrica o se sitúa en el centro exacto. Esto es lo que permite el cálculo de un valor para el campo eléctrico.

PREGUNTA 13.7 Si la carga en el centro de la esfera se hace positiva, ¿de qué modo resulta afectada la carga en la superficie interna de la esfera?

EJERCICIO 13.7 Suponga que la carga en el centro ahora se incrementa a $+2Q$, mientras que la superficie del conductor aún conserva una carga de $+Q$. a) Encuentre el campo eléctrico exterior a la esfera, para $r > b$. b) ¿Cuál es el campo eléctrico dentro del conductor, para $a < r < b$? c) Determine la distribución de carga en el conductor.

RESPUESTAS a) $E = 3Q/4\pi\epsilon_0 r^2$ b) $E = 0$ que es siempre el caso cuando las cargas no se mueven en un conductor. c) interior: $-2Q$; superficie exterior: $+3Q$

Los problemas como el del ejemplo 13.7 a veces implican "cascarones finos, no conductores" con una carga uniformemente distribuida. En estos casos no es necesario distinguir entre la superficie externa y la superficie interna del cascarón. En el ejemplo siguiente se hace esa suposición implícita.

EJEMPLO 13.8 Una lámina plana no conductora de carga

OBJETIVO Aplicar la ley de Gauss a un problema con simetría plana.

PROBLEMA Encuentre el campo eléctrico por encima y debajo de una lámina de carga de plano infinito no conductora con carga positiva uniforme por unidad de área σ (figura 13.30a, página 470).

ESTRATEGIA Por simetría, el campo eléctrico debe ser perpendicular al plano y dirigirse lejos de ella en cada lado, como se muestra en la figura 13.30b. Para la superficie gaussiana, se elige un pequeño cilindro con eje perpendicular al plano, y cada extremo tiene un área A_0. No hay líneas de campo eléctrico que pasen a través de la superficie curva del cilindro, solo a través de los dos extremos, con área total $2A_0$. Aplique la ley de Gauss, usando la figura 13.30b.

(*Continúa*)

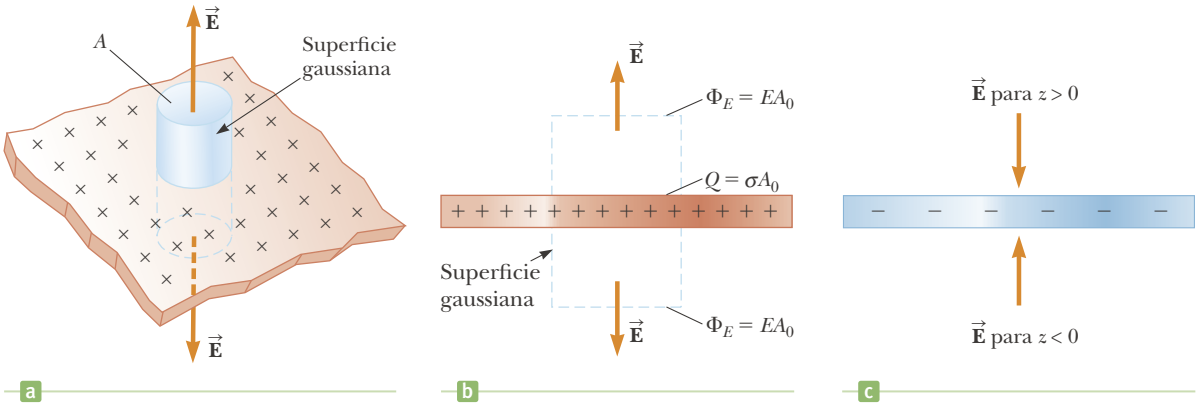


Figura 13.30 (Ejemplo 13.8) a) Una superficie gaussiana cilíndrica penetra una lámina infinita de carga. b) Una sección transversal del mismo cilindro gaussiano. El flujo a través de cada extremo de la superficie gaussiana es EA_0. No hay flujo a través de la superficie cilíndrica. c) (Ejercicio 13.8).

SOLUCIÓN

Encuentre el campo eléctrico encima y debajo de un plano de carga uniforme.

Aplique la ley de Gauss, ecuación 13.12:

$$EA = \frac{Q_{\text{interior}}}{\epsilon_0}$$

La carga total dentro del cilindro gaussiano es la densidad de carga por el área de la sección transversal:

$$Q_{\text{interior}} = \sigma A_0$$

El flujo eléctrico proviene completamente de los dos extremos, cada uno con área A_0. Sustituya $A = 2A_0$ y Q_{interior} y despeje E.

$$E = \frac{\sigma A_0}{(2A_0)\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Esta es la *magnitud* del campo eléctrico. Encuentre el componente z del campo encima y debajo del plano. El campo eléctrico apunta lejos del plano, por lo que es positivo encima del plano y negativo debajo del plano.

$$E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad z > 0$$

$$E_z = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad z < 0$$

COMENTARIOS Observe que la placa se tomó como un cascarón delgado no conductor. Por supuesto, si está hecho de metal el campo eléctrico en su interior es cero, con la mitad de la carga en la parte superior de la superficie y la otra mitad en la parte inferior.

PREGUNTA 13.8 En realidad, la lámina que tiene la carga probablemente sería metálica y tendría un grosor pequeño pero distinto de cero. Si tiene la misma carga por unidad de área, ¿cuál es el campo eléctrico dentro de la lámina entre las dos superficies?

EJERCICIO 13.8 Suponga que un plano infinito no conductor de carga como el del ejemplo 13.8 tiene una densidad de carga negativa uniforme de $-\sigma$. Determine el campo eléctrico encima y debajo de la placa. Trace el campo.

RESPUESTAS $E_z = \dfrac{-\sigma}{2\epsilon_0}$, $z > 0$; $E_z = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}$, $z < 0$. Vea la figura 13.30c para el trazo.

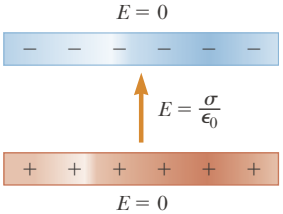


Figura 13.31 Sección transversal de un capacitor de placas paralelas idealizado. Las contribuciones del vector campo eléctrico, se suman entre las placas, pero se eliminan afuera.

Un elemento importante del circuito que se estudiará ampliamente en el siguiente capítulo es el capacitor de placas paralelas. El dispositivo consta de una placa de carga positiva, como en el ejemplo 13.8, con la placa negativa del ejercicio 13.8 colocada sobre ella. La suma de estos dos campos se ilustra en la figura 13.31. El resultado es un campo eléctrico con doble magnitud entre las dos placas:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \qquad [13.13]$$

Fuera de las placas, los campos eléctricos se eliminan.

RESUMEN

13.1 Propiedades de las cargas eléctricas

Las **cargas eléctricas** tienen las siguientes propiedades:

1. Las cargas diferentes se atraen y las cargas iguales se repelen.
2. La carga eléctrica siempre se conserva.
3. La carga se encuentra en paquetes discretos que son múltiplos enteros de la carga eléctrica básica $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.
4. La fuerza entre dos partículas cargadas es proporcional al inverso del cuadrado de la distancia entre ellas.

13.2 Aislantes y conductores

Los **conductores** son materiales en los que las cargas se mueven libremente en respuesta a un campo eléctrico. Todos los demás materiales se llaman **aislantes**.

13.3 Ley de Coulomb

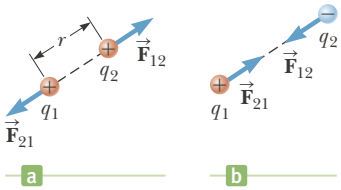
La **ley de Coulomb** establece que la fuerza eléctrica entre dos partículas cargadas estacionarias separadas por una distancia r tienen la magnitud

$$F = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad [13.1]$$

donde $|q_1|$ y $|q_2|$ son las magnitudes de las cargas en las partículas en coulombs y

$$k_e \approx 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \qquad [13.2]$$

es la **constante de Coulomb**.



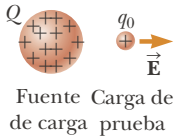
a) La fuerza eléctrica entre dos cargas con el mismo signo es repulsiva, y b) es atractiva cuando las cargas tienen signos opuestos.

13.4 El campo eléctrico

Un campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ existe en algún punto en el espacio si una carga de prueba pequeña q_0 colocada en ese punto recibe la acción de una fuerza eléctrica $\vec{\mathbf{F}}$. El campo eléctrico se define como

$$\vec{\mathbf{E}} \equiv \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_0} \qquad [13.3]$$

La **dirección** del campo eléctrico en un punto en el espacio se define como la dirección de la fuerza eléctrica que podría ejercerse sobre una pequeña carga positiva colocada en ese punto.



La fuerza eléctrica de la carga Q sobre una carga de prueba q_0 dividida entre q_0 resulta en el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ de Q en ese punto.

La magnitud del campo eléctrico debida a una *carga puntual* q a una distancia r de la carga puntual es

$$E = k_e \frac{|q|}{r^2} \qquad [13.6]$$

13.5 Líneas del campo eléctrico

Las **líneas del campo eléctrico** son útiles para visualizar el campo eléctrico en cualquier región del espacio. El vector campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ es tangente a las líneas de campo eléctrico en todos los puntos. Además, el número de líneas de campo eléctrico por unidad de área a través de una superficie perpendicular a las líneas es proporcional a la fuerza del campo eléctrico en la superficie.

13.6 Conductores en equilibrio electrostático

Un **conductor en equilibrio electrostático** tiene las siguientes propiedades:

1. El campo eléctrico es cero en todas partes dentro del material conductor.
2. Cualquier exceso de carga en un conductor aislado debe residir en su superficie.
3. El campo eléctrico afuera de un conductor cargado es perpendicular a la superficie del conductor.
4. En un conductor de forma irregular, la carga se acumula donde el radio de curvatura de la superficie es más pequeño, en las puntas afiladas.

13.9 Flujo eléctrico y la ley de Gauss

La **ley de Gauss** establece que el flujo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga neta Q dentro de la superficie dividida entre la permitividad del espacio libre, ϵ_0:

$$EA = \Phi_E = \frac{Q_{\text{dentro}}}{\epsilon_0} \qquad [13.12]$$

Para las distribuciones de carga altamente simétricas, es posible usar la ley de Gauss para calcular los campos eléctricos.

El flujo eléctrico Φ a través de cualquier superficie arbitraria que rodea una carga q es q/ϵ_0.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

WebAssign Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso matemático** Un vector fuerza tiene componentes dados por $F_x = 7.00$ N y $F_y = 4.50$ N. Encuentre a) la magnitud y b) la dirección de la fuerza, medida en dirección opuesta a x manecillas del reloj desde el eje positivo x.

2. **Repaso matemático** La fuerza que actúa sobre una partícula tiene una magnitud de 125 N y está dirigida a 30.0° sobre el eje x positivo. Determine a) la componente x y b) la componente y de la fuerza.

3. **Repaso matemático** Dos vectores fuerza eléctrica actúan sobre una partícula. Sus componentes x son 15.0 N y −7.50 N, y sus componentes y son −11.5 N y −4.50 N, respectivamente. Para la fuerza eléctrica resultante, encuentre a) la componente x, b) la componente y, c) la magnitud y d) la dirección de la fuerza eléctrica resultante, medida en la dirección opuesta a las manecillas del reloj desde el eje positivo x (véase también la sección 13.4).
4. **Repaso de física** Un gran petardo que explota bajo una lata de refresco puede enviarla directamente hacia arriba con una velocidad inicial de 7.27 m/s. Despreciando la fricción del aire, encuentre a) la altura máxima de la lata, b) la primera vez que alcanza una altura de 1.00 m y c) la velocidad en ese momento (véase la sección 2.5).
5. **Repaso de física** Un péndulo simple con masa de 0.250 kg cuelga de una cuerda de 1.40 m de largo (véase la figura EP13.5). Un ventilador sopla aire sobre el péndulo, ejerciendo una fuerza constante de arrastre horizontal $\vec{F}_{\text{arrastre}}$ de magnitud 1.67 N. Determine a) la tensión en la cuerda y b) el ángulo que hace el péndulo respecto a la vertical (véase la sección 4.5).

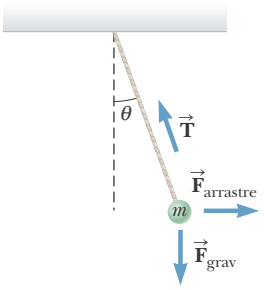


Figura EP13.5

6. **Repaso de física** El cohete Falcon 9, fabricado por la Corporación SpaceX, tiene una masa de despegue de 4.80×10^5 kg y un empuje inicial de 5.88×10^6 N. En el despegue, determine a) la fuerza neta ascendente que actúa sobre el cohete y b) la aceleración hacia arriba del cohete (véase la sección 4.5).
7. **Repaso de física** Un resorte horizontal con constante de fuerza k = 57.0 N/m se usa para acelerar una masa de 0.500 kg sobre una superficie sin fricción. Si el resorte se comprime 5.00×10^{-2} m y se libera, encuentre a) la magnitud inicial de la fuerza del resorte cuando la masa se libera y b) la aceleración inicial de la masa (véase la sección 5.4).
8. Dos protones se separan por una distancia de 0.100 m. Dada la carga de protones de 1.60×10^{-19} C, determine la magnitud de la fuerza eléctrica que un protón ejerce sobre otro (consulte la sección 13.3).
9. Una carga de 16.0 nC se encuentra en el origen. Determine a) la magnitud y b) la dirección del vector desplazamiento que apunta desde el origen a (3.00, 4.00) m. Calcule c) la magnitud, d) la componente x y e) la componente y del campo eléctrico en ese punto (véase la sección 13.4).
10. Considere un sistema de dos cargas en el que la primera carga está en el eje x positivo y la segunda en el eje y positivo. Si estas dos cargas producen campos eléctricos en el origen dado por (2.50, 0) N/C y (0, −2.50) N/C, respectivamente, determine a) la magnitud y b) la dirección del campo eléctrico resultante en el origen, medido en sentido contrario a las manecillas del reloj desde el eje positivo x. c) ¿Cuál sería la magnitud de la fuerza sobre una carga de 1.41×10^{-9} C colocada en el origen? (Vea las secciones 13.3 y 13.4.)
11. Una pequeña gota de aceite de masa 1.50×10^{-15} kg que tiene una carga de -2.56×10^{-18} C acelera hacia abajo dentro de una cámara de vacío. Si el campo eléctrico es de −5 625 N/C, determine a) la fuerza de la gravedad sobre la gota, b) la fuerza eléctrica y c) la aceleración de la gota (proporcione los signos correctos, con la dirección negativa hacia abajo).
12. Un campo eléctrico constante de magnitud 5.00 N/C y que apunta en la dirección z positiva pasa a través de un cuadrado con una longitud por lado de 0.500 m, situado en el plano xy. a) Calcule la magnitud del flujo eléctrico a través del cuadrado. b) Repita el cálculo si el campo eléctrico está orientado en un ángulo de 30.0° respecto a la dirección z positiva (véase la sección 13.9).
13. Tres cargas se colocan dentro de una pelota de baloncesto. Si las cargas son 2.50 nC, −1.25 nC y 0.500 nC, respectivamente, ¿cuál es el flujo eléctrico a través de la pelota? (Véase la sección 13.9).
14. Una esfera delgada y hueca tiene una carga $q = -2.00$ nC distribuida uniformemente sobre su superficie. El radio de la esfera cargada es de 1.00 m y los radios de dos superficies esféricas gaussianas son a = 0.500 m y b = 1.50 m, respectivamente (véase la figura EP13.14). Una carga de Q = 5.00 nC se coloca en el centro de la esfera cargada. a) ¿Cuánta carga hay dentro de la superficie gaussiana interna? b) Encuentre el flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana interna y c) el campo eléctrico, dividido entre el área de la esfera. d) ¿Cuánta carga hay dentro de la esfera punteada externa? Determine e) el flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana externa y f) la fuerza del campo eléctrico en la superficie (véase la sección 13.9).

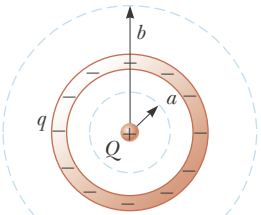


Figura EP13.14

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Al frotar con un paño de seda un objeto de cristal este recibe una carga positiva de +3 nC. En el proceso de frotamiento, ¿se han agregado protones o se han quitado protones al objeto?
2. Explique desde un punto de vista atómico por qué la carga generalmente es transferida por electrones.
3. Una persona se coloca en una esfera metálica grande y hueca que está aislada de la tierra. Si se coloca una gran carga sobre la esfera, ¿la persona se lastimará al tocar el interior de esta?
4. ¿Por qué el personal del hospital debe usar zapatos especiales mientras trabaja alrededor del oxígeno en

un quirófano? ¿Qué pasaría si el personal usará zapatos con suela de caucho?

5. a) ¿La vida sería diferente si el electrón se cargara positivamente y el protón se cargara negativamente? b) ¿La elección de los signos tiene alguna relación con las interacciones físicas y químicas? Explique sus respuestas.
6. Si un objeto suspendido *A* es atraído hacia un objeto cargado *B*, ¿podemos concluir que *A* está cargado? Explique.
7. Comente cómo se puede usar un objeto cargado positivamente para dejar otro objeto metálico con una carga negativa neta. Analice el movimiento de las cargas durante el proceso.
8. Considere el punto A en la figura PC13.8 situado a una distancia arbitraria de dos cargas puntuales en el espacio vacío. a) ¿Es posible que exista un campo eléctrico en el punto *A* en el espacio vacío? b) ¿Existe una carga en este punto? c) ¿Existe una fuerza en este punto?

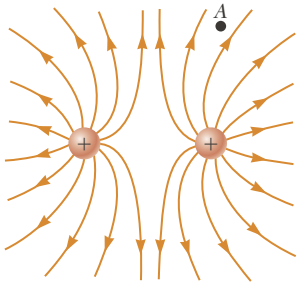


Figura PC13.8

9. Una estudiante se coloca sobre una pieza gruesa de material aislante, pone su mano encima de un generador de van de Graaff y enciende el generador. ¿Recibe una descarga?
10. Con buen clima, hay un campo eléctrico en la superficie de la Tierra, apuntando hacia abajo dentro del suelo. ¿Cuál es el signo de la carga eléctrica sobre el suelo en esta situación?
11. Un peine cargado a menudo atrae pequeños pedacitos de papel que luego vuelan cuando tocan el peine. Explique por qué ocurre eso.
12. ¿Por qué debe conectarse un cable de tierra a la varilla de soporte metálico de una antena de televisión?
13. Existen grandes semejanzas entre los campos eléctricos y gravitacionales. Una habitación puede estar eléctricamente blindada para que no haya campos eléctricos en el área rodeándola con un conductor. ¿Puede una habitación blindarse gravitacionalmente? Explique.
14. Una superficie esférica rodea una carga puntual *q*. Describa lo que sucede con el flujo total a través de la superficie si a) se triplica la carga, b) se duplica el volumen de la esfera, c) la superficie se cambia a un cubo, d) la carga se mueve hacia otra ubicación dentro de la superficie, y e) la carga se mueve fuera de la superficie.
15. Si de una superficie gaussiana salen más líneas de campo eléctrico de las que entran, ¿qué puede concluir usted acerca de la carga neta encerrada por esa superficie?
16. Un estudiante que creció en un país tropical y estudia en Estados Unidos quizá no haya experimentado con chispas de electricidad estática y descargas hasta su primer invierno estadounidense. Explique.
17. ¿Qué sucede cuando un aislante cargado se coloca cerca de un objeto metálico sin cargar? a) Se repelen. b) Se atraen. c) Pueden atraerse o repelerse, dependiendo de si la carga en el aislante es positiva o negativa. d) No ejercen ninguna fuerza electrostática entre ellos. e) El aislante cargado siempre se descarga espontáneamente.

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos

GP denota problemas guiados

M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign

Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual

S denota un problema de razonamiento simbólico

W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

13.3 Ley de Coulomb

1. Q|C Una carga de 7.50-nC está situada a 1.80 m de una carga de 4.20-nC. a) Encuentre la magnitud de la fuerza electrostática que una partícula ejerce sobre la otra. b) ¿La fuerza es atractiva o repulsiva?
2. Una partícula cargada *A* ejerce una fuerza de 2.62 N a la derecha sobre una partícula cargada *B* cuando las partículas están a una distancia de 13.7 mm. La partícula *B* se aleja de la *A* para que la distancia entre ellas sea de 17.7 mm. ¿Qué fuerza vectorial ejerce la partícula *B* sobre la *A*?
3. Q|C Dos bolas de metal *A* y *B* de radio despreciable flotan en reposo en la Estación Espacial Libertad entre dos mamparas metálicas conectadas por un hilo no conductor tenso cuya longitud es de 2.00 m. La bola *A* tiene carga *q*, y bola *B* tiene una carga 2*q*. Cada bola está a 1.00 metro de un tabique. a) Si la tensión en la cuerda es de 2.50 N, ¿cuál es la magnitud de *q*? b) ¿Qué pasa con el sistema conforme pasa el tiempo? Explique.

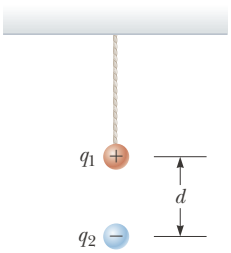


Figura P15.4

4. Una pequeña esfera de masa $m = 7.50$ g y una carga $q_1 = 32.0$ nC está atada al extremo de una cuerda y cuelga verticalmente como en la figura P13.4. Una segunda carga de igual masa y carga $q_2 = -58.0$ nC se encuentra debajo de la primera car-

ga a una distancia $d = 2.00$ cm por debajo de la primera carga como en la figura P13.4. a) Encuentre la tensión en la cuerda. b) Si la cuerda puede soportar una tensión máxima de 0.180 N, ¿cuál es el valor d más pequeño que puede tener antes de que la cuerda se rompa?

5. El núcleo de ^{8}Be, que consta de 4 protones y 4 neutrones, es muy inestable y se rompe espontáneamente en dos partículas alfa (núcleos de helio, cada uno consta de 2 protones y 2 neutrones). a) ¿Cuál es la fuerza entre las dos partículas alfa cuando están a una distancia de 5.00×10^{-15} m, y b) ¿Cuál es la magnitud inicial de la aceleración de las partículas alfa debida a esta fuerza? Considere que la masa de una partícula alfa es de 4.0026 u.

6. BIO Una molécula de ADN (ácido desoxirribonucleico) tiene 2.17 μm de largo. Los extremos de la molécula se ionizan individualmente: negativo en un extremo y positivo en el otro. La molécula helicoidal actúa como un resorte y se comprime 1.00% hasta cargarse. Determine la constante de resorte efectiva de la molécula.

7. Una pequeña esfera de carga 0.800 μC cuelga del extremo de un resorte como en la figura P13.7a. Cuando otra esfera pequeña de carga -0.600 μC se coloca debajo de la primera esfera como en la figura P13.7b, el resorte se estira $d = 3.50$ cm de su longitud original y alcanza una nueva posición de equilibrio con una separación entre las cargas de $r = 5.00$ cm. ¿Cuál es la constante de fuerza del resorte?

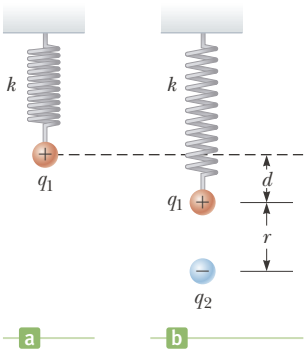


Figura P13.7

8. S Cuatro cargas puntuales están en las esquinas de un cuadrado de lado a como se muestra en la figura P13.8. Determine la magnitud y la dirección de fuerza eléctrica resultante q, con k_e, q y a colocadas en forma simbólica.

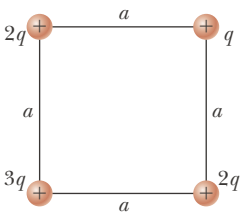


Figura P13.8

9. Dos pequeñas esferas conductoras idénticas se colocan de modo que sus centros queden separados a una distancia de 0.30 m. Una tiene una carga de 12×10^{-9} C, la otra tiene una carga de -18×10^{-9} C. a) Encuentre la fuerza electrostática que una esfera ejerce sobre la otra. b) Las esferas están conectadas por un alambre conductor. Determine la fuerza electrostática entre las dos después de que se alcanza el equilibrio, en el que ambas esferas tienen la misma carga.

10. Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza de Coulomb sobre cada una de las tres cargas que se muestra en la figura P13.10.

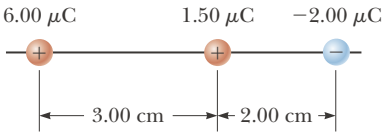


Figura P13.10 Problemas 10 y 18.

11. M Tres cargas están dispuestas como se muestra en la figura P13.11. Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza electrostática sobre la carga en el origen.

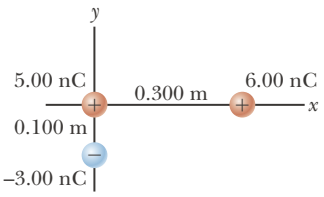


Figura P13.11

12. Una carga positiva $q_1 = 2.70$ μC sobre una superficie horizontal sin fricción se une a un resorte de constante de fuerza k como en la figura P13.12. Cuando una carga de $q_2 = -8.60$ μC se coloca a una distancia de 9.50 cm de la carga positiva, el resorte se estira 5.00 mm, reduciendo la distancia entre las cargas a $d = 9.00$ cm. Encuentre el valor de k.

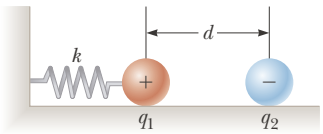


Figura P13.12

13. Tres cargas puntuales están situadas en las esquinas de un triángulo equilátero como en la figura P13.13. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica neta sobre la carga de 2.00 μC.

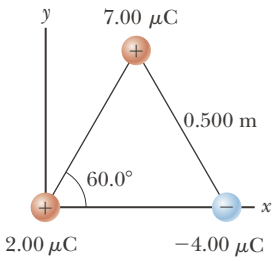


Figura P13.13 Problemas 13 y 24.

14. Dos bloques idénticos de metal que descansan sobre un superficie horizontal sin fricción se conectan mediante un resorte de metal ligero que tiene una constante $k = 100$ N/m y una longitud sin estirar es $L_i = 0.400$ m como en la figura P13.14a. Una carga Q se coloca lentamente en cada bloque causando que el resorte se estire a una longitud de equilibrio $L = 0.500$ m como en la figura P13.14b. Determine el valor de Q, modelando los bloques como partículas cargadas.

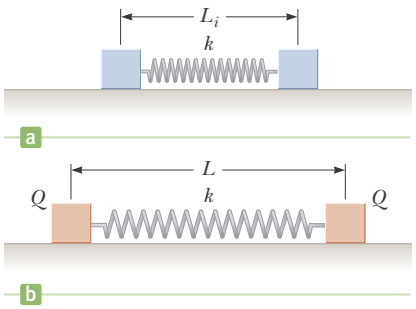


Figura P13.14

15. W Dos pequeñas esferas metálicas, cada una de masa $m = 0.20$ g, se suspenden como péndulos con cuerdas ligeras desde un punto común como se muestra en la figura P13.15. Se da a las esferas la misma carga eléctrica y se encuentra que alcanzan el equilibrio cuando cada cuerda tiene un ángulo de $\theta = 5.0°$ con la vertical. Si cada cuerda tiene una longitud $L = 30.0$ cm, ¿cuál es la magnitud de la carga en cada esfera?

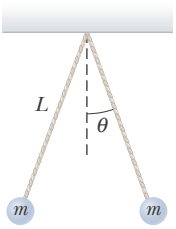


Figura P13.15

16. GP La partícula A con carga 3.00×10^{-4} C está en el origen, la partícula B con carga -6.00×10^{-4} C está en (4.00 m, 0) y la partícula C con carga 1.00×10^{-4} C está en (0, 3.00 m). a) ¿Cuál es la componente x de la fuerza eléctrica ejercida por A sobre C? b) ¿Cuál es la componente y de la fuerza ejercida por A sobre C? c) Encuentre la magnitud de la fuerza ejercida por B sobre C. d) Calcule la componente x de la fuerza ejercida por B sobre C. e) Calcule la componente y de la fuerza ejercida por B sobre C. f) Sume las dos componentes x para obtener la componente de x de la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre C. g) Repita el inciso f) para la componente y. h) Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre C.

13.4 El campo eléctrico

17. Un pequeño objeto de masa 3.80 g y carga -18 μC se suspende inmóvil sobre el suelo cuando se sumerge en un campo eléctrico uniforme perpendicular al suelo. ¿Cuál es la magnitud y la dirección del campo eléctrico?

18. a) Determine la intensidad del campo eléctrico en un punto a 1.00 cm a la izquierda de la carga de enmedio que se muestra en la figura P13.10. b) Si se coloca una carga de -2.00 μC en este punto, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza sobre ella?

19. Un campo eléctrico de magnitud 5.25×10^5 N/C apunta hacia el sur en un lugar dado. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza sobre una carga de -6.00 μC en este lugar.

20. W Un electrón es acelerado por un campo eléctrico constante de magnitud 300 N/C. a) Encuentre la aceleración del electrón. b) Use las ecuaciones de movimiento con aceleración constante para encontrar la velocidad del electrón después de 1.00×10^{-8} s, suponiendo que inicia desde el reposo.

21. Un pequeño bloque de masa m y carga Q se coloca en un plano inclinado, aislado y sin fricción, con un ángulo θ como en la figura P13.21. Un campo eléctrico se aplica de manera paralela a la pendiente. a) Encuentre una expresión para la magnitud del campo eléctrico que permite al bloque permanecer en reposo. b) Si $m = 5.40$ g, $Q = -7.00$ μC, y $\theta = 25.0°$, determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico que permite que el bloque permanezca en reposo sobre la pendiente.

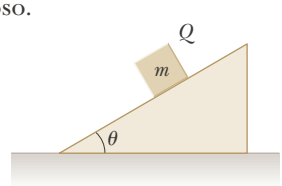


Figura P13.21

22. Una pequeña esfera de carga $q = +68$ μC y masa $m = 5.8$ g está unida a una cuerda ligera y se ha colocado en un campo eléctrico uniforme $\vec{\mathbf{E}}$ que hace un ángulo $\theta = 37°$ con la horizontal. El extremo opuesto de la cuerda se une a una pared y la esfera se encuentra en equilibrio estático cuando la cuerda se encuentra en posición horizontal como en la figura P13.22. a) Construya un diagrama de cuerpo libre para la esfera. Determine b) la magnitud del campo eléctrico y c) la tensión en la cuerda.

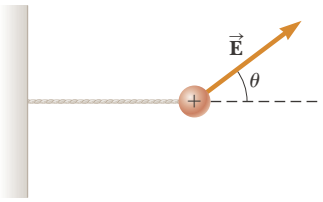


Figura P13.22

23. M Un protón acelera desde el reposo en un campo eléctrico uniforme de 640 N/C. Algún tiempo después, su velocidad es 1.20×10^6 m/s. a) Determine la magnitud de la aceleración del protón. b) ¿Cuánto tarda el protón en alcanzar esta velocidad? c) ¿Qué tan lejos se ha movido en ese intervalo? d) ¿Cuál es su energía cinética en el último momento?

24. Q|C a) Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico en la posición de la carga de 2.00 μC en la figura P13.13. b) ¿Cómo podría ser afectado el campo eléctrico en ese punto si la carga se duplicara? ¿Se vería afectada la magnitud de la fuerza eléctrica?

25. S Dos cargas positivas iguales están en esquinas opuestas de un trapecio como en la figura P13.25. Encuentre las expresiones simbólicas para los componentes del campo eléctrico en el punto P.

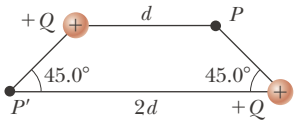


Figura P13.25

26. Tres cargas puntuales están ubicadas en un arco circular como se muestra en la figura P13.26. a) ¿Cuál es el campo eléctrico total en P, el centro del arco? b) Determine la fuerza eléctrica que podría ejercerse sobre una carga de -5.00-nC colocada en P.

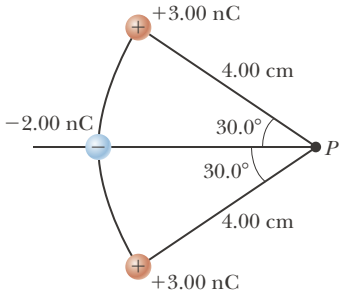


Figura P13.26

27. En la figura P13.27 determine el punto (que no sea infinito) en el cual el campo eléctrico total es cero.

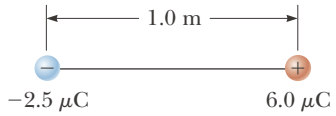


Figura P13.27

28. Tres cargas están en los vértices de un triángulo equilátero, como se muestra en la figura P13.28. Calcule el campo eléctrico en un punto medio entre las dos cargas sobre el eje *x*.

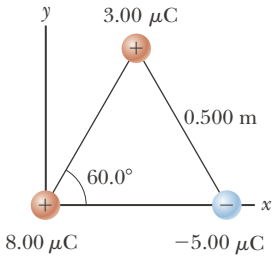


Figura P13.28

29. Tres cargas iguales ($q = -5.0\ \mu C$) se encuentran a lo largo de un círculo con un radio de 2.0 m con ángulos de 30°, 150° y 270°, como se muestra en la figura P13.29. ¿Cuál es el campo eléctrico resultante en el centro del círculo?

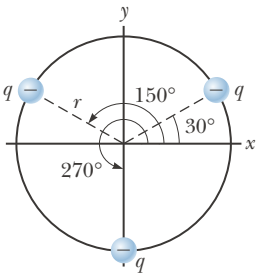


Figura P13.29

13.5 Líneas del campo eléctrico

13.6 Conductores en equilibrio electrostático

30. La figura P13.30 muestra las líneas de campo eléctrico para dos cargas puntuales separadas por una distancia pequeña. a) Determine la relación q_1/q_2. b) ¿Cuáles son los signos de q_1 y q_2?

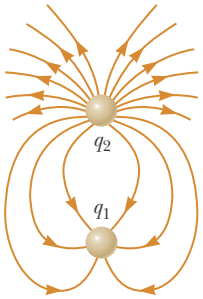


Figura P13.30

31. a) Trace las líneas de campo eléctrico alrededor de una carga puntual aislada $q > 0$. b) Trace el patrón del campo eléctrico alrededor de una carga puntual negativa aislada de magnitud $-2q$.

32. a) Trace el patrón de campo eléctrico alrededor de dos cargas puntuales positivas de magnitud 1 μC que se han colocado juntas. b) Trace el patrón de campo eléctrico alrededor de dos cargas puntuales negativas de $-2\ \mu$C, que se han colocado juntas. c) Trace el patrón alrededor de dos cargas puntuales de $+1\ \mu$C y $-2\ \mu$C, que se han colocado juntas.

33. Dos cargas puntuales están separadas por una distancia pequeña. a) Trace las líneas de campo eléctrico para las dos si una tiene una carga cuatro veces mayor que la de la otra y ambas cargas son positivas. b) Repita para el caso en el que ambas cargas sean negativas.

34. S Tres cargas iguales están en las esquinas de un triángulo equilátero a lado como en la figura P13.34. Suponga que las tres cargas juntas crean un campo eléctrico. a) Trace las líneas de campo eléctrico en el plano de las cargas. b) Encuentre la ubicación de un punto (distinto de ∞) donde el campo eléctrico es cero. ¿Cuáles son c) la magnitud y d) la dirección del campo eléctrico en P debido a las dos cargas en la base?

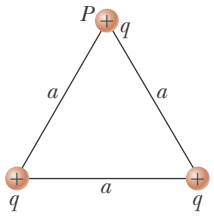


Figura P13.34

35. Consulte la figura 13.20. La carga en el centro del conductor hueco tiene una magnitud de 5 μC. Determine la magnitud y el signo de la carga en el interior y el exterior del conductor hueco cuando la carga es como se muestra en a) la figura 13.20a, b) la figura 13.20b, c) la figura 13.20c y d) la figura 13.20d.

13.8 El generador de van de Graaff

36. El domo de un generador de van de Graaff recibe una carga de 2.0×10^{-4} C. Encuentre la fuerza del campo eléctrico a) dentro del domo, b) en la superficie del domo, suponiendo que tiene un radio de 1.0 m, y c) 4.0 m desde el centro del domo. *Sugerencia*: vea la sección 13.6 para revisar las propiedades de los conductores en equilibrio electrostático. También, observe que los puntos sobre la superficie están fuera de una distribución de carga esférica simétrica; es posible considerar que la carga total se encuentra en el centro de la esfera.

37. Si la fuerza del campo eléctrico en el aire excede 3.0×10^6 N/C, el aire se convierte en un conductor. Usando este hecho, determine la máxima cantidad de carga que puede tener una esfera metálica 2.0 m de radio. (Consulte la sugerencia en el problema 36).

38. En el experimento de la gota de aceite de Millikan ilustrado en la figura 13.21, se usa un atomizador (un rociador con una boquilla fina) para introducir muchas pequeñas gotas de aceite entre dos placas metálicas paralelas con cargas opuestas. Algunas de las gotitas recogen uno o más electrones en exceso. La carga en las placas se ajusta de modo que la fuerza eléctrica sobre los electrones en exceso equilibre exactamente el peso de la gota. La idea es buscar una gota que tenga la fuerza eléctrica más pequeña y se supone que solo tiene un electrón en exceso. Esta estrategia permite al observador medir la carga sobre el electrón. Suponga que se usa un campo eléctrico de 3×10^4 N/C. La carga sobre un electrón es 1.6×10^{-19} C. Calcule el radio de una gota de aceite de densidad 858 kg/m^3 cuyo peso podría equilibrarse con la fuerza eléctrica de este campo sobre un electrón (el problema 38 es cortesía de E. F. Redish; para más problemas de este tipo, visite www.physics.umd.edu/perg/).

39. W Un generador de van de Graaff se carga de modo que un protón en su superficie acelera radialmente hacia afuera a 1.52×10^{12} m/s^2. Encuentre a) la magnitud de la fuerza eléctrica sobre el protón en ese ins-

tante y b) la magnitud y la dirección del campo eléctrico en la superficie del generador.

13.9 Flujo eléctrico y la ley de Gauss

40. Un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 435$ N/C hace un ángulo de $\theta = 65.0°$ con una superficie plana de área $A = 3.50$ m^2 como en la figura P13.40. Determine el flujo eléctrico a través de esta superficie.

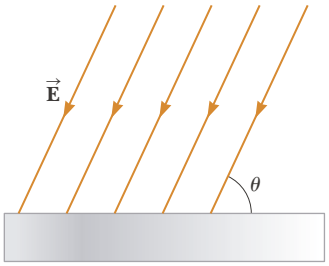


Figura P13.40

41. M Se aplica un campo eléctrico de intensidad 3.50 kN/C a lo largo del eje x. Calcule el flujo eléctrico a través de un plano rectangular de 0.350 m de ancho y 0.700 m de largo si a) el plano es paralelo al plano yz, b) el plano es paralelo al plano xy, y c) el plano contiene el eje y, y su normal hace un ángulo de 40.0° con el eje x.

42. Q|C El campo eléctrico en cualquier parte de la superficie de una esfera cargada de 0.230 m de radio tiene una magnitud de 575 N/C y apunta radialmente hacia afuera desde el centro de la esfera. a) ¿Cuál es la carga neta sobre la esfera? b) ¿Qué puede usted concluir sobre la naturaleza y la distribución de la carga dentro de la esfera?

43. S Cuatro superficies cerradas, S_1 a S_4, junto con las cargas $-2Q$, Q y $-Q$, se trazan en la figura P13.43. (Las líneas coloreadas son las intersecciones de las superficies con la página.) Encuentre el flujo eléctrico a través de cada superficie.

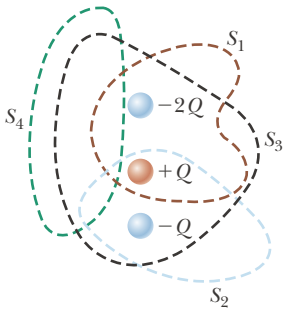


Figura P13.43

44. Una carga $q = +5.80$ μC está situada en el centro de un tetraedro regular (una superficie de cuatro lados) como en la figura P13.44. Encuentre a) el flujo eléctrico total a través del tetraedro y b) el flujo eléctrico a través de una cara del tetraedro.

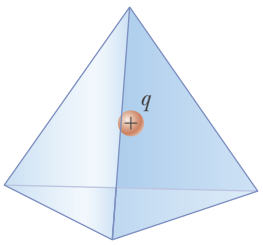


Figura P13.44

45. Una carga puntual q está situada en el centro de un cascarón esférico de radio a que tiene una carga $-q$ uniformemente distribuida en su superficie. Encuentre el campo eléctrico a) para todos los puntos afuera del cascarón esférico y b) para un punto dentro del cascarón a una distancia r del centro.

46. Q|C Una carga de 1.70×10^2 μC está en el centro de un cubo con 80.0 cm de arista. No hay otras cargas cercanas. a) Encuentre el flujo a través de toda la superficie del cubo. b) Encuentre el flujo a través de cada cara del cubo. c) ¿Sus respuestas a los incisos a) o b) cambiarían si la carga no estuviera en el centro? Explique.

47. Suponga que el cascarón esférico conductor de la figura 13.29 tiene una carga de 3.00 nC y que una carga de −2.00 nC está en el centro de la esfera. Si $a = 2.00$ m y $b = 2.40$ m, encuentre el campo eléctrico en a) $r = 1.50$ m, b) $r = 2.20$ m y c) $r = 2.50$ m. d) ¿Cuál es la distribución de la carga sobre la esfera?

48. S Una placa no conductora muy grande que descansa en el plano xy tiene una carga por unidad de área de σ. Una segunda placa ubicada en $z = 2.00$ cm y orientada paralelamente al plano xy tiene una carga por unidad de área de -2σ. Determine el campo eléctrico a) para $z < 0$, b) $0 < z < 2.00$ cm, y c) $z > 2.00$ cm.

Problemas adicionales

49. En el espacio profundo dos esferas de radio 5.00 m están conectadas por un cable no conductor de 3.00×10^2 m. Si una carga uniformemente distribuida de 35.0 mC reside en la superficie de cada esfera, calcule la tensión en el cable.

50. Q|C Una lámina plana cargada no conductora, tiene una carga uniforme por unidad de área de 5.20 μC/m^2 como en la figura 13.30. a) Encuentre el campo eléctrico a una distancia de 8.70 cm de la placa. b) Explique si sus resultados cambian cuando la distancia desde la lámina varía.

51. W Tres cargas puntuales están alineadas a lo largo del eje x como se muestra en la figura P13.51. Determine el campo eléctrico en la posición $x = +2.0$ m, $y = 0$.

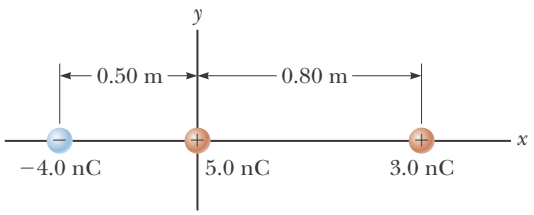


Figura P13.51

52. M Una bola de plástico pequeña de masa $m = 2.00$ g está suspendida de una cuerda con longitud $L = 20.0$ cm en un campo eléctrico uniforme, como se muestra en

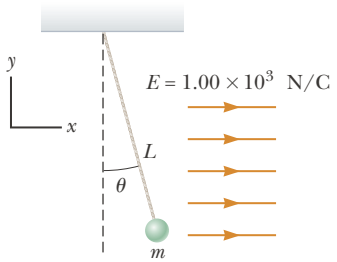


Figura P13.52

la figura P13.52. Si la bola está en equilibrio cuando la cuerda hace un ángulo $\theta = 15.0°$ con la vertical como se indica, ¿cuál es la carga neta sobre la bola?

53. a) Dos cargas puntuales idénticas $+q$ están situadas en el eje y en $y = +a$ y $y = -a$. ¿Cuál es el campo eléctrico a lo largo del eje x en $x = b$? b) Un anillo de carga circular de radio a tiene una carga positiva total Q distribuida uniformemente alrededor de él. El anillo está en el plano $x = 0$ con su centro en el origen. ¿Cuál es el campo eléctrico a lo largo del eje x en $x = b$ debido al anillo de carga? *Sugerencia*: considere la carga Q de muchos pares de cargas puntuales idénticas colocadas en los extremos de los diámetros del anillo.

54. S Cada electrón en un haz de partículas tiene una energía cinética K. Encuentre la magnitud del campo eléctrico que detendrá estos electrones en una distancia d, expresando la respuesta simbólicamente en términos de K, e y d. ¿El campo eléctrico debería apuntar en la dirección del movimiento del electrón o en la dirección opuesta?

55. S Una carga puntual $+2Q$ está en el origen y una carga puntual $-Q$ están situadas a lo largo del eje x en $x = d$ como en la figura P13.55. Encuentre las expresiones simbólicas para las componentes de la fuerza neta sobre una tercera carga puntual $+Q$ situada en el eje y en $y = d$.

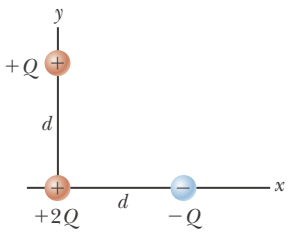


Figura P13.55

56. Q|C Una bola de corcho de 1.00 g que tiene una carga positiva de 2.00 mC se suspende verticalmente de una cuerda ligera de 0.500 m de longitud en presencia de un campo eléctrico uniforme dirigido hacia abajo de magnitud $E = 1.00 \times 10^5$ N/C como en la figura P13.56. Si la bola se desplaza ligeramente de la vertical, oscila como un péndulo simple. a) Determine el periodo de oscilación de la bola. b) ¿Se debería incluir la gravedad en el cálculo del inciso a)? Explique.

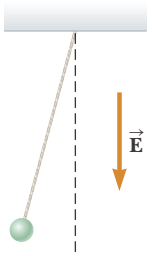


Figura P13.56

57. Dos esferas de 2.0 g se suspenden de cuerdas ligeras de 10.0 cm de largo (figura P13.57). Se aplica un campo eléctrico uniforme en la dirección x. Si las esferas tienen cargas de -5.0×10^{-8} C y $+5.0 \times 10^{-8}$ C, determine la intensidad del campo eléctrico que permite a las esferas estar en equilibrio cuando $\theta = 10°$.

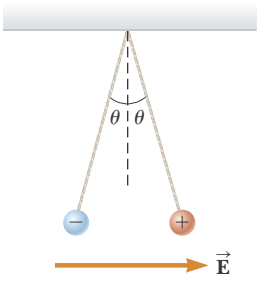


Figura P13.57

58. Q|C Una carga puntual de magnitud 5.00 μC está en el origen de un sistema de coordenadas, y una carga de -4.00 μC está en el punto $x = 1.00$ m. Hay un punto en el eje x, en x menor que el infinito, donde el campo eléctrico tiende a cero. a) Demuestre con argumentos conceptuales que este punto no puede situarse entre las cargas. b) Demuestre con argumentos conceptuales que el punto no puede estar en cualquier lugar entre $x = 0$ y el infinito negativo. c) Demuestre con argumentos conceptuales que el punto debe estar entre $x = 1.00$ m y $x =$ infinito positivo. d) Use los valores indicados para encontrar el punto y muestre que es consistente con su argumento conceptual.

59. Dos esferas de caucho, cada una de masa $m = 15.0$ g, se frotan con piel en un día seco y luego se suspenden de dos cuerdas aislantes de longitud $L = 5.00$ cm cuyos puntos de apoyo se encuentran a una distancia $d = 3.00$ cm entre sí como se muestra en la figura P13.59. Durante el proceso de frotamiento, una esfera recibe exactamente dos veces la carga que recibe la otra. Se observa que cuelgan en equilibrio, cada uno en un ángulo de $\theta = 10.0°$ con la vertical. Encuentre la cantidad de carga en cada esfera.

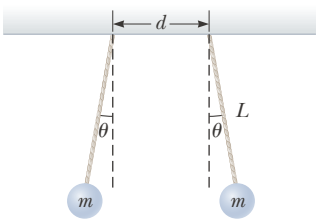


Figura P13.59

60. Dos cuentas pequeñas que tienen cargas positivas $q_1 = 3q$ y $q_2 = q$ se fijan en los extremos opuestos de una varilla aislante horizontal de longitud $d = 1.50$ m. La cuenta con carga q_1 está en el origen. Como se muestra en la figura P13.60, una tercera cuenta pequeña cargada se desliza libremente sobre la varilla. ¿En qué posición x se encuentra la tercera cuenta en equilibrio?

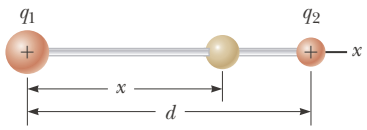


Figura P13.60

61. M Una esfera conductora sólida con radio de 2.00 cm tiene una carga de 8.00 μC. Un cascarón esférico conductor con un radio interior de 4.00 cm y un radio exterior de 5.00 cm es concéntrico con la esfera sólida y tiene una carga de -4.00 μC. Encuentre el campo eléctrico en a) $r = 1.00$ cm, b) $r = 3.00$ cm, c) $r = 4.50$ cm y d) $r = 7.00$ cm desde el centro de esta configuración de carga.

62. Tres cargas puntuales idénticas, cada una con masa $m = 0.100$ kg, cuelgan de tres cuerdas, como se muestra en la figura P13.62. Si las longitudes de las cuerdas

izquierdas y derecha son de $L = 30.0$ cm y si el ángulo θ es de 45.0°, determine el valor de q.

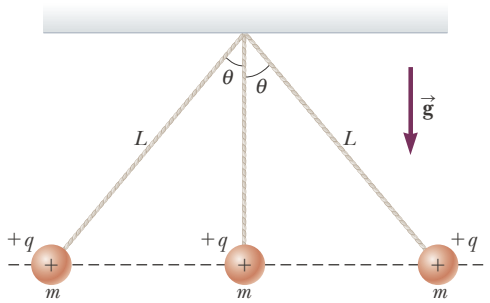


Figura P13.62

63. Cada uno de los electrones en un haz de partículas tiene una energía cinética de 1.60×10^{-17} J. a) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico uniforme (que apunta en la dirección del movimiento de los electrones) que detendrá estos electrones a una distancia de 10.0 cm? b) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerlos? c) Después de detenerlos, ¿qué hacen ellos? Explique.

64. Los protones se proyectan con una velocidad inicial $v_0 = 9\,550$ m/s en una región donde hay un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 720$ N/C (figura P13.64). Los protones están por golpear un blanco que se encuentra a una distancia horizontal de 1.27 mm desde el punto en que se lanzaron los protones. Determine a) los dos ángulos de proyección θ que resultarán en un golpe y b) la duración total de vuelo para cada una de las dos trayectorias.

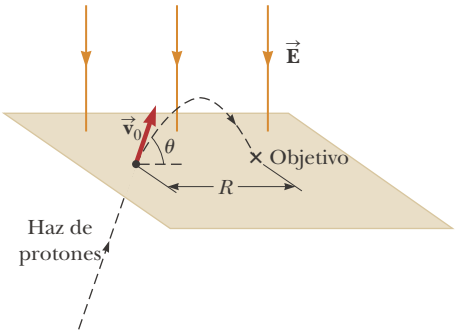


Figura P13.64

El único tratamiento eficaz para un paciente con un corazón con fibrilación ventricular, un estremecimiento espástico del músculo cardiaco que es fatal en minutos, es una descarga eléctrica provocada por un desfibrilador. Un capacitor en el desfibrilador almacena una carga grande a alto voltaje y la entrega rápidamente, sacudiendo el corazón y restaurando un latido cardiaco normal.

Andrew Olney/Getty Images

14 Energía eléctrica y capacitancia

14.1 Energía potencial eléctrica y potencial eléctrico
14.2 Potencial eléctrico y energía potencial debida a cargas puntuales
14.3 Potenciales y conductores cargados
14.4 Superficies equipotenciales
14.5 Aplicaciones
14.6 Capacitancia
14.7 El capacitor de placas paralelas
14.8 Combinaciones de capacitores
14.9 Energía almacenada en un capacitor cargado
14.10 Capacitores con dieléctricos

El concepto de energía potencial se presentó por primera vez en el capítulo 5 en relación con las fuerzas conservativas de la gravedad y los resortes. Al usar el principio de la conservación de la energía, a menudo podíamos evitar trabajar directamente con las fuerzas para resolver problemas. Aquí se aprende que el concepto de energía potencial también es útil en el estudio de la electricidad. Debido a que la fuerza de Coulomb es conservativa, podemos definir una energía potencial eléctrica correspondiente a esa fuerza. Además, definimos un potencial eléctrico (la energía potencial por unidad de carga) que corresponde al campo eléctrico.

Con el concepto de potencial eléctrico en la mano, podemos comenzar a entender los circuitos eléctricos, comenzando con una investigación de los elementos comunes del circuito llamados capacitores. Estos dispositivos simples almacenan energía eléctrica y se les ha encontrado un uso casi en todas partes, desde los circuitos grabados en un microchip hasta la creación de enormes explosiones de potencia en experimentos de fusión.

14.1 Energía potencial eléctrica y potencial eléctrico

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la diferencia de energía potencial eléctrica para un campo eléctrico constante en términos del trabajo hecho por el campo.
2. Comparar el concepto de energía potencial eléctrica con el potencial eléctrico.
3. Aplicar el teorema de trabajo-energía a los sistemas que implican energía potencial eléctrica y potencial eléctrico.

La energía potencial eléctrica y el potencial eléctrico son conceptos estrechamente relacionados. El potencial eléctrico resulta ser solo la energía potencial eléctrica por unidad de carga. Esta relación es similar a la que existe entre la fuerza eléctrica y el campo eléctrico, que es la fuerza eléctrica por unidad de carga.

Trabajo y energía potencial eléctrica

Recuerde del capítulo 5 que el trabajo realizado por una fuerza conservativa $\vec{\mathbf{F}}$ sobre un objeto depende solo de las posiciones inicial y final del objeto y no de la trayectoria que se toma entre esos dos puntos. Esto, a su vez, significa que existe una función de energía potencial *EP*. Como hemos visto, la energía potencial es una cantidad escalar con el cambio de energía potencial igual por definición al negativo del trabajo realizado por la fuerza conservativa: $\Delta EP = EP_f - EP_i = -W_F$.

Tanto la ley de fuerza de Coulomb como la ley la gravitación universal son proporcionales a $1/r^2$. Debido a que tienen la misma forma matemática y como fuerza de gravedad es conservativa, se deduce que la **fuerza de Coulomb también es conservativa**. Al igual que con la gravedad, es posible asociar una función de energía potencial electrica con esta fuerza.

Para hacer estas ideas más cuantitativas, imagine una pequeña carga positiva colocada en el punto *A* en un campo eléctrico *uniforme* $\vec{\mathbf{E}}$, como en la figura 14.1. Para simplificar, considere primero solo los campos eléctricos constantes y las cargas que se mueven paralelas a ese campo en una dimensión (que se toma como eje *x*). El campo eléctrico entre placas paralelas de carga igual y de signo opuesto es un ejemplo de un campo que es aproximadamente constante (véase el capítulo 13.) Conforme la carga se mueve desde el punto *A* al punto *B* bajo la influencia del campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$, el trabajo hecho sobre la carga por el campo eléctrico es igual a la parte de la fuerza eléctrica $q\vec{\mathbf{E}}$ que actúa paralela al desplazamiento $\Delta x = x_f - x_i$:

$$W_{AB} = F_x \Delta x = qE_x(x_f - x_i)$$

En esta expresión q es la carga y E_x es la componente vectorial de $\vec{\mathbf{E}}$ en la dirección x (*no* la magnitud de $\vec{\mathbf{E}}$). A diferencia de la magnitud de $\vec{\mathbf{E}}$, el componente E_x puede ser positivo o negativo, dependiendo de la dirección de $\vec{\mathbf{E}}$, aunque en la figura 14.1 E_x es positivo. Por último, observe que el desplazamiento, así como q y E_x, también pueden ser positivos o negativos, dependiendo de la dirección del desplazamiento.

La expresión anterior para el trabajo realizado por un campo eléctrico sobre una carga que se mueve en una dimensión es válida para las cargas tanto positivas como negativas y para los campos eléctricos constantes que apuntan en *cualquier* dirección. Cuando los números se sustituyen con signos correctos, de manera automática se obtiene el signo correcto global. En lugar de ello, en algunos libros se usa la expresión $W = qEd$, donde E es la magnitud del campo eléctrico y d es la distancia que la partícula viaja. ¡La debilidad de esta formulación es que no permite, desde el punto de vista matemático, el trabajo eléctrico negativo sobre cargas positivas, ni el trabajo eléctrico positivo sobre cargas negativas! Sin embargo, la expresión es fácil de recordar y útil para encontrar las magnitudes: la magnitud del trabajo realizado por un campo eléctrico constante sobre una carga que se mueve paralela al campo siempre está dada por $|W| = |q|Ed$.

Podemos sustituir nuestra definición de trabajo eléctrico en el teorema trabajo-energía (suponga que no hay otras fuerzas):

$$W = qE_x \Delta x = \Delta EC$$

La fuerza eléctrica es conservativa, por lo que el trabajo eléctrico depende solo de los puntos finales de la trayectoria, *A* y *B*, no de la trayectoria que se sigue. Por lo tanto, a medida que la carga acelera hacia la derecha en la figura 14.1, gana energía cinética y pierde una cantidad igual de energía potencial. Recuerde del capítulo 5 que **el trabajo hecho por una fuerza conservativa puede reinterpretarse como el**

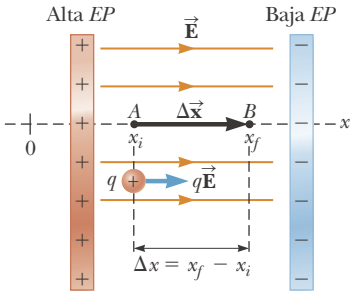


Figura 14.1 Cuando una carga q se mueve en un campo eléctrico uniforme $\vec{\mathbf{E}}$ desde el punto *A* al punto *B*, el trabajo hecho sobre la carga por la fuerza eléctrica es $qE_x \Delta x$.

negativo del cambio en una energía potencial asociada con esa fuerza. Esta interpretación motiva la definición del cambio en la energía potencial eléctrica:

Cambio en la energía potencial eléctrica ▶

El cambio en la energía potencial eléctrica, ΔEP, de un sistema que consiste en un objeto de carga q que se mueve a través de un desplazamiento Δx en un campo eléctrico constante $\vec{\mathbf{E}}$ está dado por

$$\Delta EP = -W_{AB} = -qE_x \Delta x \qquad [14.1]$$

donde E_x es la componente x del campo eléctrico y $\Delta x = x_f - x_i$ es el desplazamiento de la carga a lo largo del eje x.

Unidad SI: joule (J)

Aunque es posible definir la energía potencial para cualquier campo eléctrico, la **ecuación 14.1 solo es válida para el caso de un campo eléctrico uniforme (es decir, constante), para una partícula que experimenta un desplazamiento a lo largo de un eje dado (que aquí se llama eje *x*)**. Debido a que el campo eléctrico es conservativo, el cambio en la energía potencial no depende de la trayectoria. Por lo tanto, no importa si la carga permanece o no en el eje en todo momento durante el desplazamiento: el cambio en la energía potencial será el mismo. En las secciones siguientes se examinarán las situaciones en las que el campo eléctrico no es uniforme.

La energía potencial eléctrica y gravitacional se puede comparar en la figura 14.2. En esta figura los campos eléctrico y gravitacional están ambos dirigidos hacia abajo. Se ve que la carga positiva en un campo eléctrico actúa de manera muy similar a la masa en un campo gravitacional: una carga positiva en el punto A cae en la dirección del campo eléctrico, así como una masa positiva cae en la dirección del campo gravitacional. Sea el punto B el punto cero para la energía potencial en las figuras 14.2a y 14.2b. A partir de la conservación de la energía, al caer del punto A al punto B la carga positiva gana energía cinética igual en magnitud a la pérdida de energía potencial eléctrica:

$$\Delta EC + \Delta EP_{\text{el}} = \Delta EC + (0 - |q|Ed) = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta EC = |q|Ed$$

Los signos de valor absoluto en q solo existen para hacer explícito que la carga es positiva en este caso. De manera similar, el objeto de la figura 14.2b gana energía cinética en magnitud igual a la pérdida de energía potencial gravitacional:

$$\Delta EC + \Delta EP_g = \Delta EC + (0 - mgd) = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta EC = mgd$$

Así que, para las cargas positivas, la energía potencial eléctrica funciona de manera muy parecida a la energía potencial gravitacional. En ambos casos, mover un objeto en dirección opuesta a la del campo resulta en una ganancia de energía potencial, y al liberarse la energía potencial se convierte en la energía cinética del objeto.

Sin embargo, la energía potencial eléctrica difiere significativamente de la energía potencial gravitacional, en que hay dos tipos de carga eléctrica (positiva y negativa) mientras que la gravedad solo tiene una "carga gravitacional" positiva (por ejemplo, masa). Una partícula cargada negativamente en reposo en el punto A en la figura 14.2a tendría que ser *empujada* hacia abajo hasta el punto B. Para ver por qué, aplique el teorema del trabajo y la energía a una carga negativa en reposo en el punto A y suponga que tiene cierta velocidad v al llegar al punto B:

$$W = \Delta EC + \Delta EP_{\text{el}} = (\tfrac{1}{2}mv^2 - 0) + [0 - (-|q|Ed)]$$

$$W = \tfrac{1}{2}mv^2 + |q|Ed$$

Observe que la carga negativa, $-|q|$, a diferencia de la carga positiva, tuvo un cambio positivo en la energía potencial eléctrica al pasar del punto A al punto B. Si la carga negativa tiene alguna velocidad en el punto B, la energía cinética correspondiente a esa velocidad también es positiva. Debido a que ambos términos en el lado derecho de la ecuación de trabajo-energía son positivos, no hay manera de obtener la carga negativa del punto A al punto B sin hacer trabajo positivo W sobre ella. ¡De hecho, si la carga negativa simplemente se libera en el punto A, "caerá" hacia arriba en contra de la dirección del campo!

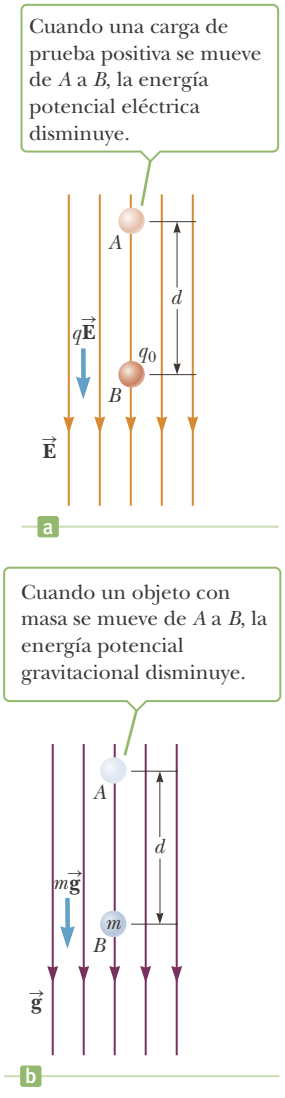


Figura 14.2 a) Cuando el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ está dirigido hacia abajo, el punto B está en un potencial eléctrico menor que el punto A. b) Un objeto de masa m se mueve en la dirección del campo gravitacional $\vec{\mathbf{g}}$.

Cuestionario rápido

14.1 Si un electrón es liberado a partir del reposo en un campo eléctrico uniforme, ¿la energía potencial eléctrica del sistema campo-carga a) aumenta, b) disminuye, o c) permanece igual?

EJEMPLO 14.1 Diferencias en la energía potencial en un campo eléctrico

OBJETIVO Ilustrar el concepto de energía potencial eléctrica.

PROBLEMA Un protón se libera a partir del reposo en $x = -2.00$ cm en un campo eléctrico constante con magnitud 1.50×10^3 N/C, apuntando en la dirección x positiva. **a)** Calcule el cambio en la energía potencial eléctrica asociada con el protón cuando llega a $x = 5.00$ cm. **b)** Ahora se dispara un electrón en la misma dirección desde la misma posición. ¿Cuál es el cambio en la energía potencial eléctrica asociada con el electrón si llega a $x = 12.0$ cm? **c)** Si se invierte la dirección del campo eléctrico y se libera un electrón a partir del reposo en $x = 3.00$ cm, ¿cuánto ha cambiado la energía potencial eléctrica cuando el electrón llega a $x = 7.00$ cm?

ESTRATEGIA Este problema requiere una sustitución directa de los valores dados en la definición de energía potencial eléctrica, ecuación 14.1.

SOLUCIÓN

a) Calcule el cambio en la energía potencial eléctrica asociada con el protón.

Aplique la ecuación 14.1:

$$\begin{aligned}\Delta EP &= -qE_x\,\Delta x = -qE_x(x_f - x_i)\\ &= -(1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(1.50 \times 10^3\ \text{N/C})\\ &\quad \times [0.050\ 0\ \text{m} - (-0.020\ 0\ \text{m})]\\ &= \boxed{-1.68 \times 10^{-17}\ \text{J}}\end{aligned}$$

b) Encuentre el cambio en la energía potencial eléctrica asociada con un electrón que se dispara desde $x = -0.020\,0$ m y que llega a $x = 0.120$ m.

Aplique la ecuación 14.1, pero en este caso observe que la carga eléctrica q es negativa:

$$\begin{aligned}\Delta EP &= -qE_x\,\Delta x = -qE_x(x_f - x_i)\\ &= -(-1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(1.50 \times 10^3\ \text{N/C})\\ &\quad \times [(0.120\ \text{m} - (-0.020\ 0\ \text{m})]\\ &= \boxed{+3.36 \times 10^{-17}\ \text{J}}\end{aligned}$$

c) Encuentre el cambio en la energía potencial asociada con un electrón que viaja de $x = 3.00$ cm a $x = 7.00$ cm si se invierte la dirección del campo eléctrico.

Sustituya, pero ahora el campo eléctrico apunta en la dirección x negativa; por lo tanto, tiene un signo menos:

$$\begin{aligned}\Delta EP &= -qE_x\,\Delta x = -qE_x\,(x_f - x_i)\\ &= -(-1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(-1.50 \times 10^3\ \text{N/C})\\ &\quad \times (0.070\ \text{m} - 0.030\ \text{m})\\ &= \boxed{-9.60 \times 10^{-18}\ \text{J}}\end{aligned}$$

COMENTARIOS Observe que el protón (en realidad, el sistema de campo y protones) perdió energía potencial cuando se movía en la dirección x positiva, mientras que el electrón ganaba energía potencial cuando se movía en la misma dirección. Encontrar los cambios en la energía potencial con el campo invertido era solo cuestión de proporcionar un signo menos, ¡en este caso, llevando el número total a tres! Es importante no eliminar ninguno de los signos.

PREGUNTA 14.1 Cierto o falso: cuando un electrón se libera a partir el reposo en un campo eléctrico constante, el cambio en la energía potencial eléctrica asociada con el electrón se vuelve más negativo con el tiempo.

EJERCICIO 14.1 Encontrar el cambio en la energía potencial eléctrica asociada con el electrón en el inciso b) a medida que va de $x = 0.120$ m a $x = -0.180$ m. (Observe que el electrón debe girar y retroceder en algún punto. La ubicación del punto de inflexión no es importante porque los cambios en la energía potencial dependen solo de los extremos de la trayectoria.)

RESPUESTA -7.20×10^{-17} J

EJEMPLO 14.2 Dinámica de partículas cargadas

OBJETIVO Usar la energía potencial eléctrica en los problemas de conservación de energía.

PROBLEMA **a)** Encuentre la rapidez del protón en $x = 0.050\ 0$ m en el inciso a) del ejemplo 14.1. **b)** Determine la rapidez inicial del electrón (en $x = -2.00$ cm) en el inciso b) del ejemplo 14.1 dado que su rapidez ha caído a la mitad cuando llega a $x = 0.120$ m.

ESTRATEGIA Aplique la conservación de la energía, despejando las rapideces desconocidas. El inciso b) implica dos ecuaciones: la de la conservación de la energía y la condición $v_f = \frac{1}{2}v_i$ para las rapideces inicial y final desconocidas. Los cambios en la energía potencial eléctrica ya se han calculado en el ejemplo 14.1.

SOLUCIÓN

a) Calcule la velocidad del protón en $x = 0.050$ m. Use la conservación de la energía, con una velocidad inicial de cero:

$$\Delta EC + \Delta EP = 0 \quad \rightarrow \quad (\tfrac{1}{2}m_p v^2 - 0) + \Delta EP = 0$$

Despeje v y sustituya el cambio en la energía potencial que se encuentra en el ejemplo 14.1a:

$$v^2 = -\frac{2}{m_p}\Delta EP$$

$$v = \sqrt{-\frac{2}{m_p}\Delta EP}$$

$$= \sqrt{-\frac{2}{(1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg})}(-1.68 \times 10^{-17}\ \text{J})}$$

$$= 1.42 \times 10^{5}\ \text{m/s}$$

b) Encuentre la velocidad inicial del electrón (en $x = -2.00$ cm) dado que su velocidad ha disminuido a la mitad en $x = 0.120$ m.

Aplique una vez más la conservación de la energía, sustituyendo las expresiones para las energías cinéticas inicial y final:

$$\Delta EC + \Delta EP = 0$$

$$(\tfrac{1}{2}m_e {v_f}^2 - \tfrac{1}{2}m_e {v_i}^2) + \Delta EP = 0$$

Sustituya la condición $v_f = \frac{1}{2}v_i$ y reste el cambio en la energía potencial de ambos lados:

$$\tfrac{1}{2}m_e(\tfrac{1}{2}v_i)^2 - \tfrac{1}{2}m_e {v_i}^2 = -\Delta EP$$

Combine los términos y despeje v_i, la rapidez inicial, y sustituya el cambio en la energía potencial encontrado en el ejemplo 14.1b:

$$-\tfrac{3}{8}m_e {v_i}^2 = -\Delta EP$$

$$v_i = \sqrt{\frac{8\Delta EP}{3m_e}} = \sqrt{\frac{8(3.36 \times 10^{-17}\ \text{J})}{3(9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg})}}$$

$$= 9.92 \times 10^{6}\ \text{m/s}$$

COMENTARIOS Aunque los cambios en la energía potencial asociados con el protón y el electrón eran similares en magnitud, el efecto en sus rapideces difiere drásticamente. El cambio en la energía potencial tuvo un efecto mucho mayor en el electrón que es más ligero que en el protón.

PREGUNTA 14.2 Cierto o falso: si un protón y un electrón se mueven por el mismo desplazamiento en un campo eléctrico, el cambio en la energía potencial asociado con el protón debe ser igual en magnitud y opuesto en signo al cambio en la energía potencial asociado con el electrón.

EJERCICIO 14.2 Consulte el ejercicio 14.1. Encuentre la rapidez del electrón en $x = -0.180$ m. *Nota:* use la velocidad inicial del inciso b) del ejemplo 14.2.

RESPUESTA 1.35×10^{7} m/s La respuesta es 4.5% de la velocidad de la luz.

Potencial eléctrico

En el capítulo 13 fue conveniente definir un campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ relacionado con la fuerza eléctrica $\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$. De este modo, las propiedades de los conjuntos fijos de cargas podrían estudiarse fácilmente, y la fuerza sobre cualquier partícula en el campo

eléctrico podría obtenerse simplemente al multiplicar por la carga q de la partícula. Por las mismas razones, es útil definir una *diferencia de potencial eléctrico* ΔV relacionada con la energía potencial por $\Delta EP = q\Delta V$:

La diferencia de potencial eléctrico ΔV entre los puntos A y B es el cambio en la energía potencial eléctrica cuando una carga q se mueve de A a B dividida entre la carga q:

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta EP}{q} \qquad [14.2]$$

◀ Diferencia potencial entre dos puntos

Unidad SI: joule por coulomb, o volt (J/C o V)

Esta definición es completamente general, aunque en muchos casos se requeriría el cálculo para estimar el cambio en la energía potencial del sistema. Debido a que la energía potencial eléctrica es una cantidad escalar, **el potencial eléctrico también es una cantidad escalar**. De la ecuación 14.2, se observa que la diferencia de potencial eléctrico es una medida del cambio en la energía potencial eléctrica por unidad de carga. Alternativamente, la diferencia de potencial eléctrico es el trabajo por unidad de carga que una fuerza tendría que hacer para mover una carga desde el punto A hasta el punto B en el campo eléctrico. La unidad SI de potencial eléctrico es el joule por coulomb, llamada volt (V). A partir de la definición de esa unidad, se debe hacer 1 J de trabajo para mover una carga de 1 C entre dos puntos que están a una diferencia de potencial de 1 V. En el proceso de desplazamiento a través de una diferencia de potencial de 1 V, la carga C gana 1 J de energía.

Para el caso especial de un campo eléctrico uniforme como el que existe entre placas paralelas cargadas, al dividir la ecuación 14.1 entre q se obtiene

$$\frac{\Delta PE}{q} = -E_x \Delta x$$

Al comparar esta ecuación con la 14.2, encontramos que

$$\Delta V = -E_x \Delta x \qquad [14.3]$$

La ecuación 14.3 muestra que la diferencia de potencial también tiene unidades de campo eléctrico por distancia. Se deduce entonces que la unidad SI del campo eléctrico, el newton por coulomb, también se puede expresar como volts por metro:

$$1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$$

Debido a que la ecuación 14.3 está directamente relacionada con la ecuación 14.1, recuerde que solo es válida para el sistema que consiste en un campo eléctrico uniforme y una carga que se mueve en una dimensión.

Liberadas del reposo, las cargas positivas aceleran espontáneamente desde regiones de alto potencial hasta otras de bajo potencial. Si a una carga positiva se le da alguna velocidad inicial en la dirección de alto potencial, puede moverse en esa dirección, pero se ralentizará y por último regresará, igual que una pelota que se lanza hacia arriba en un campo gravitacional. Las cargas negativas hacen exactamente lo contrario: liberadas del reposo, aceleran desde regiones de bajo potencial hasta regiones de alto potencial. El trabajo debe hacerse sobre cargas negativas para hacer que vayan en la dirección del potencial eléctrico más bajo.

Sugerencia 14.1 Potencial y energía potencial

El potencial eléctrico solo es característico del campo, independientemente de que sea posible colocar una carga de prueba en ese campo. Por otra parte, la energía potencial es una característica del sistema de campo de la carga debido a una interacción entre el campo y una carga colocada en él.

Cuestionario rápido

14.2 Si una partícula cargada negativamente se coloca en reposo en un campo potencial eléctrico que aumenta en la dirección x positiva, ¿la partícula a) acelerará en la dirección x positiva, b) acelerará en la dirección x negativa, o c) permanecerá en reposo?

14.3 La figura 14.3 es una gráfica de un potencial eléctrico en función de la posición. Si una partícula cargada positivamente se coloca en el punto A, ¿cuál será su movimiento posterior? ¿a) Irá hacia la derecha, b) hacia la izquierda, c) permanecerá en el punto A, o d) oscilará alrededor del punto B?

(*Continúa*)

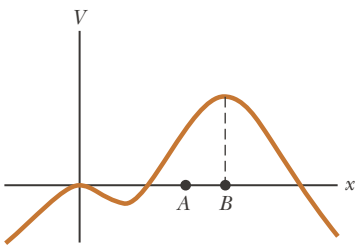


Figura 14.3 (Cuestionarios rápidos 14.3 y 14.4)

14.4 Si una partícula cargada negativamente se coloca en el punto *B* de la figura 14.3 y se le da una patada muy pequeña hacia la derecha, ¿cuál será su movimiento posterior? ¿Irá a) hacia la derecha y no volverá, b) hacia la izquierda, c) permanecerá en el punto *B*, o d) oscilará alrededor del punto *B*?

APLICACIÓN
Baterías de automóvil

Una aplicación de la diferencia de potencial es la batería de 12 V que se encuentra en un automóvil. Dicha batería mantiene una diferencia de potencial a través de sus terminales; la terminal positiva 12 V tiene un potencial más alto que la terminal negativa. En la práctica, la terminal negativa por lo general está conectada al cuerpo metálico del automóvil, que se puede considerar a un potencial de cero volts. La batería proporciona la corriente eléctrica necesaria para operar faros, radio, ventanas eléctricas, motores, etc. Ahora considere una carga de +1 C, que se mueve alrededor de un circuito que contiene la batería y algunos de estos dispositivos externos. A medida que la carga se mueve dentro de la batería desde la terminal negativa (a 0 V) hasta la terminal positiva (a 12 V), el trabajo realizado sobre la carga por la batería es de 12 J. Cada coulomb de carga positiva que sale de la terminal positiva de la batería lleva una energía de 12 J. Conforme la carga se mueve a través del circuito externo hacia la terminal negativa, cede sus 12 J de energía eléctrica a los dispositivos externos. Cuando la carga alcanza la terminal negativa, su energía eléctrica es cero otra vez. En este punto, la batería se hace cargo y restaura 12 J de energía a la carga conforme se mueve desde la terminal negativa a la positiva, lo que le permite hacer otro recorrido del circuito. La cantidad real de carga que la batería deja cada segundo y que atraviesa el circuito depende de las propiedades de los dispositivos externos, como se ve en el siguiente capítulo.

EJEMPLO 14.3 Tubos de televisión y acelerador de partículas

OBJETIVO Relacionar el potencial eléctrico con un campo eléctrico y con la conservación de la energía.

PROBLEMA En los aceleradores de átomos (también conocidos como ciclotrones y aceleradores lineales) las partículas cargadas aceleran de la misma manera en que aceleran en los tubos de televisión: a través de diferencias de potencial. Suponga que se inyecta un protón a una velocidad de 1.00×10^6 m/s entre dos placas separadas 5.00 cm, como se muestra en la figura 14.4. Posteriormente el protón acelera a través de la brecha y sale por la abertura. **a)** ¿Cuál debe ser la diferencia de potencial eléctrico si la velocidad de salida es de 3.00×10^6 m/s? **b)** ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas, suponiendo que es constante? La dirección *x* positiva está a la derecha.

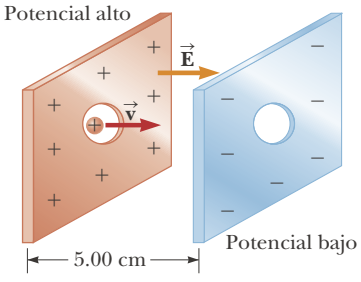


Figura 14.4 (Ejemplo 14.3) Un protón entra en una cavidad y acelera desde una placa cargada hacia la otra en un campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$.

ESTRATEGIA Use la conservación de la energía, escribiendo el cambio en la energía potencial en términos del cambio en el potencial eléctrico ΔV, y despeje ΔV. Para el inciso b), resuelva la ecuación 14.3 para el campo eléctrico.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el potencial eléctrico que produce la rapidez de salida deseada del protón.

Aplique la conservación de la energía, escribiendo la energía potencial en términos del potencial eléctrico:

$$\Delta EC + \Delta EP = \Delta EC + q\,\Delta V = 0$$

Despeje el cambio de potencial en la ecuación de energía:

$$\Delta V = -\frac{\Delta EC}{q} = -\frac{\frac{1}{2}m_p v_f^{\,2} - \frac{1}{2}m_p v_i^{\,2}}{q} = -\frac{m_p}{2q}\left(v_f^{\,2} - v_i^{\,2}\right)$$

Sustituya los valores dados, obteniendo la diferencia de potencial necesaria:

$$\Delta V = -\frac{(1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg})}{2(1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})}\left[(3.00 \times 10^6\ \text{m/s})^2 - (1.00 \times 10^6\ \text{m/s})^2\right]$$

$$\Delta V = -4.18 \times 10^4\ \text{V}$$

b) ¿Qué campo eléctrico debe existir entre las placas?

En la ecuación 14.3 despeje el campo eléctrico y sustituya:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{4.18 \times 10^4\ \text{V}}{0.050\ 0\ \text{m}} = 8.36 \times 10^5\ \text{N/C}$$

COMENTARIOS Los sistemas de tales cavidades, que consisten en placas positivas y negativas alternas, se usan para acelerar las partículas cargadas a alta velocidad antes de romperlas en objetivos. Para evitar una ralentización de, digamos, una partícula cargada positivamente después de que pasa a través de la placa negativa de una cavidad y entra en la siguiente, las cargas sobre las placas se invierten. De lo contrario, la partícula viajaría de la placa negativa a una placa positiva en la segunda cavidad, y la energía cinética obtenida en la cavidad anterior se perdería en la segunda.

PREGUNTA 14.3 Cierto o falso: una partícula más masiva gana menos energía al atravesar una diferencia de potencial dada de la que gana una partícula más ligera que tiene la misma carga.

EJERCICIO 14.3 Suponga que los electrones en un tubo de televisión aceleran a través de una diferencia de potencial de 2.00×10^4 V desde el cátodo caliente (electrodo negativo), donde se producen, hacia la pantalla, que también sirve como ánodo (electrodo positivo) a 25.0 cm de distancia. a) ¿Con qué velocidad chocarían los electrones sobre el fósforo de la pantalla? Suponga que aceleran desde el reposo e ignore efectos relativistas. b) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico, si se supone que es constante?

RESPUESTAS a) 8.38×10^7 m/s; b) 8.00×10^4 V/m

14.2 Potencial eléctrico y energía potencial debida a cargas puntuales

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir el potencial eléctrico de una carga puntual y la energía potencial de un par de cargas puntuales.
2. Aplique el potencial eléctrico y la energía potencial eléctrica a los sistemas de partículas cargadas.

En los circuitos eléctricos, un punto de potencial eléctrico cero se define a menudo por su conexión a tierra (a la Tierra) en algún punto del circuito. Por ejemplo, si la terminal negativa de una batería de 12 V estuviera conectada a tierra se consideraría que tiene un potencial de cero, mientras que la terminal positiva tendría un potencial de +12 V. La diferencia de potencial creada por la batería, sin embargo, solo se define localmente. En esta sección describimos el potencial eléctrico de una carga puntual, que se define en el espacio.

El campo eléctrico de una carga puntual se extiende a través del espacio, por lo que su potencial eléctrico también lo hace. El punto cero del potencial eléctrico podría tomarse en cualquier lugar, pero por lo general se considera a una distancia infinita de la carga, lejos de su influencia y de la de otras cargas. Con esta elección, los métodos de cálculo se pueden usar para mostrar que el potencial eléctrico creado por una carga puntual q a cualquier distancia r de la carga está dado por

$$V = k_e \frac{q}{r} \qquad [14.4]$$

◀ Potencial eléctrico creado por una carga puntual

La ecuación 14.4 muestra que el potencial eléctrico, o trabajo por unidad de carga, requerido para mover una carga de prueba positiva desde el infinito a una distancia r desde una carga puntual positiva q aumenta conforme la carga de prueba se acerca a q. Una gráfica de la ecuación 14.4 en la figura 14.5 muestra que el potencial asociado con una carga puntual disminuye como $1/r$ con el aumento de r, en contraste con la magnitud del campo eléctrico de la carga, que disminuye como $1/r^2$.

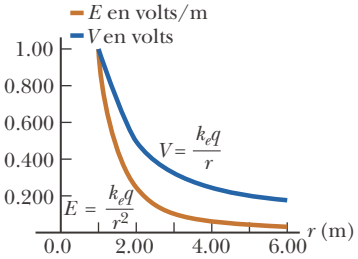


Figura 14.5 Campo eléctrico y potencial eléctrico *versus* distancia desde una carga puntual de 1.11×10^{-10} C. Observe que V es proporcional a $1/r$, mientras que E es proporcional a $1/r^2$.

El potencial eléctrico de dos o más cargas se obtiene aplicando el **principio de superposición: el potencial eléctrico total en algún punto *P* debido a varias cargas puntuales es la suma algebraica de los potenciales eléctricos debidos a las cargas individuales**. Este método es similar al que se usa en el capítulo 13 para encontrar el campo eléctrico resultante en un punto en el espacio. A diferencia de la superposición de campo eléctrico, que implica una suma de vectores, la superposición de potenciales eléctricos requiere la evaluación de una suma de escalares. Como resultado, es

◀ Principio de superposición

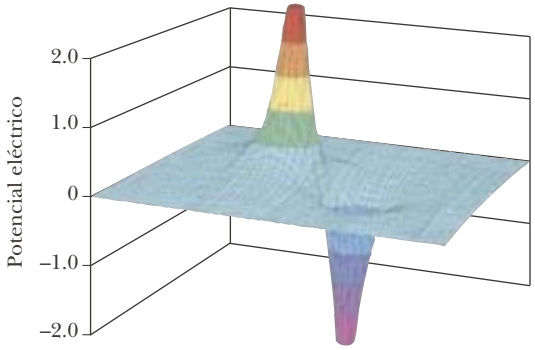


Figura 14.6 Potencial eléctrico (en unidades arbitrarias) en el plano que contiene un dipolo eléctrico. El potencial se representa en la dimensión vertical.

mucho más fácil evaluar el potencial eléctrico en algún punto debido a varias cargas que evaluar el campo eléctrico, que es una cantidad vectorial.

La figura 14.6 es una gráfica generada por computadora del potencial eléctrico asociado con un dipolo eléctrico, que consiste en dos cargas de igual magnitud pero de signo contrario. Las cargas se encuentran en un plano horizontal en el centro de los picos del potencial. El valor del potencial se representa en la dimensión vertical. El programa de computadora ha agregado el potencial de cada carga para obtener los valores totales del potencial.

Así como en el caso de campos eléctricos constantes, existe una relación entre el potencial eléctrico y la energía potencial eléctrica. Si V_1 es el potencial eléctrico debido a la carga q_1 en un punto P (figura 14.7a) el trabajo requerido para llevar la carga q_2 desde el infinito hasta P sin aceleración es q_2V_1. Por definición, este trabajo es igual a la energía potencial EP del sistema de dos partículas cuando las partículas están separadas por una distancia r (figura 14.7b).

Por lo tanto, se puede expresar la energía potencial eléctrica del *par* de cargas como

Energía potencial de un par de cargas ▶

$$EP = q_2V_1 = k_e\frac{q_1q_2}{r} \qquad [14.5]$$

Si las cargas son del *mismo* signo, EP es positiva. Debido a que las cargas se repelen, un agente externo debe realizar el trabajo positivo sobre el sistema para forzar a las dos cargas a acercarse entre sí. Por el contrario, si las cargas son de signo *opuesto*, la fuerza es atractiva y la EP es negativa. Esto significa que se debe hacer trabajo negativo para evitar que las cargas diferentes aceleren una hacia la otra conforme se acercan.

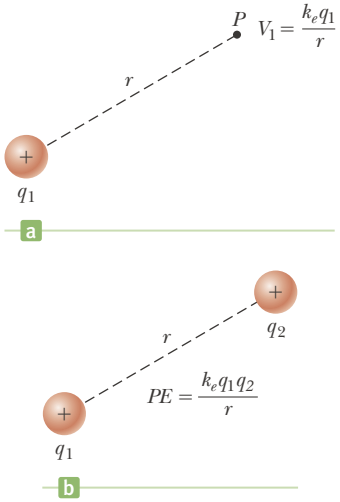


Figura 14.7 a) El potencial eléctrico V_1 en P debido a la carga puntual q_1 es $V_1 = k_eq_1/r$. b) Si una segunda carga, q_2, se trae desde el infinito a P, la energía potencial del par es $EP = k_eq_1q_2/r$.

Cuestionario rápido

14.5 Considere un conjunto de cargas en una región dada y suponga que todas las demás cargas se encuentran distantes y tienen un efecto insignificante. Además, el potencial eléctrico se toma como cero en el infinito. Si el potencial eléctrico en un punto dado en la región es cero, ¿cuál de las siguientes afirmaciones debe ser verdadera? a) El campo eléctrico es cero en ese punto. b) La energía potencial eléctrica es un mínimo en ese punto. c) No hay carga neta en la región. d) Algunas cargas en la región son positivas, y algunas son negativas. e) Las cargas tienen el mismo signo y están dispuestas simétricamente alrededor del punto dado.

14.6 Un globo esférico contiene una partícula cargada positivamente en su centro. Cuando el globo se infla a un volumen mayor mientras la partícula cargada permanece en el centro, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? a) El potencial eléctrico en la superficie del globo aumenta. b) La magnitud del campo eléctrico en la superficie del globo aumenta. c) El flujo eléctrico a través del globo sigue siendo el mismo. d) Ninguna de estas.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Potencial eléctrico

1. Dibuje un diagrama de todas las cargas y trace un círculo alrededor del punto de interés.
2. Calcule la distancia desde cada carga al punto de interés, etiquetándola en el diagrama.
3. Para cada carga q, calcule la cantidad escalar $V = \dfrac{k_e q}{r}$. *¡El signo de cada carga debe incluirse en sus cálculos!*
4. Sume todos los números encontrados en el paso anterior, para obtener el potencial eléctrico en el punto de interés.

EJEMPLO 14.4 Cómo encontrar el potencial eléctrico

OBJETIVO Calcular el potencial eléctrico debido a un conjunto de cargas puntuales.

PROBLEMA Una carga puntual de 5.00 μC está en el origen, y una carga puntual $q_2 = -2.00\ \mu$C está en el eje x en (3.00, 0) m, como en la figura 14.8. **a)** Si se considera que el potencial eléctrico es cero en el infinito, encuentre el potencial eléctrico debido a estas cargas en el punto P con coordenadas (0, 4.00) m. **b)** ¿Cuánto trabajo se requiere para traer una tercera carga puntual de 4.00 μC del infinito a P?

ESTRATEGIA Para el inciso a), el potencial eléctrico en P debido a cada carga se puede calcular a partir de $V = k_e q/r$. El potencial eléctrico en P es la suma de estas dos magnitudes. Para el inciso b), use el teorema trabajo-energía, junto con la ecuación 14.5, recordando que el potencial en el infinito se toma igual a cero.

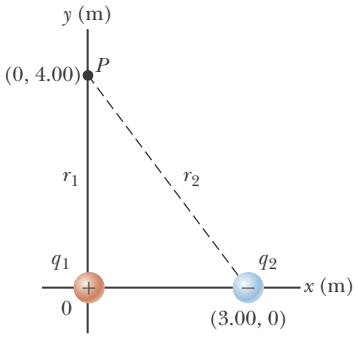


Figura 14.8 (Ejemplo 14.4) El potencial eléctrico en el punto P debido a las cargas puntuales q_1 y q_2 es la suma algebraica de los potenciales debido a las cargas individuales.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el potencial eléctrico en el punto P.

Calcule el potencial eléctrico en P debido a la carga de 5.00 μC:

$$V_1 = k_e \frac{q_1}{r_1} = \left(8.99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}\right)\left(\frac{5.00 \times 10^{-6}\ \text{C}}{4.00\ \text{m}}\right)$$
$$= 1.12 \times 10^4\ \text{V}$$

Encuentre el potencial eléctrico en P debido a la carga de $-2.00\ \mu$C:

$$V_2 = k_e \frac{q_2}{r_2} = \left(8.99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}\right)\left(\frac{-2.00 \times 10^{-6}\ \text{C}}{5.00\ \text{m}}\right)$$
$$= -0.360 \times 10^4\ \text{V}$$

Sume las dos cantidades para encontrar el potencial eléctrico total en P:

$$V_P = V_1 + V_2 = 1.12 \times 10^4\ \text{V} + (-0.360 \times 10^4\ \text{V})$$
$$= \boxed{7.6 \times 10^3\ \text{V}}$$

b) Encuentre el trabajo necesario para traer la carga de 4.00 μC desde el infinito a P.

Aplique el teorema trabajo-energía, con la ecuación 14.5:

$$W = \Delta PE = q_3\,\Delta V = q_3(V_P - V_\infty)$$
$$= (4.00 \times 10^{-6}\ \text{C})(7.6 \times 10^3\ \text{V} - 0)$$
$$W = \boxed{3.0 \times 10^{-2}\ \text{J}}$$

COMENTARIOS A diferencia del campo eléctrico, donde es necesaria la adición vectorial, el potencial eléctrico debido a más de una carga se puede encontrar con la suma ordinaria de escalares. Además, observe que el trabajo requerido para mover la carga es igual al cambio en la energía potencial eléctrica. La suma del trabajo hecho al mover la partícula más el trabajo realizado por el campo eléctrico es cero ($W_{\text{otro}} + W_{\text{eléctrico}} = 0$) porque la partícula comienza y termina en el reposo. Por lo tanto, $W_{\text{otro}} = -W_{\text{eléctrico}} = \Delta U_{\text{eléctrica}} = q\Delta V$.

(*Continúa*)

PREGUNTA 14.4 Si q_2 se moviera hacia la derecha, ¿qué pasaría con el potencial eléctrico V_p en el punto P? a) Aumentaría. b) Disminuiría. c) Seguiría siendo el mismo.

EJERCICIO 14.4 Suponga que una carga de $-2.00\ \mu C$ está en el origen y una carga de $3.00\ \mu C$ está en el punto $(0, 3.00)$ m. a) Encuentre el potencial eléctrico en $(4.00, 0)$ m, suponiendo que el potencial eléctrico es cero en el infinito, y b) encuentre el trabajo necesario para traer una carga de $4.00\ \mu C$ desde el infinito hasta el punto $(4.00, 0)$ m.

RESPUESTAS a) 8.99×10^2 V; b) 3.60×10^{-3} J

EJEMPLO 14.5 Energía potencial eléctrica y dinámica

OBJETIVO Aplicar la conservación de la energía y la energía potencial eléctrica a una configuración de cargas.

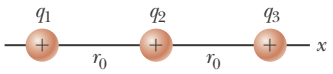


Figura 14.9 (Ejemplo 14.5)

PROBLEMA Suponga que tres protones se encuentran en el eje x, en reposo uno respecto al otro en un instante dado, como en la figura 14.9. Si el protón q_3 de la derecha se libera mientras los demás se mantienen fijos en su lugar, encuentre una expresión simbólica para la rapidez del protón en el infinito y evalúe esta rapidez cuando $r_0 = 2.00$ fm. (*Nota:* 1fm $= 10^{-15}$ m.)

ESTRATEGIA Primero calcule la energía potencial eléctrica inicial asociada con el sistema de tres partículas. Habrá tres términos, uno para cada pareja que interactúa. Luego calcule la energía potencial eléctrica final asociada con el sistema cuando el protón de la derecha está arbitrariamente lejos. Debido a que la energía potencial eléctrica disminuye como $1/r$, dos de los términos desaparecerán. Entonces, el uso de la conservación de la energía produce la rapidez de la partícula en cuestión.

SOLUCIÓN

Calcule la energía potencial eléctrica asociada con la configuración inicial de las cargas:

$$EP_i = \frac{k_e q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{k_e q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{k_e q_2 q_3}{r_{23}} = \frac{k_e e^2}{r_0} + \frac{k_e e^2}{2r_0} + \frac{k_e e^2}{r_0}$$

Calcule la energía potencial eléctrica asociada con la configuración final de las cargas:

$$EP_f = \frac{k_e q_1 q_2}{r_{12}} = \frac{k_e e^2}{r_0}$$

Escriba la ecuación de la conservación de la energía:

$$\Delta EC + \Delta EP = EC_f - EC_i + EP_f - EP_i = 0$$

Sustituya los términos apropiados:

$$\tfrac{1}{2} m_3 {v_3}^2 - 0 + \frac{k_e e^2}{r_0} - \left(\frac{k_e e^2}{r_0} + \frac{k_e e^2}{2r_0} + \frac{k_e e^2}{r_0} \right) = 0$$

$$\tfrac{1}{2} m_3 {v_3}^2 - \left(\frac{k_e e^2}{2r_0} + \frac{k_e e^2}{r_0} \right) = 0$$

Despeje v_3 después de combinar los dos términos de energía potencial restantes:

$$v_3 = \sqrt{\frac{3k_e e^2}{m_3 r_0}}$$

Evalúe tomando $r_0 = 2.00$ fm:

$$v_3 = \sqrt{\frac{3(8.99 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})^2}{(1.67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})(2.00 \times 10^{-15}\ \mathrm{m})}} = 1.44 \times 10^7\ \mathrm{m/s}$$

COMENTARIOS La diferencia en las energías potenciales iniciales y finales produce la energía disponible para el movimiento. Este cálculo es un poco artificial porque sería difícil, aunque no imposible, disponer de tal configuración de protones; podría ocurrir por casualidad dentro de una estrella.

PREGUNTA 14.5 Si un cuarto protón se coloca a la derecha de q_3, ¿cuántos términos adicionales de energía potencial tendrían que calcularse en la configuración inicial?

EJERCICIO 14.5 Partiendo de la configuración inicial de tres protones, suponga que las dos partículas finales se liberan simultáneamente y la partícula central se fija. Obtenga una respuesta numérica para la rapidez de las dos partículas en el infinito (observe que sus rapideces, por simetría, deben ser iguales).

RESPUESTA 1.31×10^7 m/s

14.3 Potenciales y conductores cargados

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Discutir el potencial eléctrico de un conductor perfecto.
2. Definir la unidad de energía electrónica de volts.

El potencial eléctrico en todos los puntos de un conductor cargado se puede determinar combinando las ecuaciones 14.1 y 14.2. De la ecuación 14.1 vemos que el trabajo realizado sobre una carga por fuerzas eléctricas está relacionado con el cambio en la energía potencial eléctrica de la carga por

$$W = -\Delta EP$$

De la ecuación 14.2 vemos que el cambio en la energía potencial eléctrica entre dos puntos A y B está relacionada con la diferencia de potencial entre esos puntos por

$$\Delta EP = q(V_B - V_A)$$

Combinando estas dos ecuaciones, se encuentra que

$$W = -q(V_B - V_A) \qquad [14.6]$$

Usando esta ecuación, se obtiene el siguiente resultado general: **no se requiere trabajo neto para mover una carga entre dos puntos que están en el mismo potencial eléctrico**. En términos matemáticos este resultado sugiere que $W = 0$ siempre que $V_B = V_A$.

En el capítulo 13 encontramos que cuando un conductor está en equilibrio electrostático, una carga neta sobre él reside enteramente en su superficie. Además, se mostró que el campo eléctrico justo afuera de la superficie de un conductor cargado en equilibrio electrostático es perpendicular a la superficie y que el campo dentro del conductor es cero. Ahora se muestra que **todos los puntos en la superficie de un conductor cargado en equilibrio electrostático están en el mismo potencial**.

Considere una trayectoria en la superficie que conecta cualesquiera puntos A y B en un conductor cargado, como en la figura 14.10. Se supone que las cargas en el conductor están en equilibrio entre sí, por lo que ninguna se mueve. En este caso, el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ es siempre perpendicular al desplazamiento a lo largo de esta trayectoria. Esto debe ser así, pues de lo contrario la parte del campo eléctrico tangente a la superficie movería las cargas. Debido a que $\vec{\mathbf{E}}$ es perpendicular a la trayectoria, el campo eléctrico no realiza ningún trabajo si una carga se mueve entre los dos puntos dados. A partir de la ecuación 14.6 se ve que si el trabajo realizado es cero, la diferencia en el potencial eléctrico, $V_B - V_A$, también es cero. Se deduce que **el potencial eléctrico es una constante en cualquier parte sobre la superficie de un conductor cargado en equilibrio**. Además, debido a que el campo eléctrico dentro de un conductor es cero, no se requiere ningún trabajo para mover una carga entre dos puntos dentro del conductor. De nuevo, la ecuación 14.6 muestra que, si el trabajo realizado es cero, la diferencia en el potencial eléctrico entre dos puntos cualesquiera dentro de un conductor también debe ser cero. Concluimos que el potencial eléctrico es constante en todas partes dentro de un conductor.

Por último, debido a que uno de los puntos dentro del conductor podría estar arbitrariamente cerca de la superficie del conductor, se concluye que **el potencial eléctrico es constante en todas partes dentro de un conductor e igual al mismo valor en la superficie**. Como consecuencia, no se requiere trabajo para mover una carga desde el interior de un conductor cargado hasta su superficie. (Es importante darse cuenta de que el potencial dentro de un conductor no es necesariamente cero, aunque el campo eléctrico interior es cero).

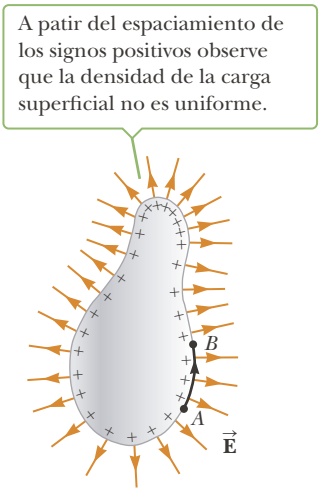


Figura 14.10 Un conductor de forma arbitraria con una carga positiva en exceso. Cuando el conductor está en equilibrio electrostático, toda la carga reside en la superficie, $\vec{\mathbf{E}} = 0$, dentro del conductor, y el campo eléctrico justo afuera del conductor es perpendicular a la superficie. El potencial es constante dentro del conductor y es igual al potencial en la superficie.

El electrón volt

Una unidad de energía de tamaño apropiado que por lo común se usa en la física atómica y nuclear es el electrón volt (eV). Por ejemplo, los electrones en los átomos normales generalmente tienen energías de decenas de eV, los electrones excitados en los átomos que emiten rayos x tienen energías de miles de eV, y los rayos gamma

de alta energía (ondas electromagnéticas) emitidos por el núcleo tienen energías de millones de eV.

Definición del electrón volt ▶

El **electrón volt** se define como la energía cinética que un electrón gana cuando se acelera a través de una diferencia de potencial de 1 V.

Debido a que 1 V = 1 J/C y a que la magnitud de la carga sobre el electrón es de 1.60×10^{-19} C, se ve que el electrón volt está relacionado con el joule por medio de

$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J} \qquad [14.7]$$

Cuestionario rápido

14.7 Un electrón inicialmente en reposo acelera a través de una diferencia de potencial de 1 V, obteniendo energía cinética EC_e, mientras que un protón, también inicialmente en reposo, acelera a través de una diferencia de potencial de −1 V, obteniendo energía cinética EC_p. ¿Cuál de las siguientes relaciones se cumple? a) $EC_e = EC_p$; b) $EC_e < EC_p$; c) $EC_e > EC_p$; d) La respuesta no se puede determinar a partir de la información dada.

14.4 Superficies equipotenciales

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Definir una superficie equipotencial y discutir sus propiedades eléctricas.

Una superficie en la que todos los puntos se encuentran en el mismo potencial se denomina **superficie equipotencial**. La diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera en una superficie equipotencial es cero. Por lo tanto, **no se requiere ningún trabajo para mover una carga a velocidad constante sobre una superficie equipotencial**.

Las superficies equipotenciales tienen una relación simple con el campo eléctrico: **el campo eléctrico en cada punto de una superficie equipotencial es perpendicular a la superficie**. Si el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ tenía un componente paralelo a la superficie, ese componente produciría una fuerza eléctrica sobre una carga colocada en la superficie. Esta fuerza realizaría trabajo sobre la carga conforme se mueve de un punto a otro, en contradicción con la definición de superficie equipotencial.

Las superficies equipotenciales se pueden representar en un diagrama dibujando contornos equipotenciales, que son vistas bidimensionales de las intersecciones de las superficies equipotenciales con el plano del dibujo. Estos contornos equipotenciales se llaman simplemente **equipotenciales**. La figura 14.11a muestra las equipotenciales (en azul) asociadas con una carga puntual positiva. Observe que las equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo eléctrico (en naranja) en todos los puntos. Recuerde que el potencial eléctrico creado por una carga puntual q está dado por $V = k_e q/r$. Esta relación muestra que, para una carga puntual única, el potencial es constante en cualquier superficie sobre la cual r es constante. Se deduce que las equipotenciales de una carga puntual

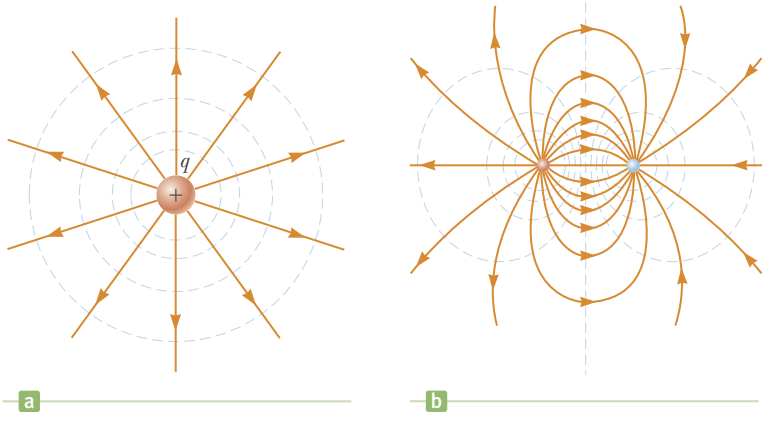


Figura 14.11 Equipotenciales (líneas azules discontinuas) y líneas de campo eléctrico (líneas naranjas) para a) una carga puntual positiva y b) dos cargas puntuales de igual magnitud y de signo contrario. En todos los casos las equipotenciales son *perpendiculares* a las líneas de campo eléctrico en todos los puntos.

son una familia de esferas centradas en la carga puntual. La figura 14.11b muestra las equipotenciales asociadas con dos cargas de igual magnitud pero de signo contrario.

14.5 Aplicaciones

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Describir algunas aplicaciones importantes de los sistemas cargados eléctricamente.

El precipitador electrostático

APLICACIÓN
El precipitador electrostático

Una aplicación importante de la descarga eléctrica en los gases es un dispositivo llamado *precipitador electrostático*. Este dispositivo elimina la materia particulada de los gases de combustión, reduciendo así la contaminación del aire. Es especialmente útil en las plantas eléctricas que queman carbón y en las operaciones industriales que generan grandes cantidades de humo. Los sistemas actualmente en uso pueden eliminar aproximadamente 90% de la masa de las cenizas y el polvo del humo. Desafortunadamente, un porcentaje muy alto de las partículas más ligeras todavía escapa y contribuye significativamente al smog y a la neblina.

La figura 14.12 ilustra la idea básica del precipitador electrostático. Se mantiene un alto voltaje (típicamente de 40 kV a 100 kV) entre un alambre que corre por el centro de un conducto y la pared externa, que está conectada a tierra. El alambre se mantiene en un potencial eléctrico negativo respecto a la pared, por lo que el campo eléctrico se dirige hacia el alambre. El campo eléctrico cerca del alambre alcanza un valor suficientemente alto para provocar una descarga alrededor del alambre y la formación de iones positivos, electrones y iones negativos, como el O_2^-. Conforme los electrones y los iones negativos aceleran hacia la pared exterior por el campo eléctrico no uniforme, las partículas de polvo en el flujo de gas se cargan por medio de colisiones y captura de iones. Debido a que la mayoría de las partículas de suciedad cargadas son negativas, también son atraídas hacia la pared exterior por el campo eléctrico. Cuando el conducto es sacudido, las partículas caen y se recogen en el fondo.

Además de reducir las cantidades de gases nocivos y materia partículada en la atmósfera, el precipitador electrostático recupera óxidos metálicos valiosos del apilamiento.

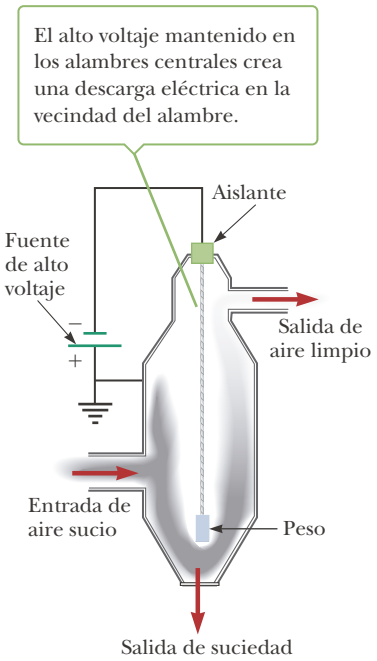


Figura 14.12 Diagrama esquemático de un precipitador electrostático.

APLICACIÓN
El limpiador de aire electrostático

En las casas se usa un dispositivo similar llamado *limpiador de aire electrostático* para aliviar el malestar de los pacientes alérgicos. El aire cargado de polvo y polen es atraído hacia el dispositivo a través de una pantalla de malla con carga positiva. Las partículas aerotransportadas se cargan positivamente cuando entran en contacto con la pantalla, y luego pasan a través de una segunda pantalla de malla cargada negativamente. La fuerza electrostática de atracción entre las partículas cargadas positivamente en el aire y la pantalla cargada negativamente hace que las partículas se precipiten hacia afuera sobre la superficie de la pantalla, eliminando un porcentaje muy alto de contaminantes de la corriente de aire.

Xerografía e impresoras láser

APLICACIÓN
Copiadoras xerográficas

La xerografía se usa ampliamente para hacer fotocopias de materiales impresos. La idea básica detrás del proceso fue desarrollada por Chester Carlson, a quien se otorgó una patente para su invento en 1940. En 1947 la Xerox Corporation lanzó un programa a gran escala para desarrollar duplicadoras automáticas usando el proceso de Carlson. El enorme éxito de ese desarrollo es evidente: hoy, casi todas las oficinas y bibliotecas tienen una máquina copiadora o más, y las capacidades de estas máquinas continúan evolucionando.

Algunas características del proceso xerográfico implican conceptos simples de la electrostática y la óptica. La única idea que hace que el proceso sea único, sin embargo, es el uso de material fotoconductor para formar una imagen. Un fotoconductor es un material que es un conductor pobre de la electricidad en la oscuridad, pero un conductor razonablemente bueno cuando se expone a la luz.

La figura 14.13 ilustra los pasos en el proceso xerográfico. En primer lugar, se recubre la superficie de una placa o un tambor con una película delgada del material fotoconductor (por lo general selenio o algún compuesto de selenio), y la superficie fotoconductora recibe una carga electrostática positiva en la oscuridad (figura 14.13a). La página que se va a copiar se proyecta entonces sobre la superficie cargada (figura 14.13b). La superficie fotoconductora se hace conductora solo en las áreas donde la luz entra en acción; allí la luz produce portadores de carga en el fotoconductor que neutralizan la superficie cargada positivamente. Las cargas permanecen en aquellas áreas del fotoconductor que no están expuestas a la luz dejando, sin embargo, una imagen oculta del objeto en forma de una distribución positiva de la carga superficial.

APLICACIÓN
Impresoras láser

Luego se espolvorea sobre la superficie fotoconductora un polvo cargado negativamente llamado *tóner* (figura 14.13c). El polvo cargado se adhiere solo a las áreas que contienen la imagen cargada positivamente. En este punto, la imagen se vuelve visible. Luego se transfiere a la superficie de una hoja de papel cargado positivamente. Por último el tóner se "fija" a la superficie del papel por calor (figura 14.13d), dando como resultado una copia permanente del original.

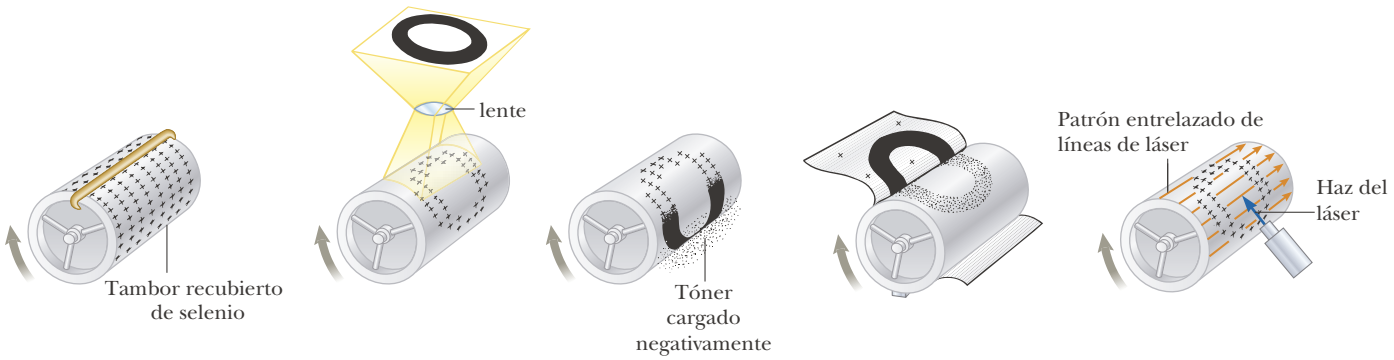


Figura 14.13 El proceso xerográfico. a) La superficie fotoconductora está cargada positivamente. b) Mediante el uso de una fuente de luz y una lente, se forma una imagen oculta sobre la superficie cargada en forma de cargas positivas. c) La superficie que contiene la imagen está cubierta con un polvo cargado negativamente, que se adhiere solo al área de la imagen. d) Un pedazo de papel se coloca sobre la superficie y se le da una carga. Esta transfiere la imagen al papel, que luego se calienta para "fijar" el polvo. e) La imagen en el tambor de una impresora láser se produce al encender y apagar un rayo láser a medida que barre a través del tambor recubierto de selenio.

Los pasos para producir un documento en una impresora láser son similares a los que sigue una fotocopiadora porque las partes a), c) y d) de la figura 14.13 permanecen esencialmente iguales. La diferencia entre las dos técnicas radica en la manera en que se forma la imagen en el tambor recubierto de selenio. En una impresora láser, el comando para imprimir la letra *O*, por ejemplo, se envía a un láser desde la memoria de una computadora. Un espejo giratorio dentro de la impresora hace que el haz del láser barra el tambor recubierto de selenio en un patrón entrelazado (figura 14.13e). Las señales eléctricas generadas por la impresora activan y desactivan el rayo láser en un patrón que traza la letra *O* en forma de cargas positivas sobre el selenio. El tóner se aplica entonces al tambor, y la transferencia al papel se realiza como en una fotocopiadora.

14.6 Capacitancia

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Describir un capacitor y definir la capacitancia.

Un **capacitor** es un dispositivo que se usa en una variedad de circuitos eléctricos, como aquellos que sirven para afinar la frecuencia de los receptores de radio, eliminar las chispas en los sistemas de encendido de los automóviles o almacenar energía a corto plazo para la liberación rápida en las unidades de flash electrónico. La figura 14.14 muestra un diseño típico para un capacitor. Consta de dos placas metálicas paralelas separadas por una distancia d. En un circuito eléctrico, las placas están conectadas a las terminales positiva y negativa de una batería u otra fuente de voltaje. Cuando se hace esta conexión, los electrones son extraídos de una de las placas, dejándola con una carga de $+Q$, y son transferidos a través de la batería a la otra placa, dejándola con una carga de $-Q$, como se muestra en la figura. La transferencia de carga se detiene cuando la diferencia de potencial a través de las placas es igual a la diferencia de potencial de la batería. Un capacitor cargado es un dispositivo que almacena energía que se puede recuperar cuando sea necesario para una aplicación específica.

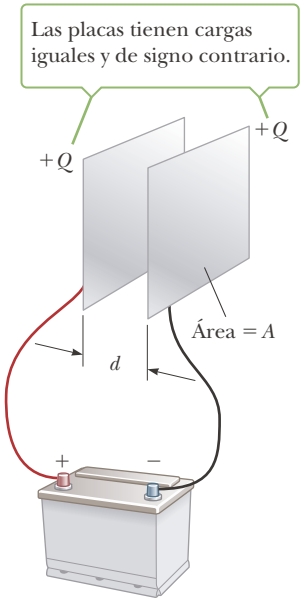


Figura 14.14 Un capacitor de placas paralelas consiste en dos placas paralelas, cada una de área A, separadas por una distancia d.

La capacitancia C de un capacitor es el cociente de la magnitud de la carga sobre cualquier conductor (placa) a la magnitud de la diferencia de potencial entre los conductores (placas):

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V} \qquad [14.8]$$

◀ Capacitancia de un par de conductores

Unidad SI: farad (F) = coulomb por volt (C/V)

Las cantidades Q y ΔV siempre se consideran positivas cuando se usan en la ecuación 14.8. Por ejemplo, si un capacitor de 3.0 μF está conectado a una batería de 12 V, la magnitud de la carga sobre cada placa del capacitor es

$$Q = C\Delta V = (3.0 \times 10^{-6}\ \text{F})(12\ \text{V}) = 36\ \mu\text{C}$$

A partir de la ecuación 14.8, se ve que se necesita una gran capacitancia para almacenar una gran cantidad de carga para un voltaje aplicado dado. El farad es una unidad muy grande de capacitancia. En la práctica, la mayoría de los capacitores típicos tienen capacitancias que van desde los microfarads ($1\ \mu\text{F} = 1 \times 10^{-6}$ F) a picofarads ($1\ \text{pF} = 1 \times 10^{-12}$ F).

14.7 El capacitor de placas paralelas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Deducir una expresión para la capacitancia de un capacitor de placa paralela.
2. Calcular las propiedades físicas fundamentales de un capacitor de placas paralelas.

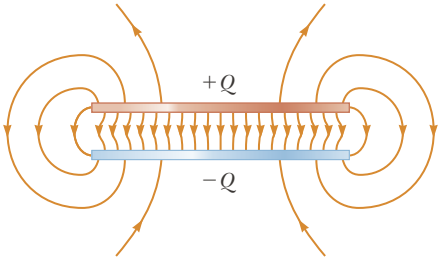


Figura 14.15 El campo eléctrico entre las placas de un capacitor de placas paralelas es uniforme cerca del centro, pero no uniforme cerca de los extremos.

Sugerencia 14.2 La diferencia es potencial ΔV, no V

Use el símbolo ΔV para la diferencia de potencial a través de un elemento de circuito o un dispositivo (muchos otros libros usan simplemente V para la diferencia de potencial). El uso dual de V para representar el potencial en un lugar y una diferencia de potencial en otro puede conducir a una confusión innecesaria.

La capacitancia de un dispositivo depende de la disposición geométrica de los conductores. La capacitancia de un capacitor de placas paralelas con placas separadas por aire (véase la figura 14.14) se puede calcular fácilmente a partir de tres hechos. Primero, recuerde en el capítulo 13 que la magnitud del campo eléctrico entre dos placas está dada por $E = \sigma/\epsilon_0$, donde σ es la magnitud de la carga por unidad de área en cada placa. En segundo lugar, hemos encontrado antes en este capítulo que la diferencia de potencial entre dos placas es $\Delta V = Ed$, donde d es la distancia entre las placas. Tercero, la carga sobre una placa está dada por $Q = \sigma A$, donde A es el área de la placa. La sustitución de estos tres hechos en la definición de la capacitancia proporciona el resultado deseado:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma A}{Ed} = \frac{\sigma A}{(\sigma/\epsilon_0)d}$$

Eliminando la carga por unidad de área, σ, se obtiene

Capacitancia de un capacitor de placas paralelas ▶

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \qquad [14.9]$$

donde A es el área de una de las placas, d es la distancia entre las placas y ϵ_0 es la permitividad del espacio libre.

De la ecuación 14.9, vemos que las placas con mayor área pueden almacenar más carga. Lo mismo es cierto para una separación pequeña d entre las placas porque entonces las cargas positivas sobre una placa ejercen una fuerza más fuerte sobre las cargas negativas en la otra placa, permitiendo que se mantenga más carga sobre las placas.

La figura 14.15 muestra las líneas de campo eléctrico de un capacitor de placas paralelas más realista. El campo eléctrico es casi constante en el centro entre las placas, pero se hace menor cuando se aproxima a los bordes. Sin embargo, para la mayoría de los propósitos, el campo puede considerarse constante en toda la región entre las placas.

APLICACIÓN
Accesorios de flash de cámara

Un dispositivo práctico que utiliza un capacitor es el accesorio de flash en una cámara. Se usa una batería para cargar el capacitor y la carga almacenada se libera cuando se presiona el disparador para tomar una fotografía. La carga almacenada se libera a un tubo de flash muy rápido, iluminando al sujeto en el instante en que se necesita más luz.

APLICACIÓN
Teclados de computadoras

Las computadoras hacen uso de los capacitores de muchas maneras. Por ejemplo, un tipo de teclado de computadora tiene capacitores en las bases de sus teclas, como en la figura 14.16. Cada tecla está conectada a una placa móvil, que representa un lado del capacitor; la placa fija en la parte inferior del teclado representa el otro lado del capacitor. Cuando se presiona una tecla, la separación del capacitor disminuye, causando un aumento de la capacitancia. Los circuitos electrónicos externos reconocen cada tecla por el *cambio* en su capacitancia cuando se presiona.

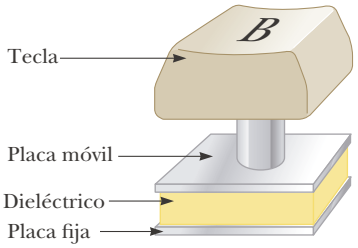


Figura 14.16 Cuando se presiona la tecla de un tipo de teclado, la capacitancia de un capacitor de placas paralelas aumenta conforme disminuye la separación entre las placas. La sustancia marcada como "dieléctrico" es un material aislante, como el que se describe en la sección 14.10.

Los capacitores son útiles para almacenar una gran cantidad de carga que necesita ser liberada rápidamente. Un buen ejemplo en la vanguardia de la investigación sobre la fusión es el confinamiento electrostático. Aquí los capacitores descargan sus electrones a través de una rejilla. Los electrones cargados negativamente en la rejilla atraen partículas cargadas positivamente hacia ellos y por lo tanto entre sí, causando que algunas partículas se fusionen y liberen energía en el proceso.

APLICACIÓN
Confinamiento electrostático

EJEMPLO 14.6 Un capacitor de placas paralelas

OBJETIVO Calcule las propiedades físicas fundamentales de un capacitor de placas paralelas.

PROBLEMA Un capacitor de placas paralelas tiene un área $A = 2.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$ y una separación de placas $d = 1.00 \times 10^{-3}\ \text{m}$. **a)** Determine su capacitancia. **b)** ¿Cuánta carga hay en la placa positiva si el capacitor está conectado a una batería de 3.00 V? **c)** Calcule la densidad de la carga en la placa positiva, suponiendo que la densidad es uniforme, y **d)** la magnitud del campo eléctrico entre las placas.

ESTRATEGIA Los incisos a) y b) se pueden resolver sustituyendo en las ecuaciones básicas de capacitancia. En el inciso c) use la definición de densidad de carga, y en el inciso d) use el hecho de que la diferencia de voltaje es igual al campo eléctrico multiplicado por la distancia.

SOLUCIÓN

a) Determine la capacitancia.

Sustituya en la ecuación 14.9:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = (8.85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)\left(\frac{2.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^2}{1.00 \times 10^{-3}\ \text{m}}\right)$$

$$C = 1.77 \times 10^{-12}\ \text{F} = 1.77\ \text{pF}$$

b) Encuentre la carga en la placa positiva después de que el capacitor se conecta a una batería de 3.00 V.

Sustituya en la ecuación 14.8:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow Q = C\,\Delta V = (1.77 \times 10^{-12}\ \text{F})(3.00\ \text{V})$$

$$= 5.31 \times 10^{-12}\ \text{C}$$

c) Calcule la densidad de carga en la placa positiva.

La densidad de carga es la carga dividida entre el área:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{5.31 \times 10^{-12}\ \text{C}}{2.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^2} = 2.66 \times 10^{-8}\ \text{C/m}^2$$

d) Calcule la magnitud del campo eléctrico entre las placas.

Aplique $\Delta V = Ed$:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{3.00\ \text{V}}{1.00 \times 10^{-3}\ \text{m}} = 3.00 \times 10^{3}\ \text{V/m}$$

COMENTARIOS La respuesta al inciso d) también podría haberse obtenido del campo eléctrico derivado para un capacitor de placas paralelas, ecuación 13.13, $E = \sigma/\epsilon_0$.

PREGUNTA 14.6 ¿Cómo cambian las respuestas si se duplica la distancia entre las placas?

EJERCICIO 14.6 Se usan dos placas, cada una con área $3.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$, para construir un capacitor de placas paralelas con capacitancia de 1.00 pF. a) Encuentre la distancia de separación necesaria. b) Si la placa positiva tiene que mantener una carga de 5.00×10^{-12} C, encuentre la densidad de carga. c) Encuentre el campo eléctrico entre las placas. d) ¿De qué voltaje debe ser la batería que se conecte a la placa para obtener los resultados anteriores?

RESPUESTAS a) 2.66×10^{-3} m; b) $1.67 \times 10^{-8}\ \text{C/m}^2$; c) $1.89 \times 10^{3}\ \text{N/C}$; d) 5.00 V

Símbolos para los elementos de un circuito y los circuitos

El símbolo que por lo general se usa para representar un capacitor en un circuito es —||— o algunas veces —|(—. No confunda ninguno de estos con el símbolo del circuito —|▮|—, que se usa para designar una batería (o cualquier otra fuente

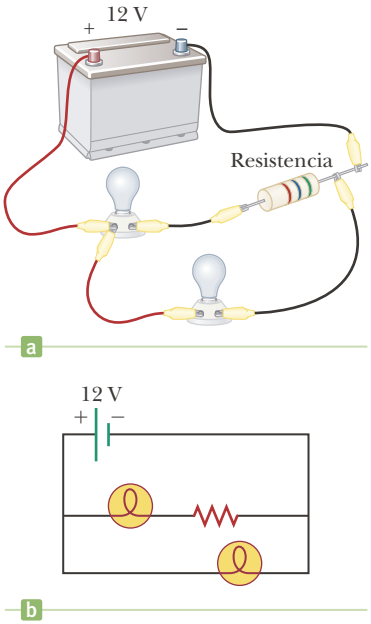


Figura 14.17 a) Un circuito real y b) su diagrama de circuito equivalente.

de corriente directa). La terminal positiva de la batería está en el potencial más alto y está representada por la línea vertical más larga en el símbolo de la batería. En el capítulo siguiente se discute otro elemento del circuito, llamado resistencia, que se representa con el símbolo —/\/\/\—. Cuando los alambres en un circuito no tienen una resistencia apreciable en comparación con la resistencia de otros elementos en el circuito, los alambres se representan con líneas rectas.

Es importante darse cuenta de que un circuito es un conjunto de objetos reales, que normalmente contienen una fuente de energía eléctrica (como una batería) conectada a elementos que convierten la energía eléctrica en otras formas de energía (luz, calor o sonido) o que la almacenan en campos eléctricos o magnéticos para su recuperación posterior. En la figura 14.17 se dibuja un circuito real y su diagrama esquemático. El símbolo de circuito para un foco que se muestra en la figura 14.17b es —(○)—.

Si no está familiarizado con los diagramas de circuitos, trace la trayectoria del circuito real con su dedo para observar que es equivalente al diagrama esquemático geométricamente regular.

14.8 Combinaciones de capacitores

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Deducir la capacitancia equivalente de los capacitores en paralelo.
2. Analizar un circuito con los capacitores en paralelo.
3. Deducir la capacitancia equivalente de los capacitores en serie.
4. Analizar un circuito con una serie de capacitores.
5. Analizar un circuito con combinaciones de capacitores paralelos y en serie.

Dos o más capacitores se pueden combinar en circuitos de varias maneras, pero la mayoría se reduce a dos configuraciones simples, llamadas *en paralelo* y *en serie*. La idea, entonces, es encontrar la capacitancia equivalente única debido a una combinación de varios capacitores diferentes que están en paralelo o en serie entre sí. Los capacitores se fabrican con un número de diferentes capacitancias estándar, y al combinarlo de diferentes maneras es posible obtener cualquier valor de capacitancia deseado.

Capacitores en paralelo

Se dice que dos capacitores conectados como se muestra en la figura 14.18a están en *paralelo*. La placa izquierda de cada capacitor está conectada a la terminal positiva de la batería con un alambre conductor, de modo que las placas izquierdas están al mismo potencial. De la misma manera, las placas derechas, ambas conectadas a la terminal negativa de la batería, están también al mismo potencial. Esto significa que

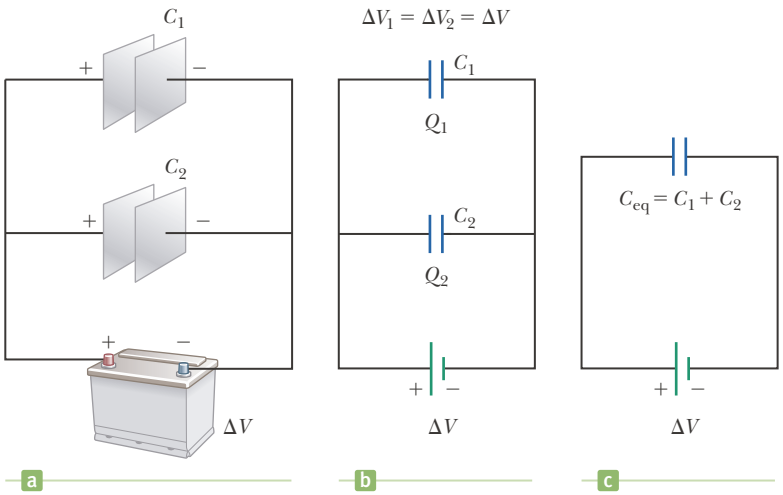


Figura 14.18 a) Una conexión en paralelo de dos capacitores. b) El diagrama de circuito para la combinación en paralelo. c) Las diferencias de potencial a través de los capacitores son las mismas, y la capacitancia equivalente es $C_{eq} = C_1 + C_2$.

los **capacitores en paralelo tienen la misma diferencia de potencial ΔV a través de ellos**. Los capacitores en paralelo se ilustran en la figura 14.18b.

Cuando los capacitores se conectan por primera vez en el circuito, los electrones son transferidos de las placas de la izquierda a través de la batería hacia las placas de la derecha, dejando las placas de la izquierda cargadas positivamente y las de la derecha cargadas negativamente. La fuente de energía para esta transferencia de carga es la energía química interna almacenada en la batería, que se convierte en energía eléctrica. El flujo de la carga se detiene cuando el voltaje a través de los capacitores es igual al voltaje de la batería, momento en el que los capacitores tienen sus cargas máximas. Si las cargas máximas sobre los dos capacitores son Q_1 y Q_2, respectivamente, la *carga total* Q almacenada por los dos capacitores es

$$Q = Q_1 + Q_2 \qquad [14.10]$$

Podemos reemplazar estos dos capacitores con uno equivalente que tiene una capacitancia de C_{eq}. Este debe tener exactamente el mismo efecto externo en el circuito que los dos originales, por lo que debe almacenar Q unidades de carga y tener la misma diferencia de potencial a través de él. Las cargas respectivas de cada capacitor son

$$Q_1 = C_1 \Delta V \quad \text{y} \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

La carga del capacitor equivalente es

$$Q = C_{eq} \Delta V$$

Al sustituir estas relaciones en la ecuación 14.10 se obtiene

$$C_{eq} \Delta V = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V$$

o

$$C_{eq} = C_1 + C_2 \quad \begin{pmatrix}\text{combinación}\\ \text{en paralelo}\end{pmatrix} \qquad [14.11]$$

Si extendemos este tratamiento a tres o más capacitores conectados en paralelo, se comprueba que la capacitancia equivalente es

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \begin{pmatrix}\text{combinación}\\ \text{en paralelo}\end{pmatrix} \qquad [14.12]$$

Vemos que la **capacitancia equivalente de una combinación en paralelo de capacitores es mayor que cualquiera de las capacitancias individuales**.

Sugerencia 14.3 Voltaje es igual que diferencia de potencial

Un voltaje *a través de* un dispositivo, como un capacitor, tiene el mismo significado que la diferencia de potencial a través del dispositivo. Por ejemplo, si decimos que el voltaje a través de un capacitor es de 12 V, queremos decir que la diferencia de potencial entre sus placas es de 12 V.

EJEMPLO 14.7 Cuatro capacitores conectados en paralelo

OBJETIVO Analizar un circuito con varios capacitores en paralelo.

PROBLEMA **a**) Determine la capacitancia del capacitor único que es equivalente a la combinación en paralelo de capacitores mostrada en la figura 14.19. Encuentre **b**) la carga en el capacitor de 12.0 μF y **c**) la carga total contenida en la configuración. **d**) Deduzca una expresión simbólica para la fracción de la carga total contenida en uno de los capacitores.

ESTRATEGIA Para el inciso a), agregue las capacitancias individuales. Para el inciso b), aplique la fórmula $C = Q/\Delta V$ al capacitor de 12.0 μF. La diferencia de voltaje es la misma que la diferencia a través de la batería. Para encontrar la carga total contenida en los cuatro capacitores, use la capacitancia equivalente en la misma fórmula.

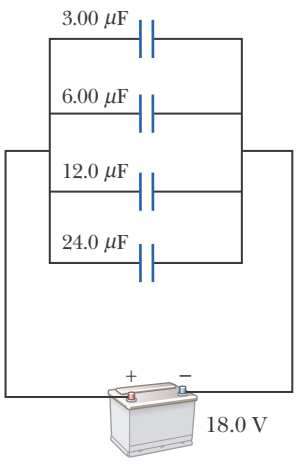


Figura 14.19 (Ejemplo 14.7) Cuatro capacitores conectados en paralelo.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) Encuentre la capacitancia equivalente.

Aplique la ecuación 14.12:

$$\begin{aligned} C_{eq} &= C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \\ &= 3.00\ \mu F + 6.00\ \mu F + 12.0\ \mu F + 24.0\ \mu F \\ &= \boxed{45.0\ \mu F} \end{aligned}$$

b) Determine la carga en el capacitor de 12 μF (designada por C_3).

Resuelva la ecuación de capacitancia para Q y sustituya:

$$\begin{aligned} Q &= C_3\,\Delta V = (12.0 \times 10^{-6}\ \text{F})(18.0\ \text{V}) = 216 \times 10^{-6}\ \text{C} \\ &= \boxed{216\ \mu C} \end{aligned}$$

c) Encuentre la carga total contenida en la configuración.

Use la capacitancia equivalente:

$$C_{eq} = \frac{Q}{\Delta V} \quad \rightarrow \quad Q = C_{eq}\Delta V = (45.0\ \mu F)(18.0\ \text{V}) = \boxed{8.10 \times 10^2\ \mu C}$$

d) Deduzca una expresión simbólica para la fracción de la carga total contenida en uno de los capacitores.

Escriba una expresión simbólica para la carga fraccional en el i-ésimo capacitor y use la definición del capacitor:

$$\frac{Q_i}{Q_{tot}} = \frac{C_i \Delta V}{C_{eq}\Delta V} = \frac{C_i}{C_{eq}}$$

COMENTARIOS La carga en cualquiera de los capacitores en paralelo se puede encontrar del mimo modo que en el inciso b) porque la diferencia de potencial es la misma. Observe que hallar la carga total no requiere encontrar la carga en cada capacitor individual y sumar. Es más fácil usar la capacitancia equivalente en la definición de capacitancia.

PREGUNTA 14.7 Si los cuatro capacitores tuvieran la misma capacitancia, ¿qué fracción de la carga total sería retenida por cada uno?

EJERCICIO 14.7 Encuentre la carga en el capacitor de 24.0 μF.

RESPUESTA 432 μC

Capacitores en serie

Q es la misma para todos los capacitores conectados en serie ▶

Ahora considere dos capacitores conectados en *serie*, como se ilustra en la figura 14.20a. **Para una combinación en serie de capacitores, la magnitud de la carga debe ser la misma en todas las placas**. Para entender este principio, considere el proceso de transferencia de carga con cierto detalle. Cuando una batería está conectada al circuito, los electrones con carga total $-Q$ son transferidos desde la placa izquierda de C_1 hasta la placa derecha de C_2 a través de la batería, dejando la placa izquierda de C_1 con una carga de $+Q$. Como consecuencia, las magnitudes de las cargas en la placa izquierda de C_1 y la placa derecha de C_2 deben ser las mismas. Ahora considere la placa derecha de C_1 y la placa izquierda de C_2, en el centro. Estas placas no están conectadas a la batería (debido a la separación a través de las placas) y, juntas, son eléctricamente neutras. Sin embargo, la carga de $+Q$ en la placa izquierda de C_1, atrae cargas negativas a la placa derecha de C_1. Estas cargas seguirán acumulándose hasta que las placas izquierda y derecha de C_1, juntas, se vuelvan eléctricamente neutras, lo que significa que la carga en la placa derecha de C_1 es $-Q$. Esta carga negativa solo podría haber provenido de la placa izquierda de C_2, por lo que C_2 tiene una carga de $+Q$.

Por lo tanto, independientemente de cuántos capacitores estén en serie o cuáles sean sus capacitancias, **todas las placas de la derecha ganan cargas de $-Q$ y todas las placas de la izquierda tienen cargas de $+Q$** (una consecuencia de la conservación de la carga).

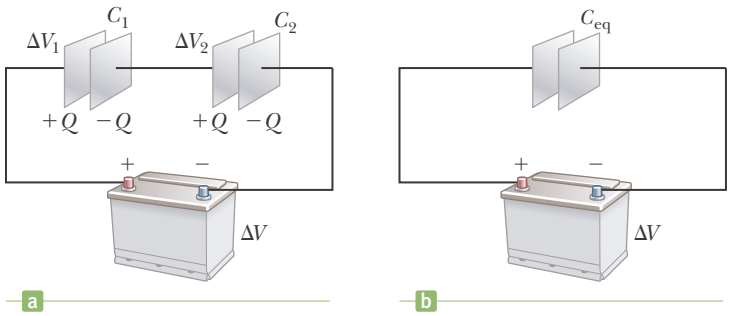


Figura 14.20 Combinación en serie de dos capacitores. Las cargas de los capacitores son las mismas, y la capacitancia equivalente se puede calcular a partir de la relación recíproca $1/C_{eq} = (1/C_1) + (1/C_2)$.

Después de que un capacitor equivalente para una serie de capacitores esté completamente cargado, **el capacitor equivalente debe terminar con una carga de $-Q$ en su placa derecha y una carga de $+Q$ en su placa izquierda**. Aplicando la definición de capacitancia al circuito en la figura 14.20b, tenemos

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}}$$

donde ΔV es la diferencia de potencial entre las terminales de la batería y C_{eq} es la capacitancia equivalente. Debido a que $Q = C\Delta V$ puede aplicarse a cada capacitor, las diferencias de potencial a través de ellos están dadas por

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1} \qquad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

De la figura 14.20a, vemos que

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \qquad [14.13]$$

donde ΔV_1 y ΔV_2 son las diferencias de potencial entre los capacitores C_1 y C_2 (una consecuencia de la conservación de la energía).

La diferencia de potencial a través de cualquier número de capacitores (u otros elementos del circuito) en serie es igual a la suma de las diferencias de potencial a través de los capacitores individuales. Al sustituir estas expresiones en la ecuación 14.13 y observar que $\Delta V = Q/C_{eq}$, tenemos

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

Al eliminar Q, llegamos a la siguiente relación:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \begin{pmatrix}\text{combinación}\\ \text{en serie}\end{pmatrix} \qquad [14.14]$$

Si este análisis se aplica a tres o más capacitores conectados en serie, se comprueba que la capacitancia equivalente es

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \begin{pmatrix}\text{combinación}\\ \text{en serie}\end{pmatrix} \qquad [14.15]$$

Como se mostrará en el ejemplo 14.8, la ecuación 14.15 implica que **la capacitancia equivalente de una combinación en serie es siempre menor que cualquier capacitancia individual en la combinación**.

Cuestionario rápido

14.8 Un capacitor está diseñado de modo que una placa es grande y la otra es pequeña. Si las placas están conectadas a una batería, a) la placa grande tiene una carga mayor que la placa pequeña, b) la placa grande tiene menos carga que la placa pequeña, o c) las placas tienen una carga igual, pero opuesta.

EJEMPLO 14.8 Cuatro capacitores conectados en serie

OBJETIVO Determinar una capacitancia equivalente de capacitores en serie, y la carga y el voltaje en cada capacitor.

PROBLEMA Cuatro capacitores están conectados en serie con una batería, como en la figura 14.21. **a)** Calcule la capacitancia del capacitor equivalente. **b)** Calcule la carga en el capacitor de 12 μF. **c)** Determine la caída de voltaje a través del capacitor de 12 μF.

ESTRATEGIA Combine todos los capacitores en un capacitor único equivalente usando la ecuación 14.15. Encuentre la carga en este capacitor equivalente usando $C = Q/\Delta V$. Esta carga es la misma que en los capacitores individuales. Use esta misma ecuación de nuevo para encontrar la caída de voltaje a través del capacitor de 12 μF.

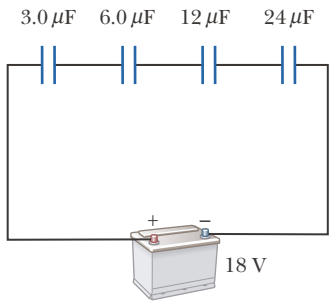


Figura 14.21 (Ejemplo 14.8) Cuatro capacitores conectados en serie.

SOLUCIÓN

a) Calcule la capacitancia equivalente de la serie.

Aplique la ecuación 14.15:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{3.0\ \mu F} + \frac{1}{6.0\ \mu F} + \frac{1}{12\ \mu F} + \frac{1}{24\ \mu F}$$

$$C_{eq} = 1.6\ \mu F$$

b) Calcule la carga en el capacitor de 12 μF.

La carga deseada es igual a la carga en el capacitor equivalente:

$$Q = C_{eq}\,\Delta V = (1.6 \times 10^{-6}\ F)(18\ V) = 29\ \mu C$$

c) Encuentre la caída de voltaje a través del capacitor de 12 μF. Aplique la ecuación de capacitancia básica:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \rightarrow \quad \Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{29\ \mu C}{12\ \mu F} = 2.4\ V$$

COMENTARIOS Observe que la capacitancia equivalente es menor que la de cualquiera de los capacitores individuales. La relación $C = Q/\Delta V$ se puede usar para encontrar las caídas de voltaje en los otros capacitores, igual que en el inciso c).

PREGUNTA 14.8 ¿Sobre qué capacitor es la caída de voltaje más pequeña? ¿La más grande?

EJERCICIO 14.8 El capacitor de 24 μF se elimina del circuito, dejando solo tres capacitores en serie. Encuentre a) la capacitancia equivalente, b) la carga en el capacitor de 6 μF, y c) la caída de voltaje a través del capacitor de 6 μF.

RESPUESTAS a) 1.7 μF; b) 31 μC; c) 5.2 V

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Combinaciones complejas de capacitores

1. **Combine** los capacitores que están en serie o en paralelo, siguiendo las fórmulas derivadas.
2. **Redibuje** el circuito después de cada combinación.
3. **Repita** los dos primeros pasos hasta que solo haya un capacitor equivalente.
4. **Encuentre la carga** en el capacitor equivalente único, usando $C = Q/\Delta V$.
5. **Trabaje hacia atrás** a través de los diagramas hacia el original, encontrando la carga y la caída de voltaje a través de cada capacitor a lo largo del camino. Para ello, use el siguiente conjunto de hechos:
   A. La ecuación del capacitor: $C = Q/\Delta V$
   B. Capacitores en paralelo: $C_{eq} = C_1 + C_2$
   C. Todos los capacitores en paralelo tienen la misma diferencia de voltaje, ΔV, igual que su capacitor equivalente.
   D. Capacitores en serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
   E. Los capacitores en serie tienen la misma carga Q, igual que su capacitor equivalente.

EJEMPLO 14.9 Capacitancia equivalente

OBJETIVO Resolver una compleja combinación de capacitores en serie y en paralelo.

PROBLEMA **a)** Calcule la capacitancia equivalente entre *a* y *b* para la combinación de capacitores que se muestra en la figura 14.22a. Todas las capacitancias están en microfarads. **b)** Si una batería de 12 V se conecta a través del sistema entre los puntos *a* y *b*, encuentre la carga en el capacitor de 4.0 μF en el primer diagrama y la caída de voltaje a través de este.

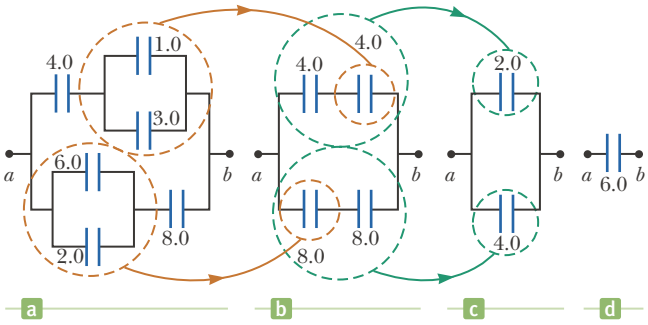


Figura 14.22 (Ejemplo 14.9) Para encontrar la capacitancia equivalente del circuito en a), use las reglas en serie y en paralelo descritas en el texto para reducir sucesivamente el circuito como se indica en b), c) y d). Todas las capacitancias están en microfarads.

ESTRATEGIA En el inciso a) use las ecuaciones 14.12 y 14.15 para reducir la combinación paso a paso, como se indica en la figura. En el inciso b), para encontrar la carga en el capacitor de 4.0 μF, comience con la figura 14.22c, encontrando la carga en el capacitor de 2.0 μF. Esta misma carga está en cada uno de los capacitores de 4.0 μF en el segundo diagrama, por el hecho 5E de la estrategia para resolver problemas. Uno de estos capacitores de 4.0 μF en el segundo diagrama es simplemente el capacitor original de 4.0 μF en el primer diagrama.

SOLUCIÓN

a) Calcule la capacitancia equivalente.

Encuentre la capacitancia equivalente de los capacitores paralelos de 1.0 μF y 3.0 μF en la figura 14.22a:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 1.0\ \mu\text{F} + 3.0\ \mu\text{F} = 4.0\ \mu\text{F}$$

Encuentre la capacitancia equivalente de los capacitores paralelos de 2.0 μF y 6.0 μF en la figura 14.22a:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 2.0\ \mu\text{F} + 6.0\ \mu\text{F} = 8.0\ \mu\text{F}$$

Combine los dos capacitores de la serie 4.0 μF en la figura 14.22b:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{4.0\ \mu\text{F}} + \frac{1}{4.0\ \mu\text{F}} = \frac{1}{2.0\ \mu\text{F}} \quad \rightarrow \quad C_{eq} = 2.0\ \mu\text{F}$$

Combine los dos capacitores de la serie 8.0 μF en la figura 14.22b:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{8.0\ \mu\text{F}} + \frac{1}{8.0\ \mu\text{F}} = \frac{1}{4.0\ \mu\text{F}} \quad \rightarrow \quad C_{eq} = 4.0\ \mu\text{F}$$

Por último, combine los dos capacitores en paralelo en la figura 14.22c para encontrar la capacitancia equivalente entre *a* y *b*:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 2.0\ \mu\text{F} + 4.0\ \mu\text{F} = 6.0\ \mu\text{F}$$

b) Determine la carga en el capacitor de 4.0 μF y la caída de voltaje a través de este.

Calcule la carga del capacitor de 2.0 μF en la figura 14.22c, que es la misma que la carga del capacitor de 4.0 μF en la figura 14.22a:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \rightarrow \quad Q = C\Delta V = (2.0\ \mu\text{F})(12\ \text{V}) = 24\ \mu\text{C}$$

Use la ecuación de capacitancia básica para encontrar la caída de voltaje a través del capacitor de 4.0 μF en la figura 14.22a:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \rightarrow \quad \Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{24\ \mu\text{C}}{4.0\ \mu\text{F}} = 6.0\ \text{V}$$

COMENTARIOS Para encontrar el resto de las cargas y el voltaje, solo debe usarse $C = Q/\Delta V$ de manera repetida, junto con los hechos 5C y 5E en Estrategia para resolver problemas. La caída de voltaje a través del capacitor de 4.0 μF también podría haberse encontrado al notar en la figura 14.22b que ambos capacitores tenían el mismo valor y, por simetría, dividirían la caída total de 12 volts entre ellos.

PREGUNTA 14.9 ¿Qué capacitor tiene más carga, el capacitor de 1.0 μF o el de 3.0 μF?

(*Continúa*)

EJERCICIO 14.9 a) En el ejemplo 14.9, encuentre la carga en el capacitor de 8.0 μF en la figura 14.22a y la caída de voltaje a través de ella. b) Haga lo mismo con el capacitor de 6.0 μF en la figura 14.22a.

RESPUESTAS a) 48 μC, 6.0 V; b) 36 μC, 6.0 V

14.9 Energía almacenada en un capacitor cargado

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Obtener una expresión para la energía almacenada por un capacitor.
2. Aplicar los conceptos de energía y potencia a un capacitor.

Casi todos los que trabajan con equipo electrónico han comprobado en algún momento que un capacitor puede almacenar energía. Si las placas de un capacitor cargado están conectadas por un conductor, como un alambre, la carga se transfiere de una placa a la otra hasta que las dos estén descargadas. La descarga se puede observar a menudo como una chispa visible. Si por accidente usted tocara las placas opuestas de un capacitor cargado, sus dedos actuarían como una trayectoria por la cual el capacitor podría descargarse, causando un choque eléctrico. El grado de choque dependería de la capacitancia y del voltaje aplicado al capacitor. *Cuando hay altos voltajes y grandes cantidades de carga, como en la fuente de alimentación de un televisor, esta descarga puede ser fatal.*

Los capacitores almacenan energía eléctrica, y esa energía es igual al trabajo requerido para mover la carga sobre las placas. Si un capacitor está inicialmente descargado (ambas placas son neutras) de modo que las placas están al mismo potencial, se requiere muy poco trabajo para transferir una pequeña cantidad de carga ΔQ de una placa a la otra. Sin embargo, una vez que se ha transferido esta carga aparece una pequeña diferencia de potencial $\Delta V = \Delta Q/C$ entre las placas, por lo que se debe realizar un trabajo para transferir carga adicional contra esta diferencia de potencial. De la ecuación 14.6, si la diferencia de potencial en cualquier instante durante el proceso de carga es ΔV, el trabajo ΔW requerido para mover más carga ΔQ a través de esta diferencia de potencial está dado por

$$\Delta W = \Delta V \Delta Q$$

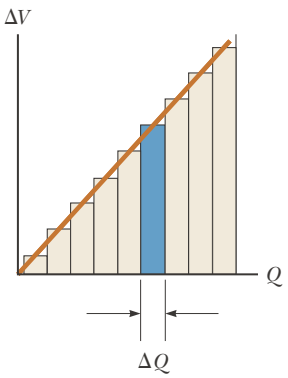


Figura 14.23 Una gráfica del voltaje *versus* la carga de un capacitor es una línea recta con pendiente $1/C$. El trabajo requerido para mover una carga ΔQ a través de una diferencia de potencial de ΔV a través de las placas del capacitor es $\Delta W = \Delta V \Delta Q$, que es igual al área del rectángulo azul. El *trabajo total* requerido para cargar el capacitor a una carga final Q es el área bajo la línea recta, que es igual a $Q\Delta V/2$.

Sabemos que $\Delta V = Q/C$ para un capacitor que tiene una carga total de Q. Por lo tanto, una gráfica de voltaje *versus* carga total da una línea recta con una pendiente de $1/C$, como se muestra en la figura 14.23. El trabajo ΔW, para un ΔV particular, es el área del rectángulo azul. Al sumar todos los rectángulos se obtiene una aproximación del trabajo total necesario para llenar el capacitor. En el límite en que ΔQ se considera infinitesimalmente pequeño, el trabajo total necesario para cargar el capacitor a una carga final Q y el voltaje ΔV es el área bajo la recta. Este es solo el área de un triángulo, la mitad de la base por la altura, por lo que se tiene que

$$W = \tfrac{1}{2} Q \Delta V \qquad [14.16]$$

Como se ha indicado antes, W es también la energía almacenada en el capacitor. A partir de la definición de capacitancia, se tiene $Q = C\,\Delta V$; Por lo tanto, podemos expresar la energía almacenada de tres maneras diferentes:

$$\text{Energía almacenada} = \tfrac{1}{2} Q \Delta V = \tfrac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{Q^2}{2C} \qquad [14.17]$$

Por ejemplo, la cantidad de energía almacenada en un capacitor de 5.0 μF cuando está conectado a través de una batería de 120 V es

$$\text{Energía almacenada} = \tfrac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \tfrac{1}{2}(5.0 \times 10^{-6}\ \text{F})(120\ \text{V})^2 = 3.6 \times 10^{-2}\ \text{J}$$

En la práctica, hay un límite para la energía máxima (o carga) que se puede almacenar en un capacitor. En cierto punto, las fuerzas de Coulomb entre las cargas en las

placas llegan a ser tan fuertes que los electrones saltan por la abertura, descargando el capacitor. Por esta razón, los capacitores suelen estar rotulados con un voltaje de funcionamiento máximo. (Este hecho físico se puede explotar para producir un circuito con una luz que parpadea regularmente.)

Los capacitores grandes pueden almacenar suficiente energía eléctrica para causar quemaduras graves o incluso la muerte si se descargan de modo que el flujo de carga pueda pasar por el corazón. Sin embargo, en las condiciones adecuadas, se pueden utilizar para *mantener* la vida mediante la interrupción de la fibrilación cardiaca en las víctimas de infartos. Cuando se produce la fibrilación, el corazón produce un patrón rápido e irregular de latidos. Una rápida descarga de energía eléctrica a través del corazón puede devolverle su patrón de latidos normal. Los equipos médicos de emergencia usan desfibriladores portátiles que contienen baterías capaces de cargar un capacitor a un voltaje alto. (El circuito en realidad permite cargar el capacitor a un voltaje mucho más alto que la batería.) En este caso y otros (flashes de cámara y láseres que se usan en los experimentos de fusión), los capacitores sirven como depósitos de energía que se pueden cargar lentamente y luego descargar rápidamente para proporcionar grandes cantidades de energía en un pulso corto. La energía eléctrica almacenada se libera a través del corazón mediante electrodos conductores, llamados paletas, que se colocan en ambos lados del pecho de la víctima. Los paramédicos deben esperar entre las aplicaciones de energía eléctrica debido al tiempo que tardan los capacitores en cargarse por completo. El alto voltaje en el capacitor se puede obtener a partir de una batería de bajo voltaje en una máquina portátil mediante el fenómeno de *inducción electromagnética*, que se estudiará en el capítulo 18.

APLICACIÓN BIO
Desfibriladores

EJEMPLO 14.10 Voltaje, energía y tiempo de descarga típicos para un desfibrilador

OBJETIVO Aplicar los conceptos de energía y potencia a un capacitor.

PROBLEMA Un desfibrilador completamente cargado contiene 1.20 kJ de energía almacenada en un capacitor de 1.10×10^{-4} F. En una descarga a través de un paciente se suministran 6.00×10^2 J de energía eléctrica en 2.50 ms. **a**) Encuentre el voltaje necesario para almacenar 1.20 kJ en la unidad. **b)** ¿Qué potencia media se entrega al paciente?

ESTRATEGIA Debido a que conocemos la energía almacenada y la capacitancia, podemos usar la ecuación 14.17 para encontrar el voltaje requerido en el inciso a). Para el inciso b), al dividir la energía entregada entre el tiempo se obtiene la potencia promedio.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el voltaje necesario para almacenar 1.20 kJ en la unidad. Despeje ΔV en la ecuación 14.17:

$$\text{Energía almacenada} = \tfrac{1}{2}C\Delta V^2$$

$$\Delta V = \sqrt{\frac{2 \times (\text{energía almacenada})}{C}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(1.20 \times 10^3\ \text{J})}{1.10 \times 10^{-4}\ \text{F}}}$$

$$= 4.67 \times 10^3\ \text{V}$$

b) ¿Qué potencia promedio se entrega al paciente?

Divida la energía entregada entre el tiempo:

$$P_{\text{prom}} = \frac{\text{energía almacenada}}{\Delta t} = \frac{6.00 \times 10^2\ \text{J}}{2.50 \times 10^{-3}\ \text{s}}$$

$$= 2.40 \times 10^5\ \text{W}$$

COMENTARIOS La potencia suministrada por un capacitor de drenaje no es constante, como se encontrará en el estudio de los circuitos *RC* en el capítulo 16. Por esa razón, pudimos encontrar solo una potencia promedio. Los capacitores son necesarios en los desfibriladores porque pueden suministrar energía mucho más rápido que las baterías. Las baterías proporcionan corriente a través de reacciones químicas relativamente lentas, mientras que los capacitores pueden liberar rápidamente la carga que ya se ha producido y almacenado.

PREGUNTA 14.10 Si el voltaje a través del capacitor se duplicara, ¿la energía almacenada se a) reduciría a la mitad, b) duplicaría, o c) cuadruplicaría?

(*Continúa*)

EJERCICIO 14.10 a) Encuentre la energía contenida en un capacitor de placas paralelas de 2.50×10^{-5} F si contiene 1.75×10^{-3} C de carga. b) ¿Cuál es el voltaje entre las placas? c) ¿Qué nuevo voltaje resultará si se duplica la energía almacenada?

RESPUESTAS a) 6.13×10^{-2} J; b) 70.0 V (c) 99.0 V

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 14.1 Diseño de máxima energía

¿Cómo deben conectarse tres capacitores y dos baterías para que los capacitores almacenen la máxima energía posible?

EXPLICACIÓN La energía almacenada en el capacitor es proporcional a la capacitancia y al cuadrado de la diferencia de potencial, por lo que nos gustaría maximizar cada una de estas cantidades. Si los tres capacitores están conectados en paralelo, sus capacitancias se suman y, si las baterías están en serie, sus diferencias de potencial, de manera similar, también se suman. ■

Cuestionario rápido

14.9 Un capacitor de placas paralelas se desconecta de una batería y las placas se separan a una distancia pequeña. ¿Las siguientes cantidades aumentan, disminuyen o permanecen iguales?
a) C b) Q c) E entre las placas d) ΔV e) energía almacenada en el capacitor

14.10 Capacitores con dieléctricos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Discutir los orígenes físicos y las aplicaciones prácticas del uso de materiales dieléctricos en los capacitores.
2. Evaluar la capacitancia para los capacitores con dieléctricos.
3. Describir los orígenes físicos de la polarización de las moléculas.

Un **dieléctrico** es un material aislante, como caucho, plástico o papel encerado. Cuando se inserta un dieléctrico entre las placas de un capacitor, la capacitancia aumenta. Si el dieléctrico llena completamente el espacio entre las placas, la capacitancia se multiplica por el factor κ, llamado **constante dieléctrica**.

El siguiente experimento ilustra el efecto de un dieléctrico en un capacitor. Considere un capacitor de placas paralelas de carga Q_0 y capacitancia C_0 en ausencia de un dieléctrico. Es posible medir la diferencia de potencial a través de las placas del capacitor, y está dada por $\Delta V_0 = Q_0/C_0$ (figura 14.24a). Debido a que el capacitor no está conectado a un circuito externo, no hay trayectoria para que la carga salga o se agregue a las placas. Si ahora se inserta un dieléctrico entre las placas como en la figura 14.24b, el voltaje a través de las placas se *reduce* por el factor κ al valor

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa}$$

Ya que $\kappa > 1$, ΔV es menor que ΔV_0. Debido a que la carga Q_0 en el capacitor no cambia, concluimos que la capacitancia en presencia del dieléctrico debe cambiar al valor

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0/\kappa} = \frac{\kappa Q_0}{\Delta V_0}$$

o

$$C = \kappa C_0 \qquad [14.18]$$

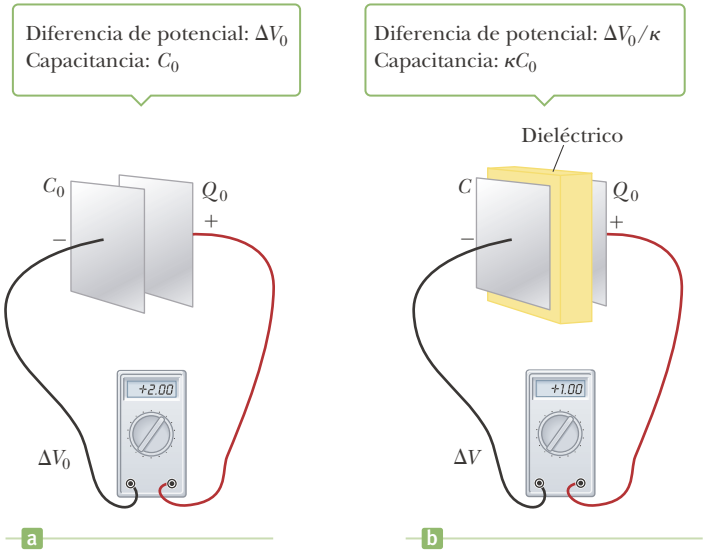


Figura 14.24 Cuando un dieléctrico con constante dieléctrica κ se inserta en un capacitor cargado que *no* está conectado a una batería, la diferencia de potencial se reduce a $\Delta V = \Delta V_0/\kappa$ y la capacitancia aumenta a $C = \kappa C_0$.

De acuerdo con este resultado, la capacitancia se *multiplica* por el factor κ cuando el dieléctrico llena la región entre las placas. Para un capacitor de placa paralela, donde la capacitancia en ausencia de un dieléctrico es $C_0 = \epsilon_0 A/d$, podemos expresar la capacitancia en presencia de un dieléctrico como

$$C = \kappa\epsilon_0\frac{A}{d} \qquad [14.19]$$

De este resultado parece que la capacitancia podría hacerse muy grande al disminuir d, la separación entre las placas. En la práctica, el valor más bajo de d está limitado por la descarga eléctrica que puede ocurrir a través del material dieléctrico que separa las placas. Para cualquier separación de placas dada, hay un campo eléctrico máximo que se puede producir en el dieléctrico antes de que se rompa y comience a conducir. Este campo eléctrico máximo se denomina **fuerza dieléctrica**, y para el aire su valor es de 3×10^6 V/m. La mayoría de los materiales aislantes tienen una resistencia dieléctrica mayor que la del aire, como se indica en los valores de la tabla 14.1. La figura 14.25 muestra un ejemplo de ruptura dieléctrica en el aire.

Visuals Unlimited/Corbis

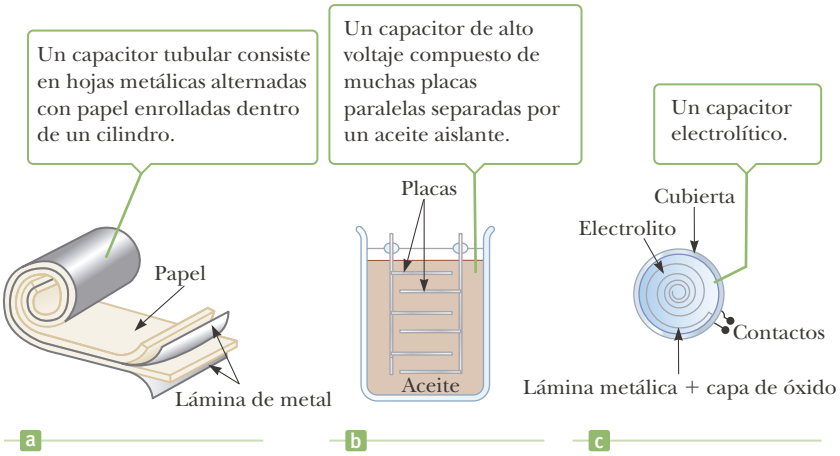
Figura 14.25 Ruptura dieléctrica en el aire. Las chispas se producen cuando se aplica un voltaje alterno grande a través de los alambres mediante una fuente de alimentación de bobina de inducción de alto voltaje.

Los capacitores comerciales a menudo se hacen usando papel metálico entrelazado con láminas finas de papel impregnado con parafina o Mylar®, que sirve como material dieléctrico. Estas capas alternas de lámina de metal y dieléctrico se enrollan en un pequeño cilindro (figura 14.26a en la página 508). Un tipo de capacitor de alto voltaje consiste en un número de placas metálicas entretejidas sumergidas en aceite

Tabla 14.1 Constante dieléctrica y resistencia dieléctrica de diversos materiales a temperatura ambiente

Material	Constante dieléctrica κ	Resistencia dieléctrica (V/m)
Aire	1.000 59	3×10^6
Baquelita®	4.9	24×10^6
Cuarzo fundido	3.78	8×10^6
Caucho de neopreno	6.7	12×10^6
Nylon	3.4	14×10^6
Papel	3.7	16×10^6
Poliestireno	2.56	24×10^6
Vidrio Pyrex®	5.6	14×10^6
Aceite de silicona	2.5	15×10^6
Titanato de estroncio	233	8×10^6
Teflón®	2.1	60×10^6
Vacío	1.000 00	—
Agua	80	—

Figura 14.26 Tres diseños de capacitores comerciales.



Chris Vuille

a

© Cengage Learning/George Semple

b

Figura 14.27 a) Un conjunto de capacitores que se usan en diversas aplicaciones. b) Un capacitor variable. Cuando se hace girar un conjunto de placas metálicas para que se sitúen entre un conjunto fijo de placas, la capacitancia del dispositivo cambia.

de silicona (figura 14.26b). Los capacitores pequeños se construyen a menudo a partir de materiales cerámicos. Los capacitores variables (típicamente 10 pF a 500 pF) por lo general consisten en dos conjuntos de placas metálicas entrelazadas, una fija y la otra móvil, y el aire funciona como dieléctrico.

Un capacitor electrolítico (figura 14.26c) se utiliza a menudo para almacenar grandes cantidades de carga en voltajes relativamente bajos. Consiste en una lámina de metal en contacto con un electrolito, una solución que conduce la carga en virtud del movimiento de los iones contenidos en ella. Cuando se aplica un voltaje entre la lámina y el electrolito, se forma una fina capa de óxido metálico (un aislante) sobre la lámina, y esta capa sirve como dieléctrico. Es posible alcanzar capacitancias enormes porque la capa dieléctrica es muy delgada.

La figura 14.27 muestra una variedad de capacitores disponibles en el ámbito comercial. Los capacitores variables se usan en los radios para ajustar la frecuencia.

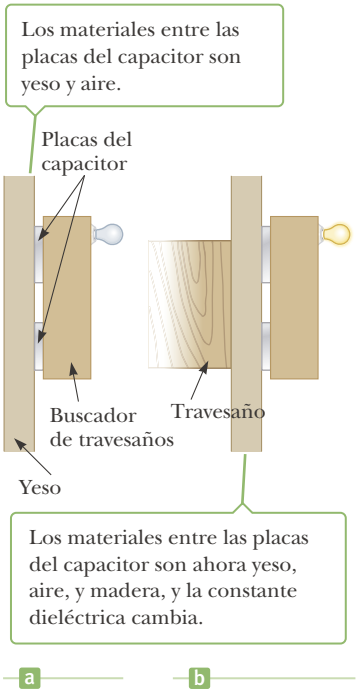
Cuando se usan capacitores electrolíticos en los circuitos es preciso observar la polaridad (los signos más y menos en el dispositivo). Si la polaridad del voltaje aplicada es opuesta a la prevista, la capa de óxido se eliminará y el capacitor conducirá en lugar de almacenar la carga. Además, la reversión de la polaridad puede dar como resultado una corriente tan grande que el capacitor se quemará o producirá vapor y explotará.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 14.2 Localizadores de travesaños

Si usted ha intentado colgar un cuadro en una pared de manera segura, sabe que puede ser difícil localizar un travesaño de madera en el cual anclar su clavo o tornillo. Los principios que se analizan en esta sección pueden usarse para detectar un travesaño electrónicamente. El elemento principal de un localizador electrónico de travesaños es un capacitor cuyas placas están dispuestas lado a lado en vez de una frente a la otra, como en la figura 14.28. ¿Cómo funciona este dispositivo?

EXPLICACIÓN Cuando el detector se mueve a lo largo de una pared, su capacitancia cambia cuando pasa a través de un travesaño porque la constante dieléctrica del material cambia "entre" las placas. El cambio de capacitancia se puede utilizar para hacer que se encienda una luz, indicando la presencia del travesaño. ■

Figura 14.28 (Aplicación de la física 14.2) Un buscador de travesaños produce un campo eléctrico que se ve afectado por la constante dieléctrica de los materiales colocados en su campo. Cuando el dispositivo se mueve a través de un travesaño, el cambio en la constante dieléctrica activa una señal luminosa.



Cuestionario rápido

14.10 Un capacitor de placas paralelas completamente cargado permanece conectado a una batería mientras un dieléctrico se desliza entre las placas.
¿Las siguientes cantidades aumentan, disminuyen o permanecen iguales?
a) C b) Q c) E entre las placas d) ΔV e) energía almacenada en el capacitor.

EJEMPLO 14.11 Un capacitor lleno de papel

OBJETIVO Calcular las propiedades físicas fundamentales de un capacitor de placas paralelas con un dieléctrico.

PROBLEMA Un capacitor de placas paralelas tiene placas de 2.0 cm por 3.0 cm. Las placas están separadas por un papel de grosor 1.0 mm. Determine **a)** la capacitancia de este dispositivo y **b)** la carga máxima que se puede colocar en el capacitor. **c)** Después de que el capacitor está completamente cargado se desconecta de la batería, y posteriormente el dieléctrico se remueve. Determine el nuevo campo eléctrico a través del capacitor. ¿Se descarga el capacitor?

ESTRATEGIA Para el inciso a), obtenga la constante dieléctrica para el papel a partir de la tabla 14.1 y sustituya, con otras cantidades dadas, en la ecuación 14.19. Para el inciso b), observe que la tabla 14.1 también proporciona la resistencia dieléctrica del papel, que es el campo eléctrico máximo que se puede aplicar antes de que ocurra la ruptura eléctrica. Use la ecuación 14.3, $\Delta V = Ed$, para obtener el voltaje máximo y sustitúyalo en la ecuación de capacitancia básica. En el inciso c), recuerde que la desconexión de la batería atrapa la carga adicional sobre las placas, que debe permanecer incluso después de que se elimine el dieléctrico. Encuentre la densidad de la carga en las placas y use la ley de Gauss para encontrar el nuevo campo eléctrico entre ellas.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la capacitancia de este dispositivo.

Sustituya en la ecuación 14.19:

$$C = \kappa\epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$= 3.7\left(8.85 \times 10^{-12}\ \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}\right)\left(\frac{6.0 \times 10^{-4}\ \text{m}^2}{1.0 \times 10^{-3}\ \text{m}}\right)$$

$$= \boxed{2.0 \times 10^{-11}\ \text{F}}$$

b) Determine la carga máxima que se puede colocar en el capacitor.

Calcule el voltaje máximo aplicado, usando la fuerza dieléctrica del papel, $E_{\text{máx}}$:

$$\Delta V_{\text{máx}} = E_{\text{máx}} d = (16 \times 10^6\ \text{V/m})(1.0 \times 10^{-3}\ \text{m})$$
$$= 1.6 \times 10^4\ \text{V}$$

Despeje $Q_{\text{máx}}$ en la ecuación de capacitancia básica y sustituya $\Delta V_{\text{máx}}$ y C:

$$Q_{\text{máx}} = C\,\Delta V_{\text{máx}} = (2.0 \times 10^{-11}\ \text{F})(1.6 \times 10^4\ \text{V})$$
$$= \boxed{0.32\ \mu\text{C}}$$

c) Suponga que el capacitor completamente cargado está desconectado de la batería y que después se remueve el dieléctrico. Encuentre el nuevo campo eléctrico entre las placas del capacitor. ¿Este se descarga?

Calcule la densidad de carga en las placas:

$$\sigma = \frac{Q_{\text{máx}}}{A} = \frac{3.2 \times 10^{-7}\ \text{C}}{6.0 \times 10^{-4}\ \text{m}^2} = 5.3 \times 10^{-4}\ \text{C/m}^2$$

Calcule el campo eléctrico a partir de la densidad de carga:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{5.3 \times 10^{-4}\ \text{C/m}^2}{8.85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{m}^2\cdot\text{N}} = \boxed{6.0 \times 10^7\ \text{N/C}}$$

Debido a que el campo eléctrico sin el dieléctrico excede el valor de la resistencia dieléctrica del aire, el capacitor se descarga a través de la brecha.

COMENTARIOS Los dieléctricos permiten que se almacene κ veces más carga en un capacitor para un voltaje dado. También permiten un aumento en el voltaje aplicado al aumentar el umbral de ruptura eléctrica.

PREGUNTA 14.11 Sin el papel dieléctrico, ¿la carga máxima que se puede almacenar en este capacitor es a) mayor que, b) menor que, o c) la misma que se encuentra en el inciso b)?

(*Continúa*)

EJERCICIO 14.11 Un capacitor de placas paralelas tiene un área de placa de $2.50 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$ y una distancia entre las placas de 2.00 mm. a) Determine la carga máxima que se puede colocar en el capacitor si hay aire entre las placas. b) Encuentre la carga máxima si el aire se reemplaza por poliestireno.

RESPUESTAS a) 7×10^{-8} C; b) 1.4×10^{-6} C

EJEMPLO 14.12 Capacitores con dos dieléctricos

OBJETIVO Deducir una expresión simbólica para un capacitor de placas paralelas con dos dieléctricos.

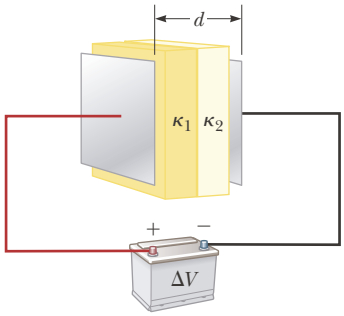


Figura 14.29 (Ejercicio 14.12)

PROBLEMA Un capacitor de placas paralelas tiene dieléctricos con constantes κ_1 y κ_2 entre las dos placas, como se muestra en la figura 14.29. Cada dieléctrico llena exactamente la mitad del volumen entre las placas. Deduzca expresiones para **a)** la diferencia de potencial entre las dos placas y **b)** la capacitancia resultante del sistema.

ESTRATEGIA La magnitud de la diferencia de potencial entre las dos placas de un capacitor es igual al campo eléctrico multiplicado por la separación de placas. El campo eléctrico en una región se reduce en un factor de $1/\kappa$ cuando se introduce un dieléctrico, por lo que $E = \sigma/\epsilon = \sigma/\kappa\epsilon_0$. Sume la diferencia de potencial a través de cada dieléctrico para encontrar la diferencia de potencial total ΔV entre las placas. La diferencia de voltaje a través de cada dieléctrico está dada por $\Delta V = Ed$, donde E es el campo eléctrico y d el desplazamiento. Obtenga la capacitancia de la relación $C = Q/\Delta V$.

SOLUCIÓN

a) Deduzca una expresión para la diferencia de potencial entre las dos placas.

Escriba una expresión general para la diferencia de potencial a través de ambas placas:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = E_1 d_1 + E_2 d_2$$

Sustituya las expresiones para los campos eléctricos y los espesores dieléctricos, $d_1 = d_2 = d/2$:

$$\Delta V = \frac{\sigma}{\kappa_1 \epsilon_0}\frac{d}{2} + \frac{\sigma}{\kappa_2 \epsilon_0}\frac{d}{2} = \frac{\sigma d}{2\epsilon_0}\left(\frac{1}{\kappa_1} + \frac{1}{\kappa_2}\right)$$

b) Deduzca una expresión para la capacitancia resultante del sistema.

Escriba la expresión general para la capacitancia:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Sustituya $Q = \sigma A$ y la expresión de la diferencia de potencial del inciso a):

$$C = \frac{\sigma A}{\dfrac{\sigma d}{2\epsilon_0}\left(\dfrac{1}{\kappa_1} + \dfrac{1}{\kappa_2}\right)} = \frac{2\epsilon_0 A}{d}\,\frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$$

COMENTARIOS La respuesta es la misma que si se hubieran tenido dos capacitores en serie con los respectivos dieléctricos. Sin embargo, cuando un capacitor tiene dos dieléctricos, como se muestra en la figura 14.30, es equivalente a dos capacitores diferentes en paralelo.

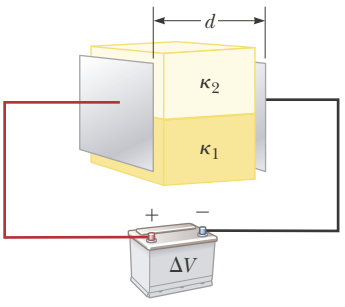


Figura 16.30 (Ejercicio 14.12)

PREGUNTA 14.12 ¿Qué respuesta se obtiene cuando se eliminan los dos dieléctricos y hay vacío entre las placas?

EJERCICIO 14.12 Suponga que un capacitor tiene dos dieléctricos dispuestos como se muestra en la figura 14.30; cada dieléctrico llena exactamente la mitad del volumen entre las dos placas. Deduzca una expresión para la capacitancia si cada dieléctrico llena exactamente la mitad del volumen entre las placas.

RESPUESTA $C = \dfrac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}\,\dfrac{\epsilon_0 A}{d}$

Una descripción atómica de los dieléctricos

La explicación de por qué un dieléctrico aumenta la capacitancia de un capacitor se basa en una descripción atómica del material, que a su vez implica una propiedad de algunas moléculas llamada **polarización**. Se dice que una molécula está polarizada cuando hay una separación entre las posiciones promedio de su carga negativa y su carga positiva. En algunas moléculas, como el agua, esta condición siempre está presente. Para ver por qué, considere la geometría de una molécula de agua (figura 14.31).

La molécula está dispuesta de modo que el átomo de oxígeno negativo se une a los átomos de hidrógeno cargados positivamente con un ángulo de 105° entre los dos enlaces. El centro de la carga negativa está en el átomo de oxígeno, y el centro de la carga positiva se encuentra en el punto medio de la línea que une los átomos de hidrógeno (punto x en el diagrama). Los materiales compuestos de moléculas que están permanentemente polarizados de esta manera tienen constantes dieléctricas grandes y, de hecho, la tabla 14.1 muestra que la constante dieléctrica del agua es grande ($\kappa = 80$) en comparación con otras sustancias comunes.

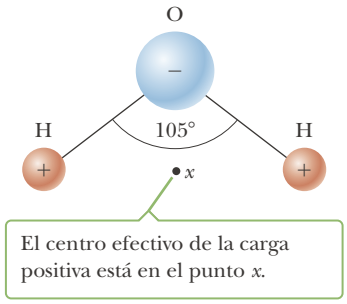


Figura 14.31 La molécula de agua, H_2O, tiene una polarización permanente resultante de su geometría curva.

Una molécula simétrica (figura 14.32a) quizá no tenga polarización permanente, pero es posible inducir en ella una polarización por medio de un campo eléctrico externo. Un campo dirigido hacia la izquierda, como en la figura 14.32b, causaría que el centro de la carga positiva se desplazara hacia la izquierda desde su posición inicial y que el centro de la carga negativa se desplazara hacia la derecha. Esta *polarización inducida* es el efecto que predomina en la mayoría de los materiales que se usan como dieléctricos en los capacitores.

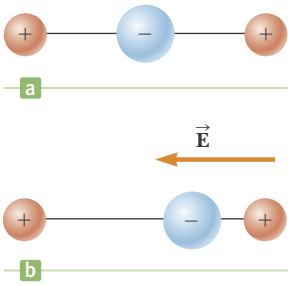


Figura 14.32 a) Una molécula simétrica no tiene polarización permanente. b) Un campo eléctrico externo induce una polarización en la molécula.

Para comprender por qué la polarización de un dieléctrico puede afectar la capacitancia, considere la placa de dieléctrico que se muestra en la figura 14.33. Antes de colocar esta placa entre las placas del capacitor, las moléculas polares están orientadas de manera aleatoria (figura 14.33a). Las moléculas polares son dipolos, y cada uno crea un campo eléctrico, pero debido a su orientación aleatoria, el promedio de este campo es cero.

Después de la inserción de la placa dieléctrica en el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}_0$ entre las placas (figura 14.33b), la placa positiva atrae a los extremos negativos de los dipolos y la placa negativa atrae a los extremos positivos. Estas fuerzas ejercen un torque sobre las moléculas que componen el dieléctrico, reorientándolas de modo que en promedio el polo negativo está más inclinado hacia la placa positiva y el polo positivo está más alineado hacia la placa negativa. Las cargas positivas y negativas en el medio aún se cancelan entre sí, pero hay una acumulación neta de carga negativa en el dieléctrico al lado de la placa positiva y una acumulación neta de carga positiva al lado de la placa negativa. Esta configuración se puede modelar como un par adicional de placas cargadas, como en la figura 14.33c, creando un campo eléctrico inducido $\vec{\mathbf{E}}_{\text{ind}}$ que en parte anula el campo eléctrico original $\vec{\mathbf{E}}_0$. Si la batería no está conectada al insertar el dieléctrico, la diferencia de potencial ΔV_0 a través de las placas se reduce a $\Delta V_0/\kappa$.

Sin embargo, si el capacitor sigue conectado a la batería, los polos negativos empujan más electrones de la placa positiva, haciéndola más positiva. Mientras tanto, los polos positivos atraen más electrones a la placa negativa. Esta situación continúa

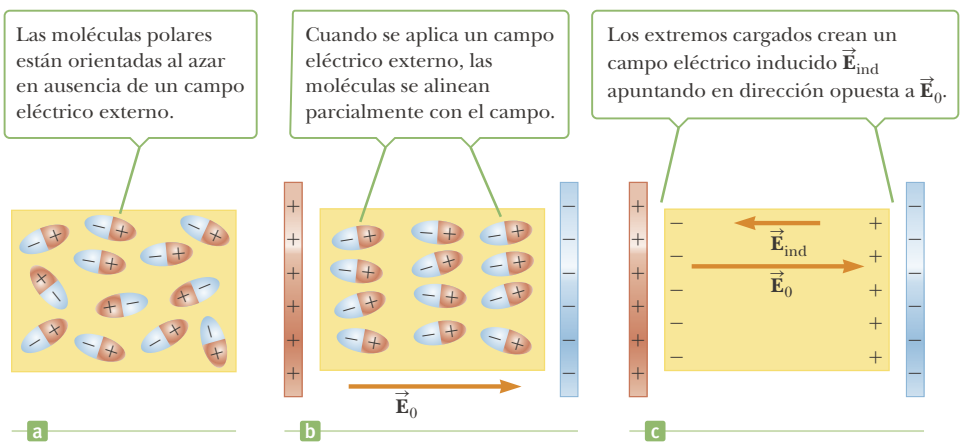


Figura 14.33 a) Las moléculas polares están orientadas aleatoriamente en un dieléctrico. b) Se aplica un campo eléctrico al dieléctrico. c) Los extremos cargados del dieléctrico actúan como un par adicional de placas paralelas, reduciendo el campo total entre las placas reales. El interior del dieléctrico sigue siendo neutro.

hasta que la diferencia de potencial a través de la batería alcanza su magnitud original, igual a la ganancia de potencial a través de la batería. El efecto neto es un aumento en la cantidad de carga almacenada en el capacitor. Debido a que las placas pueden almacenar más carga para un voltaje dado, se deduce a partir de $C = Q\,\Delta V$ que la capacitancia debe aumentar.

Cuestionario rápido

14.11 Considere un capacitor de placas paralelas con un material dieléctrico entre las placas. Si la temperatura del dieléctrico aumenta, ¿la capacitancia a) disminuye, b) aumenta o c) permanece igual?

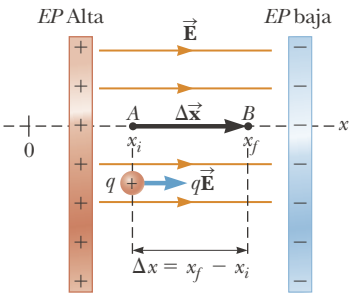
RESUMEN

14.1 Energía potencial eléctrica y potencial eléctrico

El cambio en la energía potencial eléctrica de un sistema consistente en un objeto de carga q que se mueve a través de un desplazamiento Δx en un campo eléctrico constante $\vec{\mathbf{E}}$ está dado por

$$\Delta EP = -W_{AB} = -qE_x\,\Delta x \qquad [14.1]$$

Cuando una carga q se mueve en un campo eléctrico uniforme $\vec{\mathbf{E}}$ desde el punto A hasta el punto B, el trabajo hecho sobre la carga por la fuerza eléctrica es $qE_x\,\Delta x$.



donde E_x es el componente del campo eléctrico en la dirección x y $\Delta x = x_f - x_i$. La **diferencia de potencial eléctrico** entre dos puntos A y B es

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta EP}{q} \qquad [14.2]$$

donde ΔEP es el *cambio* en la energía potencial eléctrica cuando una carga q se mueve entre A y B. Las unidades de diferencia de potencial son joules por coulomb, o **volts**; 1 J/C = 1 V.

La **diferencia de potencial eléctrico** entre dos puntos A y B en un campo eléctrico *uniforme* $\vec{\mathbf{E}}$ es

$$\Delta V = -E_x\,\Delta x \qquad [14.3]$$

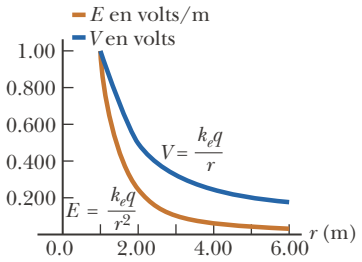
donde $\Delta x = x_f - x_i$ es el desplazamiento entre A y B y E_x es la componente x del campo eléctrico en esa región.

14.2 Potencial eléctrico y energía potencial debida a cargas puntuales

El **potencial eléctrico** debido a una carga puntual q a la distancia r de la carga puntual es

$$V = k_e\frac{q}{r} \qquad [14.4]$$

Campo eléctrico y potencial eléctrico *versus* distancia desde una carga puntual de 1.11×10^{-10} C. Observe que V es proporcional a $1/r$, mientras que E es proporcional a $1/r^2$.



La **energía potencial eléctrica** de un par de cargas puntuales separadas por la distancia r es

$$EP = k_e\frac{q_1 q_2}{r} \qquad [14.5]$$

Estas ecuaciones se pueden usar en la solución de problemas de conservación de energía y en el teorema del trabajo y la energía.

14.3 Potenciales y conductores cargados

14.4 Superficies equipotenciales

Cada punto en la superficie de un conductor cargado en equilibrio electrostático está al mismo potencial. Además, el potencial es constante en todas partes dentro del conductor y es igual a su valor en la superficie.

El **electrón volt** se define como la energía que obtiene un electrón (o protón) cuando acelera a través de una diferencia potencial de 1 V. La conversión entre electrones volts y joules es

$$1\text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19}\text{ C}\cdot\text{V} = 1.60 \times 10^{-19}\text{ J} \qquad [14.7]$$

Cualquier superficie sobre la que el potencial es el mismo en todos los puntos se denomina superficie equipotencial. El campo eléctrico siempre está orientado de manera perpendicular a una superficie equipotencial.

14.6 Capacitancia

Un capacitor consiste en dos placas de metal con cargas que son iguales en magnitud pero de signo opuesto. La capacitancia C de cualquier capacitor es la razón de la magnitud de la carga Q en cada placa a la magnitud de la diferencia de potencial ΔV entre ellos:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V} \qquad [14.8]$$

La capacitancia tiene unidades de coulombs por volt, o farads, 1 C/V = 1 F.

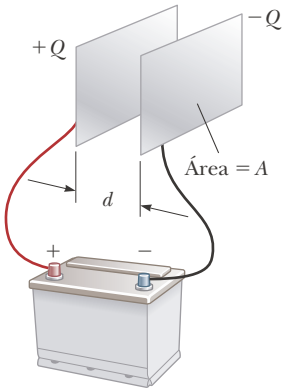
14.7 El capacitor de placas paralelas

La capacitancia de dos placas paralelas metálicas de área A separadas por la distancia d es

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \qquad [14.9]$$

donde $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ es una constante llamada **permitividad del espacio libre**.

Un capacitor de placas paralelas consiste en dos placas paralelas, cada una de área A, separadas por una distancia d.



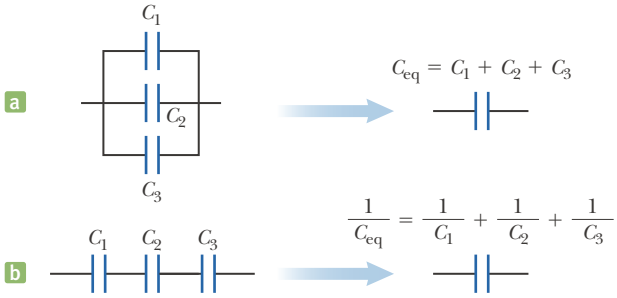
14.8 Combinaciones de capacitores

La **capacitancia equivalente de una combinación en paralelo** de capacitores es

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \qquad [14.12]$$

Si dos o más capacitores están conectados en serie, la **capacitancia equivalente de la combinación en serie** es

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \qquad [14.15]$$



Los capacitores a) en paralelo o en b) serie se pueden escribir como un único capacitor equivalente.

Los problemas que implican una combinación de capacitores se resuelven aplicando las ecuaciones 14.12 y 14.15 de manera repetida en un diagrama de circuito, simplificándolo tanto como sea posible. Este paso se sigue trabajando hacia atrás con el diagrama original, aplicando $C = Q/\Delta V$, de tal forma que los capacitores en paralelo tengan la misma caída de voltaje y que los capacitores en serie tengan la misma carga.

14.9 Energía almacenada en un capacitor cargado

Tres expresiones equivalentes para calcular la **energía almacenada** en un capacitor cargado son

$$\text{Energía almacenada} = \tfrac{1}{2} Q\,\Delta V = \tfrac{1}{2} C(\Delta V)^2 = \frac{Q^2}{2C} \qquad [14.17]$$

14.10 Capacitores con dieléctricos

Cuando se coloca un material no conductor, llamado **dieléctrico**, entre las placas de un capacitor, la capacitancia se multiplica por el factor κ, que se denomina **constante dieléctrica**, una propiedad del material dieléctrico. La capacitancia de un capacitor de placas paralelas lleno de un dieléctrico es

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \qquad [14.19]$$

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

WebAssign Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso matemático** Determine el valor de C_{eq} en la siguiente ecuación si $C_1 = 5.00\ \Omega$, $C_2 = 6.00\ \Omega$, y $C_3 = 7.00\ \Omega$: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$. (Véase también la sección 14.8)
2. **Repaso de física** Un objeto de 2.50 kg inicialmente en reposo tiene una energía potencial gravitacional de 72.0 J. Determine la velocidad del objeto cuando se ha movido bajo la influencia de la gravedad hacia un lugar donde su energía potencial gravitacional es de 45.0 J. (Véase la sección 5.3.)
3. Un campo eléctrico uniforme de magnitud 3.00 N/C está dirigido a lo largo del eje x positivo. Si una carga de 2.00 μC se mueve de (1.00, 0) m a (2.50, 0) m en este campo, determine a) el trabajo realizado por la fuerza eléctrica, b) el cambio en la energía potencial eléctrica de la partícula y c) la diferencia de potencial eléctrico entre los puntos inicial y final de la partícula. (Véase la sección 14.1.)
4. Una carga de +4.00 μC se encuentra en el origen. Determine a) el potencial eléctrico a una distancia de 2.00 m desde la carga, y b) la energía potencial eléctrica de una carga de −2.03 μC ubicada en (0, 2.00) m. (Véase la sección 14.2.)
5. Dos protones están situados en (1.00, 0) m y (0, 1.50) m, respectivamente. Determine a) el potencial eléctrico en el origen y b) la energía potencial eléctrica de un tercer protón situado en el origen. (Véase la sección 14.2.)
6. a) Un átomo de hidrógeno puede ser ionizado por un fotón que tiene una energía de 13.6 eV. Convierta esa cantidad en joules. b) Se requieren 4.186 J de energía térmica para calentar un gramo de agua 1.00 K. Convierta esa energía a electrones volts. (Véase la sección 14.3.)
7. Un capacitor con capacitancia de 3.00 μF está conectado a una batería de 9.00 V. a) Encuentre la carga en el capacitor en coulombs. b) ¿Qué voltaje de la batería se requeriría para almacenar 7.20×10^{-5} C en el capacitor? (Véase la sección 14.6.)

8. Un capacitor de placas paralelas sin dieléctrico está hecho de dos placas separadas por 1.15×10^{-3} m. a) Determine la capacitancia del dispositivo si cada placa tiene un área de 0.250 m^2. (Véase la sección 14.6.) b) ¿Qué magnitud de la carga se almacena en cada placa cuando el capacitor está conectado a una batería de 12.0 V? (Véase la sección 14.6.) c) Si se inserta un material de constante dieléctrica 12.5 entre las placas, ¿cuáles son los nuevos valores de la capacitancia y d) la magnitud de la carga almacenada en cada placa? (Véase la sección 14.10.)

9. Dos capacitores tienen capacitancia de 2.00 μF y 3.00 μF, respectivamente. Calcule la capacitancia equivalente en microfarads si los capacitores se ponen a) en paralelo y b) en serie. (Véase la sección 14.8.)

10. Dos capacitores están conectados en paralelo a través de una batería de 12.0 V. Si sus capacitancias son 12.0 μF y 25.0 μF, determine a) el voltaje a través de cada capacitor, b) la magnitud de la carga almacenada en cada placa del capacitor de 12.0 μF, c) la magnitud de la carga almacenada en cada placa del capacitor de 25.0 μF, y d) la capacitancia equivalente del sistema. (Véase la sección 14.8.)

11. Dos capacitores están conectados en serie entre las terminales de una batería de 12.0 V. Si sus capacitancias son 12.0 μF y 25.0 μF, determine a) la capacitancia equivalente del sistema, b) la magnitud de la carga almacenada en cada placa de cualquiera de los capacitores, c) el voltaje a través del capacitor de 12.0 μF, y d) el voltaje a través del capacitor de 25.0 μF. (Véase la sección 14.8.)

12. Las placas de un capacitor de placas paralelas se cargan a una diferencia de potencial de 12.0 V. Si la capacitancia es de 15.0 μF, calcule a) la energía almacenada en el capacitor y b) la magnitud de la carga almacenada en cada placa del capacitor. (Véase la sección 14.9.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. a) Describa el movimiento de un protón después de que se libera del reposo en un campo eléctrico uniforme. b) Describa los cambios (si los hay) en su energía cinética y en la energía potencial eléctrica asociada con el protón.

2. Clasifique las energías potenciales de los cuatro sistemas de partículas que se muestran en la figura PC14.2 de mayor a menor. Incluya igualdades si es apropiado.

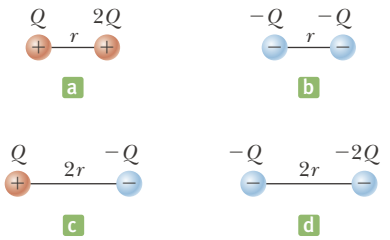


Figura PC14.2

3. Un capacitor de placas paralelas se carga con una batería, y la batería se desconecta del capacitor. Debido a que las cargas en las placas del capacitor son de signo contrario, se atraen. Por lo tanto, se necesita trabajo positivo para aumentar la separación de las placas. Demuestre que el trabajo externo realizado cuando aumenta la separación de las placas conduce a un aumento de la energía almacenada en el capacitor.

4. Cuando las partículas cargadas están separadas por una distancia infinita, la energía potencial eléctrica del par es cero. Cuando las partículas se acercan, la energía potencial eléctrica de un par con el mismo signo es positiva, mientras que la energía potencial eléctrica de un par con signos contrarios es negativa. Explique.

5. Suponga que usted está sentado en un auto y una línea de energía de 20 kV cae a través de él. ¿Debería quedarse en el auto o salir? El potencial de la línea de potencia es de 20 kV en comparación con el potencial del suelo.

6. ¿Por qué es importante evitar los bordes afilados o las puntas en los conductores que se usan en los equipos de alto voltaje?

7. Explique porqué, en condiciones estáticas, todos los puntos de un conductor deben estar al mismo potencial eléctrico.

8. Si se le dan tres capacitores diferentes C_1, C_2 y C_3, ¿cuántas combinaciones diferentes de capacitancia puede producir, usando todos los capacitores en sus circuitos?

9. a) ¿Por qué es peligroso tocar las terminales de un capacitor de alto voltaje incluso después de que la fuente de voltaje que cargó la batería está desconectada del capacitor? b) ¿Qué se puede hacer para que el manejo del capacitor sea seguro después de eliminar la fuente de voltaje?

10. Las placas de un capacitor están conectadas a una batería. a) ¿Qué sucede con la carga en las placas si se quitan los alambres de conexión de la batería? b) ¿Qué sucede con la carga si los alambres se quitan de la batería y se conectan entre sí?

11. Ordene los potenciales eléctricos en los cuatro puntos mostrados en la figura PC14.11 del más grande al más pequeño.

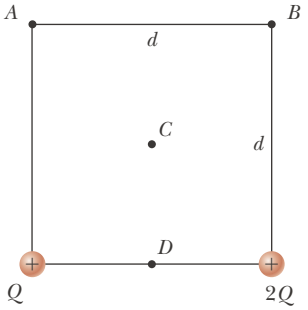


Figura PC14.11

12. Si se le ha pedido que diseñe un capacitor en el que se requieren capacitancias pequeñas y grandes, ¿cuáles serían los dos factores más importantes en su diseño?
13. ¿Siempre es posible reducir una combinación de capacitores a un capacitor equivalente con las reglas desarrolladas en este capítulo? Explique.
14. Explique por qué un dieléctrico aumenta el voltaje máximo de funcionamiento de un capacitor aunque el tamaño físico del capacitor no cambie.

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos
GP denota problemas guiados
M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign
Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual
S denota un problema de razonamiento simbólico
W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

14.1 Energía potencial eléctrica y potencial eléctrico

1. Un campo eléctrico uniforme de magnitud 375 N/C que apunta en la dirección x positiva actúa sobre un electrón, que está inicialmente en reposo. Después de que el electrón se ha movido a 3.20 cm, ¿cuál es a) el trabajo que realiza el campo sobre el electrón, b) el cambio en la energía potencial asociada con el electrón y c) la velocidad del electrón?
2. Un protón se libera del reposo en un campo eléctrico uniforme de magnitud 385 N/C. Determine a) la fuerza eléctrica en el protón, b) la aceleración del protón y c) la distancia que recorre en 2.00 μs.
3. BIO W Existe una diferencia de potencial de 90 mV entre las superficies interna y externa de una membrana celular. La superficie interior es negativa respecto a la superficie exterior. ¿Cuánto trabajo se requiere para expulsar un ion de sodio positivo (Na^+) desde el interior de la célula?
4. Una esfera metálica de radio 5.00 cm está inicialmente descargada. ¿Cuántos electrones tendrían que colocarse en ella para producir un campo eléctrico de magnitud 1.50×10^5 N/C en un punto 8.00 cm desde el centro de la esfera?
5. La diferencia de potencial entre las placas aceleradoras de un televisor es de aproximadamente 25 kV. Si la distancia entre las placas es de 1.5 cm, determine la magnitud del campo eléctrico uniforme en la región entre las placas.
6. Una carga puntual $q = +40.0\ \mu$C se desplaza de A a B separada por una distancia $d = 0.180$ m en presencia de un campo eléctrico externo $\vec{\mathbf{E}}$ de magnitud 275 N/C dirigido hacia la derecha como en la figura P14.6. Determine a) la fuerza eléctrica ejercida sobre la carga, b) el trabajo realizado por la fuerza eléctrica, c) el cambio en la energía potencial eléctrica de la carga y d) la diferencia de potencial entre A y B.

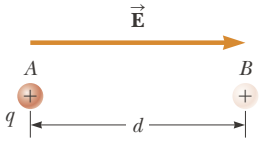


Figura P14.6

7. M Las placas paralelas de carga opuesta están separadas por 5.33 mm. Existe una diferencia de potencial de 600 V entre ellas. a) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico entre las placas? b) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza sobre un electrón entre las placas? c) ¿Cuánto trabajo debe hacerse en el electrón para moverlo a la placa negativa si se coloca inicialmente a 2.90 mm de la placa positiva?
8. Q|C S a) Encuentre la diferencia de potencial ΔV_e requerida para detener un electrón (llamado "potencial de parada") que se mueve con una velocidad inicial de 2.85×10^7 m/s. b) ¿Un protón que viajara a la misma velocidad requeriría una diferencia de potencial mayor o menor? Explique. c) Determine una expresión simbólica para la relación entre el potencial de parada del protón y el potencial de detención del electrón, $\Delta V_p/\Delta V_e$. La respuesta debería darse en términos de masa de protones m_p y masa de electrones m_e.
9. Q|C Un bloque de 74.0 g que lleva una carga $Q = 35.0\ \mu$C está conectado a un resorte para el cual $k = 78.0$ N/m. El bloque se encuentra sobre una superficie horizontal sin fricción y se sumerge en un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 4.86 \times 10^4$ N/C dirigido como se muestra en la figura P14.9. Si el bloque se libera a partir del reposo cuando el resorte no está estirado ($x = 0$), a) ¿a qué distancia máxima se mueve el bloque desde su posición inicial? b) Determine la posición de equilibrio posterior del bloque y la amplitud de su movimiento. c) Usando la conservación de energía, encuentre una relación simbólica que da la diferencia de potencial entre su posición inicial y el punto de extensión máxima en términos de la constante de resorte k, la amplitud A y la carga Q.

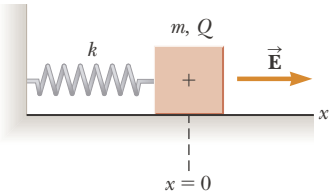


Figura P14.9

10. En el planeta Tehar, la aceleración de la caída libre es la misma que en la Tierra, pero también hay un fuerte campo eléctrico hacia abajo que es uniforme cerca de la superficie del planeta. Una bola de 2.00 kg con una carga de 5.00 μC se lanza hacia arriba a una velocidad de 20.1 m/s. Golpea en el suelo después de un intervalo de 4.10 s. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre el punto inicial y el punto superior de la trayectoria?

14.2 Potencial eléctrico y energía potencial debida a cargas puntuales

14.3 Potenciales y conductores cargados

14.4 Superficies equipotenciales

11. Q|C Un electrón está en el origen. a) Calcule el potencial eléctrico V_A en el punto A, $x = 0.250$ cm. b) Calcule el potencial eléctrico V_B en el punto B, $x = 0.750$ cm. ¿Cuál es la diferencia de potencial $V_B - V_A$? c) ¿Una partícula cargada negativamente situada en el punto A pasaría necesariamente por esta misma diferencia de potencial al llegar al punto B? Explique.

12. Las dos cargas de la figura P14.12 están separadas por $d = 2.00$ cm. Determine el potencial eléctrico en a) el punto A y b) el punto B, que está a la mitad de la distancia entre las cargas.

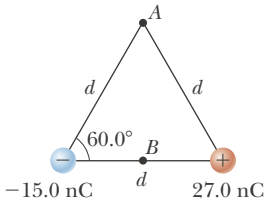


Figura P14.12

13. a) Encuentre el potencial eléctrico, tomando el cero en el infinito, en la esquina superior derecha (la esquina sin carga) del rectángulo en la figura P14.13. b) Repita si la carga de 2.00 μC es reemplazada por una carga de −2.00 μC.

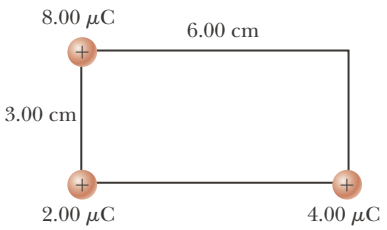


Figura P14.13 Problemas 13 y 14.

14. Tres cargas están situadas en las esquinas de un rectángulo como en la figura P14.13. ¿Cuánto trabajo debe hacer un agente externo para mover la carga de 8.00 μC al infinito?

15. M Q|C Dos cargas puntuales $Q_1 = +5.00$ nC y $Q_2 = -3.00$ nC se separan por 35.0 cm. a) ¿Cuál es el potencial eléctrico en un punto a la mitad de distancia entre las cargas? b) ¿Cuál es la energía potencial del par de cargas? ¿Cuál es el significado del signo algebraico de su respuesta?

16. Q|C S Tres cargas puntuales idénticas cada una de la carga q están situadas en los vértices de un triángulo equilátero como en la figura P14.16. La distancia desde el centro del triángulo hacia cada vértice es a. a) Muestre que el campo eléctrico en el centro del triángulo es cero. b) Encuentre una expresión simbólica para el potencial eléctrico en el centro del triángulo. c) Proporcione una explicación física del hecho de que el potencial eléctrico no es cero, pero el campo eléctrico es cero en el centro.

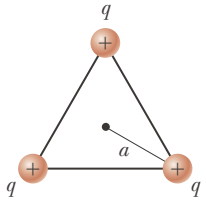


Figura P14.16

17. Las tres cargas de la figura P14.17 están en los vértices de un triángulo isósceles. Sea $q = 7.00$ nC y calcule el potencial eléctrico en el punto medio de la base.

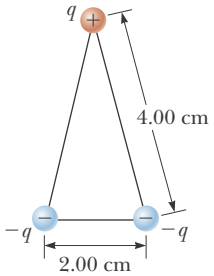


Figura P14.17

18. S Una carga puntual positiva $q = +2.50$ nC se encuentra en $x = 1.20$ m y una carga negativa de $-2q = -5.00$ nC se localiza en el origen como en la figura P14.18. a) Dibuje el potencial eléctrico en función de x apuntando a lo largo del eje x en el rango de -1.50 m $< x < 1.50$ m. b) Determine una expresión simbólica del potencial en el eje x en un punto arbitrario P entre las dos cargas. c) Encuentre el potencial eléctrico en $x = 0.600$ m. d) Encuentre el punto a lo largo del eje x entre las dos cargas donde el potencial eléctrico es cero.

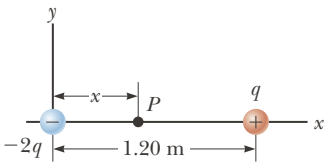


Figura P14.18

19. GP Un protón está situado en el origen y un segundo protón se encuentra en el eje x a $x = 6.00$ fm (1 fm = 10^{-15} m). a) Calcule la energía potencial eléctrica asociada con esta configuración. b) Una partícula alfa (carga = $2e$, masa = $6.64 = 10^{-27}$ kg) se coloca ahora en $(x, y) = (3.00, 3.00)$ fm. Calcule la energía potencial eléctrica asociada con esta configuración. c) Comenzando con el sistema de tres partículas, encuentre el cambio en la energía potencial eléctrica si la partícula alfa se deja escapar al infinito mientras que los dos protones permanecen fijos en su lugar. (En todo, desprecie cualquier efecto de radiación.) d) Use la conservación de la energía para calcular la velocidad de la partícula alfa en el infinito. e) Si los dos protones se liberan a partir del reposo y la partícula alfa permanece fija, calcule la velocidad de los protones en el infinito.

20. Q|C Un protón y una partícula alfa (carga = $2e$, masa = $6.64 = 10^{-27}$ kg) están inicialmente en reposo, separados por $4.00 = 10^{-15}$ m. a) Si ambos son liberados simultáneamente, explique por qué no puede encontrar sus velocidades en el infinito usando solo la conservación de energía. b) ¿Qué otra ley de la conservación se puede aplicar en este caso? c) Encuentre las velocidades del protón y la partícula alfa, respectivamente, en el infinito.

21. Una pequeña esfera de masa de 8.00 μg y una carga de -2.80 nC está inicialmente a una distancia de 1.60 μg de una carga fija de +8.50 nC. Si la esfera de 8.00 µg es liberada a partir del reposo, determine a) su energía cinética cuando está a 0.500 μg de la carga fija y b) su velocidad cuando está a 0.500 μg de la carga fija.

22. La esfera metálica de un pequeño generador van de Graaff ilustrado en la figura 13.23 tiene un radio de 18 cm. Cuando el campo eléctrico en la superficie de la esfera alcanza 3.0×10^6 V/m, hay ruptura en el aire y el generador se descarga. ¿Cuál es el potencial máximo que puede tener la esfera antes de que ocurra la ruptura?

23. W En los famosos experimentos de dispersión de Rutherford, que condujeron al modelo planetario del átomo, se dispararon partículas alfa (cargas de $+2e$ y masas de 6.64×10^{-27} kg) hacia un núcleo de oro con carga $+79e$. Una partícula alfa, inicialmente muy lejos del núcleo de oro, se dispara a 2.00×10^7 m/s directamente hacia el núcleo, como en la figura P14.23. ¿Qué tan cerca está la partícula alfa del núcleo de oro antes de girar? Suponga que el núcleo de oro permanece inmóvil.

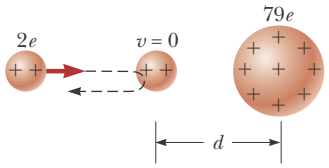


Figura P14.23

24. S Cuatro cargas puntuales, cada una con carga Q, están situadas en las esquinas de un cuadrado que tiene lados de longitud a. Encuentre expresiones simbólicas para a) el potencial eléctrico total en el centro del cuadrado debido a las cuatro cargas y b) el trabajo requerido para traer una quinta carga q desde el infinito hasta el centro del cuadrado.

14.6 Capacitancia

14.7 El capacitor de placas paralelas

25. W Considere la Tierra y una capa de nubes a 800 m sobre el planeta como las placas de un capacitor de placas paralelas. a) Si la capa de nubes tiene un área de 1.0 km^2 $= 1.0 \times 10^6$ m^2, ¿cuál es la capacitancia? b) Si una intensidad de campo eléctrico mayor de 3.0×10^6 N/C causa la ruptura del aire y la conducción de carga (rayo), ¿cuál es la carga máxima que puede soportar la nube?

26. a) Cuando una batería de 9.00 V está conectada a las placas de un capacitor, almacena una carga de 27.0 μC. ¿Cuál es el valor de la capacitancia? b) Si el mismo capacitor está conectado a una batería de 12.0 V, ¿qué carga se almacena?

27. Un capacitor de placas paralelas lleno de aire tiene placas de área de 2.30 cm^2 separadas por 1.50 mm. El capacitor está conectado a una batería de 12.0 V. a) Encuentre el valor de su capacitancia. b) ¿Cuál es la carga en el capacitor? c) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico uniforme entre las placas?

28. Dos conductores que tienen cargas netas de +10.0 μC y -10.0 μC tienen una diferencia de potencial de 10.0 V entre ellas. a) Determine la capacitancia del sistema. b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los dos conductores si las cargas sobre cada uno se incrementan a +100 μC y -100 μC?

29. M Un capacitor lleno de aire consta de dos placas paralelas, cada una con un área de 7.60 cm^2 y separadas por una distancia de 1.80 mm. Si se aplica una diferencia de potencial de 20.0 V a estas placas, calcule a) el campo eléctrico entre las placas, b) la capacitancia y c) la carga en cada placa.

30. Un chip de memoria de computadora de 1 megabit contiene muchos capacitores de 60.0×10^{-15} F. Cada capacitor tiene un área de placa de 21.0×10^{-12} m^2. Determine la separación de la placa de dicho capacitor. (Suponga una configuración de placas paralelas.) El diámetro de un átomo es del orden de 10^{-10} m = 1 Å. Exprese la separación de la placa en angstroms.

31. Q C Un capacitor de placas paralelas con área de 0.200 m^2 y una separación entre placas de 3.00 mm está conectado a una batería de 6.00 V. a) ¿Cuál es la capacitancia? b) ¿Cuánta carga se almacena en las placas? c) ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas? d) Determine la magnitud de la densidad de carga en cada placa. e) Sin desconectar la batería, las placas se alejan más. Cualitativamente, ¿qué pasa con cada una de las respuestas anteriores?

32. Un objeto pequeño con una masa de 350 μg lleva una carga de 30.0 nC y está suspendido por un hilo entre las placas verticales de un capacitor de placas paralelas. Las placas están separadas por 4.00 cm. Si el hilo hace un ángulo de 15.0° con la vertical, ¿cuál es la diferencia de potencial entre las placas?

14.8 Combinaciones de capacitores

33. Dado un capacitor de 2.50 μF, un capacitor de 6.25 μF y una batería de 6.00 V, encuentre la carga en cada capacitor si los conecta a) en serie y b) en paralelo a través de la batería.

34. Dos capacitores, $C_1 = 5.00$ μF y $C_2 = 12.0$ μF, están conectados en paralelo y la combinación resultante está conectada a una batería de 9.00 V. Determine a) la capacitancia equivalente de la combinación, b) la diferencia de potencial a través de cada capacitor y c) la carga almacenada en cada capacitor.

35. Determine a) la capacitancia equivalente de los capacitores en la figura P14.35, b) la carga en cada capacitor y c) la diferencia de potencial a través de cada capacitor.

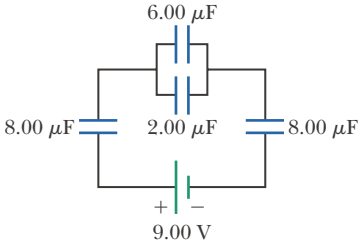


Figura P14.35

36. W Dos capacitores dan una capacitancia equivalente de 9.00 pF cuando están conectados en paralelo y una capacitancia equivalente de 2.00 pF cuando están conectados en serie. ¿Cuál es la capacitancia de cada capacitor?

37. Para el sistema de capacitores que se muestra en la figura P14.37, determine a) la capacitancia equivalente del sistema, b) la carga de cada capacitor y c) la diferencia de potencial a través de cada capacitor.

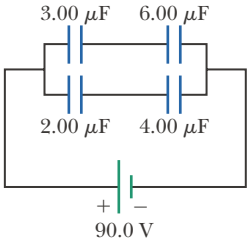


Figura P14.37 Problemas 37 y 56.

38. GP Considere la combinación de capacitores en la figura P14.38. a) Encuentre la capacitancia única equivalente de los dos capacitores en serie y vuelva a dibujar el diagrama (llamado diagrama 1) con esta capacitancia equivalente. b) En el diagrama 1, encuentre la capacitancia equivalente de los tres capacitores en paralelo y vuelva a dibujar el diagrama como una sola batería y un solo capacitor en un circuito. c) Calcule la carga en el capacitor equivalente. d) Volviendo al diagrama 1, calcule la carga en cada capacitor individual. ¿Concuerda la suma con el valor encontrado en el inciso c)? e) ¿Cuál es la carga en el capacitor de 24.0 μF y en el capacitor de 8.00 μF? Calcule la caída de voltaje en f) el capacitor de 24.0 μF y g) el capacitor de 8.00 μF.

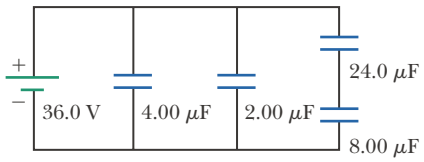


Figura P14.38

39. Encuentre la carga en cada uno de los capacitores en la figura P14.39.

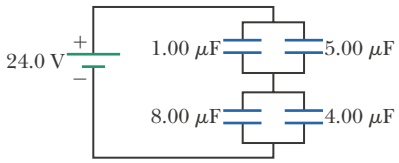


Figura P14.39

40. Q|C S Tres capacitores están conectados a una batería como se muestra en la figura P14.40. Sus capacitancias son $C_1 = 3C$, $C_2 = C$ y $C_3 = 5C$. ¿Cuál es la capacitancia equivalente de este conjunto de capacitores?

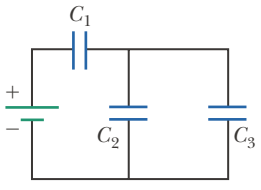


Figura P14.40

b) Indique la clasificación de los capacitores de acuerdo con la carga que almacenan de mayor a menor. c) Ordene los capacitores de acuerdo con las diferencias de potencial a través de ellos de mayor a menor. d) Suponga que C_3 aumenta. Explique qué ocurre con la carga almacenada por cada capacitor.

41. Un capacitor de 25.0 μF y uno de 40.0 μF se cargan conectándose a través de baterías separadas de 50.0 V. a) Determine la carga resultante en cada capacitor. b) Luego los capacitores se desconectan de sus baterías y se conectan entre sí, con cada placa negativa conectada a la otra placa positiva. ¿Cuál es la carga final de cada capacitor? c) ¿Cuál es la diferencia de potencial final a través del capacitor de 40.0 μF?

42. a) Encuentre la capacitancia equivalente entre los puntos *a* y *b* para el grupo de capacitores conectados como se muestra en la figura P14.42 si $C_1 = 5.00\ \mu F$, $C_2 = 10.00\ \mu F$ y $C_3 = 2.00\ \mu F$. b) Si el potencial entre los puntos *a* y *b* es de 60.0 V, ¿qué carga se almacena en C_3?

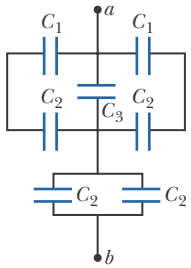


Figura P14.42

43. Un capacitor de 1.00 μF se carga conectándose a través de una batería de 10.0 V. Luego se desconecta de la batería y se conecta a través de un capacitor sin carga de 2.00 μF. Determine la carga resultante en cada capacitor.

44. M Se conectan cuatro capacitores como se muestra en la figura P14.44. a) Encuentre la capacitancia equivalente entre los puntos *a* y *b*. b) Calcule la carga de cada capacitor, tomando $\Delta V_{ab} = 15.0$ V.

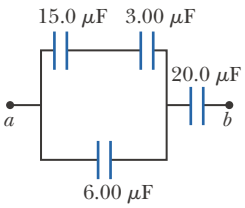


Figura P14.44

14.9 Energía almacenada en un capacitor cargado

45. Una batería de 12.0 V está conectada a un capacitor de 4.50 μF. ¿Cuánta energía se almacena en el capacitor?

46. Q|C Dos capacitores, $C_1 = 18.0\ \mu F$ y $C_2 = 36.0\ \mu F$, están conectados en serie y una batería de 12.0 V está conectada a través de ellos. a) Encuentre la capacitancia equivalente y la energía contenida en este capacitor equivalente. b) Encuentre la energía almacenada en cada capacitor individual. Demuestre que la suma de estas dos energías es igual a la energía que se encuentra en el inciso a). ¿Será esta igualdad siempre verdadera o dependerá del número de capacitores y de sus capacitancias? c) Si los mismos capacitores estuvieran conectados en paralelo, ¿qué diferencia de potencial se requeriría a través de estos para que la combinación almacene la misma energía que en el inciso a)? ¿Qué capacitor almacena más energía en esta situación, C_1 o C_2?

47. Un capacitor de placas paralelas tiene una capacitancia de 3.00 μF. a) ¿Cuánta energía se almacena en el capacitor si está conectado a una batería de 6.00 V? b) Si se desconecta la batería y se duplica la distancia entre las placas cargadas, ¿cuál es la energía almacenada? c) La batería se vuelve a conectar posteriormente al capacitor, pero la separación de las placas permanece como

en el inciso b). ¿Cuánta energía se almacena? (Responda cada parte en microjoules).

48. Una nube de tormenta tiene una diferencia de potencial de 1.00×10^8 V respecto a un árbol. Si durante una tormenta eléctrica se transfieren 50.0 C de carga a través de esta diferencia de potencial y 1.00% de la energía es absorbida por el árbol, ¿cuánta agua (savia en el árbol) inicialmente a 30.0°C puede ser evaporada? El agua tiene un calor específico de 4 186 J/kg? °C, un punto de ebullición de 100°C y un calor de vaporización de 2.26×10^6 J/kg.

14.10 Capacitores con dieléctricos

49. Q|C El voltaje a través de un capacitor de placas paralelas lleno de aire se mide de 85.0 V. Cuando se inserta un dieléctrico y llena completamente el espacio entre las placas como en la figura P14.49, el voltaje cae a 25.0 V. a) ¿Cuál es la constante dieléctrica del material insertado? ¿Puede identificar el dieléctrico? b) Si el dieléctrico no llena por completo el espacio entre las placas, ¿qué podría usted concluir sobre el voltaje a través de las placas?

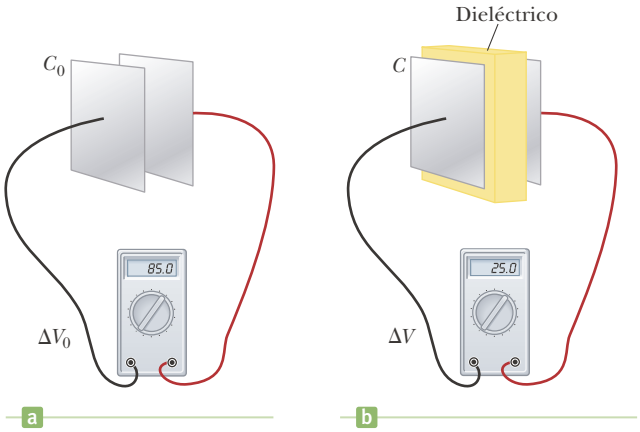


Figura P14.49

50. a) ¿Cuánta carga se puede colocar en un capacitor con aire entre las placas antes de que se rompa si el área de cada placa es de 5.00 cm^2? b) Encuentre la carga máxima si se usa poliestireno entre las placas en lugar de aire. Suponga que la resistencia dieléctrica del aire es de 3.00×10^6 V/m y la de poliestireno es de 24.0×10^6 V/m.

51. Determine a) la capacitancia y b) el voltaje máximo que se puede aplicar a un capacitor de placas paralelas lleno de teflón que tenga un placa con área de 175 cm^2 y un espesor de aislamiento de 0.040 0 mm.

52. Considere un capacitor plano de placas paralelas formado por dos tiras de papel de aluminio separadas por una capa de papel revestido de parafina. Cada tira de papel de aluminio y papel tiene 7.00 cm de ancho. La lámina es de 0.004 00 mm de espesor y el papel tiene un espesor de 0.025 0 mm y tiene una constante dieléctrica de 3.70. ¿Qué longitud deben tener las tiras si se desea una capacitancia de 9.50×10^{-8} F? (Si después de formarse este capacitor plano se puede añadir una segunda tira de papel por debajo de la pila de papel de aluminio y el conjunto resultante enrollado en una forma cilíndrica, similar al que se muestra en la figura 14.26, la capacitancia se puede duplicar porque ambas superficies de cada tira de lámina almacenarían entonces la carga, pero sin la segunda tira de papel, la laminación de las capas daría lugar a un cortocircuito.)

53. BIO Un modelo de glóbulo rojo representa la célula como un capacitor esférico, una esfera líquida cargada positivamente del área superficial A separada del fluido cargada negativamente circundante por una membrana de espesor t. Los electrodos pequeños introducidos en el interior de la célula muestran una diferencia de potencial de 100 mV a través de la membrana. Se estima que el espesor de la membrana es de 100 nm y que tiene una constante dieléctrica de 5.00. a) Si un glóbulo rojo promedio tiene una masa de 1.00×10^{-12} kg, estime el volumen de la célula y luego encuentre su área superficial. La densidad de la sangre es de 1 100 kg/m^3. b) Estime la capacitancia de la célula suponiendo que las superficies de la membrana actúan como placas paralelas. c) Calcule la carga sobre la superficie de la membrana. ¿Cuántas cargas electrónicas representa la carga superficial?

Problemas adicionales

54. Cuando se aplica una diferencia de potencial de 150 V a las placas de un capacitor de placas paralelas lleno de aire, las placas llevan una densidad de carga superficial de 3.00×10^{-10} C/cm^2. ¿Cuál es el espacio entre ellas?

55. S Se construyen tres capacitores de placas paralelas, cada uno de los cuales tiene la misma área de placa A y con C_1 y una separación entre las placas d_1, C_2 con separación entre las placas d_2 y C_3 con separación entre las placas d_3. Demuestre que la capacitancia total C de los tres capacitores conectados en serie es la misma que la de un capacitor con área de placa A y separación entre las placa $d = d_1 + d_2 + d_3$.

56. Q|C Para el sistema de cuatro capacitores que se muestra en la figura P14.37, determine a) la energía total almacenada en el sistema y b) la energía almacenada por cada capacitor. c) Compare la suma de las respuestas en el inciso b) con su resultado del inciso a) y explique su observación.

57. S Un capacitor de placas paralelas con una separación de placa d tiene una capacitancia C_0 en ausencia de un dieléctrico. Después se inserta una placa de material dieléctrico de constante dieléctrica κ y espesor $d/3$ entre las placas como en la figura P14.57a. Demuestre que la capacitancia de este capacitor parcialmente lleno está dada por

$$C = \left(\frac{3\kappa}{2\kappa + 1}\right) C_0$$

Sugerencia: trate el sistema como dos capacitores conectados en serie igual que en la figura P14.57b, uno con dieléctrico en él y el otro vacío.

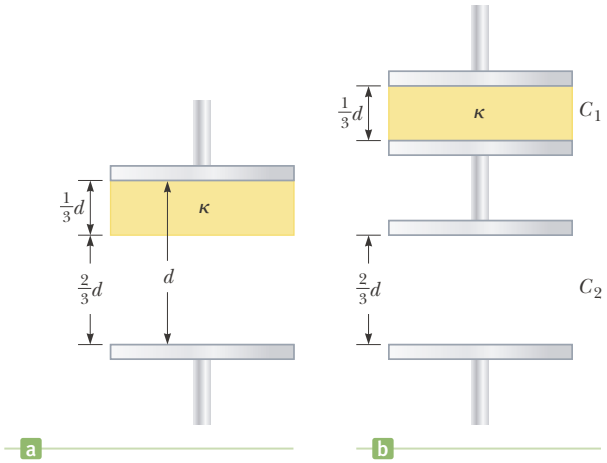


Figura P14.57

58. S Dos capacitores dan una capacitancia equivalente C_p cuando se conectan en paralelo y una capacitancia equivalente C_s cuando se conectan en serie. ¿Cuál es la capacitancia de cada capacitor?

59. M Se construye un capacitor de placas paralelas utilizando un material cuya constante dieléctrica es 3.00 y cuya resistencia dieléctrica es de 2.00×10^8 V/m. La capacitancia deseada es de 0.250 μF, y el capacitor debe soportar una diferencia de potencial máxima de 4.00 kV. Encuentre el área mínima de las placas del capacitor.

60. Dos cargas de 1.0 μC y -2.0 μC están a una distancia de 0.50 m en dos vértices de un triángulo equilátero como en la figura P14.60. a) ¿Cuál es el potencial eléctrico debido a la carga de 1.0 μC en el tercer vértice, punto P? b) ¿Cuál es el potencial eléctrico debido a la carga de -2.0 μC en P? c) Encuentre el potencial eléctrico total en P. d) ¿Cuál es el trabajo requerido para mover una carga de 3.0 μC desde el infinito a P?

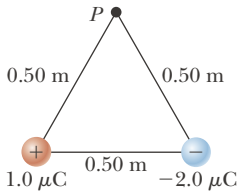


Figura P14.60

61. Encuentre la capacitancia equivalente del grupo de capacitores que se muestra en la figura P14.61.

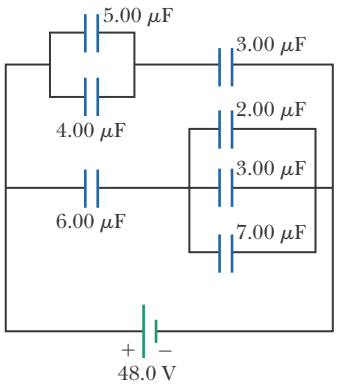


Figura P14.61

62. Un capacitor esférico consiste en un cascarón conductor esférico de radio b y la carga $-Q$ concéntrica con una esfera conductora más pequeña de radio a y carga Q. a) Determine la capacitancia de este dispositivo. b) Muestre que cuando el radio b de la esfera externa se acerca al infinito, la capacitancia se aproxima al valor $a/k_e = 4\pi\epsilon_0 a$.

63. BIO La causa inmediata de muchas muertes es la fibrilación ventricular, un temblor desordenado del corazón, en contraposición con el latido adecuado. Una descarga eléctrica en el pecho puede causar una parálisis momentánea del músculo cardiaco, después de la cual el corazón a veces iniciará de nuevo palpitaciones organizadas. Un *desfibrilador* es un dispositivo que aplica una fuerte descarga eléctrica en el pecho durante un tiempo de algunos milisegundos. El dispositivo contiene un capacitor de pocos microfarads, cargado a varios miles de volts. Los electrodos llamados paletas, de unos 8 cm de diámetro y recubiertos con pasta conductora, se mantienen contra el pecho a ambos lados del corazón. Sus asas están aisladas para evitar lesiones al operador, que dice "¡Claro!" y empuja un botón en una paleta para descargar el capacitor a través del pecho del paciente. Suponga que una energía de 300 W · s debe suministrarse por medio de un capacitor de 30.0 μF. ¿A qué diferencia de potencial se debe cargar?

64. Cuando cierto capacitor de placas paralelas lleno de aire está conectado a través de una batería, adquiere una carga de 150 μC en cada placa. Mientras se mantiene la conexión de la batería, se inserta una placa dieléctrica en la región entre las placas y se llena. Esto da como resultado la acumulación de una carga adicional de 200 μC en cada placa. ¿Cuál es la constante dieléctrica de la placa?

65. Los capacitores $C_1 = 6.0$ μF y $C_2 = 2.0$ μF se cargan como una combinación paralela a través de una batería de 250 V. Los capacitores están desconectados de la batería y entre sí. Entonces se conecta la placa positiva a la negativa y la placa negativa a la positiva. Calcule la carga resultante en cada capacitor.

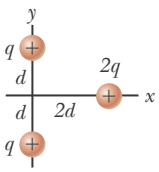


Figura P14.66

66. S Dos cargas positivas cada una con carga q se fijan en el eje y, una en $y = d$ y la otra en $y = -d$ como en la figura P14.66. Una tercera carga positiva $2q$ localizada en el eje x en $x = 2d$ se libera a partir del reposo. Determine las expresiones simbólicas de a) el potencial eléctrico total debido a las dos primeras cargas en la ubicación de la carga $2q$, b) la energía potencial eléctrica de la carga $2q$, c) la energía cinética de la carga $2q$ después de que se aleja infinitamente de las otras cargas, y d) la velocidad de la carga $2q$ después de haberse alejado infinitamente de las otras cargas si su masa es m.

67. La esfera de metal A de radio 12.0 cm transporta 6.00 μC de carga, y la esfera metálica B de radio 18.0 cm tiene -4.00 μC de carga. Si las dos esferas están unidas por

un alambre conductor muy largo, ¿cuál es la distribución final de la carga sobre las dos esferas?

68. Se dispara un electrón a una velocidad $v_0 = 5.6 \times 10^6$ m/s y en un ángulo $\theta_0 = -45°$ entre dos placas conductoras paralelas que están separadas $D = 2.0$ mm, como en la figura P14.68. Si la diferencia de voltaje entre las placas es $\Delta V = 100$ V, determine a) que tan cerca, d, el electrón llegará a la placa inferior y b) dónde golpeará el electrón en la placa superior.

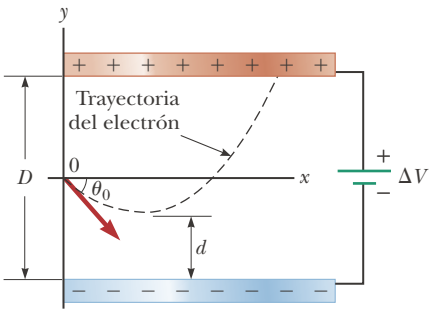


Figura P14.68

El resplandor azul proviene de átomos xenón cargados positivamente que son acelerados electrostáticamente, y luego expulsados de un prototipo de motor iónico. La corriente de iones produce noventa milinewtons de empuje continuamente durante meses a la vez. Los electrones se deben alimentar de nuevo en el escape para evitar una acumulación de carga negativa. Estos motores son altamente eficientes y adecuados para misiones espaciales profundas.

Courtesy of NASA Jet Propulsion Laboratory/PIA04238

15 Corriente y resistencia

15.1 Corriente eléctrica

15.2 Una perspectiva microscópica: corriente y velocidad de arrastre

15.3 Mediciones de corriente y voltaje en circuitos

15.4 Resistencia, resistividad y ley de Ohm

15.5 Variación de la resistencia con la temperatura

15.6 Energía eléctrica y potencia

15.7 Superconductores

15.8 Actividad eléctrica en el corazón

Muchas aplicaciones prácticas y dispositivos se basan en los principios de la electrostática, pero la electricidad estaba destinada a convertirse en una parte inseparable de nuestra vida cotidiana, cuando los científicos aprendieron a producir un flujo continuo de carga durante periodos de tiempo relativamente largos usando baterías. La batería o celda voltaica fue inventada en 1800 por el físico italiano Alessandro Volta. Las baterías suministraron un flujo continuo de carga a bajo potencial, en contraste con los dispositivos electrostáticos anteriores que produjeron un pequeño flujo de carga a alto potencial durante breves periodos. Esta constante fuente de corriente eléctrica permitió a los científicos realizar experimentos para aprender cómo controlar el flujo de cargas eléctricas en los circuitos. Hoy en día, las corrientes eléctricas alimentan nuestras luces, radios, televisores, aire acondicionado, computadoras y refrigeradores. Estos encienden la gasolina en los motores de automóviles, viajan a través de los componentes miniatura que componen los chips de las microcomputadoras, y proporcionan la potencia para otras innumerables tareas invaluables.

En este capítulo definimos corriente y discutimos algunos de los factores que contribuyen a la resistencia al flujo de carga en conductores. También discutimos las transformaciones de energía en circuitos eléctricos. Estos temas serán la base para el trabajo adicional con circuitos en los capítulos posteriores.

15.1 Corriente eléctrica

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la corriente eléctrica promedio e instantánea y discutir su significado físico.
2. Aplicar el concepto de corriente a sistemas eléctricos simples.

Sugerencia 15.1 *Flujo de corriente* es redundante

Las frases *flujo de corriente* y *corriente que fluye* se utilizan comúnmente, pero aquí la palabra *flujo* es redundante porque la corriente ya se define como un flujo (de carga). ¡Evite esta frase!

En la figura 15.1 las cargas se mueven en una dirección perpendicular a una superficie del área A. (Esta área podría ser el área de la sección transversal de un alambre, por ejemplo.) **La corriente es la razón a la que la carga fluye a través de esta superficie.**

Suponga que ΔQ es la cantidad de carga que fluye a través de un área A en un intervalo de tiempo Δt y que la dirección del flujo es perpendicular al área. Entonces la **corriente promedio** I_{prom} es igual a la cantidad de carga dividida entre el intervalo de tiempo:

$$I_{\text{prom}} \equiv \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad [15.1a]$$

Unidad SI: coulomb/segundo (C/s), o el ampere (a)

La corriente se compone de cargas móviles individuales, por lo que para una corriente extremadamente baja, es concebible que una sola carga pueda pasar a través del área A en un instante y sin carga en el instante siguiente. Todas las corrientes, entonces, son esencialmente promedios a lo largo del tiempo. Sin embargo, dado el gran número de cargas habitualmente implicadas, tiene sentido definir una corriente instantánea.

La **corriente instantánea** I es el límite de la corriente promedio cuando el intervalo de tiempo tiende a cero:

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} I_{\text{prom}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad [15.1b]$$

Unidad SI: coulomb/segundo (C/s), o el ampere (a)

Cuando la corriente es constante, las corrientes promedio e instantánea son iguales. Observe que un ampere de corriente es equivalente a un coulomb de carga que pasa a través de un área A en un intervalo de tiempo de 1 s.

Cuando las cargas fluyen a través de una superficie como en la figura 15.1, pueden ser positivas, negativas o ambas. **La dirección de la corriente convencional utilizada en este libro es la dirección de flujo de las cargas positivas**. (Esta convención histórica se originó hace unos 200 años, cuando se introdujeron las ideas de cargas positivas y negativas.) En un conductor común como el cobre, la corriente se debe al movimiento de electrones cargados negativamente, por lo que la dirección de la corriente es opuesta a la dirección del movimiento de los electrones. Por otra parte, para un haz de protones con carga positiva en un acelerador, la corriente está en la misma dirección que el movimiento de los protones. En algunos casos, por ejemplo, gases y electrolitos, la corriente es el resultado de los flujos tanto de cargas positivas como negativas. Las cargas de movimiento, ya sean positivos o negativos, se denominan *portadores de cargas*. En un metal, por ejemplo, los portadores de carga son electrones.

En la electrostática, donde las cargas son estacionarias, el potencial eléctrico es el mismo en todas partes en un conductor. Esto ya no es cierto para los conductores que transportan corriente: a medida que las cargas se mueven a lo largo de un alambre, el potencial eléctrico disminuye continuamente (excepto en el caso especial de los superconductores). El potencial eléctrico decreciente significa que las cargas móviles pierden energía de acuerdo con la relación $\Delta U_{\text{cargas}} = q\Delta V$, mientras que una energía

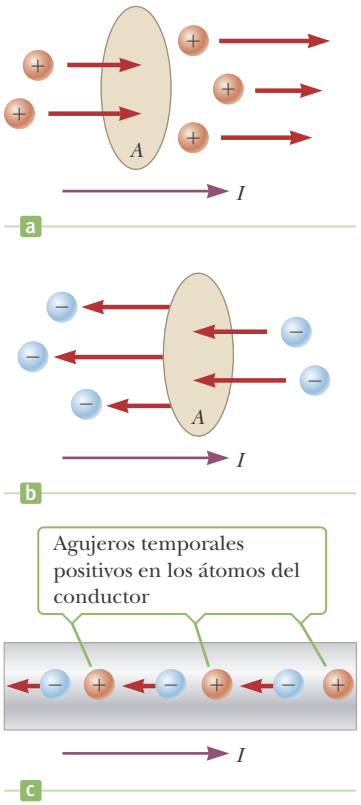


Figura 15.1 La rapidez de flujo de carga a través del área A es la corriente I. a) La dirección de la corriente es la misma que el flujo de carga positiva. b) La carga negativa que fluye hacia la izquierda es equivalente a una cantidad igual de carga positiva que fluye hacia la derecha. c) En un conductor, los agujeros positivos se abren en la red de átomos del conductor cuando los electrones se mueven en respuesta a un potencial. Los electrones negativos que se mueven activamente a la izquierda son equivalentes a los agujeros positivos que migran a la derecha.

$\Delta U_{\text{alambre}} = -q\Delta V$ se deposita en el alambre que transporta corriente. (Estas expresiones se deducen de la ecuación 14.2.) Si se toma q como positivo, correspondiente a la convención de corriente positiva, entonces $\Delta V = V_f - V_i$ es negativo porque, en un circuito, las cargas positivas se desplazan desde regiones de alto potencial a regiones de bajo potencial. Eso a su vez significa que las $\Delta U_{\text{cargas}} = q\Delta V$ son negativas, como debería ser, ya que las cargas móviles pierden energía. Sin embargo, a menudo solo se desea la magnitud, en cuyo caso los valores absolutos se sustituyen en q y ΔV. Si la corriente es constante, entonces al dividir la energía entre el tiempo transcurrido se obtiene la potencia suministrada al elemento de circuito, tal como un filamento de un foco.

EJEMPLO 15.1 Enciende la luz

OBJETIVO Aplicar el concepto de corriente.

PROBLEMA La cantidad de carga que pasa a través del filamento de un cierto foco en 2.00 s es 1.67 C. Determine **a)** la corriente media en el foco y **b)** el número de electrones que pasan a través del filamento en 5.00 s. **c)** Si la corriente es suministrada por una batería de 12.0 V, ¿qué energía total se libera al filamento del foco durante 2.00 s? ¿Cuál es la potencia promedio?

ESTRATEGIA Sustituya en la ecuación 15.1a para el inciso a), luego multiplique la respuesta por el tiempo dado en el inciso b) para obtener la carga total que pasa en ese tiempo. La carga total es igual al número N de electrones que atraviesan el circuito multiplicado por la carga por electrón. Para obtener la energía entregada al filamento, multiplique la diferencia de potencial, ΔV, por la carga total. Al dividir la energía entre el tiempo se obtiene la potencia promedio.

SOLUCIÓN

a) Calcule la corriente promedio en el foco.

Sustituya la carga y el tiempo en la ecuación 15.1a:

$$I_{\text{prom}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{1.67\ \text{C}}{2.00\ \text{s}} = 0.835\ \text{A}$$

b) Encuentre el número de electrones que pasan a través del filamento en 5.00 s.

El número total N de electrones por la carga por electrón es igual a la carga total $I_{\text{prom}}\Delta t$:

$$\textbf{1)}\quad Nq = I_{\text{prom}}\,\Delta t$$

Al sustituir y despejar a N:

$$N(1.60 \times 10^{-19}\ \text{C/electrón}) = (0.835\ \text{A})(5.00\ \text{s})$$

$$N = 2.61 \times 10^{19}\ \text{electrones}$$

c) ¿Qué energía total se entrega al filamento del foco? ¿Cuál es la potencia promedio?

Multiplique la diferencia de potencial por la carga total para obtener la energía transferida al filamento:

$$\textbf{2)}\quad \Delta U = q\Delta V = (1.67\ \text{C})(12.0\ \text{V}) = 20.0\ \text{J}$$

Divida la energía entre el tiempo transcurrido para calcular la potencia promedio:

$$P_{\text{prom}} = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{20.0\ \text{J}}{2.00\ \text{s}} = 10.0\ \text{W}$$

COMENTARIOS Es importante usar unidades para asegurar la corrección de ecuaciones como la ecuación 1). Observe el enorme número de electrones que pasan por un punto dado en un circuito típico. Las magnitudes se utilizaron para calcular las energías en la ecuación 2). Técnicamente, los portadores de carga son electrones con carga negativa moviéndose desde un potencial inferior a un potencial más alto, por lo que el cambio en su energía es $\Delta U_{\text{carga}} = q\Delta V = (-1.67\ \text{C})(+12.0\ \text{V}) = -20.0\ \text{J}$, una pérdida de energía que se entrega al filamento, $\Delta U_{\text{fil}} = -\Delta U_{\text{carga}} = +20.0\ \text{J}$. La energía y la potencia, calculadas aquí utilizando las definiciones del capítulo 14, se tratarán en la sección 15.6.

PREGUNTA 15.1 ¿Es posible tener una corriente instantánea de $e/2$ por segundo? Explique. ¿Puede la corriente promedio tomar este valor?

EJERCICIO 15.1 Una batería de 9.00 V entrega una corriente de 1.34 A al filamento del foco de una linterna de bolsillo. a) ¿Cuánta carga pasa a través del filamento en 2.00 min? b) ¿Cuántos electrones pasan a través del filamento? Calcule c) la energía entregada al filamento durante ese tiempo y d) la potencia suministrada por la batería.

RESPUESTAS a) 161 C; b) 1.01×10^{21} electrones; c) 1.45×10^{3} J; d) 12.1 W

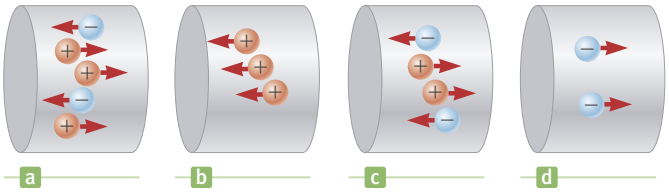


Figura 15.2 (Cuestionario rápido 15.1)

Cuestionario rápido

15.1 Considere las cargas positivas y negativas que se mueven horizontalmente con la misma velocidad a través de las cuatro regiones de la figura 15.2. Clasifique las magnitudes de las corrientes en estas cuatro regiones de menor a mayor. (I_a es la corriente en la figura 15.2a, I_b la corriente en la figura 15.2b, etc.) a) I_d, I_a, I_c, I_b b) I_a, I_c, I_b, I_d c) I_c, I_a, I_d, I_b d) I_d, I_b, I_c, I_a e) I_a, I_b, I_c, I_d f) Ninguna de estas.

15.2 Una perspectiva microscópica: corriente y velocidad de arrastre

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Relacionar la corriente eléctrica con la velocidad de arrastre de los portadores de carga.
2. Evaluar la velocidad de arrastre en conductores eléctricos típicos.

Las corrientes macroscópicas se pueden relacionar con el movimiento de los portadores de carga microscópicos que componen la corriente. Resulta que la corriente depende de la rapidez promedio de los portadores de carga en la dirección de la corriente, del número de portadores de carga por unidad de volumen y de la carga transportada por cada portador de carga.

Considere las partículas de carga idéntica que se mueven en una sección transversal de área A del conductor (figura 15.3). El volumen de un elemento de longitud Δx del conductor es $A\Delta x$. Si n representa el número de portadores de carga móviles por unidad de volumen, el número de portadores en el elemento de volumen es $nA\Delta x$. La carga móvil ΔQ en este elemento es por lo tanto

$$\Delta Q = \text{número de portadores} \times \text{carga por portador} = (nA\Delta x)q$$

donde q es la carga en cada portador. Si los portadores se mueven con una velocidad media constante llamada **velocidad de arrastre** v_d, la distancia que recorren en el intervalo de tiempo Δt es $\Delta x = v_d \Delta t$. Por lo tanto, podemos escribir

$$\Delta Q = (nAv_d \Delta t)q$$

Si dividimos ambos lados de esta ecuación entre Δt y tomamos el límite cuando Δt tiende a cero, vemos que la corriente en el conductor es

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_dA \qquad [15.2]$$

Para entender el significado de la rapidez de arrastre, considere un conductor en el cual los portadores de carga son electrones libres. Si el conductor está aislado, estos electrones sufren un movimiento aleatorio similar al movimiento de las moléculas en un gas. La rapidez de arrastre es normalmente mucho menor que la rapidez promedio de los electrones libres entre las colisiones con los átomos fijos del conductor. Cuando se aplica una diferencia de potencial entre los extremos del conductor (por ejemplo, con una batería), se establece un campo eléctrico en el conductor, creando una fuerza eléctrica sobre los electrones y, por lo tanto, una corriente. En realidad, los electrones no se mueven simplemente en líneas rectas a lo largo del conductor. En cambio, sufren colisiones repetidas con los átomos del metal, y el resultado es un complicado movimiento en zigzag con solo una pequeña rapidez promedio de arrastre a lo largo del alambre (figura 15.4). La energía transferida de los electrones a los átomos metálicos durante una colisión aumenta la energía vibratoria de los átomos y

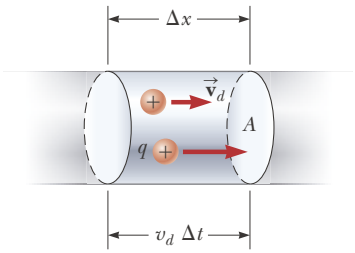


Figura 15.3 Una sección de un conductor uniforme del área de sección trasversal A. Los portadores de carga se mueven con una velocidad v_d, y la distancia que viajan en el tiempo Δt está dada por $\Delta x = v_d \Delta t$. El número de portadores de carga móviles en la sección de longitud Δx está dado por $nAv_d\Delta t$, donde n es el número de portadores móviles por unidad de volumen.

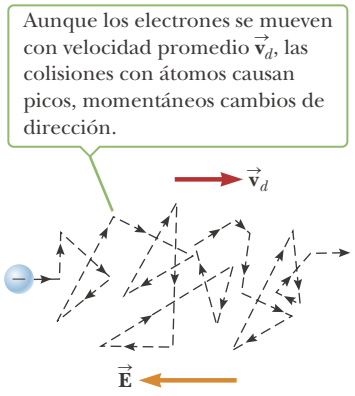


Figura 15.4 Representación esquemática del movimiento en zigzag de un portador de carga en un conductor. Observe que la velocidad de arrastre $\vec{v}_d$ es opuesta a la dirección del campo eléctrico.

provoca un aumento correspondiente en la temperatura del conductor. Sin embargo, a pesar de las colisiones, los electrones se mueven lentamente a lo largo del conductor en una dirección opuesta $\vec{\mathbf{E}}$ a la velocidad de arrastre $\vec{\mathbf{v}}_d$.

EJEMPLO 15.2 Velocidad de arrastre de los electrones

OBJETIVO Calcular una rapidez de arrastre y compárela con la velocidad rms de un gas de electrones.

PROBLEMA Un alambre de cobre de sección transversal $3.00 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$ transporta una corriente de 10.0 A. a) Suponiendo que cada átomo de cobre aporte un electrón libre al metal, encuentre la rapidez de arrastre de los electrones en este alambre. b) Utilice el modelo de gas ideal para comparar la rapidez de arrastre con la rapidez rms aleatoria que tendría un electrón a 20.0 °C. La densidad del cobre es de $8.92\ \text{g/cm}^3$, y su masa atómica es 63.5 u.

ESTRATEGIA Todas las variables de la ecuación 15.2 son conocidas excepto n, el número de portadores de carga libres por unidad de volumen. Podemos encontrar n recordando que un mol de cobre contiene un número de Avogadro (6.02×10^{23}) de átomos y cada átomo aporta un portador de carga al metal. El volumen de un mol se puede encontrar a partir de la densidad conocida del cobre y de la masa atómica. La masa atómica es, numéricamente igual, al número de gramos en un mol de la sustancia.

SOLUCIÓN

a) Determine la rapidez de arrastre de los electrones. Calcule el volumen de un mol de cobre a partir de su densidad y su masa atómica:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{63.5\ \text{g/mol}}{8.92\ \text{g/cm}^3} = 7.12\ \text{cm}^3/\text{mol}$$

Convierta el volumen de cm^3 a m^3:

$$7.12\ \text{cm}^3/\text{mol}\left(\frac{1\ \text{m}}{10^2\ \text{cm}}\right)^3 = 7.12 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

Divida el número de Avogadro (el número de electrones en un mol) entre el volumen por mol para obtener la densidad numérica:

$$n = \frac{6.02 \times 10^{23}\ \text{electrones/mol}}{7.12 \times 10^{-6}\ \text{m}^3/\text{mol}} = 8.46 \times 10^{28}\ \text{electrones/m}^3$$

Despeje de la ecuación 15.2 a la rapidez de arrastre y sustituya:

$$v_d = \frac{I}{nqA} = \frac{10.0\ \text{C/s}}{(8.46 \times 10^{28}\ \text{electrones/m}^3)(1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(3.00 \times 10^{-6}\ \text{m}^2)}$$

$$v_d = 2.46 \times 10^{-4}\ \text{m/s}$$

b) Encuentre la velocidad rms de un gas de electrones a 20.0°C.

Aplique la ecuación 10.18:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m_e}}$$

Convierta la temperatura a la escala Kelvin y sustituya los valores:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3(1.38 \times 10^{-23}\ \text{J/K})(293\ \text{K})}{9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg}}} = 1.15 \times 10^5\ \text{m/s}$$

COMENTARIOS La rapidez de arrastre de un electrón en un alambre es muy pequeña, solo alrededor de una mil millonésima de su velocidad térmica aleatoria.

PREGUNTA 15.2 Cierto o falso: la rapidez de arrastre en un alambre de una composición dada es inversamente proporcional a la densidad numérica de los portadores de carga.

EJERCICIO 15.2 ¿Qué corriente en un alambre de cobre con un área de sección transversal de $7.50 \times 10^{-7}\ \text{m}^2$ resultaría en una rapidez de arrastre igual a $5.00 \times 10^{-4}\ \text{m/s}$?

RESPUESTA 5.08 A

El ejemplo 15.2 muestra que las rapideces de arrastre son típicamente muy pequeñas. De hecho, la rapidez de arrastre es mucho menor que la rapidez promedio entre colisiones. A los electrones que viajan a $2.46 \times 10^{-4}\ \text{m/s}$, como en el ejemplo, ¡les tomaría unos 68 minutos viajar 1 m! En vista de esta baja velocidad, ¿por qué un foco se

enciende casi instantáneamente cuando se acciona un interruptor? Piense en el flujo de agua a través de una tubería. Si se obliga a entrar a una gota de agua en un extremo de un tubo que ya está lleno de agua, se debe expulsar una gota en el otro extremo de la tubería. Aunque a una gota en particular le puede tomar mucho tiempo pasar a través de la tubería, un flujo que inicia en un extremo produce un flujo similar en el otro extremo muy rápidamente. Otra analogía familiar es el movimiento de una cadena de bicicleta. Cuando la rueda dentada mueve un eslabón, los otros eslabones se mueven más o menos de inmediato, a pesar de que le toma a un eslabón dado algo de tiempo hacer una rotación completa. En un conductor, el cambio en el campo eléctrico impulsa a los electrones libres viajar a una velocidad cercana a la de la luz, por lo que, al activar un interruptor de luz, se envía el mensaje para que los electrones comiencen a moverse a través del cable (el campo eléctrico) ¡a una velocidad del orden de 10^8 m/s!

Sugerencia 15.2 Los electrones están por todas partes en el circuito

Los electrones no tienen que viajar del interruptor de la luz al foco para que el foco funcione. Los electrones que ya están en el filamento del foco se mueven en respuesta al campo eléctrico establecido por la batería. También, la batería *no* proporciona electrones al circuito; Proporciona *energía* a los electrones existentes.

Cuestionario rápido

15.2 Suponga que un cable que transporta corriente tiene un área de sección transversal que gradualmente se hace más pequeña a lo largo del alambre, de manera que el alambre tiene la forma de un cono truncado muy largo. ¿Cómo varía la velocidad de arrastre a lo largo del cable? a) Se ralentiza a medida que la sección transversal se hace más pequeña. b) Se acelera conforme la sección transversal se hace más pequeña. c) No cambia. d) Se necesita más información.

15.3 Mediciones de corriente y voltaje en circuitos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Discutir el concepto de un circuito eléctrico.
2. Discutir los amperímetros y voltímetros, instrumentos usados para medir corrientes y diferencias de potencial en circuitos.

Para estudiar la corriente eléctrica en los circuitos, necesitamos entender cómo medir corrientes y voltajes.

El circuito que se muestra en la figura 15.5a es un dibujo del circuito real necesario para medir la corriente en el ejemplo 15.1. La figura 15.5b muestra una figura estilizada llamada diagrama de circuito que representa el circuito real de la figura 15.5a. Este circuito consta solo de una batería y un foco. La palabra *circuito* significa "una trayectoria cerrada de algún tipo alrededor de la cual circula la corriente". La batería bombea carga a través del foco y alrededor de la trayectoria. Ninguna carga fluiría sin una trayectoria de conducción completa desde la terminal positiva de la batería en un lado del foco, al otro lado, y a través de los alambres conductores de cobre de nuevo a la terminal negativa de la batería. Las cantidades más importan-

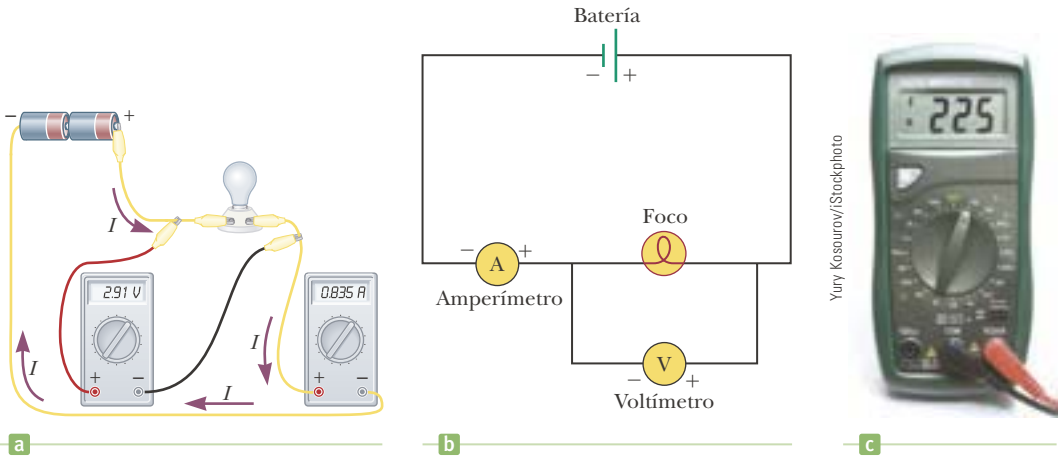


Figura 15.5 a) Esquema de un circuito real utilizado para medir la corriente en un foco de la linterna y la diferencia de potencial a través de esta. b) Un diagrama esquemático del circuito mostrado en a). c) Se puede usar un multímetro digital para medir tanto la corriente como la diferencia de potencial.

tes que caracterizan cómo el foco trabaja en diversas situaciones son la corriente I en el foco y la diferencia potencial ΔV a través del foco. Para medir la corriente en el foco, ponemos un amperímetro, el dispositivo para medir la corriente, en línea con el foco, de modo que no hay trayectoria para que la corriente pase por el amperímetro; toda la carga que pasa a través del foco también debe pasar a través del amperímetro. El voltímetro mide la diferencia de potencial, o voltaje, entre los dos extremos del filamento del foco. Si usamos dos medidores simultáneamente como en la figura 15.5a, podemos quitar el voltímetro y ver si su presencia afecta la lectura de la corriente. La figura 15.5c muestra un multímetro digital, un dispositivo conveniente, con una lectura digital, que se puede utilizar para medir voltaje, corriente o resistencia. Una ventaja de usar un multímetro digital como un voltímetro es que normalmente no afectará a la corriente porque un medidor digital tiene una enorme resistencia al flujo de carga en el modo de voltímetro.

En este punto, se puede medir la corriente en función del voltaje (una curva I–ΔV) de distintos dispositivos en el laboratorio. Todo lo que necesita es una fuente de voltaje variable (una batería ajustable) capaz de suministrar diferencias de potencial de aproximadamente -5 V a $+5$ V, un foco, una resistencia, algunos alambres y clips de cocodrilo, y un par de multímetros. Asegúrese de comenzar siempre las mediciones usando las escalas más altas del multímetro (por ejemplo, 10 A y 1 000 V), y aumentar la sensibilidad de una escala a la vez para obtener la mayor precisión sin sobrecargar los medidores. (Aumentar la sensibilidad significa bajar la corriente máxima o el voltaje que lee en la escala.) Observe que los medidores deben estar conectados con la polaridad apropiada con respecto a la fuente de voltaje, como se muestra en la figura 15.5b. Por último, siga las indicaciones de su instructor con cuidado para evitar dañar los medidores e incurrir en un costo más alto de laboratorio.

Cuestionario rápido

15.3 Mire los cuatro "circuitos" que se muestran en la figura 15.6 y seleccione aquellos que encenderán el foco.

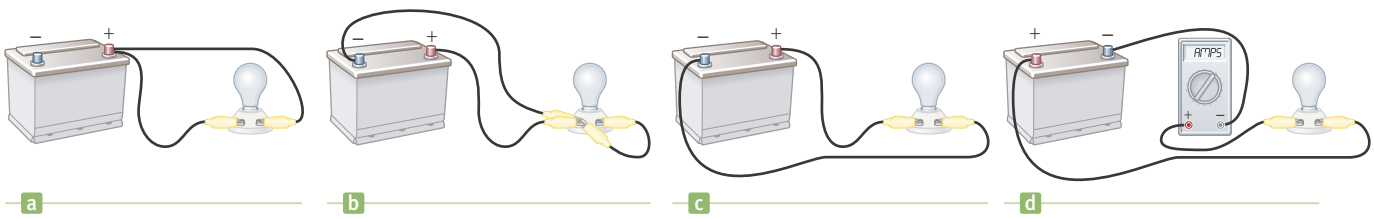


Figura 15.6 (Cuestionario rápido 15.3)

15.4 Resistencia, resistividad y ley de Ohm

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir resistencia eléctrica y discutir sus orígenes físicos.
2. Relacionar la resistencia a la resistividad.
3. Aplicar los conceptos de resistividad y resistencia a sistemas eléctricos.

Resistencia y ley de Ohm

Cuando se aplica un voltaje (diferencia de potencial) ΔV a través de los extremos de un conductor metálico como en la figura 15.7, se encuentra que la corriente en el conductor es proporcional al voltaje aplicado; $I \propto \Delta V$. Si la proporcionalidad es válida, podemos escribir $\Delta V = IR$, donde la constante de proporcionalidad R se llama *resistencia* del

conductor. De hecho, definimos la **resistencia** como el cociente del voltaje a través del conductor entre la corriente que lleva:

$$R \equiv \frac{\Delta V}{I} \qquad [15.3]$$

◀ Resistencia

La resistencia tiene unidades SI de volts por ampere, llamados **ohms** (Ω). Si una diferencia de potencial de 1 V a través de un conductor produce una corriente de 1 A, la resistencia del conductor es de 1 Ω. Por ejemplo, si un aparato eléctrico conectado a una fuente de 120 V tiene una corriente de 6 A, su resistencia es 20 Ω.

Los conceptos de corriente eléctrica, voltaje y resistencia se pueden comparar con el flujo de agua en un río. A medida que el agua fluye cuesta abajo en un río de ancho y profundidad constantes, el caudal (corriente de agua) depende de la inclinación del descenso del río y de los efectos de las rocas, la orilla del río y otras obstrucciones. La diferencia de voltaje es análoga a la inclinación y la resistencia a las obstrucciones. Sobre la base de esta analogía, parece razonable que el aumento del voltaje aplicado a un circuito debe aumentar la corriente en el circuito, al igual que el aumento de la inclinación de la pendiente aumenta la corriente de agua. Además, el aumento de las obstrucciones en el camino del río reducirá la corriente de agua, al igual que el aumento de la resistencia en un circuito reducirá la corriente eléctrica. La resistencia en un circuito surge debido a las colisiones entre los electrones que llevan la corriente con átomos fijos dentro del conductor. Estas colisiones inhiben el movimiento de cargas de la misma manera que una fuerza de fricción. Para muchos materiales, incluyendo la mayoría de los metales, los experimentos muestran que la **resistencia permanece constante en un amplio rango de voltajes o corrientes aplicadas**. Este enunciado se conoce como la **ley de Ohm**, en honor de Georg Simon Ohm (1789-1854), que fue el primero en realizar un estudio sistemático de la resistencia eléctrica.

La ley de Ohm está dada por

$$\Delta V = IR \qquad [15.4]$$

donde se entiende que R es independiente de ΔV, la caída de potencial a través de la resistencia, e I, la corriente en la resistencia. Continuaremos usando esta forma tradicional de la ley de Ohm cuando discutamos circuitos eléctricos. Una **resistencia** es un conductor que proporciona una resistencia especificada en un circuito eléctrico. El símbolo de una resistencia en los diagramas de circuito es una línea en zigzag: —WW—.

La ley de Ohm es una relación empírica válida solo para ciertos materiales. Los materiales que obedecen la ley de Ohm, y por lo tanto tienen una resistencia constante en un amplio rango de voltajes, se dice que son **óhmicos**. Los materiales que tienen resistencia que cambia con voltaje o con corriente son **no óhmicos**. Los materiales óhmicos tienen una relación lineal corriente-voltaje lineal en un amplio rango de voltajes aplicados (figura 15.8a, página 530). Los materiales no óhmicos tienen una relación corriente-voltaje no lineal (figura 15.8b). Un dispositivo semiconductor común que es no óhmico es el *diodo*, un elemento de circuito que actúa como una válvula unidireccional para la corriente. Su resistencia es pequeña para corrientes en una dirección (ΔV positiva) y grande para corrientes en la dirección inversa (ΔV negativa). La mayoría de los dispositivos electrónicos modernos, tales como transistores, tienen relaciones no lineales de corriente-voltaje; su funcionamiento depende de las formas particulares en que violan la ley de Ohm.

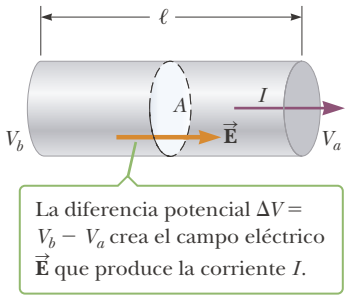


Figura 15.7 Un conductor uniforme de longitud ℓ y área de sección transversal A. La corriente I es proporcional a la diferencia de potencial o, equivalente, al campo eléctrico y longitud.

© Bettmann/CORBIS

Georg Simon Ohm
(1787–1854)
Un profesor de secundaria en Colonia y más tarde profesor en Munich, Ohm formuló el concepto de resistencia y descubrió las proporcionalidades que se expresan en la ecuación 15.5.

Cuestionario rápido

15.4 ¿En la figura 15.8b la resistencia del diodo a) aumenta o b) disminuye cuando el voltaje positivo ΔV aumenta?

15.5 Todos los aparatos eléctricos deben tener placas de identificación que especifiquen sus características eléctricas. La placa sobre una plancha de vapor indica que el hierro lleva una corriente de 6.00 A cuando se conecta a una fuente de 1.20×10^2 V. ¿Cuál es la resistencia de la plancha de vapor? a) 0.050 0 Ω b) 20.0 Ω c) 36.0 Ω

Cortesía de Henry Leap y Jim Lehman

Un conjunto de resistencias utilizadas para diferentes aplicaciones en circuitos electrónicos.

Resistividad

Los electrones no se mueven en trayectorias rectas a través de un conductor. En cambio, sufren colisiones repetidas con los átomos de metal. Considere un conductor con un voltaje aplicado a través de sus extremos. Un electrón gana velocidad cuando la

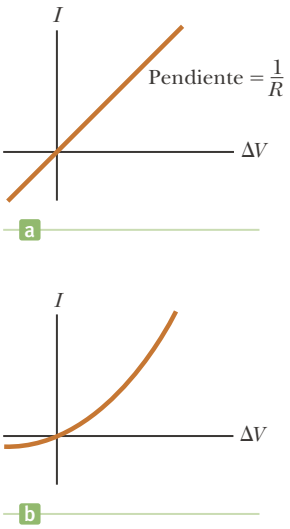


Figura 15.8 a) Curva de corriente-voltaje para un material óhmico. La curva es lineal y la pendiente da la resistencia del conductor. b) Una curva de corriente-voltaje no lineal para un diodo semiconductor. Este dispositivo no obedece la ley de Ohm.

fuerza eléctrica asociada con el campo eléctrico interno lo acelera, dándole una velocidad en la dirección opuesta a la del campo eléctrico. Una colisión con un átomo hace aleatoria a la velocidad del electrón, reduciéndola en la dirección opuesta al campo. Entonces el proceso se repite. Juntas, estas colisiones afectan al electrón algo como una fuerza de fricción interna. Este paso es el origen de la resistencia de un material.

La resistencia de un conductor óhmico aumenta con la longitud, lo que tiene sentido porque los electrones que pasan por este deben sufrir más colisiones en un conductor más largo. Un área de sección transversal más pequeña también aumenta la resistencia de un conductor, del mismo modo que un tubo más pequeño hace que el fluido se mueva lentamente a través de este. La resistencia, entonces, es proporcional a la longitud del conductor, ℓ, y es inversamente proporcional al área de su sección transversal A,

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \qquad [15.5]$$

donde la constante de proporcionalidad, ρ, se llama **resistividad** del material. Cada material tiene una resistividad característica que depende de su estructura electrónica y de la temperatura. Los buenos conductores eléctricos tienen resistividades muy bajas, y los buenos aislantes tienen resistividades muy altas. La tabla 15.1 enumera las resistividades de diversos materiales a 20°C. Debido a que los valores de resistencia están en ohms, los valores de la resistividad deben estar en ohm metros ($\Omega \cdot$ m).

Tabla 15.1 Resistividades y coeficientes de temperatura de la resistividad para diferentes materiales (a 20°C)

Material	Resistividad ($\Omega \cdot$ m)	Coeficiente de temperatura de la resistividad $[(°C)^{-1}]$
Plata	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Cobre	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Oro	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
Aluminio	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsteno	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Hierro	10.0×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Platino	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
Plomo	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Nicromo [a]	150×10^{-8}	0.4×10^{-3}
Carbono	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
Germanio	0.46	-48×10^{-3}
Silicio	640	-75×10^{-3}
Vidrio	10^{10}–10^{14}	
Caucho duro	$\approx 10^{13}$	
Azufre	10^{15}	
Cuarzo (fundido)	75×10^{16}	

[a]Una aleación de níquel-cromo usada en elementos de calefacción.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 15.1 Oscurecimiento de los focos viejos

A medida que un foco envejece, ¿por qué emite menos luz que cuando es nuevo?

EXPLICACIÓN Hay dos razones para el comportamiento del foco, una eléctrica y otra óptica, pero ambas están relacionadas con el mismo fenómeno que se produce dentro de él. El filamento de un foco viejo está hecho de un alambre de tungsteno que se ha mantenido a una temperatura alta durante muchas horas. Las altas temperaturas evaporan el tungsteno del filamento, disminuyendo su radio. De $R = \rho\ell/A$, vemos que una disminución del área de la sección transversal conduce a un aumento en la resistencia del filamento. Esta resistencia creciente con el envejecimiento significa que el filamento llevará menos corriente para el mismo voltaje aplicado. Con menos corriente en el filamento, hay menos salida de luz, y el filamento brilla más oscuro.

A alta temperatura de funcionamiento del filamento, los átomos de tungsteno dejan su superficie, al igual que las moléculas de agua se evaporan en un charco de agua. Los átomos son arrastrados por las corrientes de convección en el gas en el foco y se depositan en la superficie interior del vidrio. Con el tiempo, el vidrio se vuelve menos transparente debido al recubrimiento de tungsteno, que disminuye la cantidad de luz que pasa a través del vidrio. ■

EJEMPLO 15.3 Resistencia de un alambre de nicromo

OBJETIVO Combinar el concepto de resistividad con la ley de Ohm.

PROBLEMA **a)** Calcule la resistencia por unidad de longitud de un alambre de nicromo calibre 22 de radio 0.321 mm. **b)** Si se mantiene una diferencia de potencial de 10.0 V a través de una longitud de 1.00 m del alambre de nicromo, ¿cuál es la corriente en el cable? **c)** El alambre se funde y se refunde con el doble de su longitud original. Encuentre la nueva resistencia R_N como un múltiplo de la antigua resistencia R_O.

ESTRATEGIA El inciso a) requiere la sustitución en la ecuación 15.5, después de calcular el área de la sección transversal, mientras que el inciso b) es una cuestión de sustitución en la ley de Ohm. El inciso c) requiere algo de álgebra. La idea es tomar la expresión de la nueva resistencia y sustituir las expresiones para, ℓ_N y A_N, la nueva longitud y el área de la sección transversal, en términos de la antigua longitud y de la sección transversal. Al sustituir el área, recuerde que los volúmenes de los alambres antiguos y nuevos son los mismos.

SOLUCIÓN

a) Calcule la resistencia por unidad de longitud.

Encuentre el área de la sección transversal del cable:

$$A = \pi r^2 = \pi(0.321 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 = 3.24 \times 10^{-7}\ \text{m}^2$$

Obtenga la resistividad del nicromo de la tabla 15.1, despeje R/ℓ de la ecuación 15.5, y sustituya:

$$\frac{R}{\ell} = \frac{\rho}{A} = \frac{1.5 \times 10^{-6}\ \Omega \cdot \text{m}}{3.24 \times 10^{-7}\ \text{m}^2} = 4.6\ \Omega/\text{m}$$

b) Encuentre la corriente en un segmento de 1.00 m de alambre si la diferencia de potencial a través de este es 10.0 V.

Sustituya los valores dados en la ley de Ohm:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{10.0\ \text{V}}{4.6\ \Omega} = 2.2\ \text{A}$$

c) Si el alambre se funde y se remodela con el doble de su longitud original, encuentre la nueva resistencia como un múltiplo de la antigua.

Encuentre la nueva área A_N en términos del área antigua A_O, usando el hecho de que el volumen no cambia y que $\ell_N = 2\ell_O$:

$$V_N = V_O \rightarrow A_N\ell_N = A_O\ell_O \rightarrow A_N = A_O(\ell_O/\ell_N)$$
$$A_N = A_O(\ell_O/2\ell_O) = A_O/2$$

Sustituya en la ecuación 15.5:

$$R_N = \frac{\rho\ell_N}{A_N} = \frac{\rho(2\ell_O)}{(A_O/2)} = 4\frac{\rho\ell_O}{A_O} = 4R_O$$

COMENTARIOS De la tabla 15.1, la resistividad del nicromo es aproximadamente 100 veces la del cobre, un buen conductor típico. Por lo tanto, un alambre de cobre del mismo radio tendría una resistencia por unidad de longitud de solo 0.052 Ω/m, y una longitud de alambre de cobre de 1.00 m del mismo radio tendría la misma corriente (2.2 A) con un voltaje aplicado de solo 0.115 V.

Debido a su resistencia a la oxidación, el nicromo se utiliza a menudo para elementos de calefacción en tostadoras, planchas y calentadores eléctricos.

PREGUNTA 15.3 ¿Reemplazar el nicromo con cobre daría como resultado una corriente más alta o más baja?

EJERCICIO 15.3 ¿Cuál es la resistencia de un cable de nicromo de 6.0 m de longitud que tiene un radio de 0.321 milímetro? ¿Cuánta corriente lleva cuando se conecta a una fuente de 120 V?

RESPUESTAS 28 Ω; 4.3 A

Cuestionario rápido

15.6 Suponga que se reemplaza un cable eléctrico por uno que tiene todas las dimensiones lineales al doble (es decir, la longitud y el radio tienen el doble de sus valores originales). ¿Tiene el alambre ahora a) más resistencia que antes, b) menos resistencia o c) la misma resistencia?

En un antiguo foco incandescente de filamento de carbono, la resistencia eléctrica es típicamente de 10 Ω, pero cambia con la temperatura.

15.5 Variación de la resistencia con la temperatura

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Explicar las razones físicas para el aumento de la resistividad y la resistencia con el aumento de la temperatura.
2. Indicar la dependencia de la resistividad con la temperatura para rangos de temperatura limitados, y extienda a la dependencia de la resistencia con la temperatura.
3. Aplicar la dependencia de la resistencia con la temperatura de los sistemas eléctricos.

La resistividad ρ, y por lo tanto la resistencia, de un conductor depende de una serie de factores. Una de las más importantes es la temperatura del metal. Para la mayoría de los metales, la resistividad aumenta con el aumento de la temperatura. Esta correlación se puede entender como sigue: a medida que la temperatura del material aumenta, sus átomos constituyentes vibran con mayores amplitudes. Como resultado, a los electrones les resulta más difícil conseguir esos átomos, así como cuando es más difícil atravesar una habitación atestada cuando la gente está en movimiento que cuando se encuentra inmóvil. El aumento de la dispersión de electrones con el aumento de la temperatura da como resultado una mayor resistividad. Técnicamente, la expansión térmica también afecta la resistencia; sin embargo, esto es un efecto muy pequeño.

En un rango de temperatura limitado, la resistividad de la mayoría de los metales aumenta linealmente con el aumento de la temperatura de acuerdo con la expresión

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \qquad [15.6]$$

donde ρ es la resistividad a alguna temperatura T (en grados Celsius), ρ_0 es la resistividad a alguna temperatura de referencia T_0 (usualmente tomada como 20°C), y α es un parámetro llamado **coeficiente de temperatura de la resistividad**. Los coeficientes de temperatura para diversos materiales se proporcionan en la tabla 15.1. Los interesantes valores negativos de α para los semiconductores surgen porque estos materiales tienen portadores de carga ligeramente limitados que se liberan para moverse y contribuyen a la corriente conforme aumenta la temperatura.

Debido a que la resistencia de un conductor con una sección transversal uniforme es proporcional a la resistividad de acuerdo con la ecuación 15.5 ($R = \rho l/A$), la variación de la resistencia con la temperatura se puede escribir

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \qquad [15.7]$$

Con frecuencia se realizan mediciones de temperatura precisas utilizando esta propiedad, como se muestra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 15.4 Un termómetro de resistencia de platino

OBJETIVO Aplicar la dependencia de la temperatura de la resistencia.

PROBLEMA Un termómetro de resistencia, que mide la temperatura midiendo el cambio en la resistencia de un conductor, está hecho del platino y tiene una resistencia de 50.0 Ω en 20.0°C. **a)** Cuando el dispositivo está sumergido en un recipiente que contiene indio en su punto de fusión, su resistencia aumenta a 76.8 Ω. A partir de esta información, encuentre el punto de fusión del indio. **b)** El indio se calienta más hasta alcanzar una temperatura de 235 °C. Calcule el cociente de la nueva corriente en el platino entre la corriente I_{pf} en el punto de fusión, suponiendo que el coeficiente de resistividad para el platino no cambia significativamente con la temperatura.

ESTRATEGIA Para el inciso a), resuelva la ecuación 15.7 para $T - T_0$ y obtenga α para el platino de la tabla 15.1, sustituyendo cantidades conocidas. Para el inciso b), use la ley de Ohm en la ecuación 15.7.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el punto de fusión del indio.

Resuelva la ecuación 15.7 para $T - T_0$:

$$T - T_0 = \frac{R - R_0}{\alpha R_0} = \frac{76.8\ \Omega - 50.0\ \Omega}{[3.92 \times 10^{-3}\ (°C)^{-1}][50.0\ \Omega]}$$

$$= 137°C$$

Sustituya $T_0 = 20.0°C$ y obtenga el punto de fusión del indio:

$$T = 157°C$$

b) Calcule el cociente entre la nueva corriente y la antigua cuando la temperatura sube de 157°C a 235°C.

Escriba la ecuación 15.7, con R_0 y T_0 reemplazados por R_{pf} y T_{pf}, la resistencia y la temperatura en el punto de fusión.

$$R = R_{pf}[1 + \alpha(T - T_{pf})]$$

De acuerdo con la ley de Ohm, $R = \Delta V/I$ y $R_{pf} = \Delta V/I_{pf}$. Sustituya estas expresiones en la ecuación 15.7:

$$\frac{\Delta V}{I} = \frac{\Delta V}{I_{pf}}[1 + \alpha(T - T_{pf})]$$

Elimine las diferencias de voltaje, invierta las dos expresiones, y luego divida ambos lados entre I_{pf}:

$$\frac{I}{I_{pf}} = \frac{1}{1 + \alpha(T - T_{pf})}$$

Sustituya $T = 235°C$, $T_{pf} = 157°C$, y evalúe para α, obteniendo el cociente deseado:

$$\frac{I}{I_{pf}} = 0.766$$

COMENTARIOS La respuesta al inciso b) es solo una estimación porque el coeficiente de temperatura es, de hecho, dependiente de la temperatura. Conforme aumenta la temperatura, tanto la rapidez rms de los electrones en el metal como la resistencia aumentan.

PREGUNTA 15.4 ¿Qué sucede con la velocidad de arrastre de los electrones a medida que aumenta la temperatura? a) Se hace más grande. b) Se hace más pequeña. c) Se mantiene constante.

EJERCICIO 15.4 Suponga que un alambre hecho de una aleación desconocida y que tiene una temperatura de 20.0°C transporta una corriente de 0.450 A. A 52.0 °C la corriente es 0.370 A para la misma diferencia de potencial. Encuentre el coeficiente de temperatura de la resistividad de la aleación.

RESPUESTA $6.76 \times 10^{-3}\ (°C)^{-1}$

15.6 Energía eléctrica y potencia

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Deducir una expresión de la potencia eléctrica entregada a una resistencia y discutir la transferencia de energía en un circuito simple.
2. Aplicar el concepto de energía eléctrica a sistemas prácticos.

Si se utiliza una batería para establecer una corriente eléctrica en un conductor, la energía química almacenada en la batería se transforma continuamente en energía cinética de los portadores de carga. Esta energía cinética se pierde rápidamente como resultado de colisiones entre los portadores de carga y átomos fijos en el conductor, causando un aumento en la temperatura del conductor. De esta manera, la energía química almacenada en la batería se transforma continuamente en energía térmica.

Para entender el proceso de transferencia de energía en un circuito simple, considere una batería con terminales conectadas a una resistencia (figura 15.9, recuerde que la terminal positiva de la batería está siempre al potencial más alto). Ahora imagine seguir una cantidad de carga positiva ΔQ alrededor del circuito desde el punto A, a través de la batería y la resistencia, y regrese a A. El punto A es un punto de referencia que está conectado a tierra (el símbolo de tierra es ⏚), y su potencial se

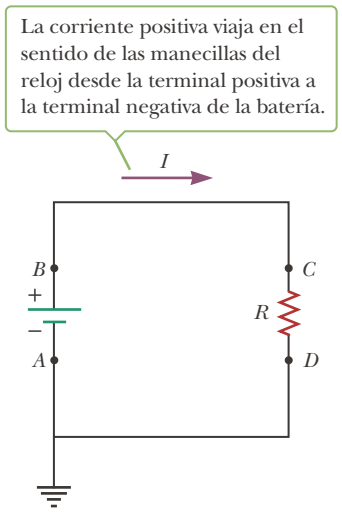


Figura 15.9 Circuito constituido por una batería y una resistencia R. El punto A está conectado a tierra.

toma como cero. A medida que la carga ΔQ se mueve de A a B a través de la batería, la energía potencial eléctrica del sistema aumenta en la cantidad $\Delta Q\,\Delta V$ y la energía potencial química en la batería disminuye en la misma cantidad (recuerde del capítulo 14 que $\Delta EP = q\,\Delta V$). Sin embargo, a medida que la carga se mueve de C a D a través de la resistencia, pierde esta energía potencial eléctrica durante las colisiones con los átomos en la resistencia. En el proceso, la energía se transforma en energía interna correspondiente al movimiento vibratorio incrementado de esos átomos. Debido a que podemos ignorar la resistencia muy pequeña de los cables de interconexión, no ocurre ninguna transformación de energía para las trayectorias BC y DA. Cuando la carga regresa al punto A, el resultado neto es que parte de la energía química en la batería se ha suministrado a la resistencia y ha provocado que su temperatura aumente.

La carga ΔQ pierde energía $\Delta Q\,\Delta V$ cuando pasa a través de la resistencia. Si Δt es el tiempo que tarda la carga en pasar a través de la resistencia, la velocidad instantánea a la que pierde la energía potencial eléctrica es

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}\Delta V = I\Delta V$$

donde I es la corriente en la resistencia y ΔV es la diferencia de potencial a través de esta. Por supuesto, la carga recupera esta energía cuando pasa a través de la batería, a expensas de la energía química en la batería. La razón con la que el sistema pierde energía potencial a medida que la carga pasa a través de la resistencia es igual a la razón con la que el sistema gana energía interna en la resistencia. Por lo tanto, la potencia P, que representa la velocidad a la que se suministra energía a la resistencia, es

Potencia ▶

$$P = I\Delta V \qquad [15.8]$$

Aunque este resultado se desarrolló considerando una batería que suministra energía a una resistencia, la ecuación 15.8 se puede usar para determinar la potencia transferida desde una fuente de voltaje a *cualquier* dispositivo que lleva una corriente I y que tiene una diferencia de potencial ΔV entre sus terminales.

Utilizando la ecuación 15.8 y el hecho de que $\Delta V = IR$ para una resistencia, podemos expresar la potencia entregada a la resistencia en las formas alternativas

Potencia entregada a la resistencia ▶

$$P = I^2R = \frac{\Delta V^2}{R} \qquad [15.9]$$

Cuando I está en amperes, ΔV en volts y R en ohms, la unidad SI de potencia es el watt (introducido en el capítulo 5). La potencia entregada a un conductor de resistencia R es a menudo referida como una *pérdida* de I^2R. Observe que la ecuación 15.9 se aplica solo a resistencias y no a dispositivos no óhmicos como focos y diodos.

Sugerencia 15.3 Concepto erróneo acerca de la corriente

La corriente *no* se "agota" en una resistencia. Más bien, parte de la energía que las cargas han recibido de la fuente de voltaje se suministra a la resistencia, haciendo que se caliente y radie. Además, la corriente no se ralentiza al pasar por la resistencia: es la misma en todo el circuito.

Independientemente de las formas en que utiliza la energía eléctrica en su casa, en última instancia, debe pagar por esta o arriesgarse a no tener energía. La unidad de energía utilizada por las compañías eléctricas para calcular el consumo, el **kilowatt-hora**, se define en términos de la unidad de potencia y de la cantidad de tiempo que se suministra. Un kilowatt-hora (kWh) es la energía convertida o consumida en 1 h a una velocidad constante de 1 kW. Tiene el valor numérico

$$1\ \text{kWh} = (10^3\ \text{W})(3\,600\ \text{s}) = 3.60 \times 10^6\ \text{J} \qquad [15.10]$$

En una factura de electricidad, la cantidad de electricidad utilizada en un periodo determinado se indica generalmente en múltiplos de kilowatt-hora.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 15.2 Fallas de los focos

¿Por qué los focos fallan tan a menudo inmediatamente después de encenderlos?

EXPLICACIÓN Una vez que el interruptor está cerrado, el voltaje de la línea se aplica a través del foco. A medida que se aplica el voltaje a través del filamento frío cuando el bulbo se enciende por primera vez, la resistencia del filamento es baja, la corriente es alta y se suministra una cantidad relativamente grande de energía al bulbo. Este pico de corriente al comienzo de la operación es la razón por la que los focos fallan a menudo inmediatamente después de que se enciendan. A medida que el filamento se calienta, su resistencia aumenta y la corriente disminuye. Como resultado, la potencia suministrada al foco disminuye y el foco es menos probable que se queme. ■

Cuestionario rápido

15.7 Se aplica un voltaje ΔV a través de los extremos de un alambre nicromo del calentador que tiene un área de sección transversal A y longitud L. El mismo voltaje se aplica a través de los extremos de un segundo alambre de nicromo del calentador que tiene un área de sección transversal A y longitud $2L$. ¿Qué alambre se calienta más? a) El cable más corto lo hace. b) El cable más largo lo hace. c) Se necesita más información.

15.8 Para las dos resistencias que se muestran en la figura 15.10. clasifique las corrientes en los puntos a al f desde el más grande al más pequeño.
a) $I_a = I_b > I_e = I_f > I_c = I_d$ b) $I_a = I_b > I_c = I_d > I_e = I_f$ c) $I_e = I_f > I_c = I_d > I_a = I_b$

15.9 Dos resistencias, A y B, están conectadas en un circuito en serie con una batería. La resistencia A es el doble de B. ¿Qué resistencia disipa más potencia? a) El resistor A lo hace. b) La resistencia B lo hace. c) Se necesita más información.

15.10 El diámetro del alambre A es mayor que el diámetro del alambre B, pero sus longitudes y resistividades son idénticas. Para una diferencia de voltaje dada a través de los extremos, ¿cuál es la relación entre P_A y P_B, la potencia disipada para los alambres A y B, respectivamente? a) $P_A = P_B$; b) $P_A < P_B$; c) $P_A > P_B$

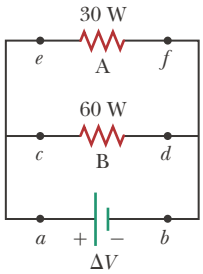


Figura 15.10 (Cuestionario rápido 15.8)

EJEMPLO 15.5 El costo de iluminar tu vida

OBJETIVO Aplicar el concepto de energía eléctrica y calcular el costo del uso de energía usando kilowatts-hora.

PROBLEMA Un circuito proporciona una corriente máxima de 20.0 A con un voltaje de funcionamiento de 1.20×10^2 V. a) ¿Cuántos focos de 75 W pueden funcionar con esta fuente de voltaje? b) A \$0.120 por kilowatts-hora, ¿cuánto cuesta operar estos focos por 8.00 h?

ESTRATEGIA Encuentre la potencia necesaria con $P = I\,\Delta V$ luego divida entre 75.0 W por foco para obtener el número total de focos. Para calcular el costo, convierte la energía en kilowatts y multiplique por el número de horas, luego multiplique por el costo por kilowatt-hora.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el número de focos que se pueden iluminar.
Sustituya en la ecuación 15.8 para obtener la potencia total:

$$P_{\text{total}} = I\,\Delta V = (20.0\text{ A})(1.20 \times 10^2\text{ V}) = 2.40 \times 10^3\text{ W}$$

Divida la potencia total entre la potencia por foco para obtener el número de focos:

$$\text{Número de focos} = \frac{P_{\text{total}}}{P_{\text{foco}}} = \frac{2.40 \times 10^3\text{ W}}{75.0\text{ W}} = 32.0$$

b) Calcule el costo de esta electricidad para un día de 8.00 h. Encuentre la energía en kilowatts-hora:

$$\text{Energía} = Pt = (2.40 \times 10^3\text{ W})\left(\frac{1.00\text{ kW}}{1.00 \times 10^3\text{ W}}\right)(8.00\text{ h}) = 19.2\text{ kWh}$$

Multiplique la energía por el costo por kilowatt-hora:

$$\text{Costo} = (19.2\text{ kWh})(\$0.12/\text{kWh}) = \$2.30$$

(Continúa)

COMENTARIOS Esta cantidad de energía podría corresponder a lo que una pequeña oficina utiliza en un día de trabajo, considerando todos los requisitos de energía (no solo la iluminación). En general, los dispositivos resistivos pueden tener salida de potencia variable, dependiendo de cómo se conecte el circuito. Aquí, las salidas de potencia se especificaron, por lo que estas consideraciones son innecesarias.

PREGUNTA 15.5 Considerando la cantidad de calor que las partes de un foco incandescente tienen durante el funcionamiento, infiera qué fracción de la energía emitida por un foco está en forma de luz visible. a) 10% b) 50% c) 80%

EJERCICIO 15.5 a) ¿Cuántas luces del árbol de Navidad con 5.00 W de potencia cada una podrían estar funcionando en un circuito que opera a 1.20×10^2 V y 15.0 A de corriente? b) Calcule el costo de operar una serie de este tipo 24.0 h por día para la temporada de Navidad (dos semanas), usando la tarifa \$ 0.12/kWh.

RESPUESTAS a) 3.60×10^2 focos; b) 72.60 dólares

EJEMPLO 15.6 La potencia convertida por un calentador eléctrico

OBJETIVO Calcular una salida de potencia eléctrica y vincular su efecto con el medio ambiente a través de la primera ley de la termodinámica.

PROBLEMA Se opera un calentador eléctrico aplicando una diferencia de potencial de 50.0 V a un alambre de nicromo de resistencia total 8.00 Ω. **a)** Determine la corriente transportada por el cable y la potencia del calentador. **b)** Utilizando este calentador, ¿cuánto tiempo se tardaría en calentar 2.50×10^3 moles de gas diatómico (por ejemplo, una mezcla de oxígeno y nitrógeno, o aire) de un frío de 10.0°C a 25.0°C? Tome el calor específico molar a un volumen de aire constante de $\frac{5}{2}R$. c) ¿Cuántos kilowatts-hora de electricidad se utilizan durante el tiempo calculado en el inciso b) y ¿a qué costo, en \$0.12 por kilowatts-hora?

ESTRATEGIA Para el inciso a), encuentre la corriente con la ley de Ohm y sustituya en la expresión de potencia. El inciso b) es un proceso isovolumétrico, por lo que la energía térmica proporcionada por el calentador se cambia toda en energía interna, ΔU. Calcule esta cantidad usando la primera ley de la termodinámica y divida entre la potencia para obtener el tiempo. Determinar el número de kilowatts-hora utilizado requiere una técnica simple de conversión de unidades. Al multiplicar por el costo por kilowatts-hora se obtiene el costo total de operación del calentador para el tiempo dado.

SOLUCIÓN

a) Calcule la corriente y la potencia de salida.

Aplique la ley de Ohm para obtener la corriente:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{50.0\ \text{V}}{8.00\ \Omega} = 6.25\ \text{A}$$

Sustituya en la ecuación 15.9 para encontrar la potencia:

$$P = I^2R = (6.25\ \text{A})^2(8.00\ \Omega) = 313\ \text{W}$$

b) ¿Cuánto tiempo se tarda en calentar el gas?

Calcule la transferencia de energía térmica a partir de la primera ley. Observe que $W = 0$ porque el volumen no cambia.

$$\begin{aligned} Q = \Delta U &= nC_v\Delta T \\ &= (2.50 \times 10^3\ \text{mol})(\tfrac{5}{2} \cdot 8.31\ \text{J/mol} \cdot \text{K})(298\ \text{K} - 283\ \text{K}) \\ &= 7.79 \times 10^5\ \text{J} \end{aligned}$$

Divida la energía térmica entre la potencia para obtener el tiempo:

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{7.79 \times 10^5\ \text{J}}{313\ \text{W}} = 2.49 \times 10^3\ \text{s}$$

c) Calcule los kilowatts-hora de electricidad utilizados y el costo.

Convierta la energía en kilowatts-hora, observando que 1 J = 1 W · s:

$$U = (7.79 \times 10^5\ \text{W} \cdot \text{s})\left(\frac{1.00\ \text{kW}}{1.00 \times 10^3\ \text{W}}\right)\left(\frac{1.00\ \text{h}}{3.60 \times 10^3\ \text{s}}\right) = 0.216\ \text{kWh}$$

Multiplique por \$0.12/kWh para obtener el costo total de operación:

$$\text{Costo} = (0.216\ \text{kWh})(\$0.12/\text{kWh}) = \$0.026$$

COMENTARIOS El número de moles de gas dado aquí es aproximadamente lo que se encontraría en una recámara. Aumentar la temperatura del aire con este calentador de espacio requiere solo unos 40 minutos. Sin embargo, el cálculo, no considera las pérdidas de conducción. Recordemos que una pared de hormigón de 20 cm de espesor, como se calculó en el capítulo 11, permitió la pérdida de ¡más de 2 mega joules por hora por conducción!

PREGUNTA 15.6 Si el alambre del calentador se reemplaza por un alambre con menor resistencia, ¿el tiempo requerido para calentar el gas a) no cambia, b) aumenta o c) disminuye?

EJERCICIO 15.6 Un calentador de agua caliente está clasificado en 4.50×10^3 W y opera a 2.40×10^2 V. a) Encuentre la resistencia en el elemento calefactor y la corriente. b) ¿Cuánto tiempo se tarda en calentar 125 L de agua de 20.0°C a 50.0°C, despreciando la conducción y otras pérdidas? c) ¿Cuánto cuesta a \$0.12/kWh?

RESPUESTAS a) 12.8 Ω, 18.8 A; b) 3.49×10^3 s; c) \$0.52

15.7 Superconductores

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Discutir la superconductividad y describir aplicaciones importantes.

Hay una clase de metales y compuestos con resistencias que caen virtualmente a cero por debajo de cierta temperatura T_c llamada *temperatura crítica*. Estos materiales se conocen como **superconductores**. La gráfica de resistencia contra temperatura para un superconductor se comporta como un metal normal a temperaturas superiores a la T_c (figura 15.11). Sin embargo, cuando la temperatura es igual o inferior a T_c, la resistencia cae repentinamente a cero. Este fenómeno fue descubierto en 1911 por el físico holandés H. Kamerlingh Onnes mientras él y un estudiante de graduados trabajaban con mercurio, que es un superconductor debajo de 4.1 K. Mediciones recientes han demostrado que las resistividades de los superconductores por debajo de T_c son inferiores a $4 \times 10^{-25}\ \Omega \cdot \text{m}$, alrededor de 10^{17} veces menor que la resistividad del cobre y en la práctica se considera que es cero.

Hoy en día, se conocen miles de superconductores, incluyendo metales comunes como aluminio, estaño, plomo, zinc e indio. La tabla 15.2 enumera las temperaturas críticas de diferentes superconductores. El valor de la T_c es sensible a la composición química, la presión y la estructura cristalina. Curiosamente, el cobre, la plata y el oro, que son excelentes conductores, no presentan superconductividad.

Una característica realmente notable de los superconductores es que una vez que se establece una corriente en estos, persiste *sin ningún voltaje aplicado* (porque $R = 0$). De hecho, se ha observado que las corrientes constantes en circuitos superconductores persisten durante años sin aparente decaimiento.

Un importante desarrollo en física que creó mucha emoción en la comunidad científica fue el descubrimiento de superconductores de alta temperatura a base de óxido de cobre. La emoción comenzó con una publicación de 1986 de J. Georg Bednorz y K. Alex Müller, científicos del IBM Zurich Research Laboratory en Suiza, en la que informaron pruebas de superconductividad a una temperatura cercana a 30 K en un óxido de bario, lantano y cobre. Bednorz y Müller recibieron el Premio Nobel de Física en 1987 por su importante descubrimiento. El descubrimiento fue notable porque la temperatura crítica fue significativamente mayor que la de cualquier superconductor previamente conocido. Poco tiempo después se investigó una nueva familia de compuestos, y la actividad de investigación en el campo de la superconductividad continuo vigorosamente. A principios de 1987, grupos de la Universidad de Alabama en Huntsville y la Universidad de Houston anunciaron el descubrimiento de la superconductividad a aproximadamente 92 K en un óxido de itrio, bario y cobre ($YBa_2Cu_3O_7$). A finales de 1987, equipos de científicos de Japón y Estados Unidos reportaron superconductividad a 105 K en un óxido de bismuto, estroncio, calcio y cobre. Más recientemente, los científicos han informado superconductividad a temperaturas tan altas como 150 K en un óxido que contiene mercurio. La búsqueda de nuevos materiales superconductores continúa, con la esperanza de algún día obtener un material superconductor a temperatura ambiente. Esta investigación es importante tanto por razones científicas como por

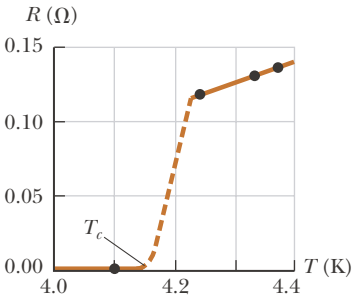
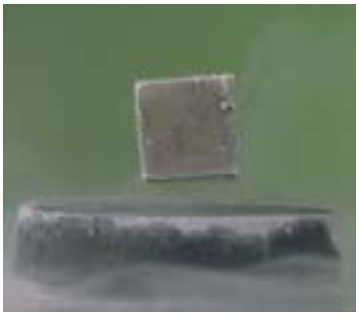


Figura 15.11 Resistencia contra temperatura para una muestra de mercurio (Hg). La gráfica sigue como un metal normal arriba de la temperatura crítica T_c. La resistencia cae a cero a la temperatura crítica, que es de 4.2 K para el mercurio, y permanece en cero para temperaturas más bajas.

Tabla 15.2 Temperaturas críticas para varios superconductores

Material	T_c(K)
Zn	0.88
Al	1.19
Sn	3.72
Hg	4.15
Pb	7.18
Nb	9.46
Nb_3Sn	18.05
Nb_3Ge	23.2
$YBa_2Cu_3O_7$	92
Bi–Sr–Ca–Cu–O	105
Tl–Ba–Ca–Cu–O	125
$HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$	134



Yoav Levy/PhotoTake

Figura 15.12 Un pequeño imán permanente flota libremente sobre un superconductor cerámico refrigerado por nitrógeno. El superconductor tiene resistencia cero y expulsa cualquier campo magnético de su interior creando una imagen especular de los polos magnéticos del imán permanente. Este "efecto Meissner" resulta en la levitación magnética del imán permanente.

aplicaciones prácticas. Una cerámica superconductora levita un imán permanente en la figura 15.12.

Una aplicación importante y útil es la construcción de imanes superconductores en los que las intensidades del campo magnético son aproximadamente diez veces mayores que las de los mejores electroimanes normales. Estos imanes están siendo considerados como un medio para almacenar energía. La idea de usar líneas eléctricas superconductoras para transmitir energía de manera eficiente también está recibiendo seria consideración. Se han construido dispositivos electrónicos superconductores modernos que consisten en dos superconductores de película delgada separados por un aislante delgado. Entre estos dispositivos se encuentran magnetómetros (dispositivos de medición de campo magnético) y diversos dispositivos de microondas.

15.8 Actividad eléctrica en el corazón BIO

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Discutir el papel crítico de la actividad eléctrica en el cuerpo humano.
2. Discutir los instrumentos médicos utilizados para monitorear y regular la actividad eléctrica del cuerpo.

Electrocardiogramas

APLICACIÓN

Electrocardiogramas

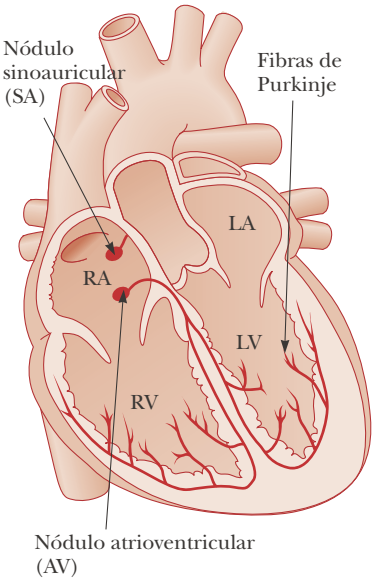


Figura 15.13 El sistema de conducción eléctrica del corazón humano. (RA: aurícula derecha, LA: aurícula izquierda, RV: ventrículo derecho, LV: ventrículo izquierdo.

Cada acción que implica los músculos del cuerpo es iniciada por la actividad eléctrica. Los voltajes producidos por la acción muscular en el corazón son particularmente importantes para los médicos. Los pulsos de voltaje causan que el corazón lata y las ondas de excitación eléctrica que barren el corazón asociado con el latido del corazón se conducen a través del cuerpo a través de los fluidos corporales. Estos pulsos de voltaje son lo suficientemente grandes como para ser detectados por un equipo de monitorización adecuado unido a la piel. Un voltímetro sensible que hace buen contacto eléctrico con la piel por medio de contactos unidos con pasta conductora se puede usar para medir pulsos de corazón, que son típicamente del orden de 1 mV en la superficie del cuerpo. Los pulsos de voltaje se pueden registrar en un instrumento llamado **electrocardiógrafo**, y el patrón registrado por este instrumento se llama **electrocardiograma** (ECG). Para entender la información contenida en un patrón ECG, es necesario describir primero los principios subyacentes sobre la actividad eléctrica en el corazón.

La aurícula derecha del corazón contiene un conjunto especializado de fibras musculares llamado el nódulo SA (sinoatrial) que inicia el latido del corazón (figura 15.13). Los impulsos eléctricos que se originan en estas fibras se van extendiendo gradualmente de una célula a otra a través de los músculos derecho e izquierdo de la aurícula, causando que se contraigan. El pulso que pasa a través de las células musculares con frecuencia es llamado una *onda de despolarización* debido a su efecto sobre las células individuales. Si se examinara una célula muscular individual en su estado de reposo, se encontraría una distribución de carga eléctrica de doble capa en su superficie, como la que se muestra en la figura 15.14a. El impulso generado por el nodo SA momentánea y localmente permite que la carga positiva en el exterior de la

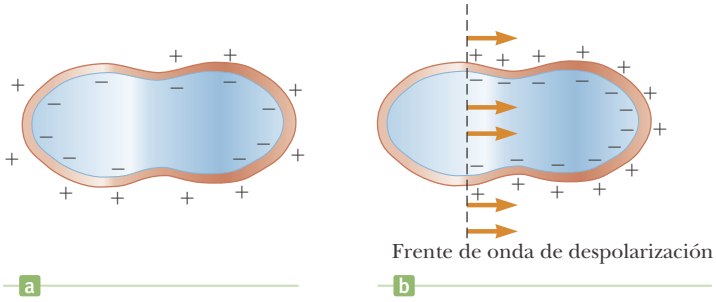


Figura 15.14 a) Distribución de carga de una célula muscular en la aurícula antes de que una onda de despolarización haya pasado a través de la célula. b) Distribución de la carga a medida que pasa la onda.

célula fluya y neutralice la carga negativa en la capa interior. Este efecto cambia la distribución de carga de la célula que se muestra en la figura 15.14b. Una vez que la onda de despolarización ha pasado a través de una célula de músculo cardiaco individual, la célula recupera la distribución de carga en estado de reposo (salida positiva, entrada negativa) mostrada en la figura 15.14a en aproximadamente 250 ms. Cuando el impulso alcanza el nodo atrioventricular (AV) (figura 15.13), los músculos de las aurículas comienzan a relajarse, y el pulso es dirigido a los músculos ventriculares por el nódulo AV. Los músculos de los ventrículos se contraen cuando la onda de despolarización se propaga a través de los ventrículos a lo largo de un grupo de fibras llamadas las *fibras de Purkinje*. Los ventrículos se relajan después de que el pulso ha pasado. En este punto, el nodo SA se activa de nuevo y se repite el ciclo.

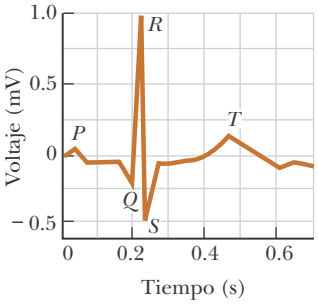


Figura 15.15 Una respuesta ECG para un corazón normal.

En la figura 15.15 se muestra un esquema de la actividad eléctrica registrada en un ECG para un latido de un corazón normal. El pulso indicado por *P* ocurre justo antes de que las aurículas comiencen a contraerse. El pulso *QRS* ocurre en los ventrículos justo antes de que se contraigan, y el pulso *T* se produce cuando las células en los ventrículos comienzan a recuperarse. En la figura 15.16 se muestran los ECG para un corazón anormal. La porción QRS del patrón mostrado en la figura 15.16a es más ancha de lo normal, lo que indica que el paciente puede tener un corazón agrandado. (¿Por qué?) La figura 15.16b indica que no hay relación constante entre el pulso *P* y el pulso *QRS*. Esto sugiere un bloqueo en la vía de conducción eléctrica entre los nódulos SA y AV que se traduce en la aurícula y los ventrículos golpeando de forma independiente e ineficaz de bombeo del corazón. Por último, la figura 15.16c muestra una situación en la que no hay pulso *P* y una separación irregular entre los impulsos *QRS*. Esto es sintomático de la contracción irregular de la aurícula, que se llama *fibrilación*. En esta condición, las contracciones auricular y ventricular son irregulares.

BIO APLICACIÓN
Marcapasos cardiaco

Como se ha indicado anteriormente, el nódulo sinoauricular dirige el corazón para latir a la razón apropiada, usualmente alrededor de 72 latidos por minuto. Sin embargo, la enfermedad o el proceso de envejecimiento, puede dañar el corazón y ralentizar su latido, y una asistencia médica puede ser necesaria en forma de un *marcapasos* unido al corazón. Este dispositivo eléctrico del tamaño de una caja de cerillos implantado debajo de la piel tiene un electrodo que está conectado a la pared del ventrículo derecho. Los impulsos de este electrodo estimulan al corazón para mantener su ritmo apropiado. En general, un marcapasos está diseñado para producir pulsos a una velocidad de aproximadamente 60 por minuto, ligeramente más lento que el número normal de latidos por minuto, pero suficiente para mantener

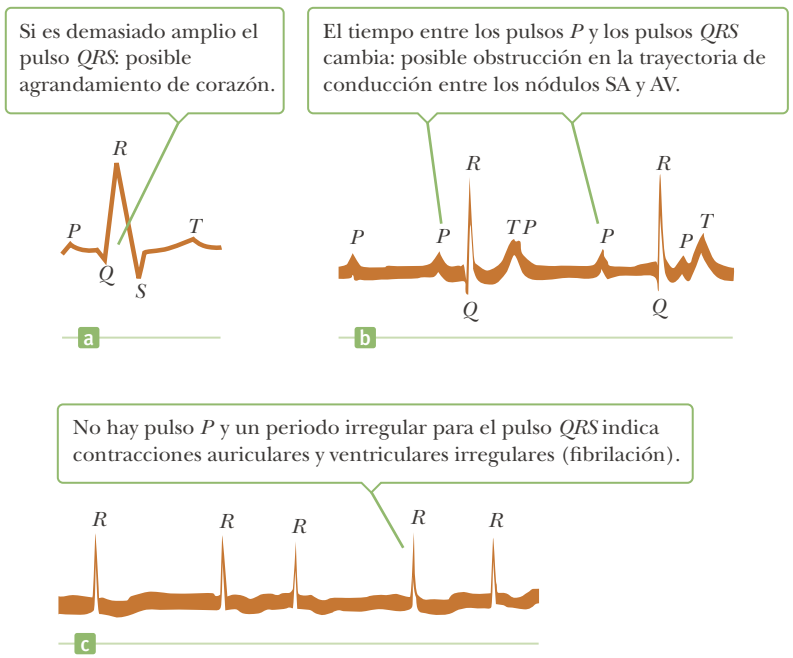


Figura 15.16 ECG anormales

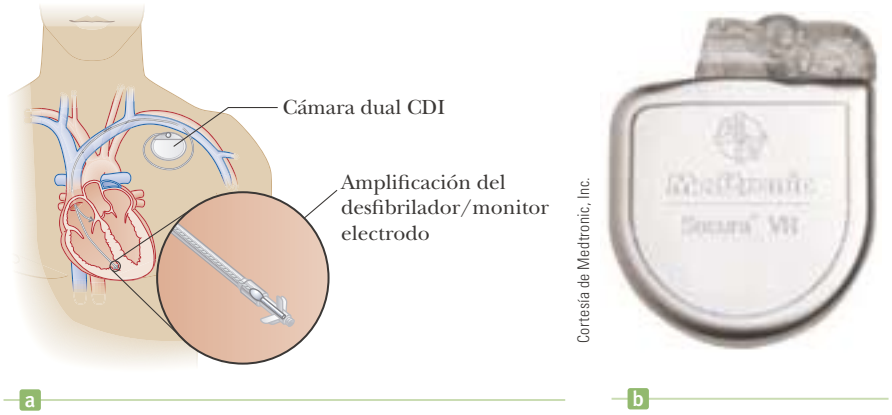


Figura 15.17 a) Un CDI de doble cámara con conductores en el corazón. Un electrodo monitorea y estimula la aurícula derecha y el otro monitorea y estimula el ventrículo derecho. b) DCI de doble cámara de Medtronic.

la vida. El circuito consiste en un capacitor cargado hasta cierto voltaje de una batería de litio y luego se descarga. El diseño del circuito es tal que si el corazón está latiendo normalmente, no permite que el capacitor se cargue por completo y envíe pulsos al corazón.

Una sala de urgencias en su pecho

BIO APLICACIÓN
Cardioversores/desfibriladores implantados

En junio de 2001, una operación del entonces vicepresidente Dick Cheney enfocó la atención en el progreso en el tratamiento de problemas cardiacos con dispositivos eléctricos pequeños implantados. Los dispositivos llamados cardioversores/desfibriladores implantados (**CDI**) pueden monitorizar, registrar y procesar lógicamente las señales cardiacas y luego suministrar señales correctivas diferentes a los corazones que pulsan demasiado lento, demasiado rápido o irregularmente. ¡Los CDI pueden incluso monitorear y enviar señales a las aurículas y ventrículos de forma independiente! La figura 15.17a muestra un esquema de un CDI con electrodos conductores que se implantan en el corazón. La figura 15.17b muestra un CDI real de doble cámara encapsulada en titanio.

Los últimos CDI son sofisticados dispositivos capaces de una serie de funciones:

1. monitorear las cámaras auriculares y ventriculares para diferenciar entre arritmias ventriculares auriculares y potencialmente fatales, que requieren una pronta regulación.
2. almacenar alrededor de media hora de señales cardiacas que se pueden leer fácilmente por un médico.
3. reprogramarse fácilmente con una varita magnética externa.
4. realizar comparación y análisis de señales complejas.
5. suministrar señales de estimulación repetitiva de 0.25 a 10 V para acelerar o ralentizar un corazón defectuoso o un pulso de alto voltaje de aproximadamente 800 V para detener la condición potencialmente fatal de la fibrilación ventricular, en la cual el corazón se estremece rápidamente en lugar de latir (las personas que han experimentado esta sacudida de alto voltaje dicen que se siente como una patada o una bomba que sale del pecho).
6. ajustar automáticamente el número de pulsos de estimulación por minuto para que coincida con la actividad del paciente.

Los CDI son accionados por baterías de litio y han implantado tiempos de vida de 4 a 6 años. Algunas propiedades básicas de estos CDI ajustables se presentan en la tabla 15.3. En la tabla, *taquicardia* significa "palpitaciones rápidas" y *bradicardia* "palpitaciones lentas". Un factor clave en el desarrollo de pequeños implantes eléctricos que sirven como desfibriladores es el desarrollo de capacitores con capacitancia relativamente grande (125 μF) y tamaño físico pequeño.

Tabla 15.3 Propiedades de los cardioversores/desfibriladores implantados

Especificaciones físicas	
Masa (g)	85
Tamaño (cm)	7.3 × 6.2 × 1.3 (cerca de cinco dólares de plata apilados)
Estimulación antitaquicardia	El CDI ofrece una ráfaga de pulsos de baja energía críticamente sincronizadas
Número de descargas	1–15
Duración de ciclo de descarga (ms)	200–552
Número de pulsos por descarga	2–20
Amplitud del pulso (V)	7.5 o 10
Ancho del pulso (ms)	1.0 o 1.9
Desfibrilación de alto voltaje	
Pulso de energía (J)	37 almacenados/33 entregados
Amplitud de pulso (V)	801
Estimulación bradicardia	Una cámara dual CDI constantemente puede entregar pulsos repetitivos tanto a la aurícula como al ventrículo
Frecuencia base (latidos/minuto)	40–100
Amplitud de pulso (V)	0.25–7.5
Ancho de pulso (ms)	0.05, 0.1–1.5, 1.9

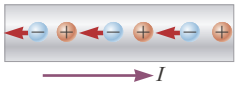
Nota: para más información, visite **www.photonicd.com/specs.html.**

RESUMEN

15.1 Corriente eléctrica

La **corriente eléctrica media** I en un conductor se define como

$$I_{\text{prom}} \equiv \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad [15.1a]$$



La corriente es la tasa de tiempo de flujo de la carga a través de una superficie.

donde ΔQ es la carga que pasa a través de una sección transversal del conductor en el tiempo Δt. La unidad SI de corriente es el **ampere** (A); 1 A = 1 C/s. Por convención, la dirección de corriente es la dirección de flujo de la carga positiva.

La **corriente instantánea** I es el límite de la corriente media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero:

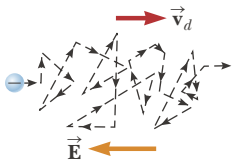
$$I = \lim_{\Delta t \to 0} I_{\text{prom}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad [15.1b]$$

15.2 Una perspectiva microscópica: corriente y velocidad de arrastre

La corriente en un conductor está relacionada con el movimiento de los portadores de carga por

$$I = nqv_d A \qquad [15.2]$$

donde n es el número de portadores de carga móviles por unidad de volumen, q es la carga en cada portador, v_d es la velocidad de arrastre de las cargas y A es el área de la sección transversal del conductor.

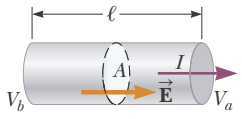


La corriente I en un conductor está relacionada con la densidad n de los portadores de carga, la carga q por portador, la velocidad de arrastre $\vec{v}_d$ y el área de la sección transversal del conductor A.

15.4 Resistencia, resistividad y ley de Ohm

La resistencia R de un conductor se define como el cociente de la diferencia de potencial entre el conductor y la corriente en este:

$$R \equiv \frac{\Delta V}{I} \qquad [15.3]$$



La diferencia de potencial ΔV es proporcional a la corriente, I.

Las unidades de resistencia del SI son volts por ampere, o **ohms** (Ω); 1 Ω = 1 V/A.

La **ley de Ohm** describe muchos conductores para los cuales el voltaje aplicado es directamente proporcional a la corriente que causa. La constante de proporcionalidad es la resistencia:

$$\Delta V = IR \qquad [15.4]$$

Si un conductor tiene una longitud ℓ y una área de sección transversal A, su **resistencia** es

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \qquad [15.5]$$

donde ρ es una propiedad intrínseca del conductor llamada la **resistividad eléctrica**. La unidad SI de resistividad es el **ohm-metro** ($\Omega \cdot m$).

15.5 Variación de la resistencia con la temperatura

En un rango de temperatura limitado, la resistividad de un conductor varía con la temperatura de acuerdo con la expresión

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \qquad [15.6]$$

donde α es el **coeficiente de temperatura de la resistividad** y ρ_0 es la resistividad a alguna temperatura de referencia T_0 (usualmente tomada como 20°C).

La resistencia de un conductor varía con la temperatura de acuerdo con la expresión

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \qquad [15.7]$$

15.6 Energía eléctrica y potencia

Si se mantiene una diferencia de potencial ΔV a través de un dispositivo eléctrico, la potencia, o velocidad a la que se suministra energía al dispositivo, es

$$P = I\,\Delta V \qquad [15.8]$$

Debido a que la diferencia de potencial a través de una resistencia es $\Delta V = IR$, la **potencia suministrada a una resistencia** se puede expresar como

$$P = I^2R = \frac{\Delta V^2}{R} \qquad [15.9]$$

Un **kilowatt-hora** es la cantidad de energía convertida o consumida en una hora por un dispositivo alimentado con una potencia de 1 kW. Es equivalente a

$$1\ \text{kWh} = 3.60 \times 10^6\ \text{J} \qquad [15.10]$$

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de física** Una caja de 5.00 kg se desliza sobre un suelo horizontal áspero, inicialmente a 2.50 m/s. Si la fricción lleva a la caja al reposo después de 1.50 s, determine la magnitud de la tasa promedio en watts con que la fricción disipa la energía mecánica del bloque. (Véanse las secciones 5.5 y 5.6.)
2. **Repaso de física** Suponga que un conductor aislado recibe –5.00 nC de carga eléctrica. Determine el número de electrones en exceso en el conductor. (Véase la sección 15.1.)
3. **Repaso de física** Un protón, inicialmente en un lugar donde el potencial eléctrico es de 2.00 V, se mueve más allá de un punto donde el potencial es –4.00 V. a) Calcule el cambio en la velocidad del protón en ese punto si está inicialmente en reposo. (La masa de un protón es 1.673×10^{-27} kg.) (Véase la sección 16.1.) b) Repita el cálculo si el protón se desplaza inicialmente a 1.20×10^4 m/s.
4. Un alambre lleva una corriente de 1.60 A. ¿Cuántos electrones por segundo pasan por un punto determinado en el alambre? (Véase la sección 15.1.)
5. El cobre contiene aproximadamente 8.46×10^{28} electrones/m^3 disponibles para transportar corriente. Supongamos que un alambre de cobre tiene un diámetro de 2.05 mm. a) Calcule el área de la sección transversal del alambre. b) Si el cable lleva una corriente de 10.0 A, determine la velocidad de arrastre de los electrones a través del alambre. (Véase la sección 15.2.)
6. Un circuito simple consiste en un foco conectado a las terminales de una batería. Un voltímetro muestra una diferencia de potencial de 12.0 V a través del foco, mientras que un amperímetro registra una corriente de 0.500 A en el circuito. Determine la resistencia del foco. (Véase la sección 15.4.)
7. Determine la longitud del alambre de cobre con una resistencia de 2.00 Ω a 20°C si el área de la sección transversal del alambre es de 3.31×10^{-6} m^2. (Véase la sección 15.4.)
8. Suponga que un carrete de alambre de cobre se mide para tener una resistencia de 0.750 Ω a temperatura ambiente (21.0°C). Encuentre su resistencia en un día frío de invierno cuando la temperatura es de –25.0 °C. (Véase la sección 15.5.)
9. Un circuito simple se construye de modo que una fuente de 12.0 V suministre corriente a una resistencia de 1.00×10^3 Ω. a) Encuentre la corriente en la resistencia. b) Calcule la potencia entregada a la resistencia. c) Determine la energía suministrada a la resistencia en 1.00 h. (Véase la sección 15.6.)
10. Un secador de pelo típico consume 1.20×10^3 W de energía eléctrica. Si el secador de pelo dura 10.0 minutos, determine a) la cantidad de energía consumida, b) la cantidad de energía consumida en kWh, c) el costo de esta energía, suponiendo que la compañía de energía eléctrica cobra $0.120 por kWh. (Véase la sección 15.6.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Hemos visto que un campo eléctrico debe existir dentro de un conductor que lleva una corriente. ¿Cómo es eso posible considerando que en la electrostática hemos llegado a la conclusión de que el campo eléctrico debe ser cero dentro de un conductor?
2. Utilice la teoría atómica de la materia para explicar por qué la resistencia de un material debe aumentar a medida que aumenta su temperatura.

3. Si las cargas fluyen muy lentamente a través de un metal, ¿por qué no se requieren varias horas para que una luz se encienda cuando usted activa un interruptor?
4. En una analogía entre flujo de tráfico y corriente eléctrica, a) ¿qué correspondería a la carga Q? b) ¿Qué corresponde a la corriente I?
5. Cuando el voltaje a través de un cierto conductor se duplica, se observa que la corriente se triplica. ¿Qué puede usted concluir acerca del conductor?
6. Dos focos están conectados cada uno a un voltaje de 120 V. Uno tiene una potencia de 25 W, el otro de 100 W. a) ¿Qué foco tiene la resistencia más alta? b) ¿Qué foco transporta más corriente?
7. Los artículos de periódicos a menudo tienen declaraciones como "10 000 volts de electricidad subieron *a través* del cuerpo de la víctima". ¿Qué tiene de malo esta afirmación?
8. Hay una vieja reprimenda dada a los experimentadores para "mantener una mano en el bolsillo" cuando se trabaja alrededor de altos voltajes. ¿Por qué es una buena idea esta advertencia?
9. ¿Qué podría pasar a la velocidad de arrastre de los electrones en un alambre y a la corriente en el alambre si los electrones pudieran moverse libremente sin resistencia?
10. Algunos hogares tienen reguladores de luz que son operados girando una perilla. ¿Qué se cambia en el circuito eléctrico cuando se gira la perilla?
11. ¿Cuándo se entrega más energía a un foco, inmediatamente después de que se enciende y el resplandor del filamento está aumentando o después de que ha estado encendido por algunos segundos y el resplandor es constante?

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos
GP denota problemas guiados
M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign
Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual
S denota un problema de razonamiento simbólico
W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

15.1 Corriente eléctrica

15.2 Una perspectiva microscópica: corriente y velocidad de arrastre

1. W Si existe una corriente de 80.0 mA en un alambre metálico, a) ¿cuántos electrones fluyen a través de una sección transversal del cable en 10.0 min? b) ¿En qué dirección viajan los electrones con respecto a la corriente?
2. Q|C Un alambre de cobre tiene una sección transversal circular con un radio de 1.25 mm. a) Si el alambre transporta una corriente de 3.70 A, encuentre la velocidad de arrastre de los electrones en el alambre. (Véase el ejemplo 15.2 para obtener datos importantes sobre el cobre). b) ¿Qué sucede con la velocidad de arrastre en alambres de metal que tienen un mayor número de electrones de conducción por átomo que el cobre? Explique.
3. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, un electrón en el estado de energía más baja se mueve a una velocidad igual a 2.19×10^6 m/s en una trayectoria circular con un radio de 5.29×10^{-11} m. ¿Cuál es la corriente efectiva asociada con este electrón en órbita?
4. La corriente suministrada por una batería en un dispositivo portátil es típicamente 0.15 A. Encuentre el número de electrones que pasan a través del dispositivo en una hora.
5. Un cierto experimento de laboratorio requiere un alambre de aluminio de longitud de 32.0 m y una resistencia de 2.50 Ω a 20.0 °C. ¿Qué diámetro se debe usar?
6. Si 3.25×10^{-3} kg de oro se depositan en el electrodo negativo de una celda electrolítica en un periodo de 2.78 h, ¿cuál es la corriente en la celda durante ese periodo? Suponga que los iones de oro llevan una unidad elemental de carga positiva.
7. M Una línea de transmisión de alto voltaje de 200 km de longitud de 2.0 cm de diámetro lleva una corriente constante de 1000 A. Si el conductor es de cobre con una densidad de carga libre de 8.5×10^{28} electrones por metro cúbico, ¿cuántos años tarda un electrón para recorrer toda la longitud del alambre?
8. Un alambre de aluminio que tiene un área de sección transversal de 4.00×10^{-6} m^2 lleva una corriente de 5.00 A. La densidad de aluminio es 2.70 g/cm^3. Supongamos que cada átomo de aluminio suministra un electrón de conducción por átomo. Encuentre la velocidad de arrastre de los electrones en el alambre.
9. GP Un alambre de hierro tiene un área de sección transversal de 5.00×10^{-6} m^2. Realice los pasos a) a e) para calcular la velocidad de arrastre de los electrones de conducción en el alambre. a) ¿Cuántos kilogramos hay en 1 mol de hierro? b) Comenzando con la densidad de hierro y el resultado del inciso a), calcule la densidad molar de hierro (el número de moles de hierro por metro cúbico). c) Calcule la densidad numérica de átomos de hierro usando el número de Avogadro. d) Obtenga la densidad numérica de electrones de conducción dado que hay dos electrones de conducción por átomo de hierro. e) Si el cable transporta una

corriente de 30.0 A, calcule la rapidez de arrastre de los electrones de conducción.

15.4 Resistencia, resistividad y ley de Ohm

10. Un calentador eléctrico lleva una corriente de 13.5 A al operar a un voltaje de 1.20×10^2 V. ¿Cuál es la resistencia del calentador?

11. BIO Una persona tiene un toque suave si la corriente a lo largo de una trayectoria a través del pulgar y del dedo índice excede a 80 μA. Compare el voltaje máximo posible sin toque a través del pulgar y del dedo índice con una resistencia de la piel seca de $4.0 \times 10^5\ \Omega$ y una resistencia de la piel húmeda de 2 000 Ω.

12. W Suponga que desea fabricar un alambre uniforme de 1.00 g de cobre. Si el alambre debe tener una resistencia $R = 0.500\ \Omega$, y si se va a usar todo el cobre, ¿cuál será a) la longitud y b) el diámetro del alambre?

13. Se debe usar alambre de nicromo del radio de la sección transversal 0.791 mm para enrollar una bobina de calefacción. Si la bobina debe llevar una corriente de 9.25 A cuando se aplica un voltaje de 1.20×10^2 V a través de sus extremos, determine a) la resistencia requerida de la bobina y b) la longitud del alambre que debe usar para enrollar la bobina.

14. Un alambre de diámetro 0.800 mm y una longitud de 25.0 m tiene una resistencia medida de 1.60 Ω. ¿Cuál es la resistividad del alambre?

15. Se encuentra que una diferencia de potencial de 12 V produce una corriente de 0.40 A en un cable de 3.2 m de longitud con un radio uniforme de 0.40 cm. ¿Cuál es a) la resistencia del alambre? b) ¿La resistividad del alambre?

16. S Se encuentra que los alambres de aluminio y cobre de igual longitud tienen la misma resistencia. ¿Cuál es el cociente de sus radios?

17. M Un alambre de 50.0 m de largo y 2.00 mm de diámetro está conectado a una fuente con una diferencia de potencial de 9.11 V y la corriente es de 36.0 A. Suponga una temperatura de 20°C y, utilizando la tabla 15.1, identifique el metal del que está hecho el alambre.

18. Un bloque rectangular de cobre tiene lados de longitud 10 cm, 20 cm, y 40 cm. Si el bloque está conectado a una fuente de 6.0 V a través de dos de sus caras opuestas, ¿cuáles son a) la corriente máxima y b) la corriente mínima que el bloque puede transportar?

19. Un alambre de longitud inicial L_0 y radio r_0 tiene una resistencia medida de 1.0 Ω. El alambre es estirado bajo voltaje de tracción a un nuevo radio uniforme de $r = 0.25r_0$. ¿Cuál es la nueva resistencia del alambre?

20. BIO Q|C El cuerpo humano puede presentar una amplia gama de resistencias a la corriente dependiendo de la trayectoria de esta última, el área de contacto y la sudoración de la piel. Suponga que la resistencia en el pecho de la mano izquierda a la mano derecha es de $1.0 \times 10^6\ \Omega$. a) ¿Cuánto voltaje se requiere para causar posible fibrilación cardiaca en un hombre, lo que corresponde a 500 mA de corriente continua? b) ¿Por qué se deben usar zapatos de caucho y guantes de goma cuando se trabaja con electricidad?

21. S A partir de la ley de Ohm, demuestre que $E = J\rho$, donde E es la magnitud del campo eléctrico (supone constante) y $J = I/A$ se denomina densidad de corriente. El resultado es de hecho cierto en general.

15.5 Variación de la resistencia con la temperatura

22. Si un determinado alambre de plata tiene una resistencia de 6.00 Ω a 20.0°C, ¿qué resistencia tendrá a 34.0°C?

23. Mientras toma fotografías en el Valle de la Muerte en un día en que la temperatura es de 58.0°C, Bill Hiker encuentra que un cierto voltaje aplicado a un alambre de cobre produce una corriente de 1.000 A. Bill luego viaja a la Antártida y aplica el mismo voltaje al mismo alambre. ¿Qué corriente se registra ahí si la temperatura es de −88.0°C? Suponga que no ocurre ningún cambio en la forma y tamaño del alambre.

24. Q|C Una longitud de alambre de aluminio tiene una resistencia de 30.0 Ω a 20.0°C. Cuando el alambre se calienta en un horno y alcanza el equilibrio térmico, la resistencia del alambre aumenta a 46.2 Ω. a) Despreciando la expansión térmica, encuentre la temperatura del horno. b) Desde el punto de vista cualitativo, ¿cómo se espera que la expansión térmica afecte a la respuesta?

25. El oro es el más dúctil de todos los metales. Por ejemplo, un gramo de oro se puede extraer en un cable de 2.40 km de largo. La densidad del oro es de $19.3 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ y su resistividad es de $2.44 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{metro}$. ¿Cuál es la resistencia de tal alambre a 20.0 °C?

26. ¿Qué temperatura tendrá el aluminio que tiene una resistividad que es tres veces la resistividad del cobre a temperatura ambiente?

27. A 20°C, la resistencia de carbono en un circuito eléctrico conectado a una batería de 5.0 V tiene una resistencia de $2.0 \times 10^2\ \Omega$. ¿Cuál es la corriente en el circuito cuando la temperatura del carbono asciende a 80°C?

28. Un alambre de 3.00 m de longitud y 0.450 mm^2 de sección transversal tiene una resistencia de 41.0 Ω a 20°C. Si su resistencia aumenta a 41.4 Ω a 29.0°C, ¿cuál es el coeficiente de temperatura de la resistividad?

29. M a) Un cable de cobre de 34.5 m de longitud a 20.0°C tiene un radio de 0.25 mm. Si se aplica una diferencia de potencial de 9.0 V a lo largo del alambre, determine la corriente en el alambre. b) Si el alambre se calienta a 30.0°C mientras se mantiene la diferencia de potencial de 9.0 V, ¿cuál es la corriente resultante en el alambre?

30. Una ingeniera necesita una resistencia con un coeficiente de resistencia total a cero a 20.0°C. Ella diseña un par de cilindros circulares, uno de carbono y uno de nicromo como se muestra en la figura P15.30. El dispositivo debe tener una resistencia global de $R_1 + R_2 = 10.0\ \Omega$ independientemente de la temperatura y un radio uniforme de $r = 1.50$ mm. Ignore la expansión térmica de los cilindros y suponga que ambos están siempre a la misma temperatura. (a) ¿Puede cumplir el objetivo de diseño con este método? (b) Si es así, indique lo que puede determinar sobre las longitudes L_1 y L_2 de cada segmento. Si no, explique.

Figura P15.30

31. BIO En una forma de pletismógrafo (un dispositivo para medir el volumen), un tubo capilar de caucho con un diámetro interior de 1.00 mm se llena de mercurio a 20°C. La resistencia del mercurio se mide con la ayuda de electrodos sellados en los extremos del tubo. Si 100.00 cm del tubo se enrollan en espiral alrededor del brazo superior del paciente, el flujo sanguíneo durante un latido del corazón hace que el brazo se expanda, estirando el tubo hasta una longitud de 100.04 cm. A partir de esta observación, y suponiendo simetría cilíndrica, se puede encontrar el cambio en el volumen del brazo, lo que da una indicación del flujo sanguíneo. a) Calcule la resistencia del mercurio. b) Calcule el cambio fraccionario en la resistencia durante el latido del corazón. Tome $\rho_{Hg} = 9.4 \times 10^{-7}\ \Omega \cdot m$. *Sugerencia:* debido a que el volumen cilíndrico es constantet, $V = A_i L_i = A_f L_f$ y $A_f = A_i(L_i/L_f)$.

32. Un termómetro de resistencia de platino tiene resistencias de 200.0 Ω cuando se coloca en un baño de hielo a 0°C y 253.8 Ω cuando se sumerge en un crisol que contiene potasio derretido. ¿Cuál es el punto de fusión del potasio? *Sugerencia:* en primer lugar determine la resistencia del termómetro de resistencia de platino a temperatura ambiente, 20°C.

15.6 Energía eléctrica y potencia

33. Suponga que su plancha de waffles está clasificada en 1.00 kW cuando está conectada a una fuente de 1.20×10^2 V. a) ¿Qué corriente tiene la plancha de waffles? b) ¿Cuál es su resistencia?

34. Si la energía eléctrica cuesta 0.12 dólares por kilowatt-hora, ¿cuánto cuesta a) usar un foco de 100 W durante 24 horas? b) ¿Funciona un horno eléctrico durante 5.0 h si tiene una corriente de 20.0 A a 220 V?

35. Q|C Los códigos de edificios residenciales requieren típicamente el uso de un alambre de cobre calibre 12 (diámetro 0.205 cm) para el cableado de los receptáculos. Estos circuitos transportan corrientes tan grandes como 20.0 A. Si un alambre de menor diámetro (con un número de medida más alto) transportara esa corriente, el alambre podría subir a una alta temperatura y causar un incendio. a) Calcule la velocidad a la que se produce la energía interna en 1.00 m de alambre de cobre calibre 12 que lleva 20.0 A. b) Repita el cálculo para un alambre de aluminio calibre 12. c) Explique si un alambre de aluminio de calibre 12 sería tan seguro como un alambre de cobre.

36. Una línea de transmisión de alto voltaje con una resistencia de 0.31 Ω/km lleva una corriente de 1 000 A. La línea tiene un potencial de 700 kV en la central eléctrica y transporta la corriente a una ciudad situada a 160 km de la estación. a) ¿Cuál es la pérdida de potencia debida a la resistencia en la línea? b) ¿Qué fracción de la potencia transmitida representa esta pérdida?

37. M El elemento de calentamiento de una cafetera funciona a 120 V y lleva una corriente de 2.00 A. Suponiendo que el agua absorbe toda la energía convertida por la resistencia, calcule cuánto tiempo se tarda en calentar 0.500 kg de agua de la temperatura ambiente (23.0°C) al punto de ebullición.

38. W La potencia suministrada en un televisor en blanco y negro típico es de 90 W cuando el equipo está conectado a 120 V. a) ¿Cuánta energía eléctrica consume este aparato en 1 hora? b) Un televisor a color tiene alrededor de 2.5 A cuando está conectado a 120 V. ¿Cuánto tiempo se requiere para que consuma la misma energía que el modelo blanco y negro consume en 1 hora?

39. Q|C El foco A está marcado con "25.0 W 120 V" y el foco B está marcado con "100 W 120 V." Estas etiquetas significan que cada foco tiene su potencia respectiva suministrada cuando está conectado a una fuente constante de 120 V. a) Encuentre la resistencia de cada foco. b) ¿Durante qué intervalo de tiempo pasa 1.00 C al foco A? c) ¿Es esta carga diferente a su salida frente a su entrada en el foco? Explique. d) ¿En qué intervalo de tiempo transcurre 1.00 J en el foco A? e) ¿Por cuáles mecanismos entra y sale esta energía en el foco? Explique. f) Calcule el costo de funcionamiento del foco A continuamente durante 30.0 días, suponiendo que la compañía eléctrica vende su producto a 0.110 dólares por kWh.

40. Una tostadora tiene un elemento de calentamiento hecho de alambre de resistencia de nicromo. Cuando la tostadora se conecta primero a una fuente de 120 V de diferencia de potencial (y el cable está a una temperatura de 20.0°C), la corriente inicial es de 1.80 A pero la corriente disminuye a medida que el elemento resistivo se calienta. Cuando la tostadora alcanza su temperatura de funcionamiento final, la corriente se ha reducido a 1.53 A. a) Encuentre la potencia que el tostador convierte cuando está a su temperatura de funcionamiento. b) ¿Cuál es la temperatura final del elemento calefactor?

41. Un cable de cobre está diseñado para transportar una corriente de 300 A con una pérdida de potencia de 2.00 W/m. ¿Cuál es el radio requerido de este cable?

42. Las baterías se clasifican en términos de amperes-horas (A · h). Por ejemplo, una batería que puede entregar una corriente de 3.0 A durante 5.0 h está clasificada en 15 A · h. (a) ¿Cuál es la energía total, en kilowatts-hora, almacenada en una batería de 12 V nominal de 55 A · h? b) A $0.12 por kilowatt-hora, ¿cuál es el valor de la electricidad que se puede producir por esta batería?

43. BIO La diferencia de potencial a través de una neurona en reposo en el cuerpo humano es de aproximadamente 75.0 mV y lleva una corriente de aproximadamente 0.200 mA. ¿Cuánta potencia libera la neurona?

44. El costo de la electricidad varía ampliamente; 0.120 dólares/kWh es un valor típico. A este precio unitario, calcule el costo de a) dejar una luz del patio de 40.0 W encendida durante 2 semanas mientras esté de vacaciones, b) hacer un pan tostado quemado en 3.00 min con una tostadora de 970 W y c) secar una carga de ropa en 40.0 min en un secadora de 5 200 W.

45. Una empresa de servicios públicos suministra a una casa de cliente de las líneas eléctricas principales (120 V) con dos alambres de cobre, cada uno de los cuales es de 50.0 m de largo y tiene una resistencia de 0.108 V

por 300 m. a) Encuentre la diferencia de potencial en la casa del cliente para una corriente de carga de 110 A. Para esta corriente de carga, determine b) la potencia entregada al cliente.

46. Q|C Un empleado de oficina usa un calentador de inmersión para calentar 250 g de agua en una taza ligera, cubierta, aislada de 20°C a 100°C en 4.00 minutos. El calentador es un cable de resistencia de nicromo conectado a una fuente de alimentación de 120 V. Suponga que el cable está a 100°C durante todo el intervalo de tiempo de 4.00 min. a) Calcule la potencia media requerida para calentar el agua a 100°C en 4.00 min. b) Calcule la resistencia requerida en el elemento calefactor a 100°C. c) Calcule la resistencia del elemento calefactor a 20.0°C. d) Determine una relación entre el diámetro del alambre, la resistividad a 20.0°C, ρ_0. la resistencia a 20.0°C, R_0 y la longitud L. e) Si $L = 3.00$ m, ¿cuál es el diámetro del alambre?

47. S Dos alambres A y B hechos del mismo material y que tienen las mismas longitudes están conectados a través de la misma fuente de voltaje. Si la potencia suministrada al cable A es tres veces la potencia suministrada al cable B, ¿cuál es el cociente de sus diámetros?

48. Q|C Un alambre de tungsteno en vacío tiene una longitud de 15.0 cm y un radio de 1.00 mm. Se aplica una diferencia de potencial a través de esta. a) ¿Cuál es la resistencia del alambre a 293 K? b) Suponga que el alambre alcanza una temperatura de equilibrio tal que emite 75.0 W en forma de radiación. Despreciando la absorción de cualquier radiación de su entorno, ¿cuál es la temperatura del alambre? (*Nota*: $e = 0.320$ para el tungsteno). c) ¿Cuál es la resistencia del alambre a la temperatura que se encuentra en el inciso b)? Imagine que la temperatura cambia linealmente en este rango de temperatura. d) ¿Qué caída de voltaje se requiere a través del cable? e) ¿Por qué los focos de tungsteno son ineficientes desde el punto de vista energética como fuentes de luz?

Problemas adicionales

49. Si una batería está clasificada en 60.0 A · h, ¿cuánto carga total puede entregar antes de que se "muera"?

50. El propietario de un automóvil olvida apagar los faros mientras se encuentra estacionado en su garaje. Si la batería de 12.0 V de su auto está clasificada en 90.0 A · h y cada faro requiere 36.0 W de potencia, ¿cuánto tiempo tardará la batería en descargarse por completo?

51. Considere un alambre de aluminio de diámetro 0.600 mm y longitud 15.0 m. La resistividad del aluminio a 20.0°C es $2.82 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m. a) Encuentre la resistencia de este alambre a 20.0°C. b) Si se conecta una batería de 9.00 V a través de los extremos del cable, determine la corriente en el cable.

52. Un alambre de cobre dado tiene una resistencia de 5.00 Ω a 20.0°C mientras que un alambre de tungsteno del mismo diámetro tiene una resistencia de 4.75 Ω a 20.0°C. ¿A qué temperatura tendrán los dos alambres la misma resistencia?

53. M Un alambre particular tiene una resistividad de $3.0 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m y un área de sección transversal de 4.0×10^{-6} m^2. Una longitud de este cable se usará como una resistencia que desarrollará 48 W de energía cuando se conecta a través de una batería de 20 V. ¿Qué longitud de alambre se requiere?

54. Las aves que descansan sobre líneas de alto voltaje son una vista común. El alambre de cobre sobre el que se alza un pájaro tiene 2.2 cm de diámetro y lleva una corriente de 50 A. Si las patas del pájaro están separadas 4.0 cm, calcule la diferencia de potencial entre ellas.

55. Se realiza un experimento para medir la resistividad eléctrica de nicromo en forma de alambres con diferentes longitudes y áreas de sección transversal. Para un conjunto de mediciones, un estudiante usa alambre de calibre 30. que tiene un área de sección transversal de 7.30×10^{-8} m^2. El estudiante mide la diferencia de potencial a través del alambre y la corriente en el alambre con un voltímetro y un amperímetro, respectivamente. Para cada una de las medidas dadas en la tabla siguiente tomada sobre alambres de tres longitudes diferentes, calcule la resistencia de los alambres y el correspondiente valor de la resistividad.

L (m)	ΔV(V)	I(A)	R (Ω)	ρ (Ω · m)
0.540		5.22		0.500
1.028		5.82		0.276
1.543		5.94		0.187

¿Cuál es el valor medio de la resistividad, y cómo este valor se compara con el valor dado en la tabla 15.1?

56. Una muestra de 50.0 g de un material conductor es todo lo que está disponible. ¿La resistividad del material se mide de $11 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m y la densidad es 7.86 g/cm^3. El material debe ser en forma de un alambre cilíndrico sólido que tiene una resistencia total de 1.5 Ω. a) ¿Qué longitud de alambre se necesita? b) ¿Cuál debe ser el diámetro del alambre?

57. Usted cocina el desayuno para usted y un amigo usando una plancha de waffles de 1 200 W y una cafetera de 500 W. Por lo general, usted conecta estos aparatos a una toma de 110 V durante 0.500 h cada día. a) A 12 centavos por kWh, ¿cuánto gasta usted en cocinar el desayuno durante un periodo de 30 días? b) Le gustan mucho los waffles y le gustaría actualizar a una plancha de 2 400 W que le permitirá cocinar el doble de waffles durante un periodo de media hora, pero sabe que en el circuito de su cocina hay un disyuntor de 20 A. ¿Puede hacer la actualización?

58. La corriente en un conductor varía en el tiempo como se muestra en la figura P15.58. a) ¿Cuántos coulombs

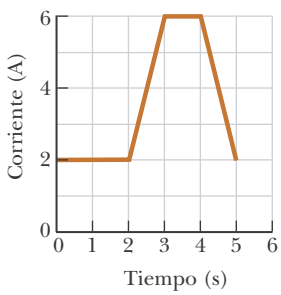


Figura P15.58

de carga pasan a través de una sección transversal del conductor en el intervalo de $t = 0$ a $t = 5.0$ s? b) ¿Qué corriente constante transportaría la misma carga total durante el intervalo de 5.0 s que la corriente real?

59. Un motor de 120 V tiene una potencia mecánica de salida de 2.50 hp. Es 90.0% eficiente en la conversión de energía que toma en la transmisión eléctrica en energía mecánica. a) Encuentre la corriente en el motor. b) Encuentre la energía suministrada al motor por transmisión eléctrica en 3 horas de funcionamiento. c) Si la compañía eléctrica cobra 0.110 dólares/kWh, ¿cuál es el costo de hacer funcionar el motor por 3.00 h?

60. Q|C Un elemento de calentamiento de nicromo en un horno tiene una resistencia de 8.0 Ω a 20°C. a) ¿Cuál es su resistencia a 350°C? b) ¿Qué suposición tuvo que hacer para obtener su respuesta del inciso a)?

61. Una longitud de alambre metálico tiene un radio de 5.00×10^{-3} m y una resistencia de 0.100 Ω. Cuando la diferencia de potencial a través del alambre es de 15.0 V, la velocidad de arrastre de electrones se encuentra de 3.17×10^{-4} m/s Con base en estos datos, calcule la densidad de electrones libres en el alambre.

62. En cierto sistema estéreo, cada altavoz tiene una resistencia de 4.00 Ω. El sistema está clasificado en 60.0 W en cada canal. Cada circuito de altavoces incluye un fusible con una corriente máxima de 4.00 A. ¿Está este sistema protegido adecuadamente contra sobrecargas?

63. Una resistencia se construye formando un material de resistividad $3.5 \times 10^{5}\ \Omega \cdot$ m en forma de un cilindro hueco de longitud 4.0 cm y radios interior y exterior de 0.50 cm y 1.2 cm, respectivamente. Durante el uso, se aplica una diferencia de potencial entre los extremos del cilindro, produciendo una corriente paralela a la longitud del cilindro. Encuentre la resistencia del cilindro.

64. S Cuando se calienta un alambre recto, su resistencia cambia de acuerdo con la ecuación

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

(ecuación 15.7), donde α es el coeficiente de temperatura de la resistividad. a) Muestre que un resultado más preciso, que incluye la longitud y el área de un cambio de alambre cuando se calienta, es

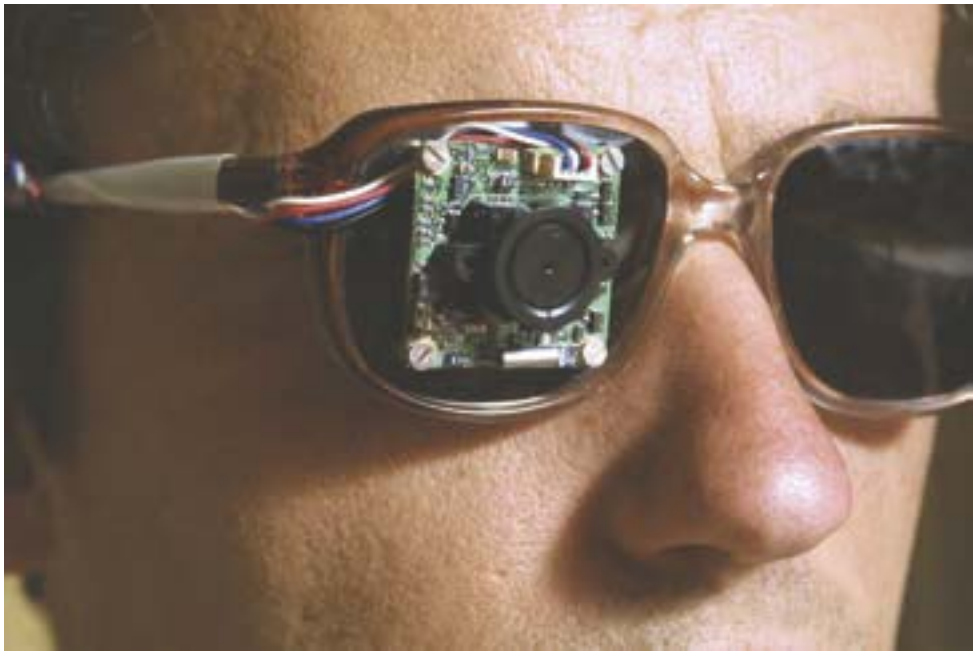
$$R = \frac{R_0[1 + \alpha(T - T_0)][1 + \alpha'(T - T_0)]}{[1 + 2\alpha'(T - T_{0)})]}$$

donde α' es el coeficiente de expansión lineal. (Véase el capítulo 10.) b) Compare los dos resultados para un alambre de cobre de 2.00 m de largo de radio 0.100 mm, a partir de 20.0°C y calentado a 100.0°C.

65. BIO Un tubo de rayos X utilizado para la terapia del cáncer funciona a 4.0 MV, con una corriente de haz de 25 mA pegando en el objetivo de metal. Casi toda la potencia en el haz se transfiere a una corriente de agua que fluye a través de agujeros perforados en el blanco. ¿Qué velocidad de flujo, en kilogramos por segundo, se necesita si el aumento de la temperatura (ΔT) del agua no supera los 50°C?

66. Un hombre desea limpiar su auto con una aspiradora de depósito marcada a 535 W a 120 V. El auto está estacionado lejos del edificio, así que utiliza una extensión de 15.0 m de largo para conectar a un enchufe en una fuente 120 V. Suponga que el limpiador tiene resistencia constante. a) Si la resistencia de cada uno de los dos conductores del cable de la extensión es 0.900 Ω, ¿cuál es la potencia real entregada a la aspiradora? b) Si, en cambio, la potencia debe ser de al menos 525 W, ¿cuál debe ser el diámetro de cada uno de los dos conductores de cobre idénticos de la extensión que el joven compró? c) Repita el inciso b) si la potencia es de al menos 532 W. *Sugerencia*: una solución simbólica puede simplificar los cálculos.

Este paciente con problemas de visión usa un dispositivo de visión artificial. Una cámara en la lente envía el video a una computadora portátil. Luego la computadora convierte el video en señales que estimulan los implantes en la corteza visual del paciente, dándole la visión suficiente para moverse por su cuenta.



© Najlah Feanny/Corbis

16 Circuitos de corriente directa

16.1 Fuentes de fem
16.2 Resistencias en serie
16.3 Resistencias en paralelo
16.4 Reglas de Kirchhoff y circuitos complejos de CD
16.5 Circuitos *RC*
16.6 Circuitos domésticos
16.7 Seguridad eléctrica
16.8 Conducción de las señales eléctricas por las neuronas

Las baterías, las resistencias y los capacitores se pueden utilizar en varias combinaciones para construir circuitos eléctricos que dirigen y controlan el flujo de electricidad y la energía que transporta. Tales circuitos hacen posibles todas las comodidades modernas en un hogar: luz eléctrica, estufas y hornos eléctricos, lavadoras, y otros diversos aparatos y herramientas. Los circuitos eléctricos también se encuentran en nuestros automóviles, en los tractores que aumentan la productividad agrícola y en todo tipo de equipos médicos que salvan tantas vidas cada día.

En este capítulo estudiamos y analizamos una serie de circuitos simples de corriente directa. El análisis se simplifica mediante el uso de dos reglas conocidas como reglas de Kirchhoff, que se deducen del principio de conservación de la energía y de la ley de conservación de la carga. Se supone que la mayoría de los circuitos se encuentran en *estado estacionario*, lo que significa que las corrientes son constantes en magnitud y dirección. Terminamos el capítulo con un análisis de circuitos que contienen resistencias y capacitores, en los que la corriente varía con el tiempo.

16.1 Fuentes de fem

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir en términos físicos los conceptos de fem, voltaje terminal, resistencia interna y resistencia de carga.
2. Evaluar la potencia actual y total de una fuente fem.

Una corriente se mantiene en un circuito cerrado por medio de una fuente de fem.[1] Entre estas fuentes se encuentran todos los dispositivos (por ejemplo, baterías y generadores) que aumentan la energía potencial de las cargas circulantes. Una

[1]Originalmente el término era una abreviatura de *fuerza electromotriz*, pero fem no es en realidad una fuerza, por lo que se aconseja utilizarla en su forma abreviada.

fuente de fem se puede considerar como una "bomba de carga" que obliga a los electrones a moverse en una dirección opuesta al campo electrostático dentro de la fuente. La fem $\mathcal{E}$ de una fuente es el trabajo realizado por unidad de carga; por lo tanto, la unidad SI de la fem es el volt.

Considere el circuito de la figura 16.1a que consiste en una batería conectada a una resistencia. Suponga que los cables de conexión no tienen resistencia. Si despreciamos la resistencia interna de la batería, la caída de potencial a través de la batería (el voltaje terminal) es igual a la fem de la batería. Sin embargo, como una batería real siempre tiene alguna resistencia interna r, el voltaje terminal no es igual a la fem. El circuito de la figura 16.1a se puede describir esquemáticamente mediante el diagrama de la figura 16.1b. La batería, representada por el rectángulo discontinuo, consiste en una fuente de fem $\mathcal{E}$ en serie con una resistencia interna r. Ahora imagine una carga positiva moviéndose a través de la batería de a a b en la figura. Cuando la carga pasa de la terminal negativa a la positiva de la batería, el potencial de la carga aumenta en $\mathcal{E}$. Sin embargo, conforme la carga se mueve a través de la resistencia r, su potencial disminuye en la cantidad Ir, donde I es la corriente en el circuito. El voltaje terminal de la batería, $\Delta V = V_b - V_a$, está dado por

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir \qquad [16.1]$$

A partir de esta expresión, vemos que **$\mathcal{E}$ es igual al voltaje terminal cuando la corriente** es cero, lo que se llama **voltaje de circuito abierto**. Al examinar la figura 16.1b, encontramos que el voltaje terminal ΔV también debe ser igual a la diferencia de potencial a través de la resistencia externa R, a menudo llamada **resistencia de carga**; es decir, $\Delta V = IR$. Combinando esta relación con la ecuación 16.1, llegamos a

$$\mathcal{E} = IR + Ir \qquad [16.2]$$

Al despejar la corriente se obtiene

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

La ecuación precedente muestra que la corriente en este circuito simple depende tanto de la resistencia externa a la batería como de la resistencia interna. Si R es mucho mayor que r, podemos despreciar r en nuestro análisis (una opción que por lo general se selecciona).

Si multiplicamos la ecuación 16.2 por la corriente I, se obtiene

$$I\mathcal{E} = I^2R + I^2r$$

Esta ecuación nos dice que la potencia total de salida $I\mathcal{E}$ de la fuente de fem se convierte en la razón I^2R en la que se suministra energía a la resistencia de carga, *más* la razón I^2r en la que se suministra energía a la resistencia interna. De nuevo, si $r << R$, la mayor parte de la potencia suministrada por la batería se transfiere a la resistencia de carga.

A menos que se indique lo contrario, en los ejemplos y problemas al final del capítulo se supone que la resistencia interna de una batería en un circuito es despreciable.

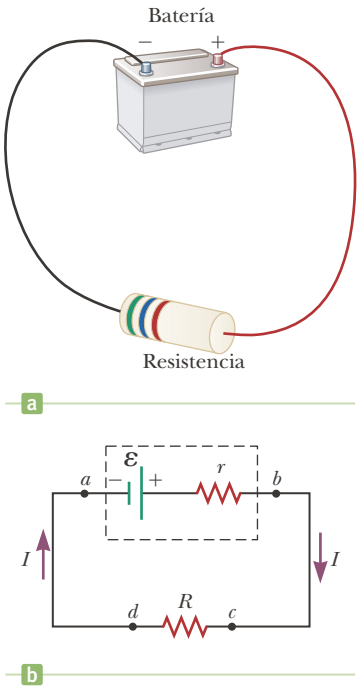


Figura 16.1 a) Circuito que consiste en una resistencia conectada a las terminales de una batería. b) Diagrama de circuito de una fuente de fem $\mathcal{E}$ que tiene una resistencia interna r conectada a una resistencia externa R.

Una selección de baterías.

Cuestionario rápido

16.1 Cierto o falso: durante la descarga, el voltaje de la terminal de una batería nunca puede ser mayor que la fem de la batería.

16.2 ¿Por qué se calienta una batería durante el uso?

Sugerencia 16.1 ¿Qué es constante en una batería?

La ecuación 16.2 muestra que la corriente en un circuito depende de la resistencia de la batería, por lo que una batería no se puede considerar una fuente de corriente constante. Ni siquiera es posible considerar constante el voltaje terminal de una batería, dado por la ecuación 16.1, porque la resistencia interna puede cambiar (por ejemplo, debido al calentamiento durante el funcionamiento de la batería). Sin embargo, una batería es una fuente constante de fem.

16.2 Resistencias en serie

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Deducir una expresión para la resistencia equivalente de una serie de resistencias.
2. Analizar los circuitos que tienen resistencias en serie.

Cuando dos o más resistencias están conectadas de un extremo a otro como en la figura 16.2, se dice que están en *serie*. Las resistencias pueden ser dispositivos simples, como focos o elementos calefactores. Cuando dos resistencias R_1 y R_2 están conectadas a una batería como en la figura 16.2, **la corriente es la misma en las dos resistencias porque cualquier carga que fluye a través de R_1 también debe fluir a través de R_2**. Esto es análogo al agua que fluye por un tubo con dos constricciones, correspondiente a R_1 y R_2. Cualquiera que sea el volumen de agua que fluya en un extremo en un intervalo dado debe salir por el extremo opuesto.

Debido a que la diferencia de potencial entre a y b en la figura 16.2b es igual a IR_1 y la diferencia de potencial entre b y c es igual a IR_2, la diferencia de potencial entre a y c es

$$\Delta V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

Independientemente de cuántas resistencias se tengan en serie, la suma de las diferencias de potencial a través de las resistencias es igual a la diferencia de potencial total a través de la combinación. Como se verá más adelante, este resultado es una consecuencia de la conservación de la energía. La figura 16.2c muestra una resistencia equivalente R_{eq} que puede reemplazar las dos resistencias del circuito original. La resistencia equivalente tiene el mismo efecto en el circuito porque da como resultado la misma corriente en el circuito que las dos resistencias. Aplicando la ley de Ohm a esta resistencia equivalente, se tiene

$$\Delta V = IR_{eq}$$

Al igualar las dos expresiones anteriores, se tiene

$$IR_{eq} = I(R_1 + R_2)$$

o

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \text{ (combinación en serie)} \qquad [16.3]$$

Una extensión del análisis precedente muestra que la resistencia equivalente de tres o más resistencias conectadas en serie es

Resistencias equivalentes de una combinación de resistencias en serie ▶

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots \qquad [16.4]$$

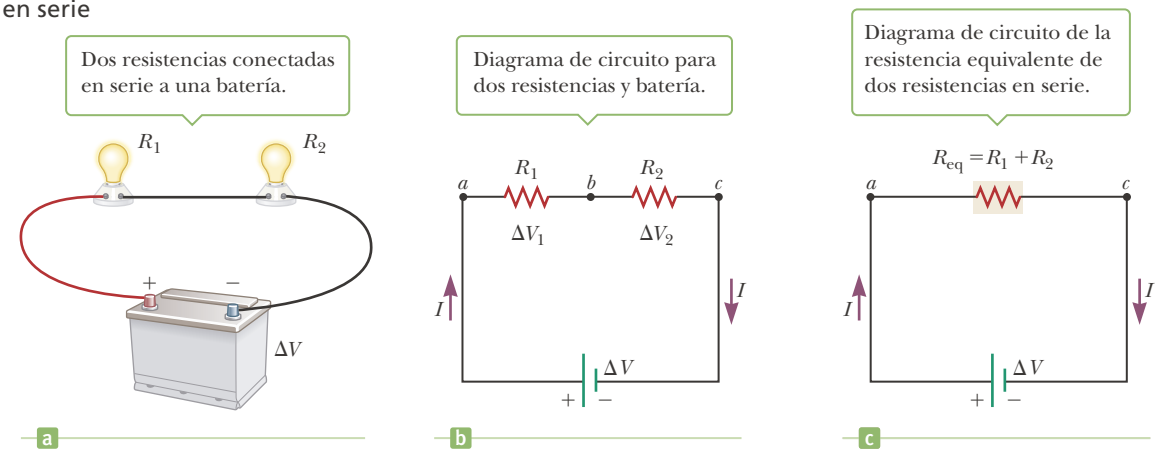


Figura 16.2 Dos resistencias, R_1 y R_2, en forma de focos incandescentes, en serie con una batería. Las corrientes en las resistencias son iguales y la resistencia equivalente de la combinación es $R_{eq} = R_1 + R_2$.

Por lo tanto, **la resistencia equivalente de una combinación en serie de resistencias es la suma algebraica de las resistencias individuales y siempre es mayor que cualquier resistencia individual**.

Observe que si el filamento de un foco en la figura 16.2 fallara, el circuito ya no estaría completo (existiría una condición de circuito abierto) y el segundo foco también se apagaría.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 16.1 Luces de Navidad en serie

Un nuevo diseño para las luces de Navidad permite que se conecten en serie. Un foco descompuesto en una serie de este tipo resultaría en un circuito abierto y todos los demás se apagarían. ¿Cómo es posible rediseñar los focos para evitar que eso suceda?

EXPLICACIÓN Si la serie de luces tuviera el tipo común de focos, uno descompuesto sería difícil de localizar. Sería necesario remplazar cada foco por uno nuevo, uno por uno, hasta encontrar el que falla. Si hubiera dos o más focos descompuestos en la serie de luces, encontrarlas sería una tarea larga y molesta.

Las luces navideñas utilizan focos especiales que tienen una espira aislada de alambre (un puente) a través de los soportes conductores a los filamentos de los focos (figura 16.3). Si el filamento se rompe y el foco falla, la resistencia del foco aumenta drásticamente. Como resultado, la mayor parte del voltaje se aplica a través de la espira de alambre. Este voltaje hace que el aislamiento alrededor de las espiras de alambre se queme, haciendo que el alambre metálico haga contacto con los soportes. Esto produce una trayectoria conductora a través del foco, por lo que los otros focos permanecen encendidos. ■

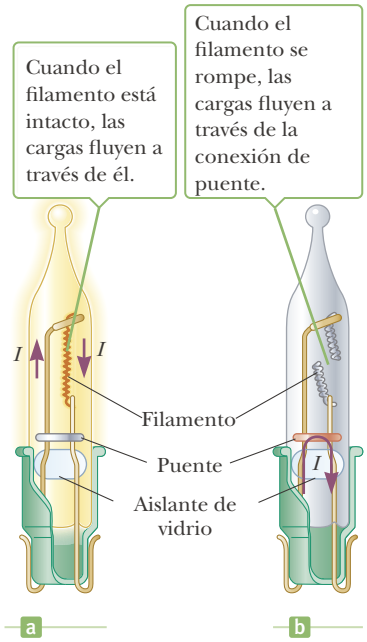


Figura 16.3 (Aplicación de la física 16.1) a) Diagrama esquemático de un foco de luces navideñas "miniatura", con una conexión de puente para proporcionar una trayectoria de corriente si el filamento se rompe. b) Un foco de luces navideñas con el filamento roto.

Cuestionario rápido

16.3 En la figura 16.4 la corriente se mide con el amperímetro en la parte inferior del circuito. Cuando se abre el interruptor, la lectura en el amperímetro ¿a) aumenta, b) disminuye o c) no cambia?

16.4 El circuito de la figura 16.4 consta de dos resistencias, un interruptor, un amperímetro y una batería. Cuando el interruptor está cerrado, la potencia P_c se entrega a la resistencia R_1. Cuando el interruptor se abre, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera acerca de la potencia P_o entregada a R_1? a) $P_o < P_c$; b) $P_o = P_c$; c) $P_o > P_c$

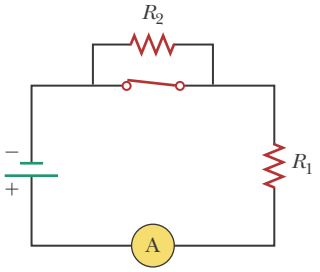


Figura 16.4 (Cuestionarios rápidos 16.3 y 16.4)

EJEMPLO 16.1 Cuatro resistencias en serie

OBJETIVO Analizar varias resistencias conectadas en serie.

PROBLEMA Cuatro resistencias están dispuestas como se muestra en la figura 16.5a. **a)** la resistencia equivalente del circuito y **b)** la corriente en el circuito si el voltaje de circuito cerrado de la batería es de 6.0 V. **c)** Calcule el potencial eléctrico en el punto A si el potencial en la terminal positiva es de 6.0 V. **d)** Suponga que el voltaje de circuito abierto, o fem $\mathcal{E}$, es de 6.2 V. Calcule la resistencia interna de la batería. **e)** ¿Qué fracción f de la energía de la batería se entrega a las resistencias de carga?

(*Continúa*)

ESTRATEGIA Debido a que las resistencias están conectadas en serie, al sumar sus resistencias se obtiene la resistencia equivalente. Luego se puede usar la ley de Ohm para encontrar la corriente. Para calcular el potencial eléctrico en el punto A, calcule la caída de voltaje ΔV a través de la resistencia de 2.0 Ω y reste el resultado de 6.0 V. En el inciso d) use la ecuación 16.1 para encontrar la resistencia interna de la batería. La fracción de la potencia entregada a la resistencia de carga es justamente la potencia que entregada a la carga, $I\Delta V$, dividida entre la potencia total, $I\mathcal{E}$.

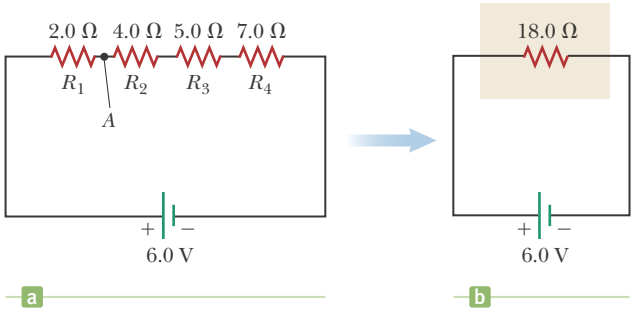


Figura 16.5 (Ejemplo 16.1) a) Cuatro resistencias conectadas en serie. b) La resistencia equivalente del circuito en a).

SOLUCIÓN

a) Encuentre la resistencia equivalente del circuito.

Aplique la ecuación 16.4, sumando las resistencias:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 2.0\ \Omega + 4.0\ \Omega + 5.0\ \Omega + 7.0\ \Omega$$
$$= 18.0\ \Omega$$

b) Encuentre la corriente en el circuito.

Aplique la ley de Ohm a la resistencia equivalente en la figura 16.5b, despeje la corriente:

$$I = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{6.0\ \text{V}}{18.0\ \Omega} = 0.33\ \text{A}$$

c) Calcule el potencial eléctrico en el punto A.

Aplique la ley de Ohm a la resistencia de 2.0 Ω para encontrar la caída de voltaje a través de ella:

$$\Delta V = IR = (0.33\ \text{A})(2.0\ \Omega) = 0.66\ \text{V}$$

Para encontrar el potencial en A, reste la caída de voltaje desde el potencial en la terminal positiva:

$$V_A = 6.0\ \text{V} - 0.66\ \text{V} = 5.3\ \text{V}$$

d) Calcule la resistencia interna de la batería si su fem es de 6.2 V.

Escriba la ecuación 16.1:

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir$$

Despeje la resistencia interna r y sustituya los valores:

$$r = \frac{\mathcal{E} - \Delta V}{I} = \frac{6.2\ \text{V} - 6.0\ \text{V}}{0.33\ \text{A}} = 0.6\ \Omega$$

e) ¿Qué fracción f de la potencia de la batería se entrega a las resistencias de carga?

Divida la potencia que se entrega a la carga entre la potencia total:

$$f = \frac{I\Delta V}{I\mathcal{E}} = \frac{\Delta V}{\mathcal{E}} = \frac{6.0\ \text{V}}{6.2\ \text{V}} = 0.97$$

COMENTARIOS Un error común es que la corriente se "agota" y disminuye constantemente conforme avanza a través de una serie de resistencias. Eso sería una violación de la conservación de la carga. Lo que en realidad se usa es la energía potencial eléctrica de los portadores de la carga, algunos de los cuales se entregan a cada resistencia.

PREGUNTA 16.1 Explique por qué la corriente en un circuito real disminuye lentamente con el tiempo en comparación con su valor inicial.

EJERCICIO 16.1 Un circuito cerrado consiste en una batería con un voltaje terminal de 12.0 V, y resistencias de 3.0 Ω, 6.0 Ω, 8.0 Ω y 9.0 Ω conectadas en serie, orientadas como en la figura 16.5a, con la batería en el fondo de la espira, la terminal positiva a la izquierda y las resistencias en orden creciente, de izquierda a derecha, en la parte superior de la espira. Calcule a) la resistencia equivalente del circuito, b) la corriente y c) la potencia total disipada por las resistencias de carga. d) ¿Cuál es el potencial eléctrico en un punto entre las resistencias de 6.0 Ω y 8.0 Ω, si el potencial eléctrico en la terminal positiva es 12.0 V? e) Si la batería tiene una fem de 12.1 V, encuentre la resistencia interna de la batería.

RESPUESTAS a) 26.0 Ω; b) 0.462 A; c) 5.54 W; d) 7.84 V; e) 0.2 Ω

16.3 Resistencias en paralelo

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Deducir una expresión para la resistencia equivalente de las resistencias en paralelo.
2. Analizar los circuitos que tienen resistencias en paralelo.
3. Simplificar los circuitos que tengan combinaciones de resistencias en paralelo y en serie.

Ahora considere dos resistencias conectadas en paralelo, como en la figura 16.6. En este caso, **las diferencias de potencial a través de las resistencias son las mismas porque cada una está conectada directamente a las terminales de la batería**. Las corrientes por lo general no son las mismas. Cuando las cargas llegan al punto a (llamado nodo) en la figura 16.6b, la corriente se divide en dos partes: I_1, que fluye a través de R_1; e I_2, que fluye a través de R_2. Si R_1 es mayor que R_2 entonces I_1 es menor que I_2. En general, más carga viaja a través de la trayectoria con menos resistencia. **Debido a que la carga se conserva, la corriente I que entra en el punto a debe ser igual a la corriente total $I_1 + I_2$ que sale de ese punto**. En términos matemáticos, esto se escribe

$$I = I_1 + I_2$$

La caída de potencial debe ser la misma para las dos resistencias y también debe ser igual a la caída de potencial a través de la batería. La ley de Ohm aplicada a cada resistencia produce

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} \qquad I_2 = \frac{\Delta V}{R_2}$$

La ley de Ohm aplicada a la resistencia equivalente en la figura 16.6c da

$$I = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$

Cuando estas expresiones para las corrientes se sustituyen en la ecuación $I = I_1 + I_2$ y las ΔV se eliminan, se obtiene

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ (combinación en paralelo)} \qquad [16.5]$$

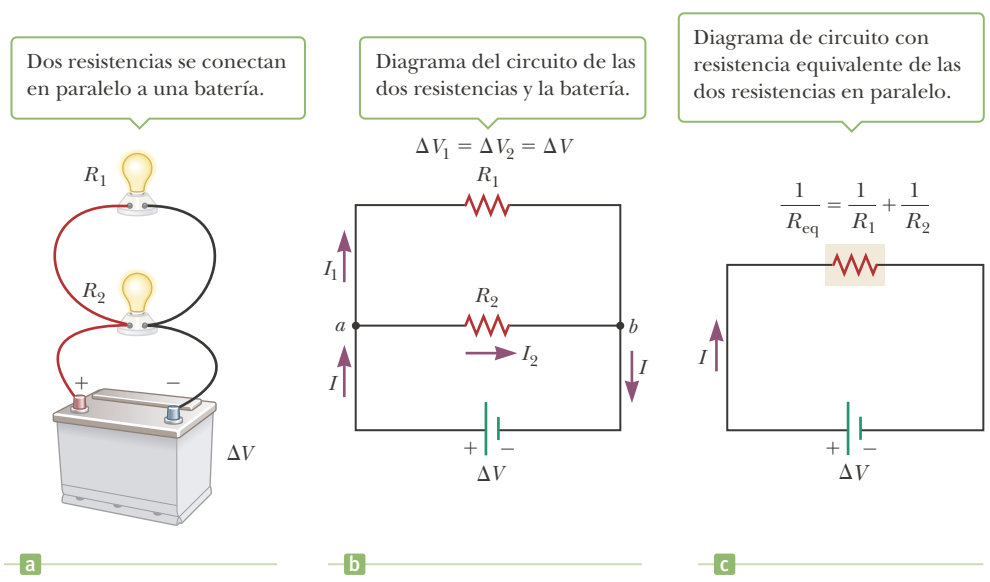


Figura 16.6 Dos resistencias, R_1 y R_2, en forma de focos incandescentes, en paralelo con una batería. Las diferencias de potencial entre R_1 y R_2 son las mismas. Las corrientes en las resistencias son las mismas y la resistencia equivalente de la combinación es $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2$.

Una extensión de este análisis a tres o más resistencias en paralelo produce la siguiente expresión general para la resistencia equivalente:

Resistencia equivalente de una combinación de resistencias en paralelo ▶

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots \qquad [16.6]$$

A partir de esta expresión, se observa que **la inversa de la resistencia equivalente de dos o más resistencias conectadas en paralelo es la suma de las inversas de las resistencias individuales y es siempre menor que la menor resistencia en el grupo**.

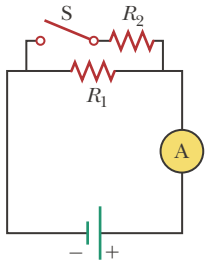


Figura 16.7 (Cuestionario rápido 16.5 y 16.6)

Cuestionario rápido

16.5 En la figura 16.7 la corriente se mide con el amperímetro en el lado derecho del diagrama de circuito. Cuando se cierra el interruptor, ¿la lectura en el amperímetro a) aumenta, b) disminuye o c) permanece igual?

16.6 Cuando el interruptor está abierto en la figura 16.7, la potencia P_o se entrega a la resistencia R_1. Cuando el interruptor está cerrado, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera acerca de la potencia P_c entregada a R_1? (Desprecie la resistencia interna de la batería.) a) $P_c < P_o$; b) $P_c = P_o$; c) $P_c > P_o$

EJEMPLO 16.2 Tres resistencias en paralelo

OBJETIVO Analizar un circuito que contiene resistencias conectadas en paralelo.

PROBLEMA Tres resistencias están conectadas en paralelo como en la figura 16.8. Se mantiene una diferencia de potencial de 18 V entre los puntos *a* y *b*. **a)** Encuentre la corriente en cada resistencia. **b)** Calcule la potencia entregada a cada resistencia y la potencia total. **c)** Determine la resistencia equivalente del circuito. **d)** Encuentre la potencia total entregada a la resistencia equivalente.

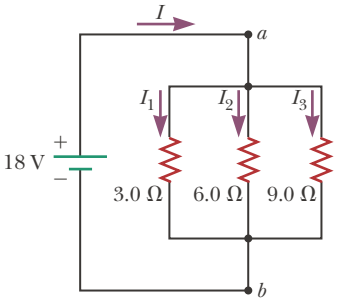


Figura 16.8 (Ejemplo 16.2) Tres resistencias conectadas en paralelo. El voltaje en cada resistencia es de 18 V.

ESTRATEGIA Para obtener la corriente en cada resistencia podemos usar la ley de Ohm y el hecho de que las caídas de voltaje a través de las resistencias paralelas son todas iguales. El resto del problema solo requiere la sustitución en la ecuación de potencia entregada a una resistencia, $P = I^2R$, y la ley de suma recíproca para las resistencias en paralelo.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la corriente en cada resistencia.

Aplique la ley de Ohm, despeje la corriente I que entrega la batería para encontrar la corriente en cada resistencia:

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{18\ \text{V}}{3.0\ \Omega} = 6.0\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{18\ \text{V}}{6.0\ \Omega} = 3.0\ \text{A}$$

$$I_3 = \frac{\Delta V}{R_3} = \frac{18\ \text{V}}{9.0\ \Omega} = 2.0\ \text{A}$$

b) Calcule la potencia entregada a cada resistencia y la potencia total.

Aplique $P = I^2R$ a cada resistencia, sustituyendo los resultados del inciso a):

$$3\ \Omega\text{: } P_1 = I_1^2R_1 = (6.0\ \text{A})^2(3.0\ \Omega) = 110\ \text{W}$$

$$6\ \Omega\text{: } P_2 = I_2^2R_2 = (3.0\ \text{A})^2(6.0\ \Omega) = 54\ \text{W}$$

$$9\ \Omega\text{: } P_3 = I_3^2R_3 = (2.0\ \text{A})^2(9.0\ \Omega) = 36\ \text{W}$$

Sume para obtener la potencia total:

$$P_{tot} = 110\ \text{W} + 54\ \text{W} + 36\ \text{W} = 2.0 \times 10^2\ \text{W}$$

c) Determine la resistencia equivalente del circuito.

Aplique la regla de la suma recíproca, ecuación 16.6:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3.0\ \Omega} + \frac{1}{6.0\ \Omega} + \frac{1}{9.0\ \Omega} = \frac{11}{18\ \Omega}$$

$$R_{eq} = \frac{18}{11}\ \Omega = 1.6\ \Omega$$

d) Calcule la potencia disipada por la resistencia equivalente.

Use la ecuación de potencia alternativa:

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R_{eq}} = \frac{(18\ \text{V})^2}{1.6\ \Omega} = 2.0 \times 10^2\ \text{W}$$

SUGERENCIAS Hay algo importante que es preciso observar en el inciso a): la resistencia más pequeña de 3.0 Ω lleva la corriente más grande, mientras que las resistencias mayores de 6.0 Ω y 9.0 Ω llevan corrientes más pequeñas. La corriente mayor se encuentra siempre en la trayectoria de menor resistencia. En el inciso b) la potencia también se puede encontrar con $P = (\Delta V)^2/R$. Observe que $P_1 = 108$ W, pero se redondea a 110 W porque solo hay dos cifras significativas. Por último, observe que la potencia total disipada en la resistencia equivalente es la misma que la suma de la potencia disipada en las resistencias individuales, como debería ser.

Sugerencia 16.2 ¡No olvide invertir!

El error más común al calcular la resistencia equivalente para las resistencias en paralelo es olvidar invertir la respuesta después de sumar los recíprocos. ¡No olvide invertir!

PREGUNTA 16.2 Si se añadiera una cuarta resistencia en paralelo a las otras tres, ¿cómo cambiaría la resistencia equivalente? a) Sería más grande. b) Sería menor. c) Se requiere más información para determinar el efecto.

EJERCICIO 16.2 Suponga que las resistencias en el ejemplo son 1.0 Ω, 2.0 Ω y 3.0 Ω, respectivamente, y se proporciona una nueva fuente de voltaje. Si la corriente medida en la resistencia de 3.0 Ω es de 2.0 A, determine a) la diferencia de potencial proporcionada por la nueva batería y las corrientes en cada una de las resistencias restantes, b) la potencia entregada a cada resistencia y la potencia total, c) la resistencia equivalente y d) la corriente total y la potencia disipada por la resistencia equivalente.

RESPUESTAS a) $\mathcal{E} = 6.0$ V, $I_1 = 6.0$ A, $I_2 = 3.0$ A; b) $P_1 = 36$ W, $P_2 = 18$ W, $P_3 = 12$ W, $P_{tot} = 66$ W; c) $\frac{6}{11}\ \Omega$ d) $I = 11$ A, $P_{eq} = 66$ W

Cuestionario rápido

16.7 Suponga que tiene tres focos idénticos, algo de alambre y una batería. Usted conecta un foco a la batería y toma nota de su brillo. Agrega un segundo foco, conectándolo en paralelo con los focos anteriores y otra vez toma nota del brillo. Repita el proceso con el tercer foco, conectándolo en paralelo con los otras dos. A medida que se agregan los focos, ¿qué sucede con a) su luminosidad? b) ¿Sus corrientes individuales? c) La potencia suministrada por la batería? d) ¿El tiempo de vida de la batería? (Desprecie la resistencia interna de la batería.)

16.8 Si los focos del Cuestionario rápido 16.7 están conectados en serie y no en paralelo, ¿qué sucede con a) su brillo? b) ¿Sus corrientes individuales? c) La potencia entregada por la batería? d) ¿El tiempo de vida de la batería? (De nuevo, desprecie la resistencia interna de la batería.)

Los cables de los circuitos domésticos siempre se colocan de manera que los dispositivos eléctricos estén conectados en paralelo, como en la figura 16.6a. De esta manera, cada dispositivo funciona independientemente de los demás, de modo que si uno está desconectado los demás permanecen encendidos. Por ejemplo, si uno de los focos de la figura 16.6 se quitara de su enchufe, el otro continuaría funcionando.

Igualmente importante es que cada dispositivo funcione con el mismo voltaje. Si los dispositivos estuvieran conectados en serie, el voltaje a través de cada uno dependería de cuántos haya en la combinación y de sus resistencias individuales.

APLICACIÓN
Interruptores de circuitos

En muchos circuitos domésticos, los interruptores se utilizan en serie con otros elementos para fines de seguridad. Un interruptor está diseñado para desconectar y abrir el circuito a un valor máximo de corriente (típicamente 15 A o 20 A) que depende de la naturaleza del circuito. Si no se usara un interruptor, las corrientes excesivas causadas por el funcionamiento simultáneo de varios dispositivos resultarían en temperaturas excesivas en el alambre, y tal vez causarían un incendio. En los hogares de épocas anteriores se usaban fusibles en lugar de interruptores automáticos. Cuando la corriente en un circuito excedía cierto valor, el conductor en un fusible se derretía y abría el circuito. La desventaja de los fusibles era que se destruían en el proceso de apertura del circuito, mientras que los interruptores automáticos se pueden restablecer.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 16.2 Combinaciones de focos

Compare el brillo de los cuatro focos idénticos que se muestran en la figura 16.9. ¿Qué sucede si el foco *A* falla y no puede conducir corriente? ¿Qué sucede si *C* falla? ¿Qué pasa si *D* falla?

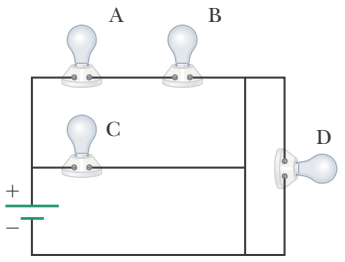


Figura 16.9 (Aplicación de la física 16.2)

EXPLICACIÓN Los focos *A* y *B* están conectados en serie a través de la fem de la batería, mientras que el foco *C* está conectado directamente a la batería. Esto significa que la caída de voltaje en *C* tiene la misma magnitud que la fem de la batería, mientras que esta misma fem se divide entre los focos *A* y *B*. Como resultado, el foco *C* brillará más que cualquiera de los focos *A* y *B*, que tendrán el mismo brillo. El foco *D* tiene un alambre conectado a través de él (un cortocircuito) por lo que la diferencia de potencial a través del foco *D* es cero y no brilla. Si *A* falla, *B* se apaga, pero *C* permanece encendido. Si *C* falla, no hay efecto en los otros focos. Si *D* falla, el evento es indetectable porque no brillaba inicialmente. ■

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 16.3 Focos de tres vías

La figura 16.10 ilustra cómo se construye un foco de tres vías para proporcionar tres niveles de intensidad de luz. El enchufe de la lámpara está equipado con un interruptor de tres vías para seleccionar diferentes intensidades de luz. El foco tiene dos filamentos. ¿Por qué estos últimos están conectados en paralelo? Explique cómo se utilizan los dos filamentos para proporcionar las tres diferentes intensidades.

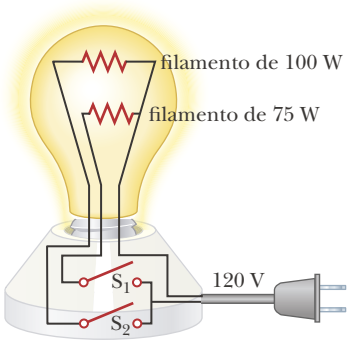


Figura 16.10 (Aplicación de la física 16.3)

EXPLICACIÓN Si los filamentos estuvieran conectados en serie y uno de ellos fallara, no habría corriente en el foco y este no brillaría, independientemente de la posición del interruptor. Sin embargo, cuando los filamentos están conectados en paralelo y uno de ellos (por ejemplo, el filamento de 75 W) falla, el foco seguirá funcionando en una de las posiciones de conmutación porque hay corriente en el otro filamento (100 W). Las tres intensidades de luz son posibles al seleccionar uno de los tres valores de resistencia del filamento, usando un valor único de 120 V para el voltaje aplicado. El filamento de 75 W ofrece un valor de resistencia, el de 100 W ofrece un segundo valor y la tercera resistencia se obtiene combinando los dos filamentos en paralelo. Cuando el interruptor S_1 está cerrado y el interruptor S_2 está abierto, solo el filamento de 75 W lleva corriente. Cuando se abre el interruptor S_1 y se cierra el S_2, solo el filamento de 100 W lleva corriente. Cuando ambos interruptores están cerrados, ambos filamentos transportan corriente y se obtiene una iluminación total correspondiente a 175 W. ■

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Simplificación de circuitos con resistencias

1. **Combine todas las resistencias en serie** al sumar las resistencias individuales y dibuje el nuevo diagrama de circuito simplificado.
   Hechos útiles: $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots$
   La corriente en cada resistencia es la misma.
2. **Combine todas las resistencias en paralelo** sumando los recíprocos de las resistencias y luego tomando el recíproco del resultado. Dibuje el nuevo diagrama de circuito simplificado.
   Hechos útiles: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots$
   La diferencia de potencial a través de cada resistencia es la misma.
3. **Repita** los dos primeros pasos cuando sea necesario, hasta que no se puedan hacer otras combinaciones. Si solo hay una batería en el circuito el resultado por lo general es una sola resistencia equivalente en serie con la batería.
4. **Use la ley de Ohm**, $\Delta V = IR$, para determinar la corriente en la resistencia equivalente. Luego trabaje hacia atrás a través de los diagramas, aplicando los datos útiles listados en el paso 1 o el paso 2 para encontrar las corrientes en las otras resistencias. (En circuitos más complejos, se necesitarán las reglas de Kirchhoff, como se describe en la siguiente sección.)

EJEMPLO 16.3 Resistencia equivalente

OBJETIVO Resolver un problema que implique resistencias en serie y en paralelo.

PROBLEMA Se conectan cuatro resistencias como se muestra en la figura 16.11a. **a)** Determine la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *c*. **b)** ¿Cuál es la corriente en cada resistencia si una batería de 42 V está conectada entre *a* y *c*?

ESTRATEGIA Reduzca el circuito en pasos, como se muestra en las figuras 16.11b y 16.11c, usando la regla de suma para resistencias en serie y la regla de suma recíproca para resistencias en paralelo. Encontrar las corrientes es cuestión de aplicar la ley de Ohm mientras se trabaja hacia atrás a través de los diagramas.

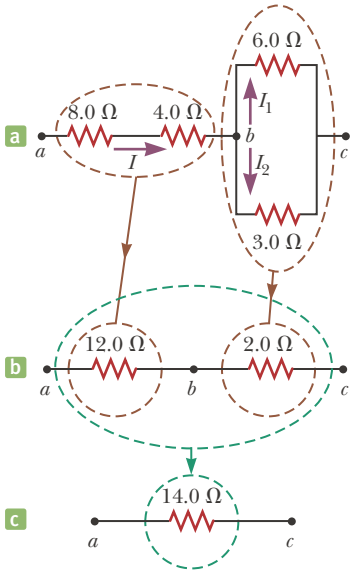


Figura 16.11 (Ejemplo 16.3) Las cuatro resistencias que se muestran en a) se pueden reducir en etapas a una resistencia equivalente de 14 Ω.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la resistencia equivalente del circuito.

Las resistencias de 8.0 Ω y 4.0 Ω están en serie, así que use la regla de la suma para encontrar la resistencia equivalente entre *a* y *b*:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 8.0\ \Omega + 4.0\ \Omega = 12.0\ \Omega$$

Las resistencias de 6.0 Ω y 3.0 Ω están en paralelo, así que use la regla de la suma recíproca para encontrar la resistencia equivalente entre *b* y *c* (¡no olvide invertir!):

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{6.0\ \Omega} + \frac{1}{3.0\ \Omega} = \frac{1}{2.0\ \Omega}$$

$$R_{eq} = 2.0\ \Omega$$

(*Continúa*)

En el nuevo diagrama, 16.11b, ahora hay dos resistencias en serie. Combínelas con la regla de la suma para encontrar la resistencia equivalente del circuito:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 12.0\ \Omega + 2.0\ \Omega = 14.0\ \Omega$$

b) Encuentre la corriente en cada resistencia si una batería de 42 V está conectada entre los puntos *a* y *c*.

Encuentre la corriente en la resistencia equivalente en la figura 16.11c, que es la corriente total. Las resistencias en serie llevan la misma corriente, por lo que este valor es la corriente en la resistencia de 12 Ω de la figura 16.11b y también en las resistencias de 8.0 Ω y 4.0 Ω de la figura 16.11a.

$$I = \frac{\Delta V_{ac}}{R_{eq}} = \frac{42\ \text{V}}{14\ \Omega} = 3.0\ \text{A}$$

Calcule la caída de voltaje ΔV_{para} a través del circuito paralelo, que tiene una resistencia equivalente de 2.0 Ω:

$$\Delta V_{para} = IR = (3.0\ \text{A})(2.0\ \Omega) = 6.0\ \text{V}$$

Aplique la ley de Ohm de nuevo para encontrar las corrientes en cada resistencia del circuito en paralelo:

$$I_1 = \frac{\Delta V_{para}}{R_{6.0\,\Omega}} = \frac{6.0\ \text{V}}{6.0\ \Omega} = 1.0\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta V_{para}}{R_{3.0\,\Omega}} = \frac{6.0\ \text{V}}{3.0\ \Omega} = 2.0\ \text{A}$$

COMENTARIOS Como comprobación final, observe que $\Delta V_{bc} = (6.0\ \Omega)I_1 = (3.0\ \Omega)I_2 = 6.0$ V y $\Delta V_{ab} = (12\ \Omega)I_1 = 36$ V; Por lo tanto, $\Delta V_{ac} = \Delta V_{ab} + \Delta V_{bc} = 42$ V, como se esperaba.

PREGUNTA 16.3 ¿Cuál de las resistencias originales disipa la energía con mayor velocidad?

EJERCICIO 16.3 Suponga que las resistencias en serie del ejemplo 16.3 son ahora de 6.00 Ω y 3.00 Ω, mientras que las resistencias paralelas son de 8.00 Ω (arriba) y de 4.00 Ω (parte inferior) y la batería proporciona una fem de 27.0 V. Determine a) la resistencia equivalente y b) las corrientes I, I_1, e I_2.

RESPUESTAS a) 11.7 Ω; b) $I = 2.31$ A, $I_1 = 0.770$ A, $I_2 = 1.54$ A

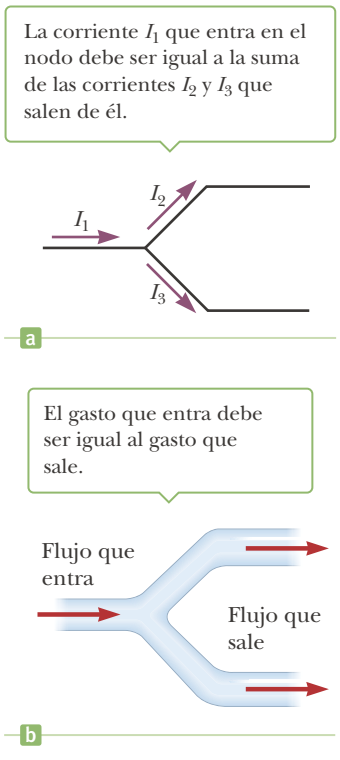


Figura 16.12 a) Regla de los nodos de Kirchhoff. b) Un análogo mecánico de la regla de los nodos.

16.4 Reglas de Kirchhoff y circuitos complejos de CD

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Establecer las reglas de Kirchhoff y discutir sus orígenes físicos.
2. Aplicar las reglas de Kirchhoff a los circuitos de CD.

Como se demostró en la sección anterior, es posible analizar circuitos simples usando la ley de Ohm y las reglas para las combinaciones de resistencias en serie y en paralelo. Sin embargo, hay,muchas maneras en que se pueden conectar las resistencias de modo que los circuitos que se forman no se reduzcan a una única resistencia equivalente. El procedimiento para analizar los circuitos más complejos se puede facilitar usando dos reglas simples llamadas **reglas de Kirchhoff**:

1. La suma de las corrientes que entran en cualquier nodo debe ser igual a la suma de las corrientes que salen de él. (A menudo se hace referencia a esta regla como **regla de los nodos**.)
2. La suma de las diferencias de potencial entre todos los elementos alrededor de cualquier espira cerrada del circuito debe ser cero. (Esta regla por lo general se denomina **regla de las mallas**.)

La regla de los nodos es un enunciado de la *conservación de la carga*. Cualquiera que sea la corriente que entre en un punto determinado de un circuito debe salir de ese punto porque la carga no puede acumularse o desaparecer en un punto. Si se aplica esta regla al nodo de la figura 16.12a, se obtiene

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Que la figura 16.12b representa un análogo mecánico del circuito que se muestra en la figura 16.12a. En este análogo, el agua fluye por una tubería ramificada sin fugas. El flujo en el tubo es igual al flujo total de las dos ramas.

La regla de las mallas es equivalente al principio de la *conservación de la energía*. Cualquier carga que se mueve alrededor de cualquier espira cerrada (malla) en un circuito (que comienza y termina en el mismo punto) debe ganar tanta energía como la que pierde. Gana energía cuando se bombea a través de una fuente de fem. Su energía puede disminuir en forma de una caída potencial $-IR$ a través de una resistencia o como resultado de un flujo en contrasentido al pasar una fuente de fem, desde la terminal positiva a la terminal negativa de la batería. En este último caso, la energía eléctrica se convierte en energía química cuando la batería se carga.

Al aplicar las reglas de Kirchhoff, usted debe tomar dos decisiones al principio del problema:

1. Asigne símbolos y direcciones a las corrientes en todas las ramas del circuito. No se preocupe por adivinar la dirección de una corriente incorrectamente; la respuesta resultante será negativa, *pero su magnitud será correcta.* (Debido a que las ecuaciones son *lineales* en las corrientes, todas las corrientes están a la primera potencia.)
2. Al aplicar la regla de las mallas se debe elegir una dirección para atravesar la espira y ser consistente al ir en sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario. Al recorrer la espira, registre las caídas de voltaje y suba de acuerdo con las siguientes reglas (resumidas en la figura 16.13, donde se supone que el movimiento ocurre desde el punto a hacia el punto b):
   - **a)** Si una resistencia es atravesada en la dirección de la corriente, el cambio en el potencial eléctrico a través de la resistencia es $-IR$ (figura 16.13a).
   - **b)** Si una resistencia es atravesada en la dirección opuesta a la corriente, el cambio de potencial eléctrico a través de la resistencia es $+IR$ (figura 16.13b).
   - **c)** Si una fuente de fem es atravesada en la dirección de la fem (de la terminal − a la terminal +), el cambio en el potencial eléctrico es $+\mathcal{E}$ (figura 16.13c).
   - **d)** Si una fuente de fem es atravesada en la dirección opuesta a la fem (de la terminal + a la terminal −), el cambio de potencial eléctrico es $-\mathcal{E}$ (figura 16.13d).

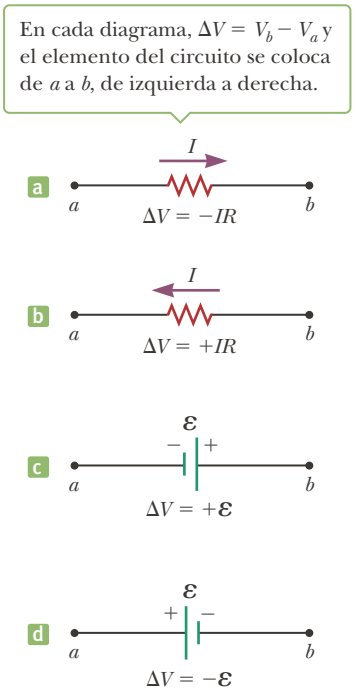


Figura 16.13 Reglas para determinar las diferencias de potencial a través de una resistencia y una batería, suponiendo que la batería no tiene resistencia interna.

Hay límites en el número de veces que se pueden usar las reglas de los nodos y de las mallas. Usted puede usar la regla de los nodos tan a menudo como sea necesario, siempre y cuando incluya una corriente en cada nueva ecuación del nodo que no se haya usado en una ecuación anterior de la regla de los nodos. (Si no se sigue este procedimiento, la nueva ecuación solo será una combinación de otras dos ecuaciones que ya tenga). En general, el número de veces que se puede usar la regla de los nodos es uno menos que el número de nodos en el circuito. La regla de las mallas también se puede usar tantas veces como sea necesario, siempre que aparezca un nuevo elemento de circuito (resistencia o batería) o una corriente en cada nueva ecuación. **Para resolver un problema de circuito en particular, se necesitan tantas ecuaciones independientes como incógnitas**.

Library of Congress Prints and Photographs Division, LC-USZ62-133715

Gustav Kirchhoff
Físico Alemán (1824-1887)
Junto al químico alemán Robert Bunsen, Kirchhoff, profesor de Heidelberg, inventó la espectroscopía. También formuló otra regla que establece: "Una sustancia fría absorberá la luz de las mismas longitudes de onda que emite cuando está caliente".

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Aplicación de las reglas de Kirchhoff a un circuito

1. **Asignar etiquetas y símbolos** a todas las cantidades conocidas y desconocidas.
2. **Asignar *direcciones* a las corrientes** en cada parte del circuito. Aunque la asignación de las direcciones de las corrientes es arbitraria, usted debe mantener sus opciones originales a lo largo del problema cuando aplique las reglas de Kirchhoff.

(*Continúa*)

3. **Aplicar la regla de los nodos** a cualquier nodo en el circuito. La regla se puede aplicar tantas veces como una nueva corriente (que no se haya usado en una ecuación previa) aparece en la ecuación resultante.
4. **Aplicar la regla de las mallas de Kirchhoff** a tantas mallas en el circuito como sea necesario para resolver las incógnitas. Para aplicar esta regla, usted debe identificar correctamente el cambio de potencial eléctrico al atravesar cada elemento de las mallas cerrado. ¡Cuidado con las señales!
5. **Resolver las ecuaciones** simultáneamente para las cantidades desconocidas, usando la sustitución o cualquier otro método familiar para el estudiante.
6. **Comprobar sus respuestas**, sustituyéndolas en las ecuaciones originales.

EJEMPLO 16.4 Aplicación de las reglas de Kirchhoff

OBJETIVO Utilizar las reglas de Kirchhoff para encontrar corrientes en un circuito con tres corrientes y una batería.

PROBLEMA Encuentre las corrientes en el circuito que se muestra en la figura 16.14 usando las reglas de Kirchhoff.

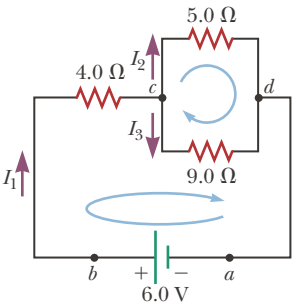


Figura 16.14 (Ejemplo 16.4)

ESTRATEGIA Hay tres corrientes desconocidas en este circuito, por lo que debemos obtener tres ecuaciones independientes que luego se pueden resolver por sustitución. Podemos encontrar las ecuaciones con una aplicación de la regla de los nodos y dos aplicaciones de la regla de las mallas. Elegimos el nodo *c*. (El nodo *d* da la misma ecuación.) Para las mallas, elegimos la inferior y la superior, ambas se indican con las flechas azules, que muestran la dirección en la que recorreremos el circuito en términos matemáticos (no necesariamente la dirección de la corriente). La tercera malla proporciona una ecuación que se puede obtener mediante una combinación lineal de las otras dos, por lo que no proporciona información adicional y no se usa.

SOLUCIÓN

Aplique la regla de los nodos al punto c. I_1 se dirige hacia el nodo, I_2 e I_3 se dirigen fuera del nodo.

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Seleccione la malla inferior y recórrala en el sentido de las manecillas del reloj comenzando en el punto *a*, y generando una ecuación con la regla de las mallas:

$$\sum \Delta V = \Delta V_{\text{bat}} + \Delta V_{4.0\,\Omega} + \Delta V_{9.0\,\Omega} = 0$$
$$6.0\text{ V} - (4.0\ \Omega)I_1 - (9.0\ \Omega)I_3 = 0$$

Seleccione la malla superior y recórrala en el sentido de las manecillas del reloj desde el punto c. ¡Observe la ganancia a través de la resistencia 9.0 Ω porque se recorre *contra* la dirección de la corriente!

$$\sum \Delta V = \Delta V_{5.0\,\Omega} + \Delta V_{9.0\,\Omega} = 0$$
$$-(5.0\ \Omega)I_2 + (9.0\ \Omega)I_3 = 0$$

Reescriba las tres ecuaciones, reordenando los términos y descartando unidades por el momento, por comodidad:

1) $I_1 = I_2 + I_3$
2) $4.0I_1 + 9.0I_3 = 6.0$
3) $-5.0I_2 + 9.0I_3 = 0$

Resuelva la ecuación 3) para I_2 y sustituya en la ecuación 1):

$$I_2 = 1.8I_3$$
$$I_1 = I_2 + I_3 = 1.8I_3 + I_3 = 2.8I_3$$

Sustituya esta última expresión en la ecuación 2) y despeje I_3:

$$4.0(2.8I_3) + 9.0I_3 = 6.0 \rightarrow I_3 = 0.30\text{ A}$$

Sustituya I_3 de nuevo en la ecuación 3) para obtener I_2:

$$-5.0I_2 + 9.0(0.30\text{ A}) = 0 \rightarrow I_2 = 0.54\text{ A}$$

Sustituya I_3 en la ecuación 2) para obtener I_1:

$$4.0I_1 + 9.0(0.30\text{ A}) = 6.0 \rightarrow I_1 = 0.83\text{ A}$$

COMENTARIOS Al sustituir estos valores en las ecuaciones originales verifique que son correctos, con pequeñas discrepancias debido al redondeo. El problema también se puede resolver combinando primero las resistencias.

PREGUNTA 16.4 ¿Cómo cambiarían las respuestas si todas las direcciones de las corrientes indicadas en la figura 16.14 estuvieran invertidas?

EJERCICIO 16.4 Suponga que la batería de 6.0 V es reemplazada por una batería de fem desconocida y un amperímetro mide $I_1 = 1.5$ A. Encuentre las otras dos corrientes y la fem de la batería.

RESPUESTAS $I_2 = 0.96$ A, $I_3 = 0.54$ A, $\mathcal{E} = 11$ V

Sugerencia 16.3 Más corriente va en la trayectoria de menor resistencia

Es posible que usted haya escuchado la afirmación: "La corriente toma la trayectoria de menor resistencia". Para una combinación de resistencias en paralelo, esta afirmación es inexacta porque la corriente sigue realmente todas las rutas. Sin embargo, la mayor parte de la corriente viaja en la trayectoria de menor resistencia.

EJEMPLO 16.5 Otra aplicación de las reglas de Kirchhoff

OBJETIVO Encontrar las corrientes en un circuito con tres corrientes y dos baterías cuando algunas direcciones de la corriente se eligen incorrectamente.

PROBLEMA Encuentre I_1, I_2 e I_3 en la figura 16.15a.

ESTRATEGIA Use las dos reglas de Kirchhoff, la regla de los nodos una vez y la regla de las mallas dos veces, para desarrollar tres ecuaciones para las tres corrientes desconocidas. Resuélvalas simultáneamente.

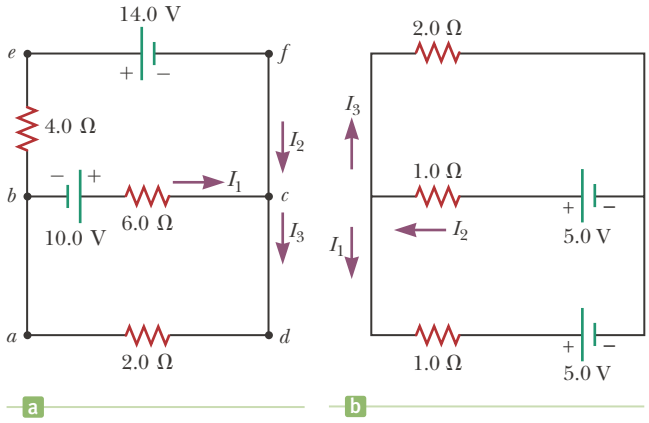


Figura 16.15
a) (Ejemplo 16.5)
b) (Ejercicio 16.5)

SOLUCIÓN

Aplique la regla de los nodos de Kirchhoff al nodo *c*. Debido a las direcciones de la corriente elegidas, I_1 e I_2 se dirigen al nodo e I_3 sale de él.

1) $I_3 = I_1 + I_2$

Aplique la regla de las mallas de Kirchhoff a las mallas *abcda* y *befcb*. (La malla *aefda* no aporta nueva información.) En la malla *befcb*, se obtiene un signo positivo cuando la resistencia de 6.0 Ω se atraviesa porque la dirección de la trayectoria es opuesta a la dirección de la corriente I_1.

2) Malla *abcda*: $10\text{ V} - (6.0\ \Omega)I_1 - (2.0\ \Omega)I_3 = 0$

3) Malla *befcb*: $-(4.0\ \Omega)I_2 - 14\text{ V} + (6.0\ \Omega)I_1 - 10\text{ V} = 0$

Usando la ecuación 1), elimine I_3 de la ecuación 2) (despreciando las unidades por el momento):

$$10 - 6.0I_1 - 2.0(I_1 + I_2) = 0$$

4) $10 = 8.0I_1 + 2.0I_2$

Divida cada término en la ecuación 3) entre 2 y reorganice la ecuación para que las corrientes estén en el lado derecho:

5) $-12 = -3.0I_1 + 2.0I_2$

Al restar la ecuación 5) de la ecuación 4) se elimina I_2 y se obtiene I_1:

$$22 = 11I_1 \quad \rightarrow \quad I_1 = \boxed{2.0\text{ A}}$$

Al sustituir este valor de I_1 en la ecuación 5) se obtiene I_2:

$$2.0I_2 = 3.0I_1 - 12 = 3.0(2.0) - 12 = -6.0\text{ A}$$
$$I_2 = \boxed{-3.0\text{ A}}$$

Por último, sustituya los valores de I_1 e I_2 que se encontraron en la ecuación 1) para obtener I_3:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 2.0\text{ A} - 3.0\text{ A} = \boxed{-1.0\text{ A}}$$

(*Continúa*)

COMENTARIOS El hecho de que I_2 e I_3 sean negativos indica que se eligieron direcciones incorrectas para estas corrientes. Sin embargo, las magnitudes son correctas. Elegir las direcciones correctas al principio no es importante porque las ecuaciones son lineales y las elecciones incorrectas solo dan como resultado un signo menos en la respuesta.

PREGUNTA 16.5 ¿Es posible que la corriente en una batería esté dirigida de la terminal positiva a la terminal negativa?

EJERCICIO 16.5 Encuentre las tres corrientes en la figura 16.15b. (¡Observe que la dirección de una corriente fue elegida deliberadamente errónea!)

RESPUESTAS $I_1 = -1.0$ A, $I_2 = 1.0$ A, $I_3 = 2.0$ A

16.5 Circuitos *RC*

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir la dependencia temporal de la carga sobre un capacitor en un circuito *RC*.
2. Definir la constante de tiempo y discutir su significado físico.
3. Evaluar las propiedades elementales de los circuitos *RC*.

Hasta ahora nos hemos ocupado de los circuitos con corrientes constantes. Ahora consideramos los circuitos de corriente directa que contienen capacitores, en los que las corrientes varían con el tiempo. Considere el circuito en serie de la figura 16.16. Suponga que el capacitor inicialmente está descargado con el interruptor abierto. Una vez que se cierra el interruptor, la batería empieza a cargar las placas del capacitor y la carga pasa a través de la resistencia. A medida que se carga el capacitor, el circuito lleva una corriente cambiante. El proceso de carga continúa hasta que el capacitor se carga a su valor de equilibrio máximo, $Q = C\mathcal{E}$, donde $\mathcal{E}$ es el voltaje máximo a través del capacitor. Una vez que el capacitor está completamente cargado, la corriente en el circuito es cero. Si suponemos que el capacitor está descargado antes de que el interruptor esté cerrado y si el interruptor está cerrado en $t = 0$, encontramos que la carga en el capacitor varía con el tiempo de acuerdo con la ecuación

$$q = Q(1 - e^{-t/RC}) \qquad [16.7]$$

donde $e = 2.718\ldots$ es la constante de Euler, la base del logaritmo natural. La figura 16.16b es una gráfica de esta ecuación. La carga es cero en $t = 0$ y se aproxima a su valor máximo, Q, cuando t se aproxima al infinito. El voltaje ΔV a través del capacitor en cualquier momento se obtiene dividiendo la carga entre la capacitancia: $\Delta V = q/C$.

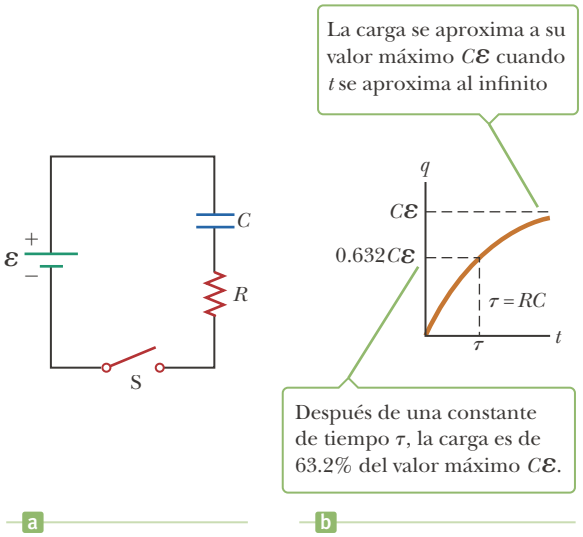


Figura 16.16 a) Un capacitor en serie con una resistencia, una batería y un interruptor. b) Una gráfica de la carga sobre el capacitor en función del tiempo después de que el interruptor en el circuito está cerrado.

Como usted puede ver en la ecuación 16.7, se necesitaría una cantidad infinita de tiempo, en este modelo, para que el capacitor se cargue por completo. La razón es matemática: cuando se obtiene esa ecuación se supone que las cargas son infinitamente pequeñas, mientras que en realidad la carga más pequeña es la de un electrón, con una magnitud igual a 1.60×10^{-19} C. Para propósitos prácticos, el capacitor está completamente cargado después de una cantidad de tiempo finita. El término RC que aparece en la ecuación 16.7 se denomina **constante de tiempo** τ (letra griega tau), por lo que

$$\tau = RC \qquad [16.8]$$

La constante de tiempo representa el tiempo requerido para que la carga aumente de cero a 63.2% de su valor máximo de equilibrio. Esto significa que en un periodo igual a una constante de tiempo, la carga en el capacitor aumenta de cero a $0.632Q$. Esto se puede observar al sustituir $t = \tau = RC$ en la ecuación 16.7 y despejar a q. (Observe que $1 - e^{-1} = 0.632$.) Es importante tener en cuenta que un capacitor se carga lentamente en un circuito con una constante de tiempo larga, mientras que se carga rápidamente en un circuito con una constante de tiempo corta. Después de un tiempo igual a diez constantes de tiempo, el capacitor está cargado más de 99.99 por ciento.

Consideremos ahora el circuito de la figura 16.17a, que consiste en un capacitor con una carga inicial Q, una resistencia y un conmutador. Antes de que se cierre el interruptor, la diferencia de potencial a través del capacitor cargado es Q/C. Una vez que el interruptor está cerrado, la carga comienza a fluir a través de la resistencia de una placa de capacitor a la otra hasta que el capacitor está completamente descargado. Si el interruptor está cerrado en $t = 0$, se puede demostrar que la carga q del capacitor varía con el tiempo de acuerdo con la ecuación

$$q = Qe^{-t/RC} \qquad [16.9]$$

La carga disminuye exponencialmente con el tiempo, como se muestra en la figura 16.17b. En el intervalo $t = \tau = RC$, la carga disminuye desde su valor inicial Q a $0.368Q$. En otras palabras, en un tiempo igual a una constante de tiempo, el capacitor pierde 63.2% de su carga inicial. Debido a que $\Delta V = q/C$, el voltaje a través del capacitor también disminuye exponencialmente con el tiempo según la ecuación $\Delta V = \mathcal{E}e^{-t/RC}$, donde $\mathcal{E}$ (que es igual a Q/C) es el voltaje inicial a través del capacitor completamente cargado.

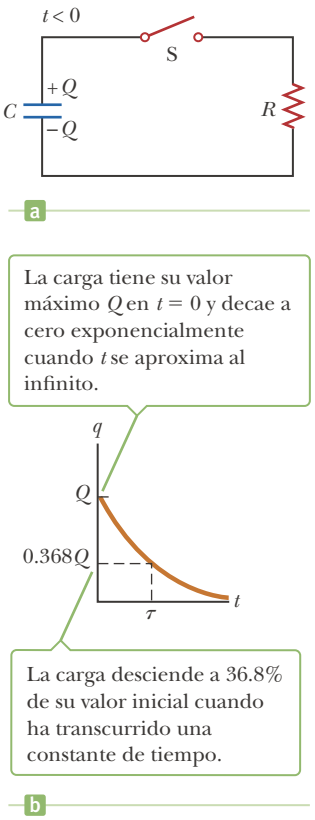


Figura 16.17 a) Un capacitor cargado conectado a una resistencia y un interruptor. b) Una gráfica de la carga sobre el capacitor en función del tiempo después de que el interruptor se cierra.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 16.4 Limpiaparabrisas con temporizador

Muchos automóviles están equipados con limpiaparabrisas que pueden funcionar de manera intermitente durante una lluvia ligera. ¿Cómo depende la operación de esta característica de la carga y la descarga de un capacitor?

EXPLICACIÓN Los limpiaparabrisas son parte de un circuito RC con una constante de tiempo que puede variar seleccionando diferentes valores de R a través de un conmutador multiposición. El breve tiempo en que los limpiaparabrisas permanecen encendidos y el tiempo en que están apagados son determinados por el valor de la constante de tiempo del circuito. ■

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 16.5 Crecimiento bacterial

En la investigación biológica relativa al crecimiento de la población, se usa una ecuación similar a las ecuaciones exponenciales encontradas en el análisis de los circuitos RC. Aplicada a una serie de bacterias, esta ecuación es

$$N_f = N_i 2^n$$

donde N_f es el número de bacterias presentes después de n tiempos de duplicación, N_i es el número presente inicialmente, y n es el número de ciclos de crecimiento o tiempos de duplicación. Los tiempos de duplicación varían según el organismo. El tiempo de duplicación es de unos 30 días para las bacterias responsables de la lepra y unos 20 minutos para la bacteria salmonella responsable de la intoxicación alimentaria. Suponga que solo 10 bacterias salmonellas encuentran su trayectoria en una pierna de pavo después de una comida de Acción de gracias. Cuatro horas más tarde vuelve para un bocadillo de medianoche. ¿Cuántas bacterias hay ahora?

EXPLICACIÓN El número de tiempos de duplicación es 240 min/20 min = 12. Así,

$$N_f = N_i 2^n = (10 \text{ bacterias})(2^{12}) = 40\,960 \text{ bacterias}$$

Por lo que su sistema tendrá que hacer frente a una invasión de alrededor de 41 000 bacterias, que seguirá duplicándose en un entorno muy prometedor. ■

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 16.6 Flashes de la carretera

Muchos sitios de construcción de carreteras tienen luces amarillas parpadeantes para advertir a los automovilistas de posibles peligros. ¿Qué causa que las luces parpadeen?

EXPLICACIÓN En la figura 16.18 se muestra un circuito típico para la luz intermitente. La lámpara L es una lámpara llena de gas que actúa como un circuito abierto hasta que una gran diferencia de potencial causa una descarga que emite una luz brillante. Durante esta descarga, la carga fluye a través del gas entre los electrodos de la lámpara. Cuando el interruptor está cerrado, la batería carga el capacitor. Al principio, la corriente es alta y la carga en el capacitor es baja, por lo que la mayor parte de la diferencia de potencial aparece a través de la resistencia R. A medida que el capacitor carga, más diferencia de potencial aparece a través de ella, reflejando la menor corriente y la menor diferencia de potencial a través de la resistencia. Al final, la diferencia de potencial a través del capacitor alcanza un valor en el que la lámpara tendrá un destello. Este destello o flash descarga el capacitor a través de la lámpara y el proceso de carga comienza de nuevo. El tiempo entre los destellos se puede ajustar cambiando la constante de tiempo del circuito RC. ■

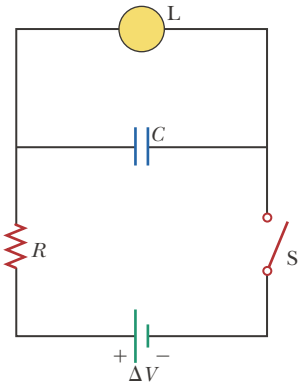


Figura 16.18 (Aplicación de la física 16.6)

Cuestionario rápido

16.9 El interruptor se cierra en la figura 16.19. Después de un largo tiempo en comparación con la constante de tiempo del circuito, ¿cuál será la corriente en la resistencia de 2 Ω? a) 4 A; b) 3 A; c) 2 A; d) 1 A, o e) Se necesita más información.

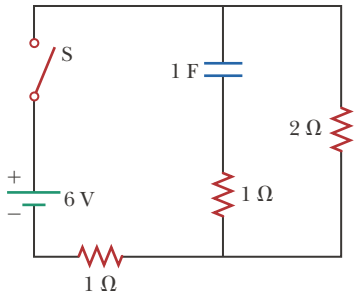


Figura 16.19 (Cuestionario rápido 16.9)

EJEMPLO 16.6 Carga de un capacitor en un circuito *RC*

OBJETIVO Calcular las propiedades elementales de un circuito RC simple.

PROBLEMA Un capacitor sin carga y una resistencia están conectados en serie a una batería, como en la figura 16.16a. Si $\mathcal{E} = 12.0$ V, $C = 5.00\ \mu$F y $R = 8.00 \times 10^5\ \Omega$, determine a) la constante de tiempo del circuito, b) la carga máxima del capacitor, c) la carga en el capacitor después de 6.00 S, d) la diferencia de potencial a través de la resistencia después de 6.00 s y e) la corriente en la resistencia en ese momento.

ESTRATEGIA Encontrar la constante de tiempo en el inciso a) requiere sustituir en la ecuación 16.8. Para el inciso b), la carga máxima se produce después de un tiempo largo, cuando la corriente ha caído a cero. Por la ley de Ohm, $\Delta V = IR$, la diferencia de potencial a través de la resistencia es también cero en ese momento y la regla de mallas de Kirchhoff entonces proporciona la carga máxima. Encontrar la carga en un momento determinado, como en el inciso c), es cuestión de sustituir en la ecuación 16.7. La regla de las mallas de Kirchhoff y la ecuación de capacitancia se pueden usar para encontrar indirectamente la caída potencial a través de la resistencia en el inciso d), y entonces con la ley de Ohm se obtiene la corriente.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la constante de tiempo del circuito.

Use la definición de la constante de tiempo, ecuación 16.8:

$$\tau = RC = (8.00 \times 10^5\ \Omega)(5.00 \times 10^{-6}\ \text{F}) = 4.00\ \text{s}$$

b) Calcule la carga máxima en el capacitor.

Aplique la regla de las mallas de Kirchhoff al circuito RC, en el sentido de las manecillas del reloj, lo que significa que la diferencia de voltaje a través de la batería es positiva y las diferencias a través del capacitor y la resistencia son negativas:

$$\textbf{1)}\quad \Delta V_{\text{bat}} + \Delta V_C + \Delta V_R = 0$$

A partir de la definición de capacitancia (ecuación 14.8) y de la ley de Ohm, tenemos $\Delta V_C = -q/C$ y $\Delta V_R = -IR$. Estas son caídas de voltaje, por lo que son negativas. También, $\Delta V_{\text{bat}} = +\mathcal{E}$.

$$\textbf{2)}\quad \mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

Cuando se alcanza la carga máxima $q = Q$, $I = 0$. Despeje la carga máxima en la ecuación 2):

$$\mathcal{E} - \frac{Q}{C} = 0 \quad \rightarrow \quad Q = C\mathcal{E}$$

Sustituya para encontrar la carga máxima:

$$Q = (5.00 \times 10^{-6}\ \text{F})(12.0\ \text{V}) = 60.0\ \mu\text{C}$$

c) Encuentre la carga en el capacitor después de 6.00 s. Substituya en la ecuación 16.7:

$$q = Q(1 - e^{-t/\tau}) = (60.0\ \mu\text{C})(1 - e^{-6.00\ \text{s}/4.00\ \text{s}}) = 46.6\ \mu\text{C}$$

d) Calcule la diferencia de potencial a través de la resistencia después de 6.00 s.

Calcule la caída de voltaje ΔV_C a través del capacitor en ese momento:

$$\Delta V_C = -\frac{q}{C} = -\frac{46.6\ \mu\text{C}}{5.00\ \mu\text{F}} = -9.32\ \text{V}$$

Despeje ΔV_R en la ecuación 1) y sustituya:

$$\Delta V_R = -\Delta V_{\text{bat}} - \Delta V_C = -12.0\ \text{V} - (-9.32\ \text{V}) = -2.68\ \text{V}$$

e) Encuentre la corriente en la resistencia después de 6.00 s.

Aplique la ley de Ohm, usando los resultados del inciso d) (recuerde que $\Delta V_R = -IR$):

$$I = \frac{-\Delta V_R}{R} = \frac{-(-2.68\ \text{V})}{(8.00 \times 10^5\ \Omega)} = 3.35 \times 10^{-6}\ \text{A}$$

COMENTARIOS Al resolver este problema, prestamos atención escrupulosamente a los signos. Estos signos se deben elegir siempre cuando se aplica la regla de las mallas de Kirchhoff y deben permanecer coherentes a lo largo del problema. Alternativamente, pueden usarse las magnitudes y los signos elegidos por intuición física. Por ejemplo, la magnitud de la diferencia de potencial a través de la resistencia debe ser igual a la magnitud de la diferencia de potencial a través de la batería menos la magnitud de la diferencia potencial a través del capacitor.

PREGUNTA 16.6 En un circuito *RC* como se representa en la figura 16.16a, ¿qué sucede con el tiempo requerido para que el capacitor se cargue a la mitad de su valor máximo si se aumenta la resistencia o capacitancia? a) Aumenta. b) Disminuye. c) Sigue siendo el mismo.

EJERCICIO 16.6 Determine a) la carga sobre el capacitor después de que han transcurrido 2.00 s, b) la magnitud de la diferencia potencial a través del capacitor después de 2.00 s y c) la magnitud de la diferencia de potencial a través de la resistencia en ese mismo tiempo.

RESPUESTAS a) 23.6 μC; b) 4.72 V; c) 7.28 V

EJEMPLO 16.7 Descarga de un capacitor en un circuito *RC*

OBJETIVO Calcular algunas propiedades elementales de un capacitor de descarga en un circuito *RC*.

PROBLEMA Considere un capacitor C descargado a través de una resistencia R como en la figura 16.17a (página 563). a) ¿Cuánto tarda la carga en el capacitor en caer a un cuarto de su valor inicial? Responda en múltiplos de τ. b) Calcule la carga inicial y la constante de tiempo y c) el tiempo que tarda en descargar todo, excepto el último cuanto de carga, 1.60×10^{-19} C si la diferencia de potencial inicial a través del capacitor es de 12.0 V, la capacitancia es igual a 3.50×10^{-6} F y la resistencia es de 2.00 Ω. (Suponga una disminución exponencial durante todo el proceso de descarga.)

ESTRATEGIA Este problema requiere la sustitución de valores dados en varias ecuaciones, así como algunas manipulaciones algebraicas que implican el logaritmo natural. En el inciso a) haga $q = \frac{1}{4}Q$ en la ecuación 16.9 para la descarga de un capacitor, donde Q es la carga inicial y despeje el tiempo t. En el inciso b) sustituya en las ecuaciones 14.8 y 16.8 para encontrar la carga inicial del capacitor y la constante de tiempo, respectivamente. En el inciso c) sustituya los resultados del inciso b) y la carga final $q = 1.60 \times 10^{-19}$ C en la ecuación de descarga del capacitor, despejando de nuevo el tiempo.

SOLUCIÓN

a) ¿Cuánto tiempo tarda la carga en el capacitor en reducirse a una cuarta parte de su valor inicial?

Aplique la ecuación 16.9

$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$

(*Continúa*)

Sustituya $q(t) = Q/4$ en la ecuación anterior y elimine Q:

$$\tfrac{1}{4}Q = Qe^{-t/RC} \quad \rightarrow \quad \tfrac{1}{4} = e^{-t/RC}$$

Tome los logaritmos naturales de ambos lados y despeje el tiempo t:

$$\ln\left(\tfrac{1}{4}\right) = -t/RC$$

$$t = -RC\ln\left(\tfrac{1}{4}\right) = 1.39RC = 1.39\tau$$

b) Calcule la carga inicial y la constante de tiempo de los datos dados.

Use la ecuación de capacitancia para encontrar la carga inicial:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \rightarrow \quad Q = C\,\Delta V = (3.50 \times 10^{-6}\ \text{F})(12.0\ \text{V})$$

$$Q = 4.20 \times 10^{-5}\ \text{C}$$

Ahora calcule la constante de tiempo:

$$\tau = RC = (2.00\ \Omega)(3.50 \times 10^{-6}\ \text{F}) = 7.00 \times 10^{-6}\ \text{s}$$

c) ¿Cuánto tiempo tarda en descargase por completo, excepto el último cuanto de carga?

Aplique la ecuación 16.9, divida entre Q y tome logaritmos naturales de ambos lados:

$$q(t) = Qe^{-t/\tau} \quad \rightarrow \quad e^{-t/\tau} = \frac{q}{Q}$$

Tome logaritmos naturales de ambos lados:

$$-t/\tau = \ln\left(\frac{q}{Q}\right) \quad \rightarrow \quad t = -\tau\ln\left(\frac{q}{Q}\right)$$

Sustituya $q = 1.60 \times 10^{-19}$ C y los valores de Q y τ encontrados en el inciso b):

$$t = -(7.00 \times 10^{-6}\ \text{s})\ln\left(\frac{1.60 \times 10^{-19}\ \text{C}}{4.20 \times 10^{-5}\ \text{C}}\right)$$

$$= 2.32 \times 10^{-4}\ \text{s}$$

COMENTARIOS El inciso a) muestra cómo la información útil se puede obtener a menudo incluso cuando no se conocen detalles respecto a capacitancias, resistencias o voltajes. El inciso c) demuestra que los capacitores pueden descargarse (o cargarse) rápidamente, a pesar de la forma matemática de las ecuaciones 16.7 y 16.9, que indican que se necesitaría un tiempo infinito.

PREGUNTA 16.7 Suponga que el voltaje inicial que se usó para cargar el capacitor se duplicó. ¿El tiempo requerido para la descarga de todos, excepto del último cuanto de carga a) aumentará, b) disminuirá o c) permanecerá igual?

EJERCICIO 16.7 Suponga que el mismo tipo de circuito en serie tiene $R = 8.00 \times 10^4\ \Omega$, $C = 5.00\ \mu$F y un voltaje inicial a través del capacitor de 6.00 V. a) ¿Cuánto tiempo le toma al capacitor perder la mitad de su carga inicial? b) ¿Cuánto tiempo se tarda en perder todos los últimos 10 electrones en la placa negativa?

RESPUESTAS a) 0.277 s; b) 12.2 s

16.6 Circuitos domésticos

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Describir las propiedades fundamentales de los circuitos domésticos.

Los circuitos domésticos son una aplicación práctica de algunas de las ideas presentadas en este capítulo. En una instalación típica, la compañía distribuye energía eléctrica a las casas con un par de alambres o líneas eléctricas. Los dispositivos eléctricos en una casa se conectan entonces en paralelo a estas líneas, como se muestra en la figura 16.20. La diferencia de potencial entre los dos alambres es de aproximadamente 120 V. (Estas corrientes y voltajes son en realidad corrientes y voltajes alternos, pero para la presente discusión supondremos que son corrientes y voltajes continuos.) Uno de los alambres está conectado a tierra y el otro, a veces llamado el alambre "caliente", tiene un potencial de 120 V. Un medidor y un interruptor (o un fusible) están conectados en serie con el cable que entra en la casa, como se indica en la figura.

En los hogares modernos, se utilizan interruptores automáticos en lugar de fusibles. Cuando la corriente en un circuito excede algún valor (por lo común 15 A o 20 A), el disyuntor actúa como interruptor y abre el circuito. La figura 16.21 muestra un diseño para un disyuntor. La corriente pasa a través de una banda bimetálica, cuya parte superior se curva hacia la izquierda cuando la corriente excesiva la calienta. Si la tira se inclina lo suficiente hacia la izquierda, se instala en una ranura en la barra de metal con resorte. Cuando esto ocurre, la barra cae lo suficiente para abrir el circuito en el punto de contacto. La barra también activa un interruptor que indica que el disyuntor no está operando (Después de que se quita la sobrecarga, es posible volver a encender el interruptor). Los cortacircuitos basados en este diseño tienen la desventaja de que se necesita algún tiempo para el calentamiento de la tira, por lo que el circuito no se puede abrir con suficiente rapidez cuando está sobrecargado. Por lo tanto, muchos disyuntores ahora están diseñados para usar electroimanes (que se analizan en el capítulo 17).

El cable y el interruptor automático se seleccionan cuidadosamente para satisfacer las demandas actuales de un circuito. Si el circuito transportará corrientes tan grandes como 30 A, se debe usar un cable resistente y un disyuntor apropiado. Los circuitos domésticos que normalmente se usan para alimentar lámparas y pequeños electrodomésticos a menudo requieren solo 20 A. Cada circuito tiene su propio interruptor para acomodar su máxima carga segura.

Por ejemplo, considere un circuito que alimenta un tostador, un horno de microondas y un calentador (representados por R_1, R_2 y R_3 en la figura 16.20). Usando la ecuación $P = I\Delta V$ podemos calcular la corriente transportada por cada aparato. El tostador, con una potencia nominal de 1 000 W, toma una corriente de $1\,000/120 = 8.33$ A. El horno de microondas, con una potencia nominal de 800 W, toma una corriente de 6.67 A y el calentador, de 1 300 W, de 10.8 A. Si los tres aparatos funcionan simultáneamente, se toma una corriente total de 25.8 A. Por lo tanto, el interruptor debe ser capaz de manejar al menos esta corriente, o bien se quemará. Como alternativa, el tostador y el horno de microondas podrían funcionar en un circuito de 20 A con el calentador en un circuito separado de 20 A.

Muchos aparatos domésticos de servicio pesado, como estufas eléctricas y secadoras de ropa, requieren 240 V para funcionar. La compañía eléctrica suministra este voltaje proporcionando, además de un cable vivo que está a 120 V del potencial de tierra, otro alambre, también considerado vivo, que está a 120 V debajo del potencial de tierra (figura 16.22, página 568). Por lo tanto, la caída de potencial a través de los dos alambres vivos es de 240 V. Un aparato que funciona desde una línea de 240 V requiere la mitad de la corriente de uno que opera desde una línea de 120 V; en consecuencia, es posible usar alambres más pequeños en el circuito de alto voltaje sin que se sobrecalienten.

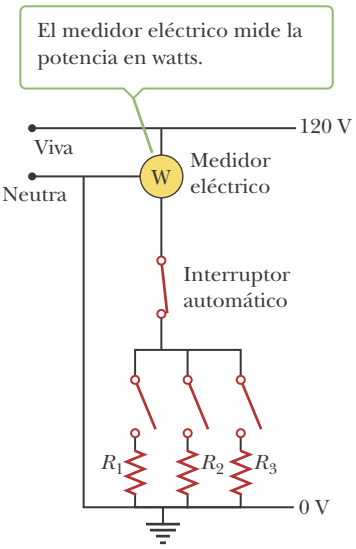


Figura 16.20 Diagrama de cableado de un circuito doméstico. Las resistencias R_1, R_2 y R_3 representan aparatos u otros dispositivos eléctricos que funcionan con un voltaje aplicado de 120 V.

APLICACIÓN

Fusibles e interruptores automáticos

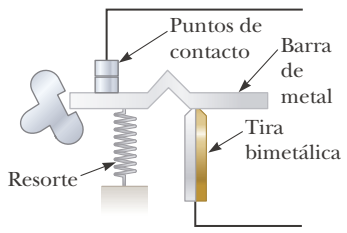


Figura 16.21 Disyuntor en el que se utiliza una tira bimetálica para su funcionamiento.

16.7 Seguridad eléctrica

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Describir varios aspectos importantes de la seguridad eléctrica.

Una persona se puede electrocutar al tocar un alambre vivo mientras está en contacto con la tierra. Este peligro a menudo se debe al aislamiento desgastado que expone el alambre conductor. El contacto con el suelo puede ocurrir al tocar una tubería de agua (que normalmente está a potencial de tierra) o al tocar el suelo con los pies húmedos porque el agua impura es un buen conductor. Obviamente, estas situaciones deben evitarse a toda costa.

La descarga eléctrica puede provocar quemaduras fatales o un mal funcionamiento de los músculos de los órganos vitales, como el corazón. El grado de daño al cuerpo depende de la magnitud de la corriente, de la cantidad de tiempo en que actúa y de la parte del cuerpo a través de la cual pasa. Corrientes de 5 mA o menos pueden causar una sensación de choque, pero normalmente hacen poco o ningún daño. Si la corriente es mayor de aproximadamente 10 mA, los músculos de la mano

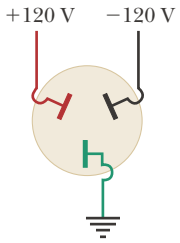
APLICACIÓN

Tercer alambre en aparatos domésticos

se contraen y la persona puede ser incapaz de soltar el cable vivo. Si una corriente de aproximadamente 100 mA pasa a través del cuerpo por solo unos segundos, puede ser fatal. Estas grandes corrientes paralizan los músculos respiratorios. En algunos casos, las corrientes de alrededor de 1 A a través del cuerpo producen quemaduras graves (y a veces graves).

Como una característica de seguridad adicional para los consumidores, los fabricantes de equipos eléctricos ahora usan cables eléctricos que tienen un tercer alambre, llamado un *caso de tierra*. Para entender cómo funciona, considere el taladro que se usa en la figura 16.23. Un dispositivo de dos alambres tiene uno, llamado alambre "caliente", conectado al potencial alto (120 V) de la línea de alimentación de entrada, mientras que el segundo está conectado a tierra (0 V). Si el alambre de alto voltaje entra en contacto con la cubierta del taladro (figura 16.23a), se produce un cortocircuito. En esta circunstancia indeseable, la trayectoria para la corriente va del alambre de alto voltaje, pasando por la persona que sostiene el taladro, hasta la Tierra, una trayectoria que puede ser fatal. La protección la proporciona un tercer cable, conectado a la cubierta del taladro (figura 16.23b). En este caso, si ocurre un cortocircuito, la trayectoria de menor resistencia para la corriente va del alambre de alto voltaje, pasando por la cubierta, hasta llegar de nuevo a tierra a través del tercer alambre. La alta corriente producida fundirá los fusibles o disparará un interruptor de circuito antes de que el consumidor se lesione.

Las tomas de energía especiales llamadas interruptores de falla a tierra (GFI) se utilizan ahora en cocinas, baños, sótanos y otras áreas peligrosas de las viviendas nuevas. Están diseñados para proteger a las personas de choques eléctricos mediante la detección de pequeñas corrientes, aproximadamente 5 mA y mayores, fugadas a tierra. Cuando se detecta una corriente por encima de este nivel, el dispositivo apaga (interrumpe) la corriente en menos de un milisegundo. (Los interruptores de falla a tierra se analizarán en el capítulo 18.)

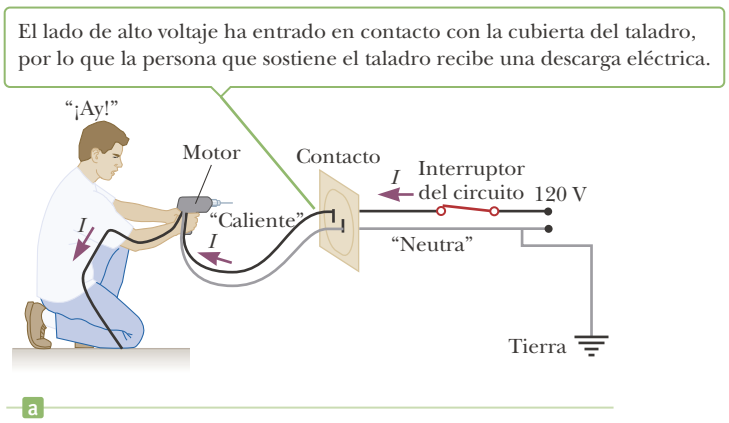


a

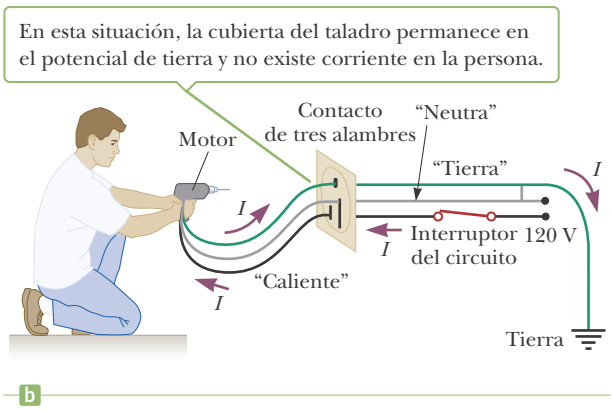
b

© Cengage Learning/George Semple

Figura 16.22 a) Las conexiones para cada una de las aberturas en una toma de 240 V. b) Una toma para la conexión a una alimentación de 240 V.



a



b

Figura 16.23 El alambre "caliente" (o "vivo"), a 120 V, siempre incluye un interruptor automático por seguridad. a) Cuando el taladro funciona con dos alambres, el recorrido de la corriente normal va desde el alambre "caliente", a través de las conexiones del motor, y de vuelta a tierra a través del alambre "neutro". b) El choque se puede evitar con un tercer alambre que va de la caja del taladro hasta el suelo. Los colores del alambre representan los estándares eléctricos: el alambre "caliente" es negro, el alambre a tierra es verde y el neutro es blanco (se muestra como gris en la figura).

16.8 Conducción de las señales eléctricas por las neuronas[2] BIO

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir la conducción de señales eléctricas por las neuronas.
2. Describir la estructura y los principios operativos de las neuronas.

El uso más notable de los fenómenos eléctricos en los organismos vivos se encuentra en el sistema nervioso de los animales. Las células especializadas en el cuerpo llamadas **neuronas** forman una red compleja que recibe, procesa y transmite información de una parte del cuerpo a otra. El centro de esta red se encuentra en el cerebro, que tiene la capacidad de almacenar y analizar información. Con base en esta información, el sistema nervioso controla las partes del cuerpo.

El sistema nervioso es muy complejo y consta de aproximadamente 10^{10} neuronas interconectadas. Algunos aspectos del sistema nervioso son bien conocidos. En las últimas décadas se ha establecido el método de propagación de señal a través del sistema nervioso. Los mensajes transmitidos por las neuronas son pulsos de voltaje llamados *potenciales de acción*. Cuando una neurona recibe un estímulo muy fuerte, produce pulsos de voltaje idénticos que se propagan activamente a lo largo de su estructura. La fuerza del estímulo se transmite por el número de pulsos producidos. Cuando los pulsos llegan al final de la neurona, activan las células musculares u otras neuronas. Hay un "umbral de disparo" para las neuronas: los potenciales de acción se propagan a lo largo de una de ellas solo si el estímulo es suficientemente fuerte.

Las neuronas se pueden dividir en tres clases: sensitivas, motrices e interneuronas. Las neuronas sensitivas reciben estímulos de los órganos sensoriales que monitorean el ambiente externo e interno del cuerpo. Dependiendo de sus funciones especializadas, transmiten mensajes sobre factores como luz, temperatura, presión, voltaje muscular y olor a los centros superiores del sistema nervioso. Las neuronas motrices llevan mensajes que controlan las células musculares. Esos mensajes se basan en la información proporcionada por las neuronas sensoriales y por el cerebro. Las interneuronas transmiten información de una neurona a otra.

Cada neurona se compone de un cuerpo celular al que están conectados los extremos de entrada denominados **dendritas** y una larga cola llamada **axón**, que transmite las señales lejos de la célula (figura 16.24). El extremo lejano del axón se ramifica en terminaciones nerviosas que transmiten señales a través de pequeños huecos a otras neuronas o a células musculares. En la figura 16.25 se muestra un simple circuito de neuronas sensoriomotrices. Un estímulo de un músculo produce impulsos nerviosos que viajan a la columna vertebral. Aquí la señal se transmite a una neurona motriz, que a su vez envía impulsos para controlar el músculo. La figura 16.26 muestra una imagen de microscopio electrónico de las neuronas en el cerebro.

El axón, que es una extensión de la célula neuronal, conduce impulsos eléctricos lejos del cuerpo celular. Algunos axones son en extremo largos. En los seres humanos, por ejemplo, los axones que conectan la columna vertebral con los dedos de las manos y los pies tienen más de 1 m de longitud. La neurona puede transmitir mensajes debido a las características eléctricas activas especiales del axón. (El axón sirve como fuente **activa** de energía, como una batería, y no como un pedazo **pasivo** de alambre resistivo.) Gran parte de la información acerca de las propiedades eléctricas y químicas del axón se obtiene insertando pequeñas sondas en forma de aguja. La figura 16.27 (página 570) muestra una configuración experimental.

Observe que el exterior del axón está conectado a tierra, por lo que todos los voltajes se miden respecto a un potencial cero en el exterior. Con estas sondas es posible inyectar corriente en el axón, medir el potencial de acción resultante en función del tiempo en un punto fijo y tomar muestras de la composición química de la célula. Estos experimentos son generalmente difíciles de realizar porque el diámetro de la mayoría de los axones es muy pequeño. Incluso los axones más grandes del sistema nervioso humano tie-

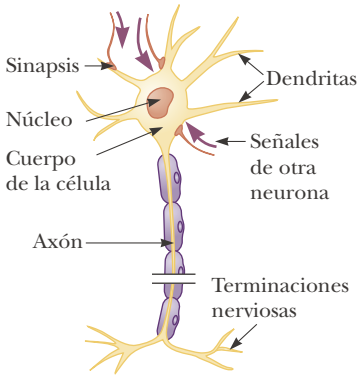


Figura 16.24 Diagrama de una neurona

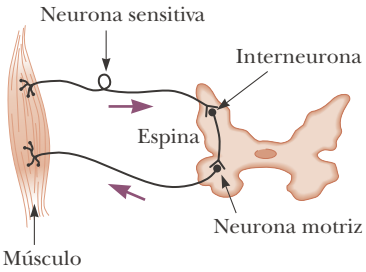
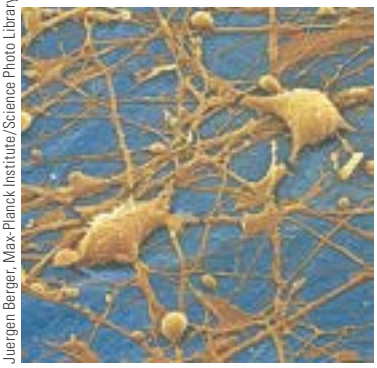


Figura 16.25 Un circuito neuronal simple.



Juergen Berger, Max-Planck Institute/Science Photo Library/Science Source

Figura 16.26 Neurona estrellada de corteza humana.

[2]Esta sección se basa en un ensayo de Paul Davidovits del Boston College.

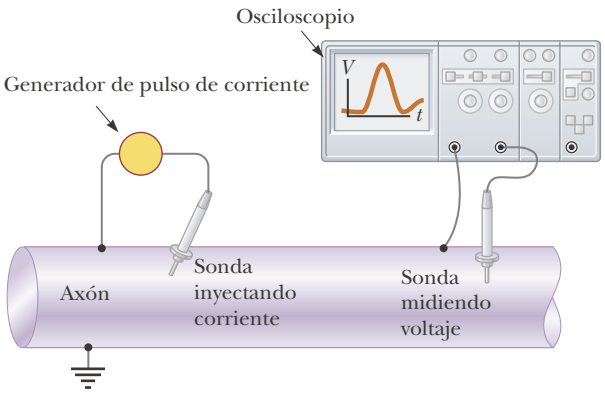


Figura 16.27 Un axón estimulado eléctricamente. La sonda izquierda inyecta un pulso corto de corriente y la sonda derecha mide el potencial de acción resultante en función del tiempo.

nen un diámetro de aproximadamente 20×10^{-4} cm. Sin embargo, el calamar gigante, tiene un axón con un diámetro de unos 0.5 mm, que es suficientemente grande para la inserción conveniente de las sondas. Gran parte de la información sobre la transmisión de la señal en el sistema nervioso proviene de experimentos con el axón del calamar.

En el ambiente acuoso del cuerpo, las sales y otras moléculas se disocian en iones positivos y negativos. Como resultado, los fluidos corporales son relativamente buenos conductores de electricidad. El interior del axón se llena con un fluido iónico que se separa del fluido corporal circundante por una delgada membrana que es solo de aproximadamente 5 nm a 10 nm de espesor. Las resistividades de los fluidos internos y externos son aproximadamente iguales, pero sus composiciones químicas son en esencia diferentes. El líquido externo es similar al agua de mar: sus solutos iónicos son en su mayoría iones de sodio positivos e iones de cloruro negativos. Dentro del axón, los iones positivos son en su mayoría iones de potasio y los iones negativos son grandes iones orgánicos.

Normalmente, las concentraciones de sodio y los iones de potasio dentro y fuera del axón se igualan por difusión. Sin embargo, el axón, es una célula viva con un suministro de energía y puede cambiar la permeabilidad de sus membranas en una escala de tiempo de milisegundos.

Cuando el axón no conduce un pulso eléctrico, la membrana del axón es muy permeable a los iones de potasio, ligeramente permeable a los iones de sodio, e impermeable a los grandes iones orgánicos. En consecuencia, aunque los iones de sodio no pueden entrar fácilmente en el axón, los iones de potasio pueden dejarlo. A medida que los iones de potasio abandonan el axón, sin embargo, dejan atrás grandes iones orgánicos negativos, que no pueden seguir a través de la membrana. Como resultado, se acumula un potencial negativo dentro del axón respecto al exterior. El potencial negativo final alcanzado, que se ha medido a aproximadamente -70 mV, retiene el flujo de iones de potasio de modo que en equilibrio la concentración de iones permanece como ya se ha indicado.

El mecanismo para la producción de una señal eléctrica por parte de la neurona es simple desde el punto de vista conceptual, pero fue experimentalmente difícil de resolver. Cuando una neurona cambia su potencial de reposo debido a un estímulo adecuado, las propiedades de su membrana cambian de manera local. Como resultado, hay un flujo repentino de iones de sodio en la célula que dura unos 2 ms. Este flujo produce el pico de +30 mV en el potencial de acción que se muestra en la figura 16.28a. Inmediatamente después, se produce un aumento del flujo de iones de potasio fuera de la célula que restaura el potencial de acción en reposo de -70 mV en un tiempo adicional de 3 ms. Ambos flujos de iones Na^+ y K^+ se han medido usando trazadores de Na y K radiactivos. La señal nerviosa se ha medido para viajar a lo largo del axón a velocidades de 50 m/s a aproximadamente 150 m/s. Este flujo de partículas cargadas (o transmisión de señal) en un axón nervioso es *diferente* a la transmisión de señales en un alambre metálico. En un axón, las cargas se desplazan de modo perpendicular en la dirección de desplazamiento de la señal nerviosa y esta se mueve con mayor lentitud que un pulso de voltaje que se desplaza a lo largo de un alambre metálico.

Aunque no se entiende la estructura tan compleja del axón ni cómo se abren y cierran los canales de iones Na^+ y K^+, se pueden usar los conceptos de corriente eléctrica y de capacitancia estándar para analizar a los axones. Se deja como problema (problema 41) mostrar que el axón, que tiene cargas iguales y opuestas separadas por una delgada membrana dieléctrica, actúa como un capacitor.

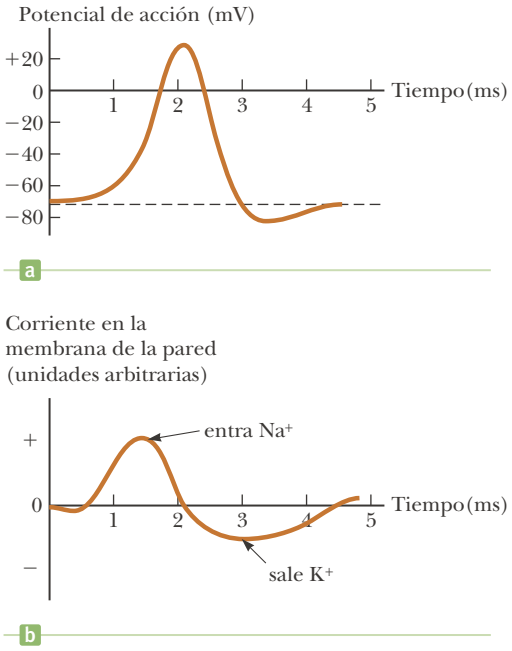


Figura 16.28 a) Potencial de acción típico en función del tiempo. b) Corriente en la pared de la membrana del axón como una función del tiempo.

RESUMEN

16.1 Fuentes de fem

Cualquier dispositivo, como una batería o un generador, que aumenta la energía potencial eléctrica de las cargas en un circuito eléctrico se llama **fuente de fem**. Las baterías convierten la energía química en energía potencial eléctrica y los generadores convierten la energía mecánica en energía potencial eléctrica.

El voltaje terminal ΔV de una batería está dado por

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir \qquad [16.1]$$

donde ε es la fem de la batería, I es la corriente y r es la resistencia interna de la batería. Por lo general, la resistencia interna es suficientemente pequeña para despreciarse.

16.2 Resistencias en serie

La **resistencia equivalente** de un conjunto de resistencias conectadas en **serie** es

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots \qquad [16.4]$$

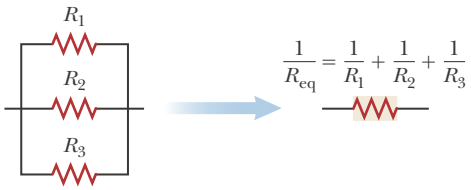
Varias resistencias en serie se pueden reemplazar con una sola resistencia equivalente.

La corriente se mantiene a un valor constante a medida que pasa a través de una serie de resistencias. La diferencia de potencial entre dos resistencias en serie es distinta, a menos que las resistencias tengan la misma resistencia.

16.3 Resistencias en paralelo

La **resistencia equivalente** de un conjunto de resistencias conectadas en **paralelo** es

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots \qquad [16.6]$$



Varias resistencias en paralelo se pueden reemplazar con una sola resistencia equivalente

La diferencia de potencial entre dos resistencias en paralelo es la misma; la corriente en cada resistencia, sin embargo, será diferente a menos que las dos resistencias sean iguales.

16.4 Reglas de Kirchhoff y circuitos complejos de CD

Los circuitos complejos se pueden analizar usando las **reglas de Kirchhoff**:

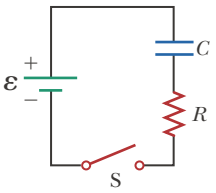
1. La suma de las corrientes que entran en cualquier nodo debe ser igual a la suma de las corrientes que salen de él.
2. La suma de las diferencias de potencial entre todos los elementos alrededor de cualquier malla de circuito cerrado debe ser cero.

La primera regla, llamada regla de los nodos, es un enunciado de **conservación de la carga**. La segunda, llamada regla de las mallas, es un enunciado de **conservación de la energía**. Resolver problemas implica usar estas reglas para generar tantas ecuaciones como corrientes desconocidas. Las ecuaciones se pueden resolver de manera simultánea.

16.5 Circuitos *RC*

En un circuito *RC* simple con una batería, una resistencia y un capacitor en serie, la carga en el capacitor aumenta de acuerdo con la ecuación

$$q = Q(1 - e^{-t/RC}) \qquad [16.7]$$



Un circuito *RC* con una batería y una resistencia carga un capacitor cuando el interruptor está cerrado.

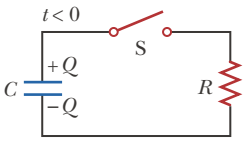
El término *RC* en la ecuación 16.7 se llama **constante de tiempo** τ (letra griega tau), por lo que

$$\tau = RC \qquad [16.8]$$

La constante de tiempo representa el tiempo requerido para que la carga aumente de cero a 63.2% de su valor máximo de equilibrio.

Un circuito *RC* simple que consiste en una resistencia y un capacitor cargado en serie lo descarga de acuerdo con la expresión

$$q = Qe^{-t/RC} \qquad [16.9]$$



Un circuito *RC* con un capacitor cargado lo descarga a través de una resistencia cuando se cierra el interruptor.

Los problemas se pueden resolver sustituyendo los valores de q, Q, t o τ en estas ecuaciones. El voltaje ΔV a través del capacitor en cualquier momento se obtiene dividiendo la carga entre la capacitancia: $\Delta V = q/C$. Usando la regla de las mallas de Kirchhoff se obtiene la diferencia de potencial a través de la resistencia. La ley de Ohm aplicada a la resistencia entonces proporciona la corriente.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de matemáticas** Determine los valores de a) I_1 y b) I_2 que satisfacen las dos ecuaciones siguientes: $9.00 + 3.00\ I_1 - 2.00\ I_2 = 0$ y $-2.00\ I_1 + I_2 = 0$. (Véase también la sección 16.4.)
2. **Repaso de matemáticas** Determine los valores de a) I_1, b) I_2 y c) I_3 que satisfacen las tres ecuaciones siguientes: $-I_1 + I_2 + I_3 = 5.00$, $-3.00\ I_1 + I_2 = 0$, y $I_1 + I_3 = 0$.
3. **Repaso de matemáticas** Suponga que la carga q en un capacitor está dada por $q = (3.00\ \text{C})\ e^{-t/(0.200\ \text{s})}$. Halle a) el valor de q cuando $t = 0.040\ 0$ s y b) el valor de t cuando $q = 1.20$ C. (Véase también la sección 16.5.)
4. **Repaso de física** Determine la carga en un capacitor de 25.0 μF cuando se conecta a una batería de 12.0 V. (Véase la sección 14.6.)
5. **Repaso de física** Dos capacitores tienen capacitancias de 2.00 μF y 0.500 μF. Determine la capacitancia equivalente si están conectadas a) en paralelo y b) en serie. (Véase la sección 14.8.)
6. **Repaso de física** Una resistencia con resistencia de 30.0 Ω está conectada a las terminales de una fuente de voltaje. Calcule a) la corriente a través de la resistencia y b) la potencia disipada por la resistencia cuando el voltaje se fija en 6.00 V. c) Si se duplica el voltaje, recalcule la potencia. (Véanse las secciones 15.4 y 15.6.)
7. Una batería tiene un voltaje de circuito abierto (fem) de 9.20 V y una resistencia interna de 0.400 Ω. Determine a) la corriente cuando las terminales están conectadas a una resistencia de 3.00 Ω, b) el voltaje terminal ΔV y c) la potencia total suministrada por la batería. (Véase la sección 16.1.)
8. Dos resistencias tienen resistencias de 2.00 Ω y de 0.500 Ω. Determine la resistencia equivalente si están conectadas a) en serie, b) en paralelo. (Véanse las secciones 16.2 y 16.3.)
9. Tres resistencias tienen resistencias de 2.00 Ω, 10.0 Ω y 25.0 Ω. Determine la resistencia equivalente si están conectadas a) en serie, b) en paralelo. (Véanse las secciones 16.2 y 16.3.)
10. Un circuito sencillo se construye a partir de una batería de 12.0 V, una resistencia de 3.00 Ω y una resistencia de 5.00 Ω. Ignorando la resistencia interna de la batería, determine la corriente suministrada por la batería si las resistencias están conectadas a las terminales de la batería a) en serie y b) en paralelo. (Véanse las secciones 16.2 y 16.3.)
11. Considere el circuito que se muestra en la figura EP16.11. Determine a) la resistencia equivalente de las tres resistencias en paralelo, b) la resistencia equivalente de las cuatro resistencias en el circuito, c) la corriente suministrada por la batería y d) la magnitud de la diferencia de potencial a través de la resistencia de 2.00 Ω, e) la magnitud de la diferencia de potencial a través de la resistencia 10.0 Ω, y f) la corriente a través de la resistencia de 10.0 Ω. (Véanse las secciones 16.2, 16.3 y 16.4)

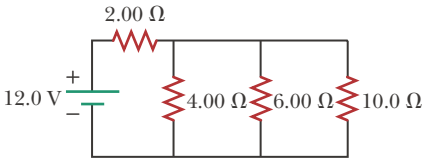


Figura EP16.11

12. Un foco de luz intermitente se electrifica mediante un circuito simple de la serie *RC* con una constante de tiempo de 1.30 s. Si la resistencia equivalente del circuito es de $5.00 \times 10^3\ \Omega$, determine su capacitancia equivalente. (Véase la sección 16.5.)

13. Una resistencia de 275 Ω está en serie con un capacitor de 36.0 μF y una fuente de voltaje de 12.0 V con el interruptor de circuito abierto y el capacitor sin carga. a) ¿Cuál es la constante de tiempo de este circuito *RC*? Calcule b) la carga máxima que puede acumular el capacitor y c) la carga en el capacitor 5.00 ms después de que el interruptor esté cerrado. (Véase la sección 16.5.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. ¿La dirección de la corriente en una batería va siempre desde la terminal negativa a la positiva? Explique.

2. Dados tres focos y una batería, trace tantos circuitos como sea posible.

3. Suponga que la energía transferida a una batería muerta durante la carga es *W*. La batería recargada se utiliza entonces hasta que se descarga por completo. ¿Está también en *W* la energía total transferida fuera de la batería durante su uso?

4. Un cortocircuito es un circuito que contiene una trayectoria de muy baja resistencia en paralelo con alguna otra parte del circuito. Analice el efecto de un cortocircuito en la parte del circuito en paralelo. Como ejemplo use una lámpara con un cable de corriente desgastado.

5. La conexión de las baterías en serie aumenta la fem aplicada a un circuito. ¿Qué ventaja tendría conectarlos en paralelo?

6. Si la energía eléctrica se transmite a largas distancias, la resistencia de los cables es significativa. ¿Por qué? ¿De qué modo la transmisión resultaría en menos pérdida de energía, alta corriente y bajo voltaje o baja corriente y alto voltaje? Discuta.

7. Si usted tiene encendidos sus faros mientras enciende su coche, ¿por qué se oscurecen mientras el coche arranca?

8. Dos series de luces navideñas están disponibles. Para la serie A, cuando se quita un foco, los restantes permanecen iluminados. Para el conjunto B, cuando se quita un foco, los restantes no encienden. Explique la diferencia en el cableado de las dos series.

9. ¿Por qué es posible que un pájaro se coloque en un alambre de alto voltaje sin ser electrocutado? (Véase la figura PC16.9.)

10. a) Dos resistencias están conectadas en serie a una batería. ¿La potencia que se entrega a cada resistencia i) es la misma o ii) no necesariamente es la misma? b) Se conectan dos resistencias en paralelo a una batería. ¿La potencia que se entrega a cada resistencia i) es la misma o ii) no necesariamente es la misma?

Superstock

Figura PC16.9

11. Suponga que una paracaidista aterriza en un alambre de alto voltaje y se sostiene de él mientras espera ser rescatada. ¿Se electrocutará? Si el alambre se rompe, ¿debería seguir sosteniéndose del alambre mientras cae al suelo?

12. Una estación de esquí se compone de unas telesillas y varias pistas de descenso interconectadas en el lado de una montaña, con un albergue en la parte inferior. Los ascensores son análogos a las baterías y las pistas son análogas a las resistencias. Describa cómo pueden estar dos pistas en serie. Describa cómo pueden estar tres pistas en paralelo. Trace un cruce de un ascensor y dos pistas. Uno de los esquiadores lleva un altímetro. Establezca la regla de los nodos de Kirchhoff del estado y la regla de las mallas de Kirchhoff para las estaciones de esquí.

13. Las leyes de Kirchhoff contienen dos leyes de conservación. ¿Cuáles son?

14. ¿Por qué es peligroso encender una luz cuando se está en una tina de baño?

PROBLEMAS

Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;

2. denota un problema intermedio;

3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos

GP denota problemas guiados

M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign

Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual

S denota un problema de razonamiento simbólico

W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

16.1 Fuentes de fem

16.2 Resistencias en serie

16.3 Resistencias en paralelo

1. Una batería que tiene una fem de 9.00 V entrega 117 mA cuando está conectada a una carga de 72.0 Ω. Determine la resistencia interna de la batería.

2. Tres resistencias de 9.0 Ω están conectadas en serie con una batería de 12 V. Determine a) la resistencia equivalente del circuito y b) la corriente en cada resistencia. c) Repita para el caso en el que las tres resistencias están conectadas en paralelo a través de la batería.

3. Un foco con la marca "75 W [a] 120 V" se enrosca en un enchufe en un extremo de una extensión larga en la que cada uno de los dos conductores tiene una resistencia de 0.800 Ω. El otro extremo del cable de la extensión está conectado a un enchufe de 120 V. a) Trace un diagrama de circuito y b) encuentre la potencia real del foco en el circuito descrito.

4. a) Encuentre la corriente en una resistencia de 8.00 Ω conectada a una batería que tenga una resistencia interna de 0.15 Ω si el voltaje a través de la batería (el voltaje del terminal) es de 9.00 V. b) ¿Cuál es la fem de la batería?

5. M a) Encuentre la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b* en la figura P16.5. b) Calcule la corriente en cada resistencia si se aplica una diferencia de potencial de 34.0 V entre los puntos *a* y *b*.

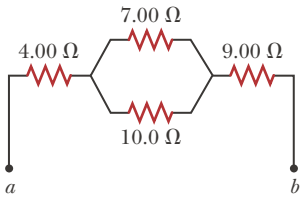


Figura P16.5

6. Considere la combinación de resistencias mostrada en la figura P16.6. a) Determine la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b*. b) Si se aplica un voltaje de 35.0 V entre los puntos *a* y *b*, busque la corriente en cada resistencia.

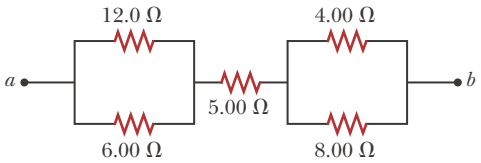


Figura P16.6

7. Dos resistencias conectadas en serie tienen una resistencia equivalente de 690 Ω. Cuando están conectadas en paralelo, su resistencia equivalente es de 150 Ω. Encuentre la resistencia de cada resistencia.

8. GP Considere el circuito mostrado en la figura P16.8. a) Calcule la resistencia equivalente de las resistencias de 10.0 Ω y 5.00 Ω conectadas en paralelo. b) Usando el resultado del inciso a), calcule la resistencia combinada de las resistencias de 10.0 Ω, 5.00 Ω y 4.00 Ω. c) Calcule la resistencia equivalente de la resistencia combinada encontrada en el inciso b) y la resistencia paralela de 3.00 Ω. d) Combine la resistencia equivalente encontrada en el inciso c) con la resistencia de 2.00 Ω. e) Calcule la corriente total en el circuito. f) ¿Cuál es la caída de voltaje a través de la resistencia de 2.00 Ω? g) Restando el resultado del inciso f) del voltaje de la batería, encuentre el voltaje a través de la resistencia de 3.00 Ω. h) Calcule la corriente en la resistencia de 3.00 Ω.

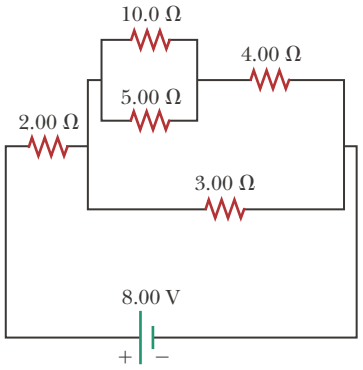


Figura P16.8

9. Considere el circuito que se muestra en la figura P16.9. Determine a) la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b* y b) la corriente en la resistencia 20.0 Ω.

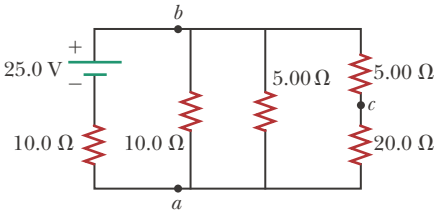


Figura P16.9

10. S Cuatro resistencias están conectadas a una batería como se muestra en la figura P16.10. a) Determine la diferencia de potencial a través de cada resistencia en términos de $\mathcal{E}$. b) Determine la corriente en cada resistencia en términos de *I*.

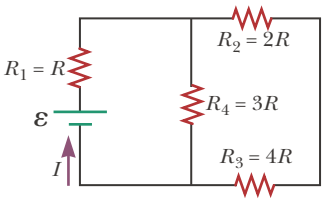


Figura P16.10

11. La resistencia entre las terminales *a* y *b* de la figura P16.11 es de 75 Ω. Si las resistencias rotuladas con *R* tienen el mismo valor, determine *R*.

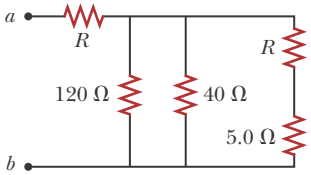


Figura P16.11

12. Una batería con $\mathcal{E}$ = 6.00 V y ninguna resistencia interna suministra corriente al circuito mostrado en la figura P16.12. Cuando el interruptor doble S está abierto como se muestra en la figura, la corriente en la batería es de 1.00 mA. Cuando el interruptor está cerrado en la posición *a*, la corriente en la batería es de 1.20 mA. Cuando el interruptor está cerrado en la posición *b*, la corriente en la batería es de 2.00 mA. Encuentre las resistencias a) R_1, b) R_2 y c) R_3.

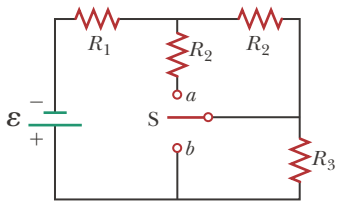


Figura P16.12

13. Encuentre la corriente en la resistencia de 12 Ω en la figura P16.13.

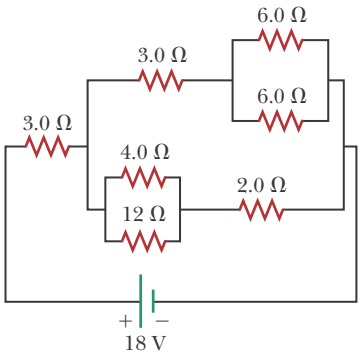


Figura P16.13

14. Q|C a) ¿Es posible reducir el circuito que se muestra en la figura P16.14 a una única resistencia equivalente conectada a través de la batería? Explique. b) Encuentre la corriente en la resistencia de 2.00 Ω. c) Calcule la potencia suministrada por la batería al circuito.

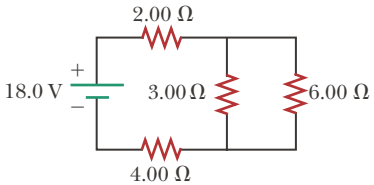


Figura P16.14

15. W a) Se necesita una resistencia de 45 Ω, pero el almacén solo tiene de 20 Ω y de 50 Ω. ¿Cómo se puede lograr la resistencia deseada en estas circunstancias? b) ¿Qué puede hacer si usted necesita una resistencia de 35 Ω?

16.4 Reglas de Kirchhoff y circuitos complejos de CD

Nota: para algunos circuitos, las corrientes no se encuentran necesariamente en la dirección mostrada.

16. S a) Encuentre la corriente en cada resistencia de la figura P16.16 usando las reglas para resistencias en serie y en paralelo. b) Escriba tres ecuaciones independientes para las tres corrientes usando las leyes de Kirchhoff: una con la regla de los nodos; la segunda con la regla de las mallas a través de la batería, la resistencia de 6.0 Ω y la resistencia de 24.0 Ω; y la tercera con la regla de las mallas a través de las resistencias de 12.0 Ω y de 24.0 Ω. Despeje para verificar las respuestas encontradas en el inciso a).

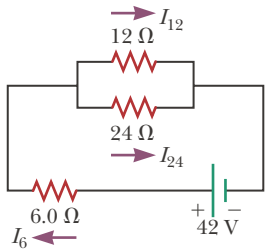


Figura P16.16

17. El amperímetro mostrado en la figura P16.17 lee 2.00 *A*. Encuentre I_1, I_2 y $\mathcal{E}$.

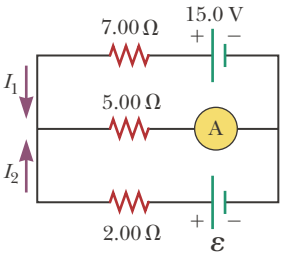


Figura P16.17

18. W Para el circuito que se muestra en la figura P16.18, calcule a) la corriente en la resistencia de 2.00 Ω y b) la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*, $\Delta V = V_b - V_a$.

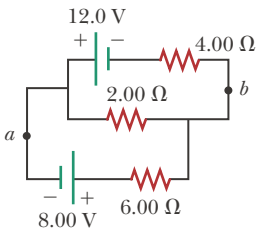


Figura P16.18

19. Tomando R = 1.00 kΩ y $\mathcal{E}$ = 250 V en la figura P16.19, determine la dirección y la magnitud de la corriente en el alambre horizontal entre *a* y *e*.

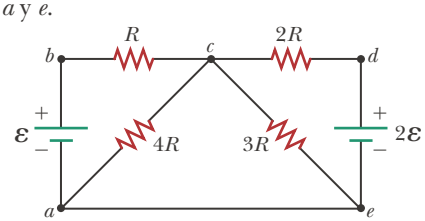


Figura P16.19

20. W En el circuito de la figura P16.20, la corriente I_1 es 3.0 A y los valores de $\mathcal{E}$ y R son desconocidos. ¿Cuáles son las corrientes I_2 e I_3?

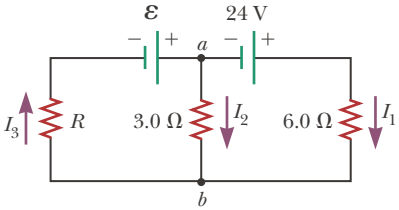


Figura P16.20

21. En el circuito de la figura P16.21, determine a) la corriente en cada resistencia y b) la diferencia de potencial a través de la resistencia de 200 Ω.

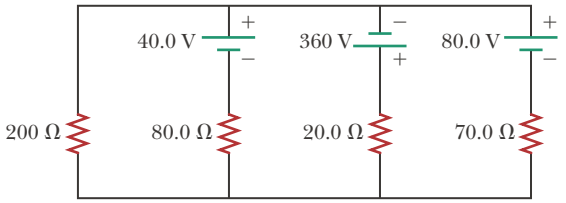


Figura P16.21

22. Q|C Cuatro resistencias se conectan a una batería con un voltaje terminal de 12 V, como se muestra en la figura P16.22. a) ¿Cómo reduciría usted el circuito a una resistencia única equivalente conectada a la batería? Use este procedimiento para encontrar la resistencia equivalente del circuito. b) Encuentre la corriente suministrada por la batería a esta resistencia equivalente. c) Determine la potencia suministrada por la batería. d) Determine la potencia entregada a la resistencia 50.0 Ω.

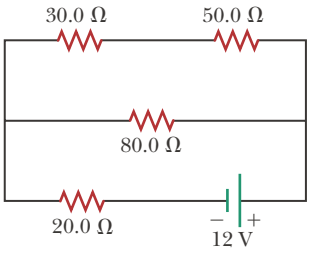


Figura P16.22

23. M Usando las reglas de Kirchhoff, a) encuentre la corriente en cada resistencia que se muestra en la figura P16.23 y b) encuentre la diferencia de potencial entre los puntos *c* y *f*.

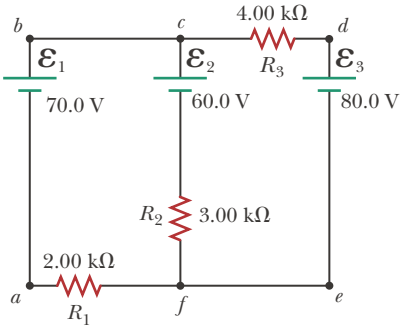


Figura P16.23

24. Dos baterías de 1.50 V, con sus terminales positivas en la misma dirección, se insertan en serie en el cañón de una lámpara. Una tiene una resistencia interna de 0.255 Ω y la otra una resistencia interna de 0.153 Ω. Cuando el interruptor está cerrado, una corriente de 0.600 A pasa a través de la linterna. a) ¿Cuál es la resistencia de la lámpara? b) ¿Qué fracción de la potencia se disipa en las baterías?

25. Q|C a) ¿Se puede reducir el circuito mostrado en la figura P16.25 a una sola resistencia conectada a las baterías? Explique. b) Calcule cada una de las corrientes desconocidas I_1, I_2, e I_3 para el circuito.

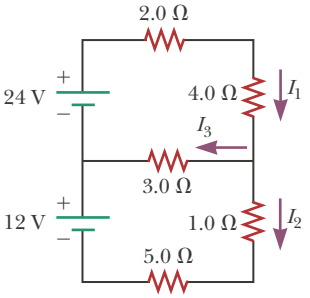


Figura P16.25

26. Una batería muerta se carga conectándola a la batería viva de otro automóvil con cables de puente (figura P16.26). Determine la corriente en a) el motor de arranque y en b) la batería muerta.

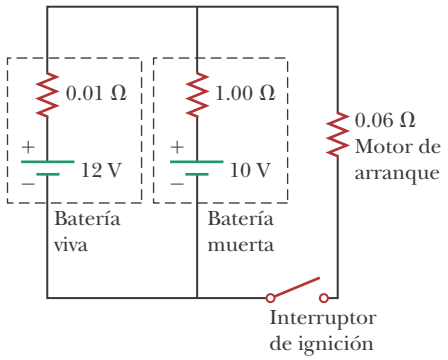


Figura P16.26

27. Q|C a) ¿Se puede reducir el circuito mostrado en la figura P16.27 a una sola resistencia conectada a las baterías? Explique. b) Encuentre la magnitud de la corriente y su dirección en cada resistencia.

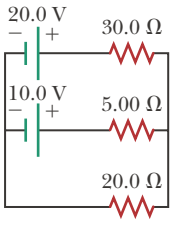


Figura P16.27

28. GP S En el caso del circuito mostrado en la figura P16.28, use las reglas de Kirchhoff para obtener ecuaciones para a) la malla superior, b) la malla inferior y c) el nodo en el lado izquierdo. En cada caso suprima unidades por claridad y simplifique, combinando términos similares. d) Resuelva la ecuación del nodo para I_{36}. e) Usando la ecuación encontrada en d), elimine I_{36} de la ecuación encontrada en el inciso b). f) Resuelva las ecuaciones encontradas en el inciso a) y en el inciso e) simultáneamente para las dos incógnitas

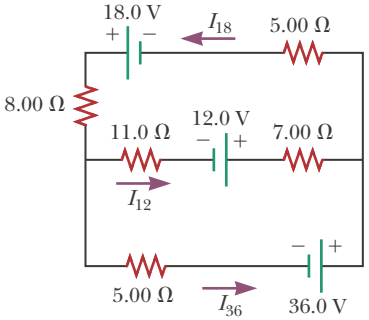


Figura P16.28

de I_{18} e I_{12}, respectivamente. g) Sustituya las respuestas halladas en el inciso f) en la ecuación del nodo que se encuentra en el inciso d), despejando I_{36}. h) ¿Cuál es el significado de la respuesta negativa para I_{12}?

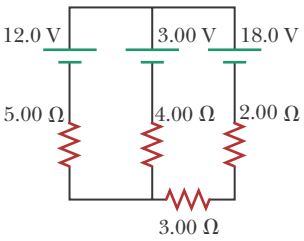


Figura P16.29

29. M Encuentre la diferencia de potencial a través de cada resistencia en la figura P16.29.

16.5 Circuitos *RC*

30. Demuestre que $\tau = RC$ tiene unidades de tiempo.

31. Considere el circuito *RC* en serie que se muestra en la figura 16.16 para la cual $R = 75.0\ \text{k}\Omega$, $C = 25.0\ \mu\text{F}$ y $\mathcal{E} = 12.0$ V. Determine a) la constante de tiempo del circuito y b) la carga en el capacitor en una constante de tiempo Después de que el interruptor esté cerrado.

32. Un capacitor sin carga y una resistencia están conectados en serie a una fuente de fem. Si $\mathcal{E} = 9.00$ V, $C = 20.0\ \mu\text{F}$ y $R = 100\ \Omega$, encuentre a) la constante de tiempo del circuito, b) la carga máxima del capacitor y c) la carga en el capacitor después de una constante de tiempo.

33. Considere un circuito *RC* en serie como en la figura P16.33 para el cual $R = 1.00\ \text{M}\Omega$, $C = 5.00\ \mu\text{F}$ y $\mathcal{E} = 30.0$ V Encuentre a) la constante de tiempo del circuito y b) la carga máxima en el capacitor después que el interruptor se ha cerrado. c) Encuentre la corriente en la resistencia 10.0 s después de que el interruptor esté cerrado.

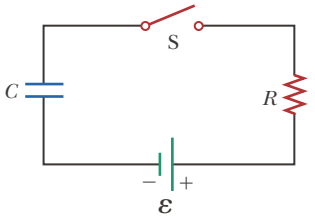


Figura P16.33
Problemas 33 y 34.

34. W Considere un circuito *RC* en serie para el cual $R = 1.0\ \text{M}\Omega$, $C = 5.0\ \mu\text{F}$ y $\mathcal{E} = 30$ V como en la figura P16.33. Encuentre la carga en el capacitor 10 s después de que el interruptor esté cerrado.

35. Un capacitor cargado está conectado a una resistencia y un interruptor como en la figura P16.35. El circuito tiene una constante de tiempo de 1.50 s. Poco después de cerrar el interruptor, la carga del capacitor es de 75.0% de su carga inicial. a) Encuentre el intervalo de tiempo requerido para que el capacitor alcance esta carga. b) Si $R = 250\ \text{k}\Omega$, ¿cuál es el valor de *C*?

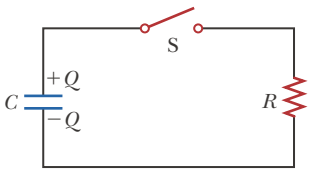


Figura P16.35

36. Un capacitor de $10.0\ \mu\text{F}$ es cargado por una batería de 10.0 V a través de una resistencia *R*. El capacitor alcanza una diferencia de potencial de 4.00 V en un intervalo de tiempo de 3.00 s después de que comienza la carga. Encuentre *R*.

16.6 Circuitos domésticos

37. ¿Qué número mínimo de focos de 75 W debe conectarse en paralelo a un solo circuito doméstico de 120 V para disparar un interruptor de 30.0 A?

38. Una lámpara ($R = 150\ \Omega$), un calentador eléctrico ($R = 25\ \Omega$) y un ventilador ($R = 50\ \Omega$) se conectan en paralelo a través de una línea de 120 V. a) ¿Qué corriente total se suministra al circuito? b) ¿Cuál es el voltaje a través del ventilador? c) ¿Cuál es la corriente en la lámpara? d) ¿Qué potencia se gasta en el calentador?

39. M Un elemento calefactor en una estufa está diseñado para disipar 3000 W cuando está conectado a 240 V. a) Suponiendo que la resistencia es constante, calcule la corriente en el elemento calefactor si está conectado a 120 V. b) Calcule la potencia que se disipa a ese voltaje.

40. Q|C Una cafetera tiene una capacidad de 1200 W, una tostadora de 1100 W y una máquina de hacer waffles de 1400 W. Los tres aparatos están conectados en paralelo a un circuito doméstico común de 120 V. a) ¿Cuál es la corriente en cada aparato cuando funciona de forma independiente? b) ¿Qué corriente total se entrega a los aparatos cuando todos funcionan simultáneamente? c) ¿Es suficiente un disyuntor de 15 A en esta situación? Explique.

16.8 Conducción de las señales eléctricas por las neuronas

41. BIO Suponga que una parte de la membrana axónica de aproximadamente 0.10 m es excitada por un potencial de acción (longitud excitada = velocidad del nervio × duración del pulso = 50.0 m/s × 2.0×10^{-3} s = 0.10 m). En el estado de reposo, la superficie externa de la pared del axón se carga positivamente con iones K^+ y la pared interna tiene una carga igual y opuesta de iones orgánicos negativos, como se muestra en la figura P16.41. Modele el axón como un capacitor de placas paralelas y tome $C = \kappa\epsilon_0 A/d$ y $Q = C\,\Delta V$ para investigar la carga de la siguiente manera. Use valores típicos para un axón cilíndrico de espesor de pared celular $d = 1.0 \times 10^{-8}$ m, radio de axón $r = 1.0 \times 10^{1}\ \mu$m y constante dieléctrica de pared celular $\kappa = 3.0$.

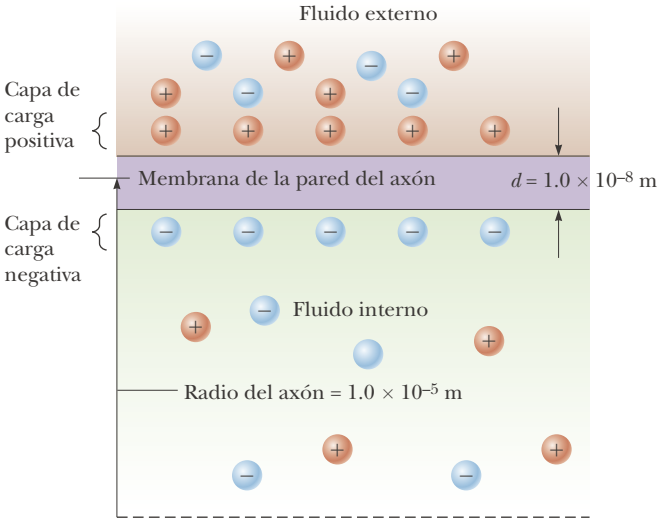


Figura P16.41 Problemas 41 y 42.

a) Calcule la carga positiva en el exterior de una pieza de 0.10 m de axón cuando no transmite un impulso eléctrico. ¿Cuántos iones K^+ están en el exterior del axón suponiendo una diferencia de potencial inicial de 7.0×10^{-2} V? ¿Es esta una gran carga por unidad de área? *Sugerencia*: calcule la carga por unidad de área en términos de carga electrónica e por angstrom cuadrado (Å^2). Un átomo tiene una sección transversal de aproximadamente 1 Å^2 (1 Å = 10^{-10} m). b) ¿Cuánta carga positiva debe fluir a través de la membrana celular para alcanzar el estado excitado de $+3.0 \times 10^{-2}$ V desde el estado de reposo de -7.0×10^{-2} V? ¿Cuántos iones de sodio (Na^+) es esto? c) Si se requieren 2.0 ms para que los iones Na^+ entren en el axón, ¿cuál es la corriente promedio en la pared del axón en este proceso? d) ¿Cuánta energía se necesita para elevar el potencial de la pared interna del axón a $+3.0 \times 10^{-2}$ V, partiendo del potencial de reposo de -7.0×10^{-2} V?

42. BIO Considere el modelo del axón como un capacitor del problema 41 y la figura P16.41. a) ¿Cuánta energía se necesita para restaurar la pared interna del axón a -7.0×10^{-2} V, a partir de $+3.0 \times 10^{-2}$ V? b) Encuentre la corriente promedio en la pared del axón durante este proceso.

43. BIO Usando la figura 16.28b y los resultados de los problemas 16.41d y 16.42a, encuentre la potencia suministrada por el axón por el potencial de acción.

Problemas adicionales

44. ¿Cuántos valores de resistencia diferentes se pueden construir a partir de una resistencia de 2.0 Ω, 4.0 Ω y 6.0 Ω? Muestre cómo obtendría cada valor de resistencia individualmente o combinándolos.

45. a) Calcule la diferencia de potencial entre los puntos a y b en la figura P16.45 y b) identifique qué punto está en el potencial más alto.

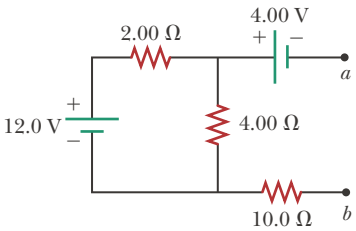


Figura P16.45

46. Q|C Para el circuito que se muestra en la figura P16.46, el voltímetro lee 6.0 V y el amperímetro lee 3.0 mA. Determine a) el valor de R, b) la fem de la batería y c) el voltaje a través de la resistencia de 3.0 kΩ. d) ¿Qué suposiciones tendría que hacer para resolver este problema?

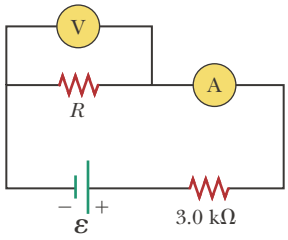


Figura P16.46

47. Encuentre a) la resistencia equivalente del circuito en la figura P16.47, b) cada corriente en el circuito, c) la diferencia de potencial a través de cada resistencia y d) la potencia disipada por cada resistencia.

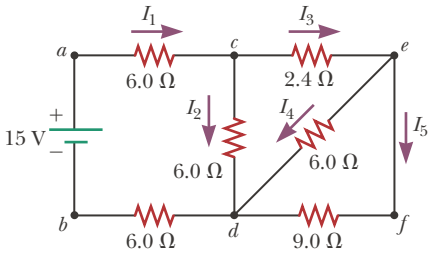


Figura P16.47

48. Tres focos de 60.0 W, 120 V están conectados a una fuente de energía de 120 V, como se muestra en la figura P16.48. Encuentre a) la potencia total entregada a los tres focos y b) la diferencia de potencial a través de cada uno. Suponga que la resistencia de cada foco es constante (aunque, en realidad, la resistencia aumenta notablemente con la corriente).

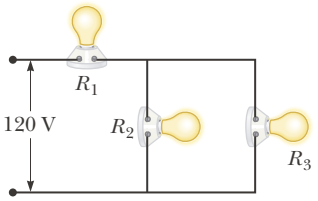


Figura P16.48

49. Cuando dos resistencias desconocidas están conectadas en serie con una batería, la batería entrega 225 W y lleva una corriente total de 5.00 A. Para la misma corriente total, 50.0 W se suministran cuando las resistencias se conectan en paralelo. Determine el valor de cada resistencia.

50. Q|C El circuito de la figura P16.50a consta de tres resistencias y una batería sin resistencia interna. a) Encuentre la corriente en la resistencia 5.00 Ω. b) Encuentre la potencia suministrada a la resistencia de 5.00 Ω. c) En cada uno de los circuitos de las figuras P16.50b, P16.50c y P16.50d, se ha insertado una batería adicional de 15.0 V en el circuito. ¿Qué diagrama o diagramas representan un circuito que requiere el uso de las reglas de Kirchhoff para encontrar las corrientes? Explique por qué. d) ¿En cuál de estos tres nue-

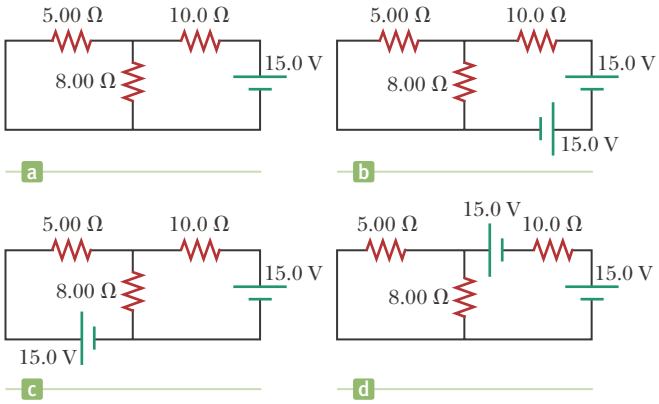


Figura P16.50

vos circuitos está la menor cantidad de potencia entregada a la resistencia de 10.0 Ω? (No necesita calcular la potencia en cada circuito si explica su respuesta.)

51. Q|C S Un circuito consiste en tres lámparas idénticas, cada una con resistencia R, conectada a una batería como en la figura P16.51. a) Calcule una expresión para la resistencia equivalente del circuito cuando el interruptor está abierto. Repita el cálculo cuando el interruptor esté cerrado. b) Escriba una expresión para la energía suministrada por la batería cuando el interruptor está abierto. Repita el cálculo cuando el interruptor esté cerrado. c) Usando los resultados ya obtenidos, explique qué sucede con el brillo de las lámparas cuando el interruptor está cerrado.

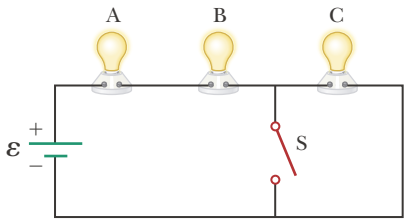


Figura P16.51

52. La resistencia entre los puntos a y b en la figura P16.52 cae a la mitad de su valor original cuando el interruptor S está cerrado. Determine el valor de R.

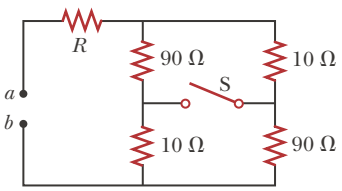


Figura P16.52

53. El circuito de la figura P16.53 se ha conectado durante varios segundos. Encuentre la corriente a) en la batería de 4.00 V, b) en la resistencia de 3.00 Ω, c) en la batería de 8.00 V y d) en la batería de 3.00 V. e) Encuentre la carga en el capacitor.

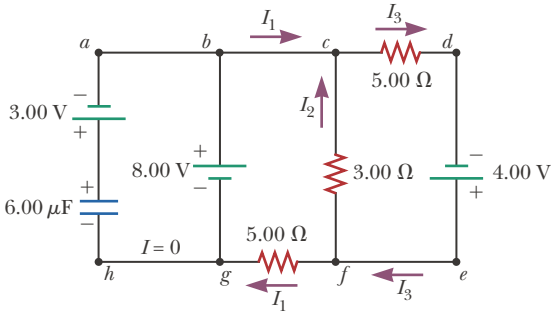


Figura P16.53

54. Una fem de 10 V está conectada a un circuito RC en serie que consiste en una resistencia de $2.0 \times 10^6\ \Omega$ y un capacitor inicialmente descargado de 3.0 μF. Encuentre el tiempo requerido para que la carga en el capacitor alcance 90% de su valor final.

55. El estudiante de ingeniería de una estación de radio del campus desea verificar la eficacia del pararrayos en el mástil de la antena (figura P16.55). La resistencia desconocida R_x está entre los puntos C y E. El punto E es una "tierra verdadera", pero es inaccesible para la medición directa porque el estrato en el cual se encuentra está varios metros por debajo de la superficie de la Tierra. Dos barras idénticas se incrustan en el suelo en A y B, introduciendo una resistencia desconocida R_y. El procedimiento para encontrar la resistencia R_x desconocida es el siguiente. Mida la resistencia R_1 entre los puntos A y B. Luego conecte A y B con un cable conductor pesado y mida la resistencia R_2 entre los puntos A y C. a) Deducir una fórmula para R_x en términos de las resistencias observables R_1 y R_2. b) Una resistencia al suelo satisfactoria sería $R_x < 2.0\ \Omega$. ¿Es adecuada la conexión a tierra de la estación si las medidas dan $R_1 = 13\ \Omega$ y $R_2 = 6.0\ \Omega$?

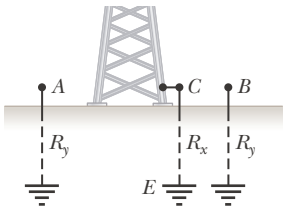


Figura P16.55

56. La resistencia R en la figura P16.56 disipa 20 W de potencia. Determine el valor de R.

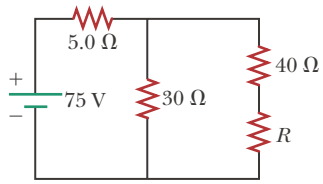


Figura P16.56

57. Un voltaje ΔV se aplica a una configuración en serie de n resistencias, cada una de la resistencia R. Los componentes del circuito se reconectan en una configuración paralela y el voltaje ΔV se aplica de nuevo. Demuestre que la potencia consumida por la configuración en serie es $1/n^2$ veces la potencia consumida por la configuración en paralelo.

58. Para la red en la figura P16.58, muestre que la resistencia entre los puntos a y b es $R_{ab} = \frac{27}{17}\ \Omega$. (*Sugerencia:* conecte una batería con una fem $\mathcal{E}$ a través de los puntos a y b y determine $\mathcal{E}/I$, donde I es la corriente en la batería.)

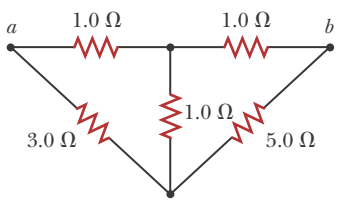


Figura P16.58

59. Una batería con una resistencia interna de 10.0 Ω produce un voltaje de circuito abierto de 12.0 V. Una resistencia de carga variable con un rango de 0 a 30.0 Ω está conectada a través de la batería. (*Nota*: una batería tiene una resistencia que depende de la condición de sus productos químicos y que aumenta a medida que la batería envejece. Esta resistencia interna se puede representar en un diagrama de circuito simple como una resistencia en serie con la batería). a) Trace la gráfica de la potencia disipada en la resistencia en función de la resistencia de carga. b) Con su gráfica, demuestre el siguiente teorema importante: *La potencia entregada a una carga es máxima si la resistencia de carga es igual a la resistencia interna de la fuente.*

60. El circuito de la figura P16.60 contiene dos resistencias, $R_1 = 2.0\ \text{k}\Omega$ y $R_2 = 3.0\ \text{k}\Omega$, y dos capacitores, $C_1 = 2.0\ \mu\text{F}$ y $C_2 = 3.0\ \mu\text{F}$, conectados a una batería con fem $\mathcal{E} = 120$ V. Si no hay cargas sobre los capacitores antes de que el interruptor S esté cerrado, determine las cargas q_1 y q_2 en los capacitores C_1 y C_2, respectivamente, como funciones de tiempo, después de que el interruptor esté cerrado. *Sugerencia*: primero reconstruya el circuito para que se convierta en un simple circuito *RC* que contenga una sola resistencia y un solo capacitor en serie, conectado a la batería, y luego determine la carga total q almacenada en el circuito.

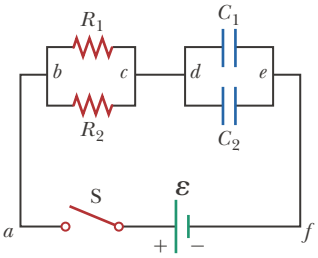


Figura P16.60

61. BIO Una anguila eléctrica genera corrientes a través de su órgano de Hunter altamente especializado, en el que miles de células en forma de disco llamadas electrocitos se alinean en serie, de la misma manera en que las pilas se alinean dentro de una linterna. Cuando se activa, cada electrocito puede mantener una diferencia de potencial de aproximadamente 150 mV a una corriente de 1 A durante aproximadamente 2.0 ms. Suponga que una anguila eléctrica adulta tiene 4.0×10^3 electrocitos y puede entregar hasta 300 descargas en series rápidas durante aproximadamente 1 s. a) ¿Qué potencia eléctrica máxima puede generar una anguila? b) ¿Aproximadamente cuánta energía libera en una descarga? c) ¿Qué tan alto debería levantar una masa de 1 kg para que su energía potencial gravitacional sea igual a la energía liberada en 300 de estas descargas?

62. En la figura P16.62. $R_1 = 0.100\ \Omega$, $R_2 = 1.00\ \Omega$ y $R_3 = 10.0\ \Omega$ encuentre la resistencia equivalente del circuito y la corriente en cada resistencia cuando una fuente de alimentación de 5.00 V está conectada entre a) los puntos *A* y *B*, b) los puntos *A* y *C* y c) los puntos *A* y *D*.

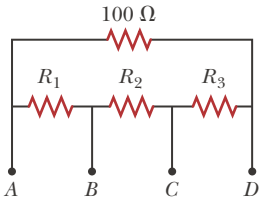


Figura P16.62

63. M ¿Cuáles son las lecturas esperadas del amperímetro y del voltímetro para el circuito de la figura P16.63?

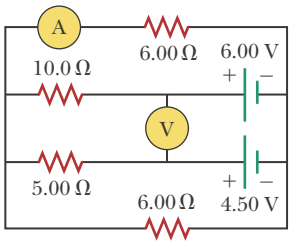


Figura P16.63

64. Considere los dos arreglos de baterías y focos que se muestran en la figura P16.64. Los dos focos son idénticos y tienen resistencia *R*, y las dos baterías son idénticas al voltaje de salida ΔV. a) En el caso 1, con los dos focos en serie, compare el brillo de cada foco, la corriente en cada uno y la potencia suministrada a cada uno. b) En el caso 2, con los dos focos en paralelo, compare el brillo, la corriente y la potencia suministrada de cada foco. c) ¿Cuáles son los más brillantes, los del caso 1 o los del caso 2? d) En cada ocasión, si un foco falla, ¿el otro también? Si el otro foco no falla, ¿será más brillante o permanecerá igual? (El problema 64 es cortesía de E. F. Redish. Para otros problemas de este tipo, visite http://www.physics.umd.edu/perg/.)

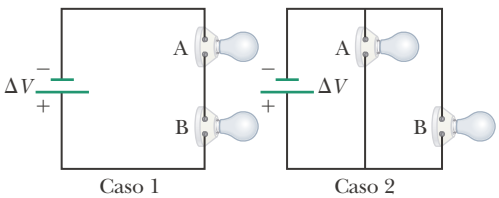


Figura P16.64

65. El par de capacitores de la figura P16.65 está completamente cargado con una batería de 12.0 V. La batería se desconecta y el circuito se cierra. Después de 1.00 ms, ¿cuánta carga permanece en a) el capacitor de 3.00 μF? b) ¿El capacitor de 2.00 μF? c) ¿Cuál es la corriente en la resistencia?

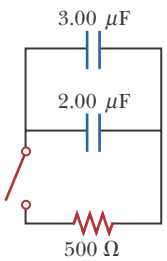


Figura P16.65

66. Un capacitor de 2.00 nF con una carga inicial de 5.10 μC se descarga a través de una resistencia de 1.30 kΩ. a) Calcule la magnitud de la corriente en la resistencia 9.00 μs después de conectar la resistencia a través de las terminales del capacitor. b) ¿Qué carga permanece en el capacitor después de 8.00 μs? c) ¿Cuál es la corriente máxima en la resistencia?

Dhanachote Vongprasert/Shutterstock.com

Las auroras boreales, luces del hemisferio norte. Fenómenos como estos son causados por partículas de rayos cósmicos atrapadas en el campo magnético de la Tierra. Cuando las partículas chocan con los átomos de la atmósfera, provocan que los átomos emitan luz visible.

Magnetismo 17

En términos de aplicaciones, el magnetismo es uno de los campos más importantes de la física. Los electroimanes grandes se utilizan para recoger cargas pesadas. Los imanes se usan en dispositivos como medidores, motores y altavoces. Las cintas magnéticas y los discos se utilizan comúnmente en equipos de grabación de sonido y videograbación, y para almacenar datos informáticos. Intensos campos magnéticos se aplican en los dispositivos de resonancia magnética (IRM) para explorar el cuerpo humano con una mejor resolución y mayor seguridad de la que los rayos X pueden proporcionar. Los imanes superconductores gigantes se utilizan en los ciclotrones que guían a las partículas hacia los objetivos a casi la velocidad de la luz. Los cañones electromagnéticos (figura 17.1) usan fuerzas magnéticas para disparar proyectiles de alta velocidad, y las botellas magnéticas contienen antimateria, una clave posible para los futuros sistemas de propulsión espacial.

El magnetismo está estrechamente vinculado con la electricidad. Los campos magnéticos afectan las cargas móviles y las cargas móviles producen campos magnéticos. El cambio de los campos magnéticos puede incluso crear campos eléctricos. Estos fenómenos significan una unidad subyacente de la electricidad y el magnetismo, que James Clerk Maxwell describió por primera vez en el siglo XIX. La fuente última de cualquier campo magnético es la corriente eléctrica.

17.1 Imanes
17.2 Campo magnético de la Tierra
17.3 Campos magnéticos
17.4 Fuerza magnética en un conductor que transporta corriente
17.5 Par de torsión en una espira con corriente y motores eléctricos
17.6 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético
17.7 Campo magnético de un alambre largo y recto y ley de Ampère
17.8 Fuerza magnética entre dos conductores paralelos
17.9 Campos magnéticos de espiras y solenoides con corriente
17.10 Dominios magnéticos

17.1 Imanes

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Discutir las propiedades básicas de los imanes y los campos magnéticos, comparándolos con las cargas eléctricas y los campos eléctricos.
2. Caracterizar los materiales magnéticos como duros o blandos en la medida en que retengan su magnetismo. Proporcionar ejemplos de cada clase.
3. Identificar el origen de los campos magnéticos en las cargas eléctricas móviles. Indicar algunas aplicaciones de los imanes y sus campos.

Defense Threat Reduction Agency [DTRA]

Figura 17.1 Los cañones electromagnéticos lanzan proyectiles con alta velocidad usando la fuerza magnética. Versiones más grandes podrían enviar cargas útiles al espacio o servir como impulsores para mover asteroides ricos en metal desde el espacio profundo hasta la órbita terrestre. En esta foto un cañón electromagnético en Sandia National Laboratories en Albuquerque, Nuevo México, dispara un proyectil a más de tres kilómetros por segundo. (Para obtener más información al respecto, consulte Aplicación de la física 18.2 en las páginas 631-632.)

La mayoría de la gente ha tenido experiencia con algún tipo de imán. Es muy probable que esté familiarizado con el imán de herradura de hierro común que puede recoger objetos que contienen hierro, como clips de papel y uñas. En la discusión que sigue, suponemos que el imán tiene la forma de una barra. Los objetos de hierro son atraídos más fuertemente a cualquiera de los extremos de un imán de barra, llamado sus **polos**. Un extremo se llama el **polo norte** y el otro el **polo sur**. Los nombres provienen del comportamiento de un imán en presencia del campo magnético de la Tierra. Si un imán de barra está suspendido de su punto medio por un trozo de cuerda para poder girar libremente en un plano horizontal, girará hasta que su polo norte apunte hacia el Norte y su polo sur apunte hacia el Sur. La misma idea se usa para construir una brújula simple. Los polos magnéticos también ejercen fuerzas atractivas o repulsivas unas sobre otras, similares a las fuerzas eléctricas entre objetos cargados. De hecho, los experimentos sencillos con dos imanes de barras muestran que, **como los polos, se repelen entre sí y, a diferencia de los polos, se atraen entre sí**.

Aunque la fuerza entre los polos magnéticos opuestos es similar a la fuerza entre las cargas eléctricas positivas y negativas, hay una diferencia importante: las cargas eléctricas positivas y negativas pueden existir aisladas entre sí; los polos norte y sur no. No importa cuántas veces se corte un imán permanente, cada pieza siempre tiene un polo norte y un polo sur. Sin embargo, hay cierta base teórica para la especulación de que existen monopolos magnéticos (polos aislados del norte o del sur) en la naturaleza, y el intento de detectarlos es actualmente un campo de investigación experimental activo.

Una pieza de hierro no magnetizada puede magnetizarse frotándola con un imán. El magnetismo también puede ser inducido en el hierro (y otros materiales) por otros medios. Por ejemplo, si una pieza de hierro no magnetizado se coloca cerca de un imán permanente fuerte, la pieza de hierro finalmente se magnetiza. El proceso se puede acelerar calentando y enfriando el hierro.

Los materiales magnéticos naturales como la magnetita se magnetizan de esta manera ya que han estado sujetos al campo magnético de la Tierra durante largos periodos. La medida en que una pieza de material retiene su magnetismo depende de si está clasificado como magnéticamente duro o blando. Los materiales magnéticos **blandos**, como el hierro, se magnetizan con facilidad, pero tienden a perder su magnetización. Estos materiales se utilizan en los núcleos de transformadores, generadores y motores. El hierro es la opción más común porque es barato. Otros materiales magnéticamente blandos incluyen níquel, aleaciones de níquel-hierro y ferritas. Las ferritas son combinaciones de un óxido de metal divalente de níquel o magnesio con óxido férrico. Se usan en aplicaciones de alta frecuencia, como los radares.

Los materiales magnéticos **duros** se utilizan en imanes permanentes. Estos imanes proporcionan campos magnéticos sin el uso de electricidad. Los imanes permanentes se usan en muchos dispositivos, incluidos altavoces, motores de imanes permanentes y los cabezales de lectura/escritura de los discos duros de la computadora. Hay un gran número de materiales diferentes que se usan en los imanes permanentes. Alnico es un nombre genérico para varias aleaciones de hierro, cobalto y níquel, junto con pequeñas cantidades de aluminio, cobre u otros elementos. Las tierras raras como el samario y el neodimio también se usan en conjunto con otros elementos para hacer fuertes imanes permanentes.

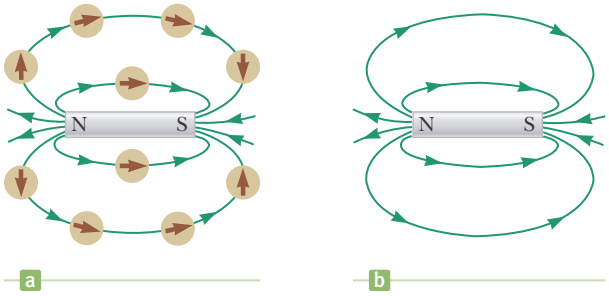


Figura 17.2 a) Trazo del campo magnético de un imán de barra con brújulas. b) Varias líneas de campo magnético de un imán de barra.

En capítulos anteriores describimos la interacción entre los objetos cargados en términos de campos eléctricos. Recuerde que un campo eléctrico rodea cualquier carga eléctrica estacionaria. La región del espacio que rodea una carga en *movimiento* incluye también un campo magnético. Un campo magnético también rodea un material magnético que se ha magnetizado de manera adecuada.

Para describir cualquier tipo de campo vectorial, debemos definir su magnitud, o intensidad, y su dirección. La dirección de un campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ en cualquier lugar es la dirección en la que el polo norte de una aguja de la brújula apunta en ese lugar. La figura 17.2a muestra cómo se puede rastrear el campo magnético de un imán de barra con ayuda de una brújula, definiendo una **línea de campo magnético**. Varias líneas de campo magnético de un imán de barra trazadas de esta manera aparecen en la representación bidimensional en la figura 17.2b. Los patrones de los campos magnéticos se pueden visualizar colocando pequeñas limaduras de hierro cerca de un imán, como se muestra en la figura 17.3.

Los científicos forenses usan una técnica similar a la que se muestra en la figura 17.3 para encontrar huellas dactilares en una escena del crimen. Una manera de encontrar impresiones latentes, o invisibles, es rociar un polvo de hierro sobre una superficie. El hierro se adhiere a cualquier transpiración o aceites corporales que están presentes y se pueden esparcir por la superficie con un cepillo magnético que nunca entra en contacto con el polvo o la superficie.

APLICACIÓN

Rociar polvo sobre las huellas digitales

17.2 Campo magnético de la Tierra

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Describir geográficamente el campo magnético de la Tierra, y discutir sus posibles orígenes y la capacidad de algo de vida para sentir y reaccionar al campo.

Se dice que un pequeño imán de barra tiene polos norte y sur, pero es más exacto decir que tiene un polo "que busca el Norte" y un polo "que busca el Sur". Por medio de estas expresiones, queremos decir que si este imán se usa como una brújula, un extremo "buscará" o señalará al Polo Norte geográfico de la Tierra y el otro extremo "buscará", o señalará, el Polo Sur geográfico de la Tierra. Concluimos que **el Polo Norte geográfico de la Tierra corresponde a un polo sur magnético, y el Polo Sur**

Sugerencia 17.1 El Polo Norte geográfico es el polo sur magnético

El polo norte de un imán en una brújula apunta al Norte porque es atraído por el polo sur *magnético* de la Tierra, ubicado cerca del Polo Norte *geográfico* de la Tierra.

Henry Leap and Jim Lehman

Figura 17.3 a) El patrón de campo magnético de un imán de barra, como se muestra con limaduras de hierro sobre una hoja de papel. b) El patrón de campo magnético entre los polos *diferentes* de dos imanes, como se muestra con limaduras de hierro. c) El patrón de campo magnético entre dos polos *iguales*.

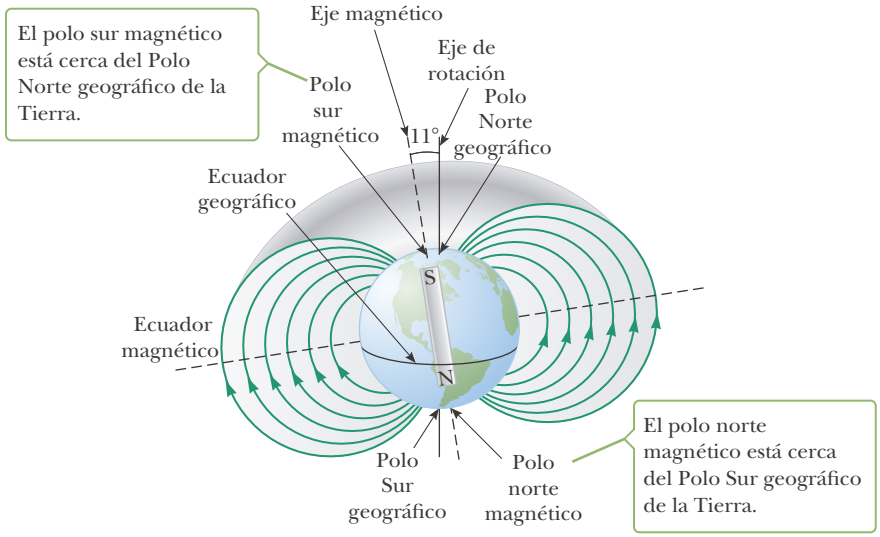


Figura 17.4 Líneas del campo magnético de la Tierra. Las líneas principales saliendo del polo norte magnético y entrando en las proximidades del polo sur magnético se han conservado para mayor claridad.

geográfico de la Tierra corresponde a un polo norte magnético. De hecho, la configuración del campo magnético de la Tierra, representada en la figura 17.4, se parece mucho a lo que se observaría si un enorme imán de barra estuviera enterrado en el interior de la Tierra.

Si la aguja de la brújula está suspendida sobre cojinetes que le permiten girar tanto en el plano vertical como en el horizontal, la aguja es horizontal respecto a la superficie de la Tierra solo cerca del ecuador. A medida que el dispositivo se mueve hacia el Norte, la aguja gira de modo que apunte más y más hacia la superficie de la Tierra. El ángulo entre la dirección del campo magnético y la horizontal se denomina **ángulo de inmersión**. Finalmente, en un punto justo al norte de la Bahía de Hudson, en Canadá, el polo norte de la aguja apunta directamente hacia abajo, con un ángulo de inclinación de 90°. Ese sitio, que se ubicó por primera vez en 1832, se considera la localización del polo magnético del sur de la Tierra. Está a aproximadamente 1 300 millas del Polo Norte geográfico de la Tierra y varía con el tiempo. Del mismo modo, el polo norte magnético de la Tierra está a aproximadamente 1200 millas de su Polo Sur geográfico. Esto significa que las agujas de la brújula apuntan aproximadamente hacia el norte. La diferencia entre el Norte verdadero, definido como el Polo Norte geográfico, y el norte indicado por una brújula varía de un punto a otro en la Tierra, una diferencia llamada *declinación magnética*. Por ejemplo, a lo largo de una línea que cruza Carolina del Sur y los Grandes Lagos, una brújula indica el Norte verdadero, mientras que en el estado de Washington esta se alinea 25° al este del Norte verdadero (figura 17.5).

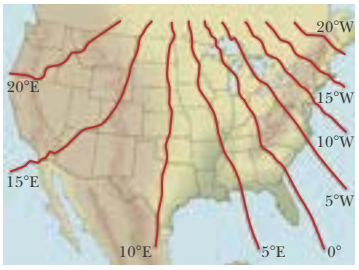


Figura 17.5 Un mapa de los Estados Unidos continentales con la declinación de una brújula del Norte verdadero.

Aunque el patrón de campo magnético de la Tierra es similar al patrón que sería establecido por un imán de barra colocado en su centro, la fuente del campo de la Tierra no puede consistir en grandes masas de material permanentemente magnetizado. La Tierra tiene grandes depósitos de mineral de hierro a niveles profundos debajo de su superficie, pero las altas temperaturas en el núcleo impiden que el hierro retenga cualquier magnetización permanente. Se considera más probable que la fuente verdadera del campo magnético de la Tierra sea corriente eléctrica en la parte líquida de su núcleo. Esta corriente, que no es bien entendida, puede ser impulsada por una interacción entre la rotación del planeta y la convección en el núcleo líquido caliente. Hay alguna evidencia de que la fuerza del campo magnético de un planeta está relacionada con su tasa de rotación. Por ejemplo, Júpiter gira más rápido que la Tierra, y las recientes sondas espaciales indican que el campo magnético de Júpiter es más fuerte que el de la Tierra, a pesar de que Júpiter carece de un núcleo de hierro. Venus, por otro lado, gira con mayor lentitud que la Tierra y su campo magnético es más débil. La investigación sobre la causa del magnetismo de la Tierra continúa.

Un hecho interesante sobre el campo magnético de la Tierra es que su dirección se invierte cada pocos millones de años. La evidencia de este fenómeno es proporcionada por el basalto (una roca que contiene hierro) que a veces es arrojada por la

actividad volcánica en el fondo del océano. A medida que la lava se enfría, se solidifica y conserva una imagen de la dirección del campo magnético de la Tierra. Cuando los depósitos de basalto están fechados, proporcionan evidencia de reversiones periódicas del campo magnético. La causa de estas inversiones de campo aún no se comprende.

Se ha especulado durante mucho tiempo que algunos animales, como las aves, utilizan el campo magnético de la Tierra para guiar sus migraciones. Los estudios han demostrado que un tipo de bacteria anaerobia que vive en los pantanos tiene, como parte de su estructura interna, una cadena magnetizada de magnetita. (El término *anaeróbico* significa que estas bacterias viven y crecen sin oxígeno, de hecho, el oxígeno es tóxico para ellas.) La cadena magnetizada actúa como una aguja de la brújula que permite a las bacterias alinearse con el campo magnético de la Tierra. Cuando se encuentran fuera del fango en el fondo del pantano, regresan a su ambiente libre de oxígeno siguiendo las líneas de campo magnético de la Tierra. Otra evidencia de su capacidad de detección magnética es que las bacterias encontradas en el hemisferio norte tienen cadenas internas de magnetita que son opuestas en polaridad a las de bacterias similares en el hemisferio sur. Del mismo modo, en el hemisferio norte, el campo de la Tierra tiene un componente descendente, mientras que en el hemisferio sur el componente es ascendente. En fechas recientes, se ha encontrado que un meteorito originado en Marte contiene una cadena de magnetita. Los científicos de la NASA creen que puede ser un fósil de la antigua vida bacteriana marciana.

BIO APLICACIÓN
Bacterias magnéticas

El campo magnético de la Tierra se usa para etiquetar pistas de aterrizaje en los aeropuertos de acuerdo con su dirección. Un gran número se pinta en el extremo de la pista para que pueda ser leído por el piloto de un avión por aterrizar. Este número describe la dirección en la que se mueve el avión, expresada como el rumbo magnético, en grados que se miden en el sentido de las manecillas del reloj desde el norte magnético dividido entre 10. Una pista marcada con 9 estaría dirigida hacia el este (90° dividida entre 10), mientras que una pista marcada con 18 estaría dirigida hacia el sur magnético.

APLICACIÓN
Etiquetado de pistas del aeropuerto

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 17.1 Brújulas hacia abajo

En un viaje de negocios a Australia, usted toma su brújula de fabricación estadounidense, que puede haber utilizado en un viaje en camping. ¿Esta brújula funciona correctamente en Australia?

EXPLICACIÓN No hay ningún problema con el uso de la brújula en Australia. El polo norte del imán en la brújula será atraído hacia el polo sur magnético cerca del Polo Norte geográfico, tal como lo fue en Estados Unidos. La única diferencia en las líneas de campo magnético es que tienen un componente hacia arriba en Australia, mientras que tienen un componente hacia abajo en Estados Unidos. Manteniendo su brújula en un plano horizontal, no puede detectar esta diferencia; solo muestra la dirección del componente horizontal del campo magnético. ■

17.3 Campos magnéticos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la fuerza magnética sobre una partícula cargada en términos de observaciones experimentales.
2. Dominar la regla de la mano derecha que da la dirección de la fuerza magnética sobre una partícula cargada.
3. Aplicar la fuerza magnética en contextos físicos.

Los experimentos muestran que una partícula cargada estacionaria no interactúa con un campo magnético estático. **Sin embargo, cuando una partícula cargada *se mueve* a través de un campo magnético, una fuerza magnética actúa sobre ella**. Esta fuerza tiene su valor máximo cuando la carga se desplaza en una dirección perpendicular a las líneas del campo magnético, disminuye su valor en otros ángulos y se hace cero cuando la partícula se mueve a lo largo de las líneas de campo. Esto es

muy diferente de la fuerza eléctrica, que ejerce una fuerza sobre una partícula cargada, ya sea en movimiento o en reposo. Además, la fuerza eléctrica se dirige paralelamente al campo eléctrico mientras que la fuerza magnética sobre una carga móvil se dirige de manera perpendicular al campo magnético.

En nuestra discusión sobre la electricidad, el campo eléctrico en algún punto del espacio se definió como la fuerza eléctrica por unidad de carga que actúa sobre cierta carga de prueba situada en ese punto. De manera similar, podemos describir las propiedades del campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ en algún punto en términos de la fuerza magnética ejercida sobre una carga de prueba en ese punto. Nuestro objeto de prueba es una carga q que se mueve con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$. Desde el punto de vista experimental, se encuentra que la intensidad de la fuerza magnética sobre la partícula es proporcional a la magnitud de la carga q, la magnitud de la velocidad $\vec{\mathbf{v}}$, la intensidad de campo magnético externo $\vec{\mathbf{B}}$ y el seno del ángulo θ entre la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$ y la dirección de $\vec{\mathbf{B}}$. Estas observaciones se pueden resumir escribiendo la magnitud de la fuerza magnética como

$$F = qvB \operatorname{sen}\theta \qquad [17.1]$$

Esta expresión se utiliza para definir la magnitud del campo magnético como

$$B \equiv \frac{F}{qv \operatorname{sen}\theta} \qquad [17.2]$$

Si F está en newtons, q en coulombs y v en metros por segundo, la unidad SI de campo magnético es el **tesla** (T), también llamada **weber** (Wb) **por metro cuadrado** ($1\ \text{T} = 1\ \text{Wb/m}^2$). Si una carga de 1 C se mueve en una dirección perpendicular a un campo magnético de magnitud 1 T con una velocidad de 1 m/s, la fuerza magnética ejercida sobre la carga es 1 N. Podemos expresar las unidades de $\vec{\mathbf{B}}$ como

$$[\text{B}] = \text{T} = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \text{m/s}} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \qquad [17.3]$$

En la práctica, la unidad cgs para el campo magnético, el **gauss** (G), se utiliza a menudo. El gauss está relacionado con el tesla a través de la conversión

$$1\ \text{T} = 10^4\ \text{G}$$

Los imanes convencionales de laboratorio pueden producir campos magnéticos tan grandes como aproximadamente 25 000 G o 2.5 T. Se han construido imanes superconductores que pueden generar campos magnéticos de hasta 3×10^5 G o 30 T. Estos valores pueden ser comparados con el pequeño valor del campo magnético de la Tierra cerca de su superficie, que es solo aproximadamente de 0.5 G, o 0.5×10^{-4} T.

De la ecuación 17.1 vemos que la fuerza sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético tiene su valor máximo cuando el movimiento de la partícula es *perpendicular* al campo magnético, correspondiente a $\theta = 90°$, de modo que $\operatorname{sen}\theta = 1$. La magnitud de esta fuerza máxima tiene el valor

$$F_{\text{máx}} = qvB \qquad [17.4]$$

También de la ecuación 17.1, F es cero cuando $\vec{\mathbf{v}}$ es paralelo a $\vec{\mathbf{B}}$ (correspondiente a $\theta = 0°$ o 180°), por lo que no se ejerce fuerza magnética sobre una partícula cargada cuando se mueve en la dirección del campo magnético o frente al campo.

Los experimentos muestran que la dirección de la fuerza magnética es siempre perpendicular a $\vec{\mathbf{v}}$ y a $\vec{\mathbf{B}}$, como se muestra en la figura 17.6 para una partícula cargada positivamente. Para determinar la dirección de la fuerza, se usa la **regla de la mano derecha número 1**:

1. Coloque los dedos de la mano derecha en la dirección de la velocidad $\vec{\mathbf{v}}$.
2. Doble los dedos en la dirección del campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$, moviéndose a través del ángulo más pequeño (como en la figura 17.7).
3. Su pulgar apunta ahora en la dirección de la fuerza magnética $\vec{\mathbf{F}}$ ejercida sobre una carga positiva.

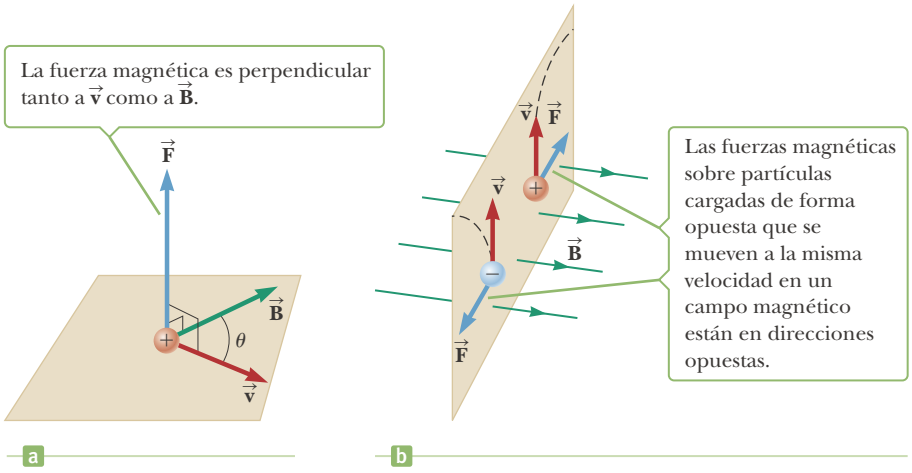


Figura 17.6 a) La dirección de la fuerza magnética $\vec{F}$ que actúa sobre una partícula cargada que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en presencia de un campo magnético $\vec{B}$. b) Fuerzas magnéticas sobre cargas positivas y negativas. Las líneas discontinuas muestran las trayectorias de las partículas, que se investigan en la sección 17.6.

Si la carga es más negativa que positiva, la fuerza $\vec{F}$ tiene dirección *opuesta* a lo que se muestra en las figuras 17.6a y 17.7. Por lo que si q es negativa, simplemente se usa la regla de la mano derecha para encontrar la dirección de q positiva y luego se invierte esa dirección por la carga negativa. La figura 17.6b ilustra el efecto de un campo magnético sobre las partículas cargadas con signos opuestos.

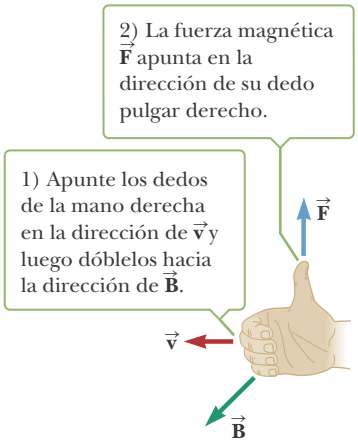


Figura 17.7 Regla número 1 de la mano derecha para determinar la dirección de la fuerza magnética sobre una carga positiva que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético $\vec{B}$.

Cuestionario rápido

17.1 Una partícula cargada se mueve en línea recta a través de una región del espacio. ¿Cuál de las respuestas siguientes *debe* ser cierta? (Suponga que los otros campos son despreciables). El campo magnético a) tiene magnitud cero; b) tiene un componente cero perpendicular a la velocidad de la partícula, o c) tiene un componente cero paralelo a la velocidad de la partícula en esa región.

17.2 El extremo del polo norte de un imán de barra se acerca a una pieza de plástico cargada positivamente. ¿El plástico a) es atraído, b) es repelido o c) no es afectado por el imán?

EJEMPLO 17.1 Un protón que viaja en el campo magnético de la Tierra

OBJETIVO Calcular la magnitud y la dirección de una fuerza magnética.

PROBLEMA Un protón se mueve con una rapidez de 1.00×10^5 m/s a través del campo magnético de la Tierra, que tiene un valor de 55.0 μT en un lugar particular. Cuando el protón se mueve hacia el este, la fuerza magnética que actúa sobre él se dirige directamente hacia arriba, y cuando se mueve hacia el norte, ninguna fuerza magnética actúa sobre ella. **a)** ¿Cuál es la dirección del campo magnético, y **b)** ¿cuál es la intensidad de la fuerza magnética cuando el protón se mueve hacia el este? **c)** Calcule la fuerza gravitacional sobre el protón y compárela con la fuerza magnética. Compárela también con la fuerza eléctrica si hubiera un campo eléctrico con una magnitud igual a $E = 1.50 \times 10^2$ N/C en ese lugar, un valor común en la superficie de la Tierra. Observe que la masa del protón es de 1.67×10^{-27} kg.

ESTRATEGIA La dirección del campo magnético se puede encontrar aplicando la regla de la mano derecha, junto con el hecho de que no se ejerce ninguna fuerza sobre el protón cuando se viaja hacia el norte. Sustituyendo en la ecuación 17.1 se obtiene la magnitud del campo magnético.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la dirección del campo magnético.

Ninguna fuerza magnética actúa sobre el protón cuando va hacia el norte, por lo que el ángulo que un protón forma con la dirección del campo magnético debe ser 0° o 180°. Por lo tanto, el campo magnético $\vec{B}$ debe apuntar hacia el norte o hacia el sur. Ahora aplique la regla de la mano derecha. Cuando la partícula viaja hacia el este, la fuerza magnética es dirigida hacia arriba. Su pulgar apunta en la dirección de la fuerza y sus dedos en la dirección de la velocidad hacia el este. Cuando usted dobla sus dedos estos apuntan al norte, que debe ser por lo tanto la dirección del campo magnético.

(*Continúa*)

b) Encuentre la magnitud de la fuerza magnética.

Sustituya los valores dados y la carga de un protón en la ecuación 17.1. Del inciso a), el ángulo entre la velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ del protón y el campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ es 90.0°.

$$\begin{aligned} F &= qvB \operatorname{sen}\theta \\ &= (1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(1.00 \times 10^{5}\ \text{m/s}) \times (55.0 \times 10^{-6}\ \text{T})\ \operatorname{sen}\ (90.0°) \\ &= \boxed{8.80 \times 10^{-19}\ \text{N}} \end{aligned}$$

c) Calcule la fuerza gravitacional sobre el protón y compárela con la fuerza magnética y también con la fuerza eléctrica si $E = 1.50 \times 10^{2}$ N/C.

$$\begin{aligned} F_{\text{grav}} &= mg = (1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) \\ &= \boxed{1.64 \times 10^{-26}\ \text{N}} \\ F_{\text{elec}} &= qE = (1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(1.50 \times 10^{2}\ \text{N/C}) \\ &= \boxed{2.40 \times 10^{-17}\ \text{N}} \end{aligned}$$

COMENTARIOS La información relativa a un protón que se desplaza hacia el norte era necesaria para fijar la dirección del campo magnético. De lo contrario, una fuerza magnética ascendente sobre un protón que se mueve hacia el este podría ser causada por un campo magnético que apunta hacia el noreste o el noroeste. Observe en el inciso c) las intensidades relativas de las fuerzas, con la fuerza eléctrica mayor que la fuerza magnética y ambas mucho más grandes que la fuerza gravitacional, todas para los valores de campo típicos encontrados en la naturaleza.

PREGUNTA 17.1 Un electrón y un protón que se mueven con la misma velocidad entran en un campo magnético uniforme. ¿Cuáles son las dos maneras en que el campo magnético afecta al electrón de forma distinta al protón?

EJERCICIO 17.1 Suponga que un electrón se mueve hacia el oeste en el mismo campo magnético que en el ejemplo 17.1 a una velocidad de 2.50×10^{5} m/s. Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza magnética en el electrón.

RESPUESTA 2.20×10^{-18} N hacia arriba (¡No olvide que el electrón está cargado negativamente!)

EJEMPLO 17.2 Un protón que se mueve en un campo magnético

OBJETIVO Calcular la fuerza magnética y la aceleración cuando una partícula se mueve en un ángulo distinto de 90° respecto al campo.

PROBLEMA Un protón se mueve a 8.00×10^{6} m/s a lo largo del eje x. Entra en una región en la que hay un campo magnético de magnitud 2.50 T, dirigido a un ángulo de 60.0° con el eje xy situado en el plano xy (figura 17.8). a) Encuentre la magnitud inicial y la dirección de la fuerza magnética sobre el protón. b) Calcule la aceleración inicial del protón.

ESTRATEGIA Encontrar la magnitud y la dirección de la fuerza magnética requiere sustituir valores en la ecuación de la fuerza magnética, ecuación 17.1 y usar la regla de la mano derecha. Al aplicar la segunda ley de Newton se resuelve el inciso b).

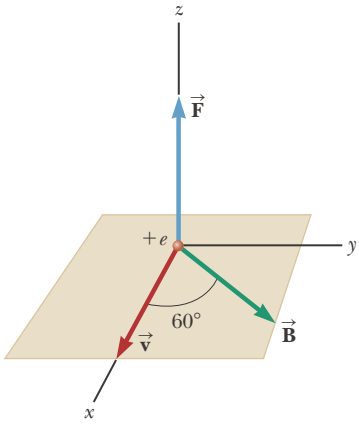


Figura 17.8 (Ejemplo 17.2) La fuerza magnética $\vec{\mathbf{F}}$ sobre un protón que está en la dirección z positiva cuando $\vec{\mathbf{v}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ se encuentran sobre el plano xy.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza magnética en el protón.

Sustituya $v = 8.00 \times 10^{6}$ m/s, la intensidad del campo magnético $B = 2.50$ T, el ángulo y la carga de un protón en la ecuación 17.1:

$$\begin{aligned} F &= qvB \operatorname{sen}\theta \\ &= (1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(8.00 \times 10^{6}\ \text{m/s})(2.50\ \text{T})(\operatorname{sen}\ 60°) \\ F &= \boxed{2.77 \times 10^{-12}\ \text{N}} \end{aligned}$$

Aplique la regla número 1 de la mano derecha para encontrar la dirección inicial de la fuerza magnética:

Apunte los dedos de la mano derecha en la dirección x (la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$) y luego dóblelos hacia $\vec{\mathbf{B}}$. El pulgar apunta hacia arriba, en la dirección z positiva.

b) Calcule la aceleración inicial del protón.

Sustituya la fuerza y la masa de un protón en la segunda ley de Newton:

$$ma = F \rightarrow (1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg})a = 2.77 \times 10^{-12}\ \text{N}$$

$$a = 1.66 \times 10^{15}\ \text{m/s}^2$$

COMENTARIOS La aceleración inicial también está en la dirección z positiva. Sin embargo, debido a que la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$ cambia, la dirección subsiguiente de la fuerza magnética también cambia. Al aplicar la regla de la mano derecha número 1 para encontrar la dirección, es importante considerar la carga. Una partícula con carga negativa acelera en la dirección opuesta.

PREGUNTA 17.2 ¿Puede un campo magnético constante cambiar la velocidad de una partícula cargada? Explique.

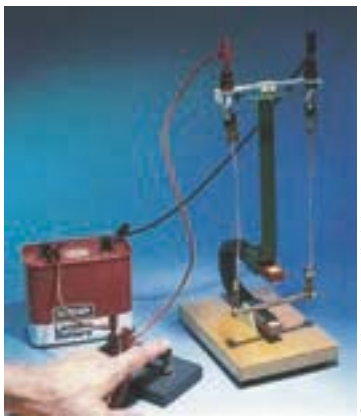
EJERCICIO 17.2 Calcule la aceleración de un electrón que se mueve a través del mismo campo magnético que en el ejemplo 17.2, a la misma velocidad que el protón. La masa de un electrón es de 9.11×10^{-31} kg.

RESPUESTA $3.04 \times 10^{18}\ \text{m/s}^2$ en la dirección z negativa

17.4 Fuerza magnética en un conductor que transporta corriente

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Deducir la fuerza magnética ejercida por un campo magnético sobre un alambre largo que transporta corriente.
2. Calcular las fuerzas magnéticas en los alambres portadores de corriente.



Cortesía de Henry Leap y Jim Lehman

Figura 17.9 Este aparato demuestra la fuerza sobre un conductor que transporta corriente en un campo magnético externo. ¿Por qué la barra gira *hacia* el imán después de que el interruptor se ha cerrado?

Si un campo magnético ejerce una fuerza sobre una sola partícula cargada cuando se mueve a través de un campo magnético, no debe sorprender que también se ejerzan fuerzas magnéticas sobre un alambre que transporta corriente (véase la figura 17.9). Debido a que la corriente es una colección de muchas partículas cargadas en movimiento, la fuerza resultante en el alambre se debe a la suma de las fuerzas individuales sobre las partículas cargadas. La fuerza sobre las partículas se transmite a la "masa" del alambre a través de colisiones con los átomos que lo componen.

En muchas de las figuras hay una explicación en cuanto a la notación. Para indicar la dirección de $\vec{\mathbf{B}}$, usamos las siguientes convenciones:

> Si $\vec{\mathbf{B}}$ se dirige hacia el interior de la página, como en la figura 17.10, usamos una serie de cruces verdes, que representan las colas de las flechas. Si $\vec{\mathbf{B}}$ se dirige hacia afuera de la página, utilizamos una serie de puntos verdes, que representan las puntas de las flechas. Si $\vec{\mathbf{B}}$ está en el plano de la página, usamos una serie de líneas de campo verdes con puntas de flecha.

La fuerza en un conductor que transporta corriente se puede demostrar colgando un alambre entre los polos de un imán, como en la figura 17.10 (página 590). En esta figura, el campo magnético está dirigido entrando hacia la página y cubre la región dentro del área sombreada. El alambre se desvía a la derecha o a la izquierda cuando transporta una corriente.

Podemos cuantificar esta discusión considerando un segmento recto de alambre de longitud ℓ y área transversal A que transporta una corriente I en un campo magnético externo uniforme $\vec{\mathbf{B}}$, como en la figura 17.11 (página 590). Suponemos que el campo magnético es perpendicular al alambre y se dirige hacia adentro de la página. Se ejerce una fuerza de magnitud $F_{\text{máx}} = qv_dB$ sobre cada portador de carga en el alambre, donde v_d es la velocidad de arrastre de la carga. Para encontrar la fuerza total en el alambre, multiplicamos la fuerza en un portador de carga por el número de portadores en el segmento. Debido a que el volumen del segmento es $A\ell$, el número de portadores es $nA\ell$, donde n es el número de portadores por unidad de volumen. Por lo tanto, la magnitud de la fuerza magnética total sobre el alambre de longitud ℓ es la siguiente:

Fuerza total = fuerza sobre cada portador de carga × número total de portadores

$$F_{\text{máx}} = (qv_dB)(nA\ell)$$

Sugerencia 17.2 El origen de la fuerza magnética en un alambre

Cuando se aplica un campo magnético en algún ángulo a un alambre que transporta una corriente, se ejerce una fuerza magnética sobre cada carga móvil en el alambre. La fuerza magnética total en el alambre es la suma de todas las fuerzas magnéticas en las cargas individuales que producen la corriente.

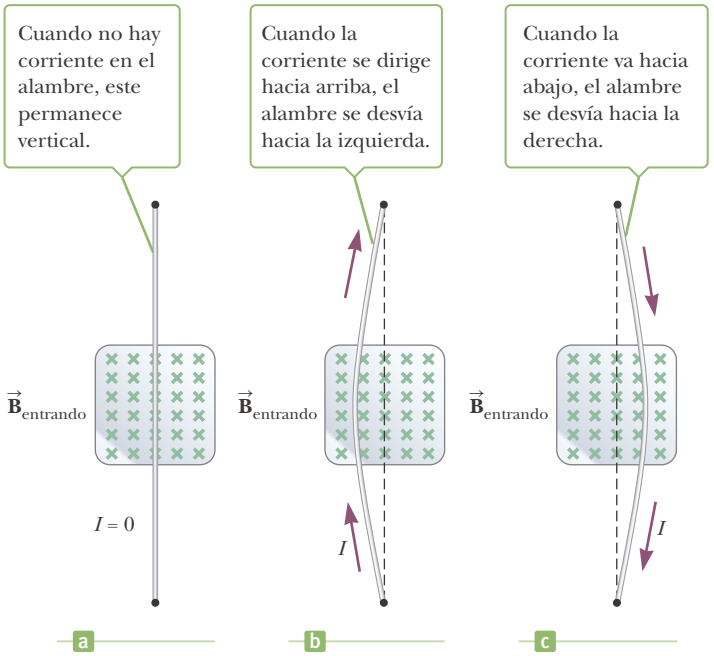


Figura 17.10 Un segmento de un alambre vertical flexible parcialmente estirado entre los polos de un imán; el campo (cruces verdes) se dirige hacia adentro de la página.

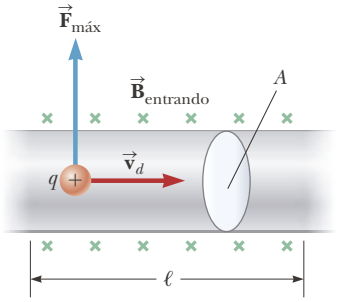


Figura 17.11 Sección de un alambre que contiene cargas móviles en un campo magnético externo $\vec{B}$.

Sin embargo, desde el capítulo 15 sabemos que la corriente en el alambre está dada por la expresión $I = nqv_dA$ por lo que

$$F_{\text{máx}} = BI\ell \qquad [17.5]$$

Esta ecuación solo puede utilizarse cuando la corriente y el campo magnético están en ángulos rectos entre sí.

Si el alambre no es perpendicular al campo pero está en algún ángulo arbitrario, como en la figura 17.12, la magnitud de la fuerza magnética en el alambre es

$$F = BI\ell \operatorname{sen}\theta \qquad [17.6]$$

donde θ es el ángulo entre $\vec{B}$ y la dirección de la corriente. La dirección de esta fuerza se puede obtener mediante el uso de la regla número 1 de la mano derecha. En este caso, sin embargo, se deben colocar los dedos en la dirección de la corriente positiva I, en lugar de en la dirección $\vec{v}$, antes de doblar los dedos están en la dirección de $\vec{B}$. Entonces el pulgar apunta en la dirección de la fuerza, como antes. La corriente, naturalmente, se compone de cargas que se mueven a cierta velocidad, por lo que esta no es realmente una regla separada. En la figura 17.12 la dirección de la fuerza magnética en el alambre está saliendo de la página.

Por último, cuando la corriente está en la dirección del campo o en la dirección opuesta a la del campo, la fuerza magnética sobre el alambre es cero.

APLICACIÓN

Operación de altavoces

La forma en que una fuerza magnética actúa sobre un alambre que transporta corriente en un campo magnético es el principio del funcionamiento de la mayoría de los altavoces de los sistemas de sonido. En la figura 17.13 se muestra el diseño de un altavoz, que consiste en una bobina de alambre llamada bobina de voz, un cono de papel flexible y un imán permanente. La bobina de alambre que rodea el polo

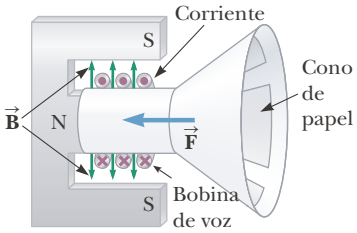
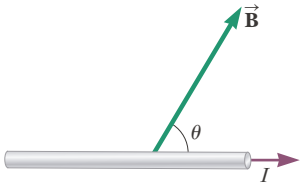


Figura 17.13 Diagrama de un altavoz.

Figura 17.12 Alambre que transporta una corriente I en presencia de un campo magnético externo $\vec{B}$ que hace un ángulo θ con el alambre. El vector de fuerza magnética sale de la página.



norte del imán está conformada de manera que las líneas de campo magnético se dirigen radialmente hacia afuera del eje de la bobina. Cuando se envía una señal eléctrica a la bobina, produciendo una corriente en ella como en la figura 17.13, una fuerza magnética hacia la izquierda actúa sobre la bobina. (Esto se puede observar al aplicar la regla número 1 de la mano derecha a cada vuelta del alambre.) Cuando la corriente invierte la dirección, como lo haría para una corriente que varió de manera sinusoidal, la fuerza magnética sobre la bobina también invierte la dirección y el cono, que está unido a la bobina, se acelera hacia la derecha. Una corriente alterna a través de la bobina provoca una fuerza alterna sobre ella, que da lugar a vibraciones del cono. El cono vibrante crea ondas sonoras mientras empuja y tira del aire delante de este. Así, una señal eléctrica de 1 kHz se convierte en una onda sonora de 1 kHz.

La bomba electromagnética que se muestra en la figura 17.14 ilustra la aplicación de la fuerza sobre un conductor que transporta corriente. Los corazones artificiales requieren una bomba para mantener la sangre fluyendo, y las máquinas de diálisis renal también la requieren para ayudar al corazón en el bombeo de sangre que se va a limpiar. Las bombas mecánicas ordinarias crean problemas porque dañan las células sanguíneas a medida que se mueven a través de la bomba. El mecanismo que se muestra en la figura ha mostrado ser prometedor en estas aplicaciones. Se establece un campo magnético a través de un segmento del tubo que contiene la sangre, que fluye en la dirección de la velocidad $\vec{\mathbf{v}}$. Una corriente eléctrica que pasa a través del fluido en la dirección mostrada tiene una fuerza magnética que actúa sobre ella en la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$, como muestra la regla de la mano derecha. Esta fuerza ayuda a mantener la sangre en movimiento.

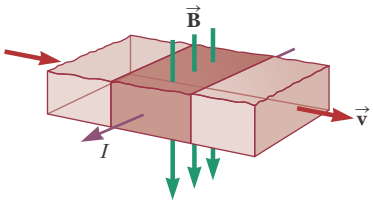


Figura 17.14 Una bomba electromagnética simple no tiene partes móviles que puedan dañar un fluido conductor, tal como la sangre que pasa a través de esta. Al aplicar la regla 1 de la mano derecha (se colocan los dedos de la mano derecha en la dirección de la corriente I, se doblan en la dirección de $\vec{\mathbf{B}}$, el pulgar que apunta en la dirección de la fuerza) muestra que la fuerza en el segmento del fluido que transporta corriente está en la dirección de la velocidad.

BIO APLICACIÓN
Bombas electromagnéticas para corazones y riñones artificiales

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 17.2 La caída de rayos

En un rayo hay un movimiento rápido de la carga negativa de una nube al suelo. ¿En qué dirección se desvía un rayo por el campo magnético de la Tierra?

EXPLICACIÓN El flujo descendente de la carga negativa en un rayo es equivalente a una corriente que se mueve hacia arriba. En consecuencia, tenemos una corriente moviéndose hacia arriba en un campo magnético dirigido hacia el norte. De acuerdo con la regla número 1 de la mano derecha, el rayo se desviaría hacia el oeste. ■

EJEMPLO 17.3 Un alambre que transporta corriente en el campo magnético de la Tierra

OBJETIVO Comparar la fuerza magnética en un alambre que transporta corriente con la fuerza gravitacional ejercida sobre el alambre.

PROBLEMA Un alambre transporta una corriente de 22.0 A de oeste a este. Suponga que el campo magnético de la Tierra en este lugar es horizontal y dirigido de sur a norte y tiene una magnitud de 0.500×10^{-4} T. **a)** Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza magnética en un alambre de 36.0 m de longitud. **b)** Calcule la fuerza gravitatoria sobre la misma longitud de alambre si está hecho de cobre y tiene un área de sección transversal de 2.50×10^{-6} m^2.

SOLUCIÓN

a) Calcule la fuerza magnética en el alambre.

Sustituya en la ecuación 17.6, utilizando el hecho de que el campo magnético y la corriente hacen un ángulo recto entre sí:

$$F = B\ell \operatorname{sen}\theta = (0.500 \times 10^{-4}\ \text{T})(22.0\ \text{A})(36.0\ \text{m}) \operatorname{sen} 90.0^\circ$$
$$= 3.96 \times 10^{-2}\ \text{N}$$

Aplique la regla número 1 de la mano derecha para encontrar la dirección de la fuerza magnética:

Coloque los dedos de su mano derecha apuntando del oeste hacia el este en la dirección de la corriente, dóblelos hacia el norte en la dirección del campo magnético. Su pulgar apunta hacia arriba.

b) Calcule la fuerza gravitacional sobre el segmento de alambre.

Primero, obtenga la masa del alambre a partir de la densidad del cobre, la longitud y el área de la sección transversal del alambre:

$$m = \rho V = \rho(A\ell)$$
$$= (8.92 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(2.50 \times 10^{-6}\ \text{m}^2 \cdot 36.0\ \text{m})$$
$$= 0.803\ \text{kg}$$

(*Continúa*)

Para obtener la fuerza gravitacional, multiplique la masa por la aceleración de la gravedad: $F_{grav} = mg = 7.87\ \text{N}$

COMENTARIOS Este cálculo muestra que en circunstancias normales, la fuerza gravitacional sobre un conductor que transporta corriente es mucho mayor que la fuerza magnética debida al campo magnético de la Tierra.

PREGUNTA 17.3 ¿Qué fuerza magnética se ejerce sobre un alambre que transporta corriente paralela a la dirección del campo magnético??

EJERCICIO 17.3 ¿Qué corriente haría que la fuerza magnética en el ejemplo fuera igual en magnitud a la fuerza gravitacional?

RESPUESTA 4.37×10^3 A, Una corriente grande que rápidamente calentaría y derretiría el alambre.

17.5 Par de torsión en una espira con corriente y motores eléctricos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Deducir el par de torsión magnético en una espira rectangular de alambre que transporta corriente.
2. Definir el momento magnético de una espira con corriente en un plano.
3. Calcular el par de torsión en las espiras simples con corriente.
4. Discutir la aplicación del par de torsión magnético a los motores eléctricos.

En la sección anterior se mostró cómo se ejerce una fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente cuando el conductor se coloca en un campo magnético externo. Con este punto de partida, ahora se muestra que se ejerce un par de torsión sobre una espira con corriente colocada en un campo magnético. Los resultados de este análisis serán de gran valor práctico cuando discutamos generadores y motores en el capítulo 18.

Considere una espira rectangular que transporta corriente I en presencia de un campo magnético externo uniforme en el plano de la espira, como se muestra en la

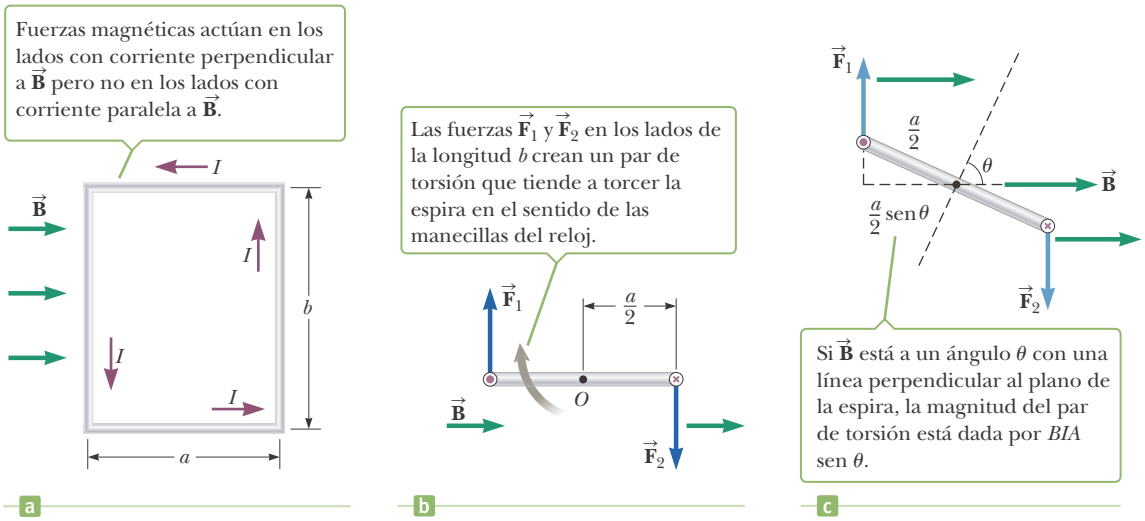


Figura 17.15 a) Vista desde arriba de una espira rectangular en un campo magnético uniforme. b) Una vista lateral de la espira rectangular del inciso a). c) Una vista lateral de la espira del inciso a) con la normal a la espira a un ángulo θ respecto al campo magnético.

figura 17.15a. Las fuerzas en los lados de longitud a son cero porque estos alambres son paralelos al campo. Sin embargo, las magnitudes de las fuerzas magnéticas en los lados de longitud b, son

$$F_1 = F_2 = BIb$$

La dirección de $\vec{\mathbf{F}}_1$, la fuerza en el lado izquierdo de la espira, sale de la página y la de $\vec{\mathbf{F}}_2$, la fuerza en el lado derecho de la espira, entra a la página. Si vemos la espira de lado, como en la figura 17.15b, las fuerzas están dirigidas como se muestra. Si suponemos que la espira pivota de manera que pueda girar alrededor del punto O, vemos que estas dos fuerzas producen un par de torsión alrededor de O que hace girar la espira en el sentido de las manecillas del reloj. La magnitud de este par de torsión, $\tau_{\text{máx}}$, es

$$\tau_{\text{máx}} = F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{a}{2} = (BIb)\frac{a}{2} + (BIb)\frac{a}{2} = BIab$$

donde el brazo del momento sobre O es $a/2$ para ambas fuerzas. Debido a que el área de la espira es $A = ab$, el par de torsión máximo se puede expresar como

$$\tau_{\text{máx}} = BIA \qquad [17.7]$$

Este resultado es válido solo cuando el campo magnético es *paralelo* al plano de la espira, como en la figura 17.15b. Si el campo hace un ángulo θ con una línea perpendicular al plano de la espira, como en la figura 17.15c, el brazo de momento para cada fuerza está dado por $(a/2)$ sen θ. Un análisis similar al anterior da, para la magnitud del par de torsión,

$$\tau = BIA \operatorname{sen}\theta \qquad [17.8]$$

Este resultado muestra que el par de torsión tiene el valor *máximo BIA* cuando el campo es paralelo al plano de la espira ($\theta = 90°$) y es cero cuando el campo es perpendicular al plano de la espira ($\theta = 0$). Como se ve en la figura 17.15 c, la espira tiende a girar con valores más pequeños de θ (de modo que la normal al plano de la espira gira hacia la dirección del campo magnético).

Aunque el análisis anterior fue para una espira rectangular, una deducción más general muestra que la ecuación 17.8 se aplica independientemente de la forma de la espira. Además, el par de torsión en una bobina con N vueltas es

$$\tau = BIAN\operatorname{sen}\theta \qquad [17.9a]$$

La cantidad $\mu = IAN$ se define como la magnitud de un vector $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ *momento magnético* de la bobina. El vector $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ siempre apunta perpendicular al plano de la(s) espira(s) y es tal que si el pulgar de la mano derecha apunta en la dirección de $\vec{\boldsymbol{\mu}}$, los dedos de la mano derecha apuntan en la dirección de la corriente. El ángulo θ en las ecuaciones 17.8 y 17.9 se encuentra entre las direcciones del momento magnético $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ y el campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$. El momento magnético se puede escribir

$$\tau = \mu B\operatorname{sen}\theta \qquad [17.9b]$$

Observe que el par de torsión $\vec{\boldsymbol{\tau}}$ es siempre perpendicular al momento magnético $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ y al campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$.

Cuestionario rápido

17.3 Una espira cuadrada y una circular con la misma área se encuentran en el plano xy, donde hay un campo magnético uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ apuntando en cierto ángulo θ respecto a la dirección z positiva. Cada espira transporta la misma corriente, en la misma dirección. ¿Qué par de torsión magnético es mayor? a) El par de torsión en la espira cuadrada. b) El par de torsión en la espira circular. (c) Los pares de torsión son iguales. d) Se necesita más información.

EJEMPLO 17.4 El par de torsión en una espira circular en un campo magnético

OBJETIVO Calcular un par de torsión magnético en una espira con corriente.

PROBLEMA Una espira de alambre circular de radio 1.00 m se coloca en un campo magnético de magnitud 0.500 T. La normal al plano de la espira hace un ángulo de 30.0° con el campo magnético (figura 17.16a). La corriente en la espira es 2.00 A en la dirección mostrada. **a)** Encuentre el momento magnético de la espira y la magnitud del par de torsión en este instante. **b)** La misma corriente es transportada por la bobina rectangular de 2.00 m por 3.00 m con tres espiras que se muestran en la figura 17.16b. Encuentre el momento magnético de la bobina y la magnitud del momento magnético que actúa sobre la bobina en ese instante.

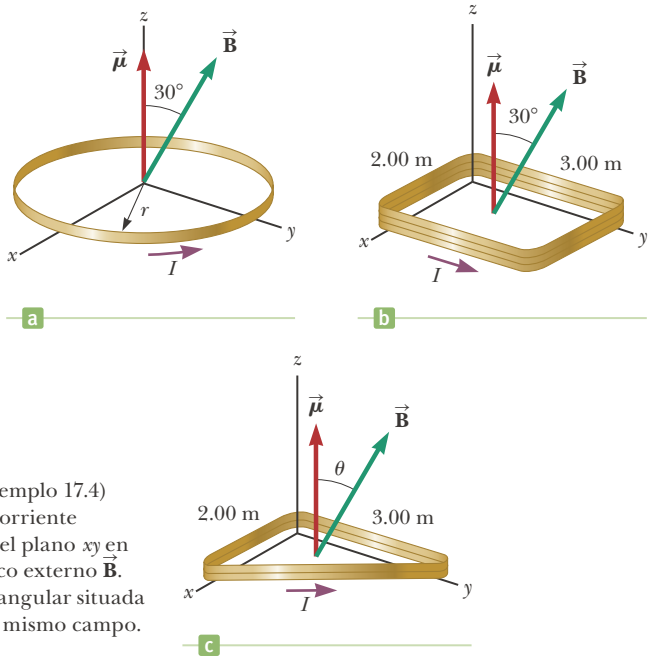


Figura 17.16 (Ejemplo 17.4) a) Una espira con corriente circular situada en el plano *xy* en un campo magnético externo $\vec{B}$. b) Una bobina rectangular situada en el plano *xy* en el mismo campo. c) (Ejercicio 17.4)

ESTRATEGIA Para cada parte, solo tenemos que calcular el área, usarla en el cálculo del momento magnético, y multiplicar el resultado por B sen θ. En conjunto, este proceso supone sustituir valores en la ecuación 17.9b.

SOLUCIÓN

a) Encuentre el momento magnético de la espira circular y el par de torsión magnético que se ejerce sobre esta.

Primero, calcule el área cerrada de la espira circular:

$$A = \pi r^2 = \pi(1.00\ \text{m})^2 = 3.14\ \text{m}^2$$

Calcule el momento magnético de la espira:

$$\mu = IAN = (2.00\ \text{A})(3.14\ \text{m}^2)(1) = 6.28\ \text{A} \cdot \text{m}^2$$

Ahora sustituya los valores del momento magnético, campo magnético y θ en la ecuación 17.9b:

$$\tau = \mu B \operatorname{sen}\theta = (6.28\ \text{A} \cdot \text{m}^2)(0.500\ \text{T})(\operatorname{sen} 30.0°) = 1.57\ \text{N} \cdot \text{m}$$

b) Encuentre el momento magnético de la bobina rectangular y el par de torsión magnético que se ejerce sobre esta.

Calcule el área de la bobina:

$$A = L \times H = (2.00\ \text{m})(3.00\ \text{m}) = 6.00\ \text{m}^2$$

Calcule el momento magnético de la bobina:

$$\mu = IAN = (2.00\ \text{A})(6.00\ \text{m}^2)(3) = 36.0\ \text{A} \cdot \text{m}^{2)}$$

Sustituya los valores en la ecuación 17.9b:

$$\tau = \mu B \operatorname{sen}\theta = (0.500\ \text{T})(36.0\ \text{A} \cdot \text{m}^2)(\operatorname{sen} 30.0°) = 9.00\ \text{N} \cdot \text{m}$$

COMENTARIOS Al calcular un par de torsión magnético, no es estrictamente necesario calcular el momento magnético. En su lugar, la ecuación 17.9a se puede usar directamente.

PREGUNTA 17.4 ¿Qué pasa con la magnitud del par de torsión si el ángulo aumenta hacia 90°? ¿Va más allá de 90°?

EJERCICIO 17.4 Suponga que una bobina triangular recta con una base de 2.00 m y una altura de 3.00 m con dos espiras que transportan una corriente de 2.00 A como se muestra en la figura 17.16c. Encuentre el momento magnético y el par de torsión en la bobina. El campo magnético es de nuevo 0.500 T y hace un ángulo de 30.0° respecto a la dirección normal.

RESPUESTAS $\mu = 12.0\ \text{A} \cdot \text{m}^2$, $\tau = 3.00\ \text{N} \cdot \text{m}$

Motores eléctricos

Es difícil imaginar la vida en el siglo XXI sin motores eléctricos. Algunos aparatos que contienen motores incluyen unidades de disco de computadora, reproductores de CD, reproductores de DVD, procesadores de alimentos y licuadoras, arrancadores de autos, hornos y acondicionadores de aire. Los motores convierten la energía eléctrica en energía cinética de rotación y consisten en una espira rígida de transporte de corriente que gira cuando se coloca en un campo magnético.

Como hemos visto (figura 17.15), el par de torsión de una espira de este tipo hace girar la espira para valores menores de θ hasta que el par de torsión se hace cero, donde el campo magnético es perpendicular al plano de la espira y $\theta = 0$. La espira gira más allá de este ángulo y la corriente permanece en la dirección mostrada en la figura, el par de torsión invierte la dirección y la espira gira en la dirección opuesta, es decir, contra las manecillas del reloj. Para superar esta dificultad y proporcionar una rotación continua en una dirección, la corriente en la espira debe invertir periódicamente la dirección. En motores de corriente alterna (CA), esta inversión ocurre naturalmente 120 veces cada segundo. En motores de corriente continua (CD), la inversión se realiza mecánicamente con contactos de anillo dividido (conmutadores) y cepillos, como se muestra en la figura 17.17.

Aunque los motores reales contienen muchas espiras de corriente y conmutadores, por simplicidad, la figura 17.17 muestra solamente una espira y un único conjunto de contactos de anillo dividido rígidamente unidos y girando con la espira. Los contactos estacionarios eléctricos llamados *cepillos* se mantienen en contacto eléctrico con el anillo divido girando. Estos cepillos por lo general se hacen de grafito, ya que es un buen conductor eléctrico, así como un buen lubricante. Así como la espira se vuelve perpendicular al campo magnético y el par de torsión se hace cero, la inercia lleva la espira hacia adelante en el sentido de las manecillas del reloj y los cepillos cruzan los huecos en el anillo, haciendo que la corriente de la espira invierta su dirección. Esta inversión proporciona otro impulso del par de torsión en el sentido de las manecillas del reloj para otros 180°, la corriente se invierte, y el proceso se repite. La figura 17.18 muestra un motor moderno utilizado para impulsar un auto híbrido de gas y eléctrico.

APLICACIÓN
Motores eléctricos

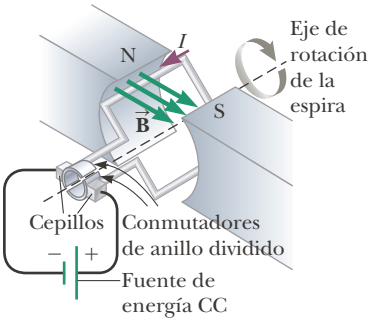


Figura 17.17 Esquema simplificado de un motor eléctrico de corriente continua.

17.6 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir el movimiento de una partícula cargada en un campo magnético uniforme.
2. Aplicar la segunda ley en coordenadas polares a las partículas que se mueven en un campo magnético uniforme.

John W. Jewett, Jr.

Figura 17.18 Compartimiento del motor del Toyota Prius, un vehículo híbrido.

Considere el caso de una partícula cargada positivamente que se mueve en un campo magnético uniforme de modo que la dirección de la velocidad de la partícula es *perpendicular al campo*, como en la figura 17.19 (página 596). La etiqueta $\vec{\mathbf{B}}_{\text{entrando}}$ y las cruces indican que $\vec{\mathbf{B}}$ está dirigido hacia adentro de la página. La aplicación de la regla de la mano derecha a la partícula en la parte inferior del círculo muestra que la dirección de la fuerza magnética $\vec{\mathbf{F}}$ en este punto está dirigida hacia arriba. La fuerza hace que la partícula altere su dirección de viaje y siga una trayectoria curva. La aplicación de la regla de la mano derecha a la partícula en otros puntos del círculo muestra que la **fuerza magnética está siempre dirigida hacia el centro de la trayectoria circular**; por lo tanto, la fuerza magnética causa una aceleración centrípeta, que cambia solo la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$ y no su magnitud. Debido a que $\vec{\mathbf{F}}$ produce la aceleración centrípeta, podemos igualar su magnitud, qvB en este caso, con la masa de la partícula multiplicada por la aceleración centrípeta v^2/r. De la segunda ley de Newton, encontramos que

$$F = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

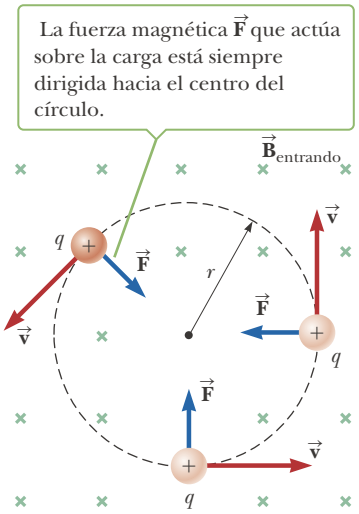
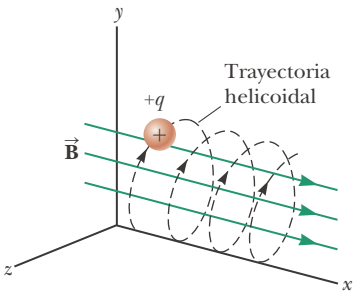


Figura 17.19 Cuando la velocidad de una partícula cargada es perpendicular a un campo magnético uniforme, la partícula se mueve en un círculo en un plano perpendicular a $\vec{B}$, que se dirige hacia la página. (Las cruces representan las colas de los vectores del campo magnético.)

Figura 17.20
Una partícula cargada que tiene una velocidad dirigida en un ángulo con un campo magnético uniforme se mueve en una trayectoria helicoidal.



que da

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad [17.10]$$

Esta ecuación dice que el radio de la trayectoria es proporcional a la cantidad de movimiento mv de la partícula y es inversamente proporcional a la carga y al campo magnético. La ecuación 17.10 se denomina a menudo la *ecuación del ciclotrón* porque se usa en el diseño de estos instrumentos (que por lo común se conocen como destrozadores del átomo).

Si la dirección inicial de la velocidad de la partícula cargada no es perpendicular al campo magnético, como se muestra en la figura 17.20, la trayectoria seguida por la partícula es una espiral (llamada hélice) a lo largo de las líneas de campo magnético.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 17.3 Cargas de atrapamiento

El almacenamiento de partículas cargadas es importante para una variedad de aplicaciones. Suponga que existe un campo magnético uniforme en una región finita del espacio. ¿Se puede inyectar una partícula cargada en esta región desde el exterior y quedar atrapada ahí solo por la fuerza magnética?

EXPLICACIÓN Es mejor considerar por separado los componentes de la velocidad de las partículas paralelas y perpendiculares a las líneas de campo en la región. No hay fuerza magnética sobre la partícula asociada con el componente de velocidad paralela a las líneas de campo, de modo que el componente de velocidad permanece sin cambios.

Ahora considere el componente de velocidad perpendicular a las líneas de campo. Este componente resultará en una fuerza magnética que es perpendicular tanto a las líneas de campo como al propio componente de velocidad. La trayectoria de una partícula para la cual la fuerza es siempre perpendicular a la velocidad es un círculo. La partícula por lo tanto sigue un arco circular y sale del campo en el otro lado del círculo, como se muestra en la figura 17.21 para una partícula con energía cinética constante. Por otra parte, una partícula puede quedar atrapada si pierde alguna energía cinética en una colisión después de entrar en el campo, de modo que gira en un círculo más pequeño y permanece dentro del campo.

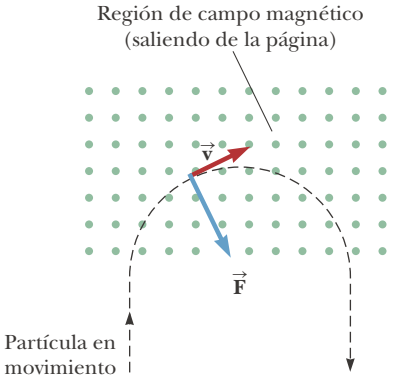


Figura 17.21 (Aplicación de la física 17.3)

Las partículas *pueden* inyectarse y contenerse si, además del campo magnético, intervienen campos electrostáticos. Estos campos se usan en la *trampa de Penning*. Con estos dispositivos es posible almacenar partículas cargadas durante periodos prolongados. Estas trampas son útiles, por ejemplo, en el almacenamiento de antimateria, que se desintegra completamente en contacto con la materia ordinaria. ■

Cuestionario rápido

17.4 A medida que una partícula cargada se mueve libremente en una trayectoria circular en presencia de un campo magnético constante aplicado de manera perpendicular a la velocidad de la partícula, la energía cinética de esta a) permanece constante, b) aumenta o c) disminuye.

EJEMPLO 17.5 El espectrómetro de masa: identificación de partículas

OBJETIVO Utilizar la ecuación de ciclotrón para identificar una partícula.

PROBLEMA Una partícula cargada entra en el campo magnético de un espectrómetro de masas a una velocidad de 1.79×10^6 m/s. Posteriormente se mueve en una órbita circular con un radio de 16.0 cm en un campo magnético uniforme de magnitud 0.350 T que tiene una dirección perpendicular a la velocidad de la partícula. Encuentre el cociente masa-carga de la partícula e identifíquela basándose en la siguiente tabla.

ESTRATEGIA Después de encontrar la relación masa-carga con la ecuación 17.10, compárela con los valores de la tabla, identificando la partícula.

SOLUCIÓN

Escriba la ecuación ciclotrón:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Resuelva esta ecuación para la masa dividida entre la carga, m/q, y los valores de sustitución:

$$\frac{m}{q} = \frac{rB}{v} = \frac{(0.160\ \text{m})(0.350\ \text{T})}{1.79 \times 10^6\ \text{m/s}} = 3.13 \times 10^{-8}\ \frac{\text{kg}}{\text{C}}$$

Identifique la partícula de la tabla. Todas las partículas son núcleos desnudos completamente ionizados.

Núcleo	m (kg)	q (C)	m/q (kg/C)
Hidrógeno	1.67×10^{-27}	1.60×10^{-19}	1.04×10^{-8}
Deuterio	3.35×10^{-27}	1.60×10^{-19}	2.09×10^{-8}
Tritio	5.01×10^{-27}	1.60×10^{-19}	3.13×10^{-8}
Helio-3	5.01×10^{-27}	3.20×10^{-19}	1.57×10^{-8}

La partícula es un núcleo de tritio.

COMENTARIOS El espectrómetro de masas es una herramienta importante en química y física. Los productos químicos desconocidos pueden calentarse y ionizarse, y las partículas resultantes pasan a través del espectrómetro de masas para después ser identificadas.

PREGUNTA 17.5 ¿Qué sucede con el momento de una partícula cargada en un campo magnético uniforme?

EJERCICIO 17.5 Suponga que una segunda partícula cargada entra en el espectrómetro de masas a la misma velocidad que la partícula del ejemplo 17.5. Si viaja en un círculo de 10.7 cm de radio, encuentre el cociente masa-carga e identifique la partícula de la tabla anterior.

RESPUESTAS 2.09×10^{-8} kg/C; núcleo de deuterio

EJEMPLO 17.6 El Espectrómetro de masa: separación de isótopos

OBJETIVO Aplicar la ecuación del ciclotrón al proceso de separación de isótopos.

APLICACIÓN
Espectrómetros de masas

PROBLEMA Dos átomos ionizados por separado se mueven fuera de una rendija en el punto S de la figura 17.22 y en un campo magnético de magnitud 0.100 T que apunta hacia la página. Cada uno tiene una velocidad de 1.00×10^6 m/s. El núcleo del primer átomo contiene un protón y tiene una masa de 1.67×10^{-27} kg, mientras que el núcleo del segundo átomo contiene un protón y un neutrón y tiene una masa de 3.34×10^{-27} kg. Los átomos con el mismo número de protones en el núcleo pero masas diferentes se llaman isótopos. Los dos isótopos aquí son hidrógeno y deuterio. Encuentre su distancia de separación cuando pegan en una placa fotográfica en P.

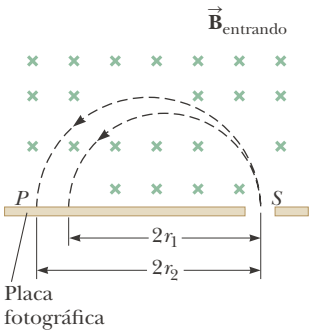


Figura 17.22 (Ejemplo 17.6) Dos isótopos salen de la rendija en el punto S y viajan en diferentes trayectorias circulares antes de pegar en una placa fotográfica en P.

ESTRATEGIA Aplique la ecuación del ciclotrón a cada átomo, encontrando el radio de la trayectoria de cada uno. Duplique los radios para encontrar los diámetros de la trayectoria y luego determine su diferencia.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

Utilice la ecuación 17.10 para encontrar el radio de la trayectoria circular seguida por el isótopo más ligero, hidrógeno:

$$r_1 = \frac{m_1 v}{qB} = \frac{(1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg})(1.00 \times 10^{6}\ \text{m/s})}{(1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(0.100\ \text{T})} = 0.104\ \text{m}$$

Use la misma ecuación para calcular el radio de la trayectoria del deuterio, el isótopo más pesado:

$$r_2 = \frac{m_2 v}{qB} = \frac{(3.34 \times 10^{-27}\ \text{kg})(1.00 \times 10^{6}\ \text{m/s})}{(1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})(0.100\ \text{T})} = 0.209\ \text{m}$$

Multiplique los radios por 2 para encontrar los diámetros y tome la diferencia, y la separación x entre los isótopos:

$$x = 2r_2 - 2r_1 = 0.210\ \text{m}$$

COMENTARIOS Durante la Segunda Guerra Mundial se usaron espectrómetros de masas para separar el isótopo U-235 de uranio radiactivo de su isótopo mucho más común, el U-238.

PREGUNTA 17.6 Calcule el radio del círculo trazado por un átomo de plomo ionizado individualmente que se mueve con la misma rapidez.

EJERCICIO 17.6 Use el mismo espectrómetro de masas que en el ejemplo 17.6 para encontrar la separación entre dos isótopos de helio: helio-4 normal, que tiene un núcleo formado por dos protones y dos neutrones, y helio-3, que tiene dos protones y un solo neutrón. Suponga que ambos núcleos, doblemente ionizados (con una carga de $2e = 3.20 \times 10^{-19}$ C), entran en el campo a 1.00×10^{6} m/s. El núcleo de helio-4 tiene una masa de 6.64×10^{-27} kg, y el núcleo de helio-3 tiene una masa igual a 5.01×10^{-27} kg.

RESPUESTA 0.102 m

17.7 Campo magnético de un alambre largo y recto y ley de Ampère

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Establecer la ecuación que da la magnitud del campo magnético de un alambre recto largo y generalizarla a la Ley de Ampère.
2. Aplicar la Ley de Ampère para determinar los campos magnéticos de alambres y cilindros que transportan corriente.

Durante una demostración en una conferencia, en 1819, el científico danés Hans Oersted (1777-1851) encontró que una corriente eléctrica en un alambre desvió una aguja próxima de la brújula. Este trascendental descubrimiento, que vinculaba por primera vez un campo magnético con una corriente eléctrica, fue el comienzo de nuestra comprensión del origen del magnetismo.

Un simple experimento realizado por Oersted en 1820 demuestra claramente que un conductor que transporta corriente produce un campo magnético. En este experimento, varias agujas de la brújula se colocan en un plano horizontal cerca de un alambre vertical largo, como en la figura 17.23a. Cuando no hay corriente en el

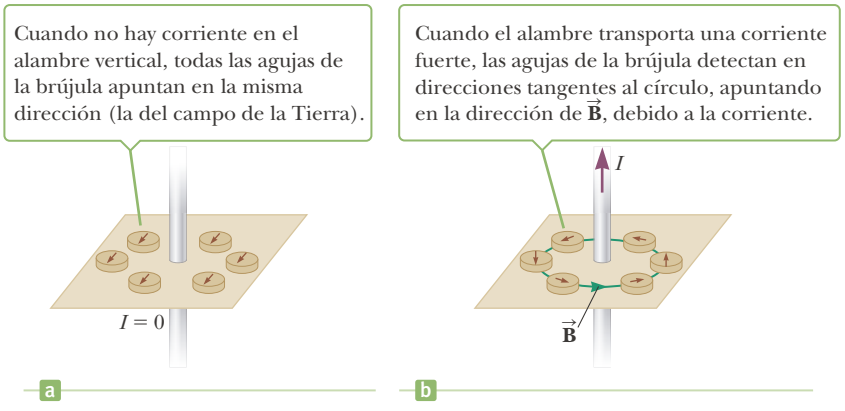


Figura 17.23 a), b) Las brújulas muestran los efectos de la corriente en un alambre cercano.

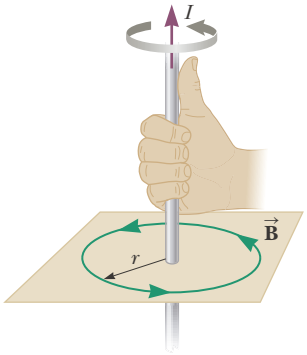


Figura 17.24 Regla de la mano derecha número 2 para determinar la dirección del campo magnético debido a un alambre largo y recto que transporta una corriente. Observe que las líneas de campo magnético forman círculos alrededor del alambre.

alambre, todas las agujas apuntan en la misma dirección (la del campo de la Tierra), como se esperaría. Sin embargo, cuando el alambre transporta una corriente fuerte y constante, las agujas se desvían en direcciones tangentes al círculo, como en la figura 17.23b. Estas observaciones muestran que la dirección de $\vec{\mathbf{B}}$ es consistente con la siguiente regla conveniente, la **regla número 2 de la mano derecha**:

> Apunte el pulgar de su mano derecha a lo largo de un alambre en la dirección de la corriente positiva, como en la figura 17.24a. Sus dedos se doblan naturalmente en la dirección del campo magnétic $\vec{\mathbf{B}}$.

Cuando la corriente se invierte, las limaduras en la figura 17.24b también se revierten.

Debido a que las limaduras apuntan en la dirección de $\vec{\mathbf{B}}$, concluimos que las líneas de $\vec{\mathbf{B}}$ forman círculos alrededor del alambre. Por simetría, la magnitud de $\vec{\mathbf{B}}$ es igual en todas partes en una trayectoria circular centrada en el alambre y que cae en un plano perpendicular al alambre. Mediante la variación de la corriente y la distancia desde el alambre, se puede determinar de manera experimental que $\vec{\mathbf{B}}$ es proporcional a la corriente e inversamente proporcional a la distancia desde el alambre. Estas observaciones conducen a una expresión matemática de la fuerza del campo magnético debido a la corriente I en un alambre largo y recto:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad [17.11]$$

◀ Campo magnético debido a un alambre recto y largo.

La constante de proporcionalidad μ_0, llamada **permeabilidad del espacio libre**, tiene el valor

$$\mu_0 \equiv 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A} \qquad [17.12]$$

La ley de Ampère y un alambre largo y recto

La ecuación 17.11 nos permite calcular el campo magnético debido a un alambre largo y recto que transporta una corriente. Un procedimiento general para deducir estas ecuaciones fue propuesto por el científico francés André-Marie Ampère (1775-1836); proporciona una relación entre la corriente en un alambre de forma arbitraria y el campo magnético producido por el alambre.

Considere un camino cerrado arbitrario que rodea una corriente como en la figura 17.25 (página 600). La trayectoria consiste en muchos segmentos cortos, cada uno de longitud $\Delta\ell$. Multiplique una de estas longitudes por el componente del campo magnético paralelo a ese segmento, donde el producto se etiqueta $B_\parallel\,\Delta\ell$. Según Ampère, la suma de todos estos productos sobre la trayectoria cerrada es igual a μ_0 por la corriente neta I que pasa a través de la superficie delimitada por la trayectoria cerrada. Este enunciado, conocido como la **ley circuital de Ampère**, se puede rescribir como

$$\sum B_\parallel\,\Delta\ell = \mu_0 I \qquad [17.13]$$

Sugerencia 17.3 ¡Levante su mano derecha!

Hemos introducido dos reglas de la mano derecha en este capítulo. Asegúrese de usar *solo* la mano derecha al aplicar estas reglas.

North Wind Picture Archives

Hans Christian Oersted
Físico y químico danés
(1777-1851)

Oersted es más conocido por observar que una aguja de la brújula se desvía cuando se coloca cerca de un alambre que transporta una corriente. Este importante descubrimiento fue la primera evidencia de la conexión entre los fenómenos eléctricos y magnéticos. También fue el primero en preparar aluminio puro.

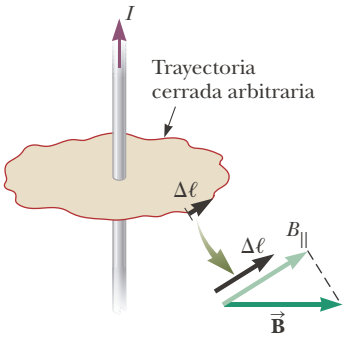
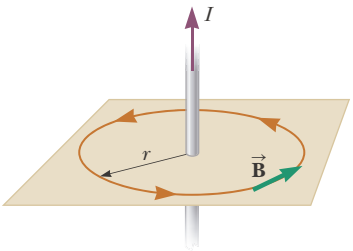


Figura 17.25 Para calcular el campo magnético de la corriente se utiliza un camino arbitrario cerrado alrededor de una corriente mediante el uso de la regla de Ampère.

© iStockphoto.com/HultonArchive

André-Marie Ampère
(1775–1836)
A Ampère, un francés, se le atribuye el descubrimiento del electromagnetismo, la relación entre las corrientes eléctricas y los campos magnéticos.

Figura 17.26 Para calcular el campo magnético establecido por el alambre se utiliza una trayectoria cerrada y circular de radio r alrededor de un alambre rectilíneo largo y recto.



donde $B_\parallel$ es la componente de $\vec{\mathbf{B}}$ paralela al segmento de longitud $\Delta\ell$ y $\Sigma B_\parallel \Delta\ell$ significa que tomamos la suma sobre todos los productos $B_\parallel \Delta\ell$ alrededor de la trayectoria cerrada. La ley de Ampère es la ley fundamental que describe cómo las corrientes eléctricas crean campos magnéticos en el espacio vacío circundante.

Podemos utilizar la ley de circuitos de Ampère para deducir el campo magnético debido a un alambre largo y recto que transporta una corriente I. Como se discutió antes, cada una de las líneas de campo magnético de esta configuración forma un círculo con el alambre en su centro. El campo magnético es tangente a este círculo en cada punto, y su magnitud tiene el mismo valor B sobre toda la circunferencia de un círculo de radio r, por lo que $B_\parallel = B$, como se muestra en la figura 17.26. Al calcular la sumatoria $\sum B_\parallel \Delta\ell$, sobre la trayectoria circular, observe que $B_\parallel$ se puede eliminar de la suma (porque tiene el mismo valor B para cada elemento en el círculo). La ecuación 17.13 entonces da

$$\sum B_\parallel \Delta\ell = B_\parallel \sum \Delta\ell = B(2\pi r) = \mu_0 I$$

Dividiendo ambos lados entre la circunferencia $2\pi r$, obtenemos

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Este resultado es idéntico a la ecuación 17.11, que es el campo magnético debido a la corriente I en un alambre largo y recto.

La ley circuital de Ampère proporciona un método elegante y simple para calcular los campos magnéticos de configuraciones de corriente altamente simétricas, pero no puede usarse fácilmente para calcular los campos magnéticos para las configuraciones de corriente complejas que carecen de simetría. Además, la ley circuital de Ampère en esta forma es válida solo cuando las corrientes y los campos no cambian con el tiempo.

EJEMPLO 17.7 El campo magnético de un alambre coaxial

OBJETIVO Usar la ley de Ampère para calcular el campo magnético producido por los alambres y cilindros que transportan corriente.

PROBLEMA Un alambre coaxial consiste en un alambre aislado que transporta corriente $I_1 = 3.00$ A rodeado por un conductor cilíndrico que transporta corriente $I_2 = 1.00$ A en la dirección opuesta, como en la figura 17.27. **a**) Calcule el campo magnético dentro del conductor cilíndrico $r_{int} = 0.500$ cm. b) Calcule el campo magnético fuera del conductor cilíndrico en $r_{ext} = 1.50$ cm.

ESTRATEGIA Construya una trayectoria circular alrededor del alambre interior, como en la figura 17.27. Solo la corriente dentro de ese círculo contribuye al campo magnético B_{int} en los puntos del círculo. Para calcular el campo magnético exterior B_{ext} al cilindro, construya una circunferencia circular fuera del cilindro. Ahora se deben incluir ambas corrientes en el cálculo, pero la corriente que va hacia abajo de la página se debe restar de la corriente en el alambre.

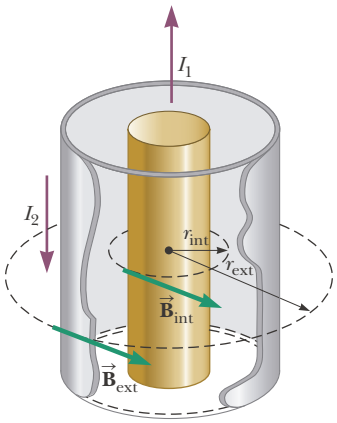


Figura 17.27 (Ejemplo 17.7)

SOLUCIÓN

a) Calcule el campo magnético B_{int} dentro el conductor cilíndrico en ley de $r_{int} = 0.500$ cm.

Escriba la ley de Ampère:

$$\sum B_{\parallel} \Delta \ell = \mu_0 I$$

El campo magnético es constante en la trayectoria dada y la longitud total del camino es $2\pi r_{int}$:

$$B_{int}(2\pi r_{int}) = \mu_0 I_1$$

Despeje B_{int} y sustituya los valores:

$$B_{int} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_{int}} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A})(3.00\ \text{A})}{2\pi(0.005\ \text{m})}$$
$$= 1.20 \times 10^{-4}\ \text{T}$$

b) Calcule el campo magnético B_{ext} fuera el conductor cilíndrico en $r_{ext} = 1.50$ cm.

Escriba la ley de Ampère:

$$\sum B_{\parallel} \Delta \ell = \mu_0 I$$

El campo magnético es más constante en la trayectoria dada y la longitud total del camino es $2\pi r_{ext}$:

$$B_{ext}(2\pi r_{ext}) = \mu_0 (I_1 - I_2)$$

Despeje B_{ext} y sustituya valores:

$$B_{ext} = \frac{\mu_0 (I_1 - I_2)}{2\pi r_{ext}} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A})(3.00\ \text{A} - 1.00\ \text{A})}{2\pi(0.015\ \text{m})}$$
$$= 2.67 \times 10^{-5}\ \text{T}$$

COMENTARIOS La dirección del campo dentro y fuera del cilindro está dada por la regla de la mano derecha, o en sentido contrario de las manecillas del reloj en la perspectiva de la figura 17.27. Los alambres coaxiales se pueden utilizar para minimizar los efectos magnéticos de la corriente, siempre que las corrientes en el alambre y en el cilindro sean iguales en magnitud y opuestas en dirección.

PREGUNTA 17.7 ¿Qué dirección tiene la fuerza magnética sobre un protón que sale de la página a) a la derecha del alambre? b) en el lado izquierdo?

EJERCICIO 17.7 Suponga que la corriente en el alambre es 4.00 A hacia abajo y la corriente en el conductor cilíndrico es 5.00 A hacia arriba. Determine la magnitud del campo magnético a) dentro del cable en $r_{int} = 0.25$ cm y b) fuera del cable en $r_{ext} = 1.25$ cm.

RESPUESTAS a) 3.20×10^{-4} T; b) 1.60×10^{-5} T

17.8 Fuerza magnética entre dos conductores paralelos

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Calcular la fuerza magnética entre dos conductores paralelos que transportan corriente.

Como hemos visto, una fuerza magnética actúa sobre un conductor de corriente cuando este se coloca en un campo magnético externo. Debido a que un conductor que transporta una corriente crea un campo magnético alrededor de sí mismo, es fácil entender que dos alambres que transportan corriente colocados juntos ejercen fuerzas magnéticas entre sí. Considere dos alambres largos, rectos, paralelos separados por la distancia d y con corrientes I_1 y I_2 en la misma dirección, como se muestra en la figura 17.28. El alambre 1 está directamente arriba del alambre 2. ¿Cuál es la fuerza magnética sobre un conductor debida a un campo magnético creado por el otro alambre?

En este cálculo hemos encontrando la fuerza sobre el alambre 1 debida al campo magnético del alambre de 2. La corriente I_2 crea el campo magnético $\vec{\mathbf{B}}_2$ en el alambre 1. La dirección de $\vec{\mathbf{B}}_2$ es perpendicular al alambre, como se muestra en la figura.

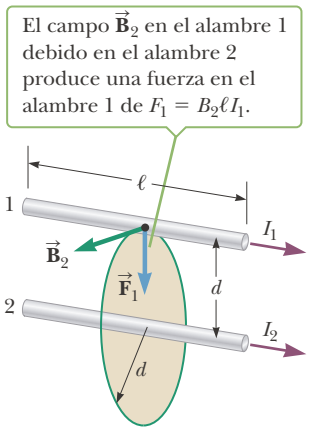


Figura 17.28 Dos alambres paralelos, orientados verticalmente, transportan corrientes constantes y ejercen fuerzas entre sí. La fuerza es atractiva si las corrientes tienen la misma dirección, como se muestra y repulsiva si las dos corrientes tienen direcciones opuestas.

Utilizando la ecuación 17.11, encontramos que la magnitud de este campo magnético es

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

De acuerdo con la ecuación 17.5, es la magnitud de la fuerza magnética en el alambre 1 en presencia del campo $\vec{\mathbf{B}}_2$ debido a I_2 es

$$F_1 = B_2 I_1 \ell = \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}\right) I_1 \ell = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi d}$$

Podemos reescribir esta relación en términos de la fuerza por unidad de longitud:

$$\frac{F_1}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \qquad [17.14]$$

La dirección de $\vec{\mathbf{F}}_1$ va hacia abajo, hacia el alambre 2, como se indica por la regla de la mano derecha número 1. Este cálculo es totalmente simétrico, lo que significa que la fuerza $\vec{\mathbf{F}}_2$ en el alambre 2 es igual a y opuesta a $\vec{\mathbf{F}}_1$, como era de esperar de la tercera ley de Newton de acción y reacción.

Hemos demostrado que los conductores paralelos que transportan corrientes en la misma dirección se *atraen*. Usted debe usar el método indicado por la figura 17.28 y los pasos que conducen a la ecuación 17.14 para demostrar que conductores paralelos que transportan corrientes en direcciones opuestas se *repelen*.

La fuerza entre dos alambres paralelos que transportan corriente se utiliza para definir la unidad del SI de la corriente, el **ampere** (A), como sigue:

Definición de ampere ▶

> Si dos alambres largos y paralelos separados 1 m transportan la misma corriente y la fuerza magnética por unidad de longitud en cada alambre es de 2×10^{-7} N/m, la corriente se define como 1 A.

La unidad SI de carga, el **coulomb** (C), puede ahora definirse en términos del ampere como sigue:

Definición de coulomb ▶

> Si un conductor transporta una corriente constante de 1 A, la cantidad de carga que fluye a través de cualquier sección transversal en 1 s es de 1 C.

Cuestionario rápido

17.5 ¿Cuál de las siguientes acciones duplicaría la magnitud de la fuerza magnética por unidad de longitud entre dos alambres paralelos de corriente? Elija todas las respuestas correctas. a) Duplicar una de las corrientes. b) Duplicar la distancia entre ellos. c) Reducir la distancia entre ellas a la mitad. d) Duplicar ambas corrientes.

17.6 Si, en la figura 17.28, $I_1 = 2$ A y $I_2 = 6$ A, ¿cuál de los siguientes enunciados es cierto? (Observe que F_2 representa la magnitud de la fuerza en el alambre 2.) a) $F_1 = 3F_2$; b) $F_1 = F_2$; c) $F_1 = F_2/3$

EJEMPLO 17.8 Haciendo levitar un alambre

OBJETIVO Calcular la fuerza magnética de un alambre con corriente sobre un alambre con corriente paralela.

PROBLEMA Dos alambres, cada uno con un peso por unidad de longitud de 1.00×10^{-4} N/m, son paralelos y uno se encuentra directamente sobre el otro. Suponga que los alambres transportan corrientes iguales en magnitud y opuestas en dirección. Están a una distancia de 0.10 m y la suma de la fuerza magnética y la fuerza gravitacional en el alambre superior es cero. Determine la corriente en los alambres. (Desprecie el campo magnético de la Tierra.)

ESTRATEGIA El alambre superior debe estar en equilibrio bajo las fuerzas de repulsión magnética y de la gravedad. Haga la suma de las fuerzas igual a cero y determine la corriente desconocida, I.

SOLUCIÓN

Realice la suma de las fuerzas igual a cero y sustituya las expresiones adecuadas. Observe que la fuerza magnética entre los alambres es repulsiva.

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{grav}} + \vec{\mathbf{F}}_{\text{mag}} = 0$$

$$-mg + \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\ell = 0$$

Las corrientes son iguales, por lo cual $I_1 = I_2 = I$. Haga estas sustituciones y despeje a I^2:

$$\frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}\ell = mg \quad \rightarrow \quad I^2 = \frac{(2\pi d)(mg/\ell)}{\mu_0}$$

Sustituya los valores dados, para determinar I^2, luego tome la raíz cuadrada. Observe que el peso por unidad de longitud, mg/ℓ.

$$I^2 = \frac{(2\pi \cdot 0.100\ \text{m})(1.00 \times 10^{-4}\ \text{N/m})}{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m})} = 50.0\ \text{A}^2$$

$$I = 7.07\ \text{A}$$

COMENTARIOS El ejercicio 17.3 mostró que usar el campo magnético de la Tierra para levitar un alambre requería corrientes en extremo grandes. Las corrientes en los alambres pueden crear campos magnéticos mucho más fuertes que el campo magnético de la Tierra en regiones cercanas al alambre.

PREGUNTA 17.8 ¿Por qué no se construyen autos que puedan levitar magnéticamente en el campo magnético de la Tierra?

EJERCICIO 17.8 Si la corriente en cada alambre se duplica, ¿qué tan lejos deben estar colocados los alambres si las magnitudes de las fuerzas gravitacionales y magnéticas en el alambre superior son iguales?

RESPUESTA 0.400 m

17.9 Campos magnéticos de espiras y solenoides con corriente

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Generalizar la forma de un campo magnético dentro de una espira que está dentro de un solenoide.
2. Calcular el campo magnético dentro de un solenoide.
3. Utilizar la ley de Ampère para derivar el campo magnético dentro de un solenoide.

La intensidad del campo magnético configurado por un trozo de alambre que transporta una corriente se puede mejorar en un lugar específico si el alambre se forma en una espira. Se puede entender esto considerando el efecto de varios pequeños segmentos de la espira con corriente, como en la figura 17.29. El segmento pequeño en la parte inferior de la espira, denominado Δx_1, produce un campo magnético de magnitud B_1 en el centro de la espira, dirigido hacia arriba. La dirección de $\vec{\mathbf{B}}$ se puede verificar usando la regla número 2 de la mano derecha para un alambre largo y recto. Imagínese sosteniendo el alambre con la mano derecha, con el pulgar apuntando en la dirección de la corriente. Sus dedos entonces se doblan alrededor en la dirección de $\vec{\mathbf{B}}$.

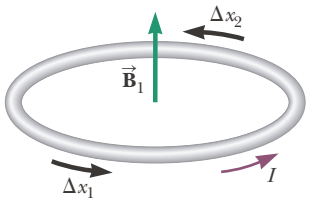


Figura 17.29 Todos los segmentos de la espira con corriente producen un campo magnético en el centro de la espira, dirigido hacia *arriba*.

Un segmento de longitud Δx_2 en la parte superior de la espira también contribuye al campo en el centro, aumentando su resistencia. El campo producido en el centro por el segmento Δx_2 tiene la misma magnitud que B_1 y también está dirigido hacia arriba. Del mismo modo, todos los otros segmentos de la espira con corriente contribuyen al campo. El efecto neto es un campo magnético para la espira con corriente, como se muestra en la figura 17.30a.

Observe en la figura 17.30a que las líneas de campo magnético entran en la parte inferior de la espira con corriente y salen por la parte superior. Compare esta con la figura 17.30b, que ilustra el campo de un imán de barra. Los dos campos son similares. Un lado de la espira actúa como si fuera el polo norte de un imán, y el otro actúa como un polo sur. La similitud de estos dos campos se utilizará para discutir el magnetismo en la materia en una próxima sección.

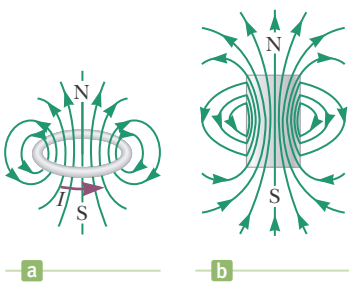


Figura 17.30 a) Líneas de campo magnético para una espira con corriente. Observe que las líneas se parecen a las de un imán de barra. b) El campo magnético de un imán de barra es similar al de una espira con corriente.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 17.4 Alambres retorcidos

En los circuitos eléctricos es frecuente que los alambres aislados que transportan corrientes en direcciones opuestas estén torcidos juntos. ¿Cuál es la ventaja de hacer esto?

EXPLICACIÓN Si los alambres no están torcidos juntos, la combinación de los dos alambres forma una espira con corriente, lo que produce un campo magnético relativamente fuerte. Este campo magnético generado por la espira podría ser lo suficientemente fuerte como para afectar a circuitos o componentes adyacentes. Cuando los alambres están torcidos juntos, sus campos magnéticos tienden a eliminarse. ■

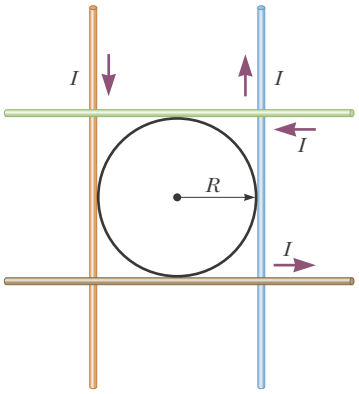


Figura 17.31 El campo de una espira circular que transporta corriente I se puede aproximar por el campo debido a cuatro alambres rectos, cada uno transportando la corriente I.

La magnitud del campo magnético en el centro de una espira circular que transporta la corriente I está dada por

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Esta ecuación debe deducirse con cálculo. Sin embargo, se puede demostrar que es razonable calculando el campo en el centro de cuatro alambres largos, cada uno transportando la corriente I y formando un cuadrado, como en la figura 17.31, con un círculo de radio R inscrito dentro de este. Intuitivamente, esta disposición debe dar un campo magnético en el centro que es similar en magnitud al campo producido por la espira circular. La corriente en el alambre circular está más cerca del centro, de modo que el alambre tendría un campo magnético algo más fuerte que la de los cuatro lados del rectángulo, pero las longitudes de los alambres rectos que están más allá del rectángulo lo compensan. Cada alambre aporta el mismo campo magnético en el centro exacto, por lo que el campo total está dado por

$$B = 4 \times \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{\mu_0 I}{2R}\right) = (1.27)\left(\frac{\mu_0 I}{2R}\right)$$

Este resultado es *aproximadamente* el mismo que el campo producido por la espira circular de corriente.

Cuando la bobina tiene N espiras y cada una transporta la corriente I, el campo magnético en el centro está dado por

$$B = N\,\frac{\mu_0 I}{2R} \qquad [17.15]$$

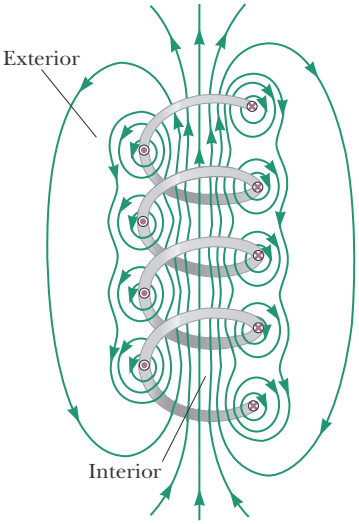


Figura 17.32 Las líneas de campo magnético para un solenoide enrollado.

Campo magnético de un solenoide

Si un alambre largo y recto se dobla en una bobina de varias espiras estrechamente espaciadas, el dispositivo resultante es un **solenoide**, a menudo llamado un **electroimán**. Este dispositivo es importante en muchas aplicaciones porque actúa como un imán solo cuando transporta una corriente. El campo magnético dentro de un solenoide aumenta con la corriente y es proporcional al número de bobinas por unidad de longitud.

La figura 17.32 muestra las líneas de campo magnético de un solenoide enrollado de longitud ℓ, y número total de vueltas N. Observe que las líneas de campo dentro del solenoide son casi paralelas, espaciadas de manera uniforme y cercanas entre sí. Como resultado, el campo dentro del solenoide es fuerte y aproximadamente uniforme. El campo exterior a los lados del solenoide no es uniforme, es mucho más débil que el campo interior y *opuesto en dirección* al campo dentro del solenoide.

Si las espiras están poco separadas, las líneas de campo quedan como se muestra en la figura 17.33a, entrando en un extremo del solenoide y saliendo por el otro. Un extremo del solenoide actúa como un polo norte y el otro extremo actúa como un polo sur. Si la longitud del solenoide es mucho mayor que su radio, las líneas que salen del extremo norte del solenoide se extienden sobre una amplia región antes de volver a entrar en el extremo sur. Cuanto más separadas estén las líneas de campo, más débil será el campo. Esto es en comparación con un campo mucho más fuerte *dentro* del solenoide, donde las líneas están juntas. Además, el campo dentro del solenoide tiene una magnitud constante en todos los puntos lejos de sus extre-

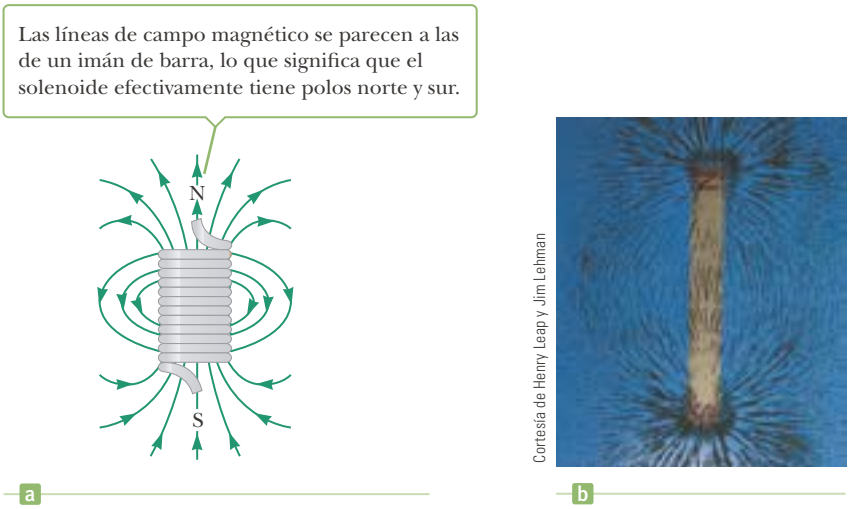


Figura 17.33 a) Las líneas de campo magnético para un solenoide fuertemente enrollado de longitud finita que transporta una corriente constante. El campo dentro del solenoide es casi uniforme y fuerte. b) El patrón de campo magnético de un imán de barra, mostrado con pequeñas limaduras de hierro en una hoja de papel.

mos. Como se verá más adelante, estas consideraciones permiten la aplicación de la ley de Ampère al solenoide, dando como resultado

$$B = \mu_0 nI \qquad [17.16]$$

◀ Campo magnético dentro de un solenoide

para el campo dentro del solenoide, donde $n = N/\ell$ es el número de vueltas por unidad de longitud del solenoide.

Numerosos dispositivos crean haces de partículas cargadas para diversos fines, y esas partículas suelen estar controladas y dirigidas por campos electromagnéticos. Los televisores de rayos catódicos de estilo antiguo utilizan imanes de conducción que dirigen de forma rápida y precisa un haz de electrones a través de una pantalla de fósforo en un movimiento de exploración, creando una ilusión de una imagen en movimiento de una serie de puntos brillantes. (Véase la figura 17.34.) Los microscopios de electrones utilizan un cañón similar y lentes electrostáticas y electromagnéticas para enfocar el haz. Los aceleradores de partículas requieren electroimanes muy grandes para que las partículas se muevan a casi la velocidad de la luz. Los Tokamaks, son dispositivos experimentales que se usan en la investigación de energía de fusión, y utilizan campos magnéticos para contener plasmas calientes. La figura 17.35 es una fotografía de un dispositivo de este tipo.

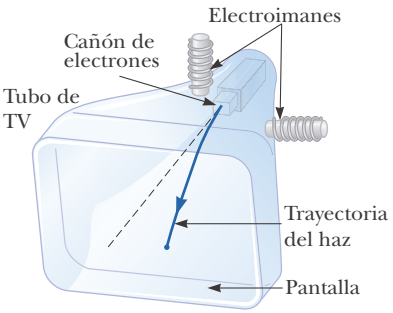


Figura 17.34 Los electroimanes se utilizan para desviar a los electrones a las posiciones deseadas en la pantalla de un tubo de televisión.

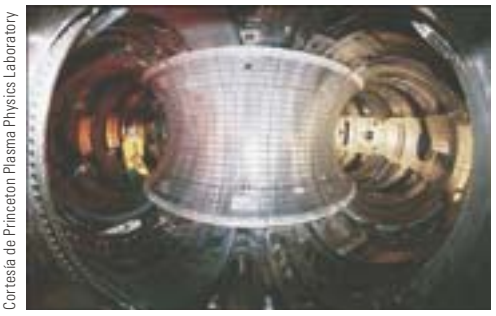


Figura 17.35 Vista interior del reactor de prueba de fusión Tokamak cerrado (TFTR) en el Laboratorio de Física de Plasma de Princeton.

EJEMPLO 17.9 El campo magnético dentro de un solenoide

OBJETIVO Calcular el campo magnético de un solenoide a partir de datos dados y el momento de una partícula cargada en este campo.

PROBLEMA Cierto solenoide consta de 100 vueltas de alambre y tiene una longitud de 10.0 cm. **a**) Encuentre la magnitud del campo magnético dentro del solenoide cuando transporta una corriente de 0.500 A. **b**) ¿Cuál es la cantidad de movimiento de un protón orbitando dentro del solenoide en un círculo de radio de 0.020 m? El eje del solenoide es perpendicular al plano de la órbita. **c**) ¿Aproximadamente cuánto alambre se necesitaría para construir este solenoide? Suponga que el radio del solenoide es de 5.00 cm.

ESTRATEGIA En el inciso a) calcule el número de vueltas por metro y sustitúyalo y la información dada en la ecuación 17.16, obteniendo la magnitud del campo magnético. El inciso b) es una aplicación de la segunda ley de Newton.

(*Continúa*)

SOLUCIÓN

a) Determine la magnitud del campo magnético dentro del solenoide cuando transporta una corriente de 0.500 A.

Calcule el número de vueltas por unidad de longitud:

$$n = \frac{N}{\ell} = \frac{100 \text{ vueltas}}{0.100 \text{ m}} = 1.00 \times 10^3 \text{ vueltas/m}$$

Sustituya n e I en la ecuación 17.16 para encontrar la magnitud del campo magnético:

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 nI \\ &= (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(1.00 \times 10^3 \text{ vueltas/m})(0.500 \text{ A}) \\ &= 6.28 \times 10^{-4} \text{ T} \end{aligned}$$

b) Encuentre el momento de un protón orbitando en un círculo de radio 0.020 m cerca del centro del solenoide.

Escriba la segunda ley de Newton para el protón:

$$ma = F = qvB$$

Sustituya la aceleración centrípeta $a = v^2/r$:

$$m\frac{v^2}{r} = qvB$$

Elimine un factor de v en ambos lados y multiplique por r, obteniendo la cantidad de movimiento mv:

$$\begin{aligned} mv = rqB &= (0.020 \text{ m})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(6.28 \times 10^{-4} \text{ T}) \\ p = mv &= 2.01 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

c) ¿Aproximadamente cuánto alambre se necesitaría para construir este solenoide?

Multiplique el número de vueltas por la circunferencia de una espira:

$$\begin{aligned} \text{longitud del alambre} &\approx (\text{número de vueltas})(2\pi r) \\ &= (1.00 \times 10^2 \text{ vueltas})(2\pi \cdot 0.050\,0 \text{ m}) \\ &= 31.4 \text{ m} \end{aligned}$$

COMENTARIOS Un electrón en el inciso b) tendría la misma cantidad de movimiento que el protón, pero una rapidez mucho mayor. También orbitaría en la dirección opuesta. La longitud del alambre en el inciso c) es solo una estimación porque el alambre tiene cierto espesor, que aumenta ligeramente el tamaño de cada espira. Además, las espiras de alambre no son círculos perfectos porque se enrollan lentamente a lo largo del solenoide.

PREGUNTA 17.9 ¿Qué pasaría con el protón en órbita si el solenoide estuviera orientado verticalmente?

EJERCICIO 17.9 Suponga que tiene un alambre de cobre de 32.0 m de longitud. Si el alambre está enrollado en un solenoide de 0.240 m de longitud y un radio de 0.040 0 m, ¿qué tan fuerte es el campo magnético resultante en su centro cuando la corriente es de 12.0 A?

RESPUESTA 8.00×10^{-3} T

Ley de Ampère aplicada a un solenoide

Podemos usar la ley de Ampère para obtener la expresión del campo magnético dentro de un solenoide que transporta una corriente I. En la figura 17.36 se muestra una sección transversal tomada a lo largo de una parte de nuestro solenoide. $\vec{\mathbf{B}}$ dentro del solenoide es uniforme y paralelo al eje, y $\vec{\mathbf{B}}$ fuera es aproximadamente cero. Considere una trayectoria rectangular de longitud L y ancho w, como se muestra en la figura. Podemos aplicar la ley de Ampère a esta trayectoria evaluando la suma de $B_{\parallel}\,\Delta\ell$, sobre cada lado del rectángulo. La contribución a lo largo del lado 3 es claramente cero porque $\vec{\mathbf{B}} = 0$ en esta región. Las contribuciones de los lados 2 y 4 son ambas cero porque $\vec{\mathbf{B}}$ es perpendicular a $\Delta\ell$, a lo largo de estas trayectorias. El lado 1 de longitud L da una contribución BL a la suma porque $\vec{\mathbf{B}}$ es uniforme a lo largo de esta trayectoria y paralela a $\Delta\ell$, Por lo tanto, la suma sobre la trayectoria rectangular cerrada tiene el valor

$$\sum B_{\parallel}\,\Delta\ell = BL$$

El lado derecho de la ley de Ampère implica la corriente total que pasa a través del área delimitada por la trayectoria elegida. En este caso, la corriente total a través de la trayectoria rectangular es igual a la corriente a través de cada vuelta del solenoide, multiplicada por el número de vueltas. Si N es el número de vueltas en la longitud L, entonces la corriente total a través de la trayectoria rectangular es igual a NI. Por lo tanto la ley de Ampère aplicada a esta trayectoria da

$$\sum B_{\parallel}\,\Delta\ell = BL = \mu_0 NI$$

o

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 nI$$

donde $n = N/L$ es el número de vueltas por unidad de longitud.

La ley de Ampère aplicada a la trayectoria discontinua rectangular puede usarse para calcular el campo dentro del solenoide.

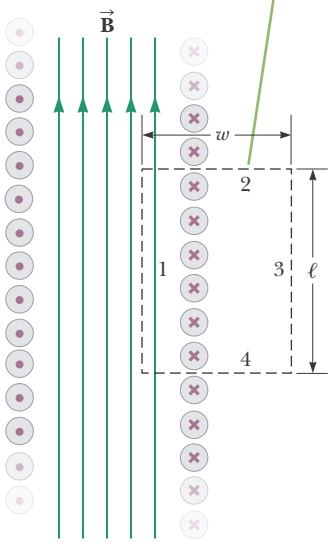


Figura 17.36 Una vista en sección transversal de un solenoide fuertemente enrollado. Si el solenoide es largo respecto a su radio, podemos suponer que el campo magnético interior es uniforme y el campo exterior es cero.

17.10 Dominios magnéticos

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Discutir la creación de campos magnéticos a nivel atómico por electrones orbitando y por espín del electrón.
2. Definir materiales ferromagnéticos y dominios magnéticos.
3. Compare las propiedades magnéticas de los materiales ferromagnéticos, paramagnéticos y diamagnéticos.

El campo magnético producido por una corriente en una bobina de alambre proporciona una pista de lo que podría hacer que ciertos materiales presenten fuertes propiedades magnéticas. Una sola bobina como la de la figura 17.30a tiene un polo norte y un polo sur, pero si eso es cierto para una bobina de alambre, también debería ser cierto para cualquier corriente confinada a una trayectoria circular. En particular, *un átomo individual debe actuar como un imán debido al movimiento de los electrones alrededor del núcleo.* Cada electrón, con su carga de 1.6×10^{-19} C, circunda el átomo una vez en aproximadamente 10^{-16} s. Si dividimos la carga eléctrica en este intervalo de tiempo, vemos que el electrón en órbita es equivalente a una corriente de 1.6×10^{-3} A. Esta corriente produce un campo magnético del orden de 20 T en el centro de la trayectoria circular. De esto vemos que se produciría un campo magnético muy fuerte si varios de estos imanes atómicos pudieran alinearse dentro de un material. Sin embargo, esto no ocurre, porque el modelo simple que hemos descrito no es la historia completa. Un análisis minucioso de la estructura atómica muestra que el campo magnético producido por un electrón en un átomo es a menudo cancelado por un electrón que gira en sentido contrario en el mismo átomo. El resultado neto es que **el efecto magnético producido por los electrones que orbitan en el núcleo es cero o muy pequeño para la mayoría de los materiales**.

Las propiedades magnéticas de muchos materiales pueden explicarse por el hecho de que un electrón no solo gira en una órbita, sino que también gira sobre su eje como un trompo, con un momento magnético de espín como se muestra (figura 17.37). (Esta descripción clásica no debe tomarse demasiado literal. La propiedad de espín de los electrones puede entenderse solo en el contexto de la mecánica cuántica, que no discutiremos aquí.) El movimiento de *espín* del electrón representa una carga en movimiento que produce un campo magnético. El campo debido al espín por lo general es más fuerte que el campo debido al movimiento orbital. En los átomos que contienen muchos electrones, los electrones por lo general se aparean con espines opuestos entre sí para que sus campos se eliminen. Es por eso que la mayoría de las sustancias no son magnéticas. Sin embargo, en ciertos materiales fuertemente magnéticos, como el hierro, el cobalto y el níquel, los campos magnéticos producidos por los espines de electrones no se eliminan por completo. Se dice que dichos materiales son **ferromagnéticos**. En materiales ferromagnéticos el acoplamiento fuerte ocurre entre átomos vecinos, formando grupos grandes de átomos con los

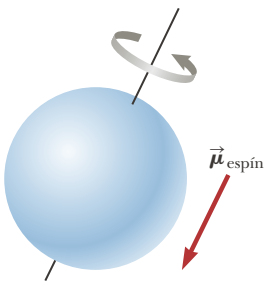


Figura 17.37 Modelo clásico de un electrón girando.

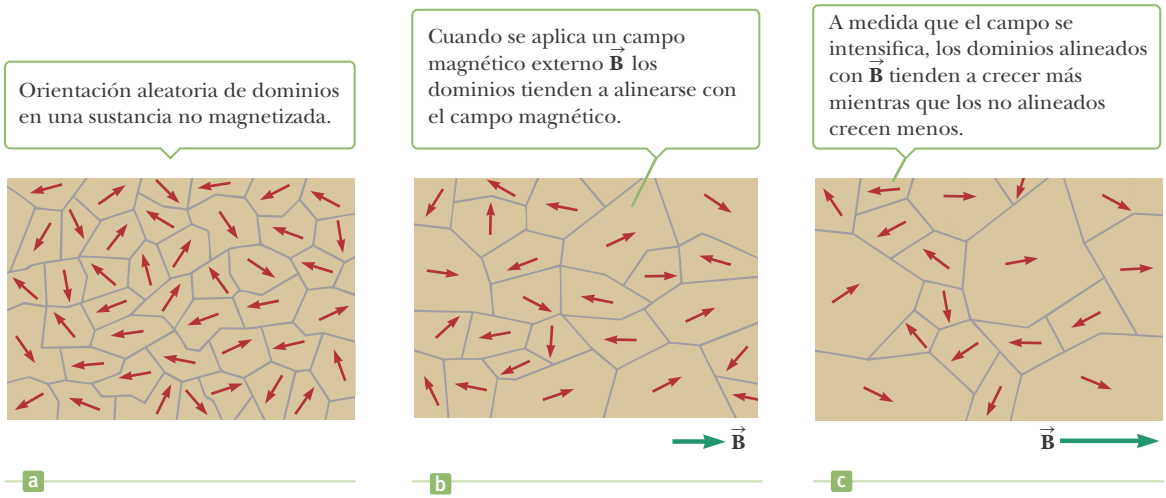


Figura 17.38 Orientación de los dipolos magnéticos antes y después de aplicar un campo magnético a una sustancia ferromagnética.

espines alineados. Se llaman **dominios** a los tamaños de estos grupos que por lo común varían de aproximadamente 10^{-4} cm a 0.1 cm. En una sustancia no magnetizada los dominios están orientados de manera aleatoria, como se muestra en la figura 17.38a. Cuando se aplica un campo externo, como en las figuras 17.38b y 17.38c, el campo magnético de cada dominio tiende a aproximarse más al alineamiento con el campo externo, resultando en la magnetización.

En lo que se conoce como materiales magnéticos duros, los dominios permanecen alineados incluso después de que se ha quitado el campo externo; el resultado es un **imán permanente**. En los materiales magnéticos blandos, como el hierro, una vez que se elimina el campo externo, la agitación térmica produce movimiento de los dominios y el material vuelve rápidamente a un estado no magnetizado.

La alineación de los dominios explica por qué la intensidad de un electroimán se incrementa drásticamente mediante la inserción de un núcleo de hierro en el centro del imán. El campo magnético producido por la corriente en las espiras hace que los dominios se alineen, produciendo así un gran campo externo neto. El uso de hierro como núcleo es también ventajoso porque es un material magnético blando que pierde su magnetismo casi instantáneamente después de que se apaga la corriente en las bobinas.

La formación de dominios en sustancias ferromagnéticas también explica por qué estas son atraídas hacia los imanes permanentes. El campo magnético de un imán permanente realinea los dominios en un objeto ferromagnético para que el objeto se magnetice temporalmente. Los polos del objeto son atraídos a los correspondientes polos opuestos del imán permanente. El objeto puede atraer de modo similar otros objetos ferromagnéticos, como se ilustra en la figura 17.39.

© Cengage Learning/George Semple

Figura 17.39 El imán permanente (rojo) magnetiza temporalmente algunos clips, que luego se atraen entre sí a través de fuerzas magnéticas.

Sugerencia 17.4 ¡El electrón tiene espín, pero no gira!

Aunque usamos la palabra espín, el electrón, a diferencia de la parte superior del trompo de un niño, no gira físicamente en este sentido. El electrón tiene un momento angular intrínseco que hace que *actúe como si estuviera girando*, pero el concepto de momento angular de espín es en realidad un efecto cuántico relativista.

Tipos de materiales magnéticos

Los materiales magnéticos se pueden clasificar de acuerdo a cómo reaccionan a la aplicación de un campo magnético. En los materiales **ferromagnéticos** los átomos tienen momentos magnéticos permanentes que se alinean fácilmente con un campo magnético aplicado de manera externa. Ejemplos de materiales ferromagnéticos son hierro, cobalto y níquel. Estas sustancias pueden retener parte de su magnetización incluso después de que se ha eliminado el campo magnético aplicado.

Los materiales **paramagnéticos** también tienen momentos magnéticos que tienden a alinearse con un campo magnético aplicado externamente, pero la respuesta es en extremo débil comparada con la de los materiales ferromagnéticos. Ejemplos de sustancias paramagnéticas son aluminio, calcio y platino. Un material ferromag-

High Field Magnet Laboratory, University of Nijmegen, The Netherlands

Figura 17.40 Diamagnetismo. Una rana levita en un campo magnético de 16 T en el Laboratorio de Altos Campos Magnéticos de Nijmegen, en Holanda. La fuerza de levitación se ejerce sobre las moléculas de agua diamagnéticas en el cuerpo de la rana. La rana no sufrió efectos nocivos debidos a la experiencia de la levitación.

nético puede convertirse en paramagnético cuando se calienta a cierta temperatura crítica, la temperatura de Curie, que depende del material.

En los materiales **diamagnéticos**, un campo magnético aplicado externamente induce una magnetización muy débil que es opuesta al campo aplicado. Por lo general no se observa diamagnetismo porque los efectos paramagnéticos y ferromagnéticos son mucho más fuertes. Sin embargo, en la figura 17.40, un campo magnético muy alto ejerce una fuerza de levitación sobre las moléculas de agua diamagnéticas en una rana.

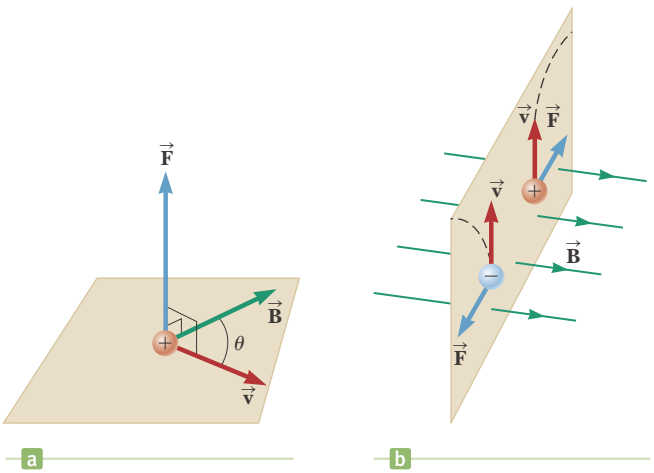
RESUMEN

17.3 Campos magnéticos

La **fuerza magnética** que actúa sobre una carga q que se mueve con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ en un campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ tiene magnitud

$$F = qvB \operatorname{sen} \theta \qquad [17.1]$$

donde θ es el ángulo entre $\vec{\mathbf{v}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$.



a) La dirección de la fuerza magnética $\vec{\mathbf{F}}$ que actúa sobre una partícula cargada que se mueve con una velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ en presencia de un campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$. La fuerza magnética es perpendicular a $\vec{\mathbf{v}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$. b) Fuerzas magnéticas sobre cargas positivas y negativas. Las líneas discontinuas muestran las trayectorias de las partículas, que se investigan en la sección 17.6. Las fuerzas magnéticas sobre partículas cargadas de signo contrario que se mueven a la misma velocidad en un campo magnético están en direcciones opuestas.

Para encontrar la dirección de esta fuerza, use la **regla número 1 de la mano derecha**: apunte los dedos de su mano derecha abierta en la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$ y luego dóblelos en la dirección de $\vec{\mathbf{B}}$. Entonces su pulgar apunta en la dirección de la fuerza magnética $\vec{\mathbf{F}}$.

Si la carga es *negativa* en lugar de positiva, la fuerza es dirigida en forma opuesta a la fuerza dada por la regla de la mano derecha.

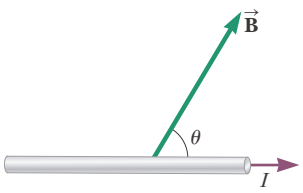
La unidad SI del campo magnético es el **tesla** (T), o weber por metro cuadrado (Wb/m^2). Una unidad adicional comúnmente usada para el campo magnético es el **gauss** (G); $1\ T = 10^4\ G$.

17.4 Fuerza magnética en un conductor que transporta corriente

Si un conductor recto de longitud ℓ, transporta la corriente I, la fuerza magnética en ese conductor cuando se coloca en un campo magnético externo uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ es

$$F = BI\ell \operatorname{sen} \theta \qquad [17.6]$$

donde θ es el ángulo entre la dirección de la corriente y la dirección del campo magnético



La fuerza magnética sobre este conductor que transporta corriente está saliendo de la página.

La regla número 1 de la mano derecha también indica la dirección de la fuerza magnética sobre el conductor. Sin embargo, en este caso, usted debe apuntar sus dedos en la dirección de la corriente en lugar de en la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$.

17.5 Par de torsión en una espira con corriente y motores eléctricos

El par de torsión τ de una espira de alambre que transporta corriente de un campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ tiene magnitud

$$\tau = BIA \operatorname{sen} \theta \qquad [17.8]$$

donde I es la corriente en la espira y A es su área de sección transversal. La magnitud del momento magnético de una bobina que transporta corriente se define por $\mu = IAN$, donde N es el número de espiras. El momento magnético se considera un vector, $\vec{\boldsymbol{\mu}}$, que es perpendicular al plano de la espira. El ángulo entre $\vec{\mathbf{B}}$ y $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ es θ.

17.6 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético

Si una partícula cargada se mueve en un campo magnético uniforme para que su velocidad inicial sea perpendicular al campo, se moverá en una trayectoria circular en un plano perpendicular al campo magnético. El radio r de la trayectoria circular se puede encontrar de la segunda ley de Newton y de la aceleración centrípeta, y está dado por

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad [17.10]$$

donde m es la masa de la partícula y q su carga.

17.7 Campo magnético de un alambre largo y recto y ley de Ampère

El campo magnético a una distancia r de un **alambre largo y recto** que transporta una corriente I tiene la magnitud

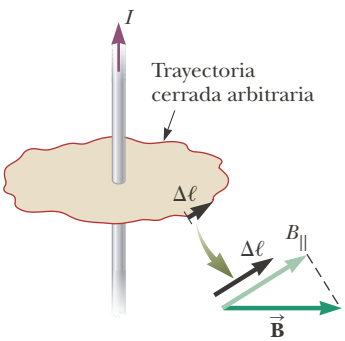
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad [17.11]$$

donde $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A}$ es la **permeabilidad del espacio libre**. Las líneas de campo magnético alrededor de un alambre largo y recto son círculos concéntricos con el alambre.

La **ley de Ampère** se puede usar para encontrar el campo magnético alrededor de ciertos conductores sencillos que transportan corriente. Esta se puede escribir

$$\sum B_{\parallel}\, \Delta\ell = \mu_0 I \qquad [17.13]$$

donde $B_{\parallel}$ es la componente de $\vec{\mathbf{B}}$ tangente a un pequeño elemento de corriente de longitud $\Delta\ell$, que es parte de una trayectoria cerrada e I es la corriente total que entra en la trayectoria cerrada.



Una trayectoria cerrada arbitraria alrededor de una corriente se utiliza para calcular el campo magnético de la corriente mediante el uso de la regla de Ampère.

17.8 Fuerza magnética entre dos conductores paralelos

La fuerza por unidad de longitud en cada uno de los dos alambres paralelos separados por la distancia d que transportan las corrientes I_1 e I_2 tiene la magnitud

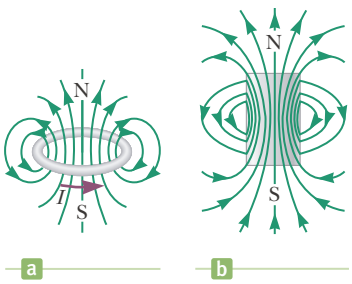
$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \qquad [17.14]$$

Las fuerzas son atractivas si las corrientes están en la misma dirección y repulsivas si están en direcciones opuestas.

17.9 Campos magnéticos de espiras y solenoides con corriente

El campo magnético en el centro de una bobina de N espiras circulares de radio R, cada una transportando la corriente I, está dada por

$$B = N\frac{\mu_0 I}{2R} \qquad [17.15]$$

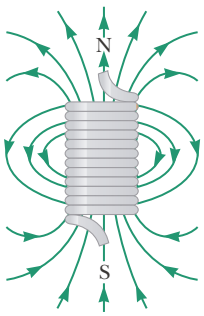


a) Líneas de campo magnético para una espira con corriente. Observe que las líneas se parecen a las de un imán de barra. b) El campo magnético de un imán de barra es similar al de una espira con corriente.

El campo magnético dentro de un solenoide tiene la magnitud

$$B = \mu_0 nI \qquad [17.16]$$

donde $n = N/\ell$, es el número de vueltas de alambre por unidad de longitud.



Líneas de campo magnético para un solenoide fuertemente enrollado de longitud finita que transporta una corriente constante. El campo dentro del solenoide es casi uniforme y fuerte. Observe que las líneas de campo se parecen a las de un imán de barra, por lo que el solenoide efectivamente tiene polos norte y sur.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de física** Un hombre de masa de 70.0 kg se sienta en el extremo de un sube y baja de 4.00 m de longitud, pivotado en el centro. Su extremo del sube y baja está en el suelo. Una mujer de pie lo agarra y ejerce una fuerza hacia abajo en el extremo elevado, que está inicialmente a 2.00 m del suelo. a) ¿Qué par de torsión debe exceder si empieza a levantar al hombre del suelo? b) ¿Qué par de torsión mínimo debe ejercer ella justo cuando el sube y baja está a nivel? (Véase la sección 8.1.)
2. **Repaso de física** Suponga que una viga de un tractor futurista en una gran estación espacial ejerce una fuerza constante sobre un satélite de masa de 2 420 kg, manteniéndolo en una órbita circular de radio 785 m. Si el satélite se desplaza a 1 250 m/s, ¿cuál es la magnitud de la fuerza que debe ejercer el haz del tractor? (véase la sección 7.4.)
3. Un alambre de longitud 0.500 m transporta una corriente de 0.100 A en la dirección x positiva, paralela al suelo. Si el alambre tiene un peso de 1.00×10^{-2} N, ¿cuál es la magnitud mínima del campo magnético que ejerce una fuerza magnética en el alambre igual a su peso? (Véase la sección 17.4.)
4. Un electrón se mueve a través del ecuador terrestre a una velocidad de 2.53×10^{6} m/s y en una dirección 35.0° N de E. En este punto, el campo magnético de la Tierra tiene una dirección hacia el norte, es paralelo a la superficie y tiene una magnitud de 0.100×10^{-4} T. a) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que actúa sobre el electrón debido a su interacción con el campo magnético de la Tierra? b) ¿Está la fuerza dirigida, alejándose o es paralela a la superficie de la Tierra? (Véase la sección 17.3.)
5. Una bobina rectangular de alambre que consta de 10.0 espiras, cada una con largo 0.200 m y ancho 0.300 m, se encuentra en el plano xy. Si la bobina transporta una corriente de 2.00 A, ¿cuál es la magnitud del par de torsión ejercido por un campo magnético de magnitud 0.010 0 T dirigido a un ángulo de 30.0° respecto al eje z positivo? (Véase la sección 17.5.)
6. Un alambre largo transporta una corriente de 0.500 A. Encuentre la magnitud del campo magnético a 0.700 m lejos del alambre. (Véase la sección 17.7.)
7. Un protón entra en un campo magnético constante de magnitud 0.050 0 T y atraviesa un semicírculo de radio 1.00 mm antes de salir del campo. ¿Cuál es la rapidez del protón? (Véase la sección 17.6.)
8. Calcule la magnitud de la fuerza magnética por unidad de longitud entre un par de torsión de alambres paralelos separados por 2.00 m si cada uno transporta una corriente de 3.00 A. (Véase la sección 17.8.)
9. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en el núcleo de un solenoide de 120 vueltas de longitud 0.50 m que transporta una corriente de 2.0 A? (Véase la sección 17.9.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. En los televisores más antiguos, un haz de electrones se mueve de la parte posterior del tubo de imagen a la pantalla, donde pega en un punto fluorescente que brilla con un color particular cuando se golpea. El campo magnético de la Tierra en la ubicación del televisor es horizontal y hacia el norte. ¿En qué dirección(es) debe orientarse el conjunto de modo que el haz sufra la desviación más grande?
2. ¿Qué camino indicaría una brújula si estuviera en el polo magnético norte de la Tierra?
3. ¿Cómo se puede utilizar el movimiento de una partícula cargada para distinguir entre un campo magnético y un campo eléctrico en una región dada? Dé un ejemplo específico para justificar su respuesta.
4. ¿Puede un campo magnético constante poner un protón en reposo en movimiento? Explique su respuesta.
5. Explique por qué dos alambres paralelos que transportan corrientes en direcciones opuestas se repelen.
6. ¿Se atraerá un clavo a cualquier polo de un imán? Explique lo que está sucediendo dentro del clavo cuando se coloca cerca del imán.
7. Un gobernante hindú alguna vez sugirió que lo sepultaran en un ataúd magnético con la polaridad dispuesta de modo que pudiera estar suspendido para siempre entre el cielo y la Tierra. ¿Es posible la levitación magnética? Explique.
8. Un imán atrae una pieza de hierro. El hierro puede entonces atraer otra pieza de hierro. Sobre la base de la alineación del dominio, explique lo que sucede en cada pieza de hierro.
9. ¿Se puede utilizar una brújula para detectar las corrientes en los alambres en las paredes cerca de interruptores de luz en su casa?
10. ¿El campo magnético creado por una espira con corriente es uniforme? Explique.
11. Suponga que se mueve a lo largo de un alambre a la misma velocidad que la velocidad de arrastre de los electrones en el alambre. ¿Ahora mide un campo magnético cero?
12. ¿Por qué las partículas cargadas del espacio exterior, llamadas rayos cósmicos, golpean a la Tierra con más frecuencia en los polos que en el ecuador?
13. Un juguete Slinky® colgante está conectado a una poderosa batería y un interruptor. Cuando el interruptor se cierra el juguete tiene corriente, ¿el Slinky se comprime o se expande?

14. ¿Cómo se puede utilizar una espira con corriente para determinar la presencia de un campo magnético en una región del espacio dada?

15. Los alambres paralelos ejercen fuerzas magnéticas entre sí. ¿Qué pasa con los alambres perpendiculares? Imagine dos alambres orientados perpendicularmente uno al otro y casi tocándose. Cada alambre transporta una corriente. ¿Hay una fuerza entre los alambres?

16. La figura PC17.16 muestra cuatro imanes permanentes, cada uno de los cuales tiene un agujero a través de su centro. Observe que los imanes azules y amarillos levitan arriba de los rojos. a) ¿Cómo ocurre esta levitación? b) ¿Para qué sirven las varillas? c) ¿Qué puede decir sobre los polos de los imanes de esta observación? d) Si el imán superior estaba invertido, ¿qué cree que pasaría?

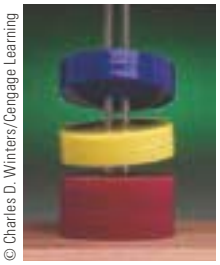

© Charles D. Winters/Cengage Learning

Figura PC17.16

17. Dos partículas cargadas se proyectan en la misma dirección en un campo magnético perpendicular a sus velocidades. Si las dos partículas se desvían en direcciones opuestas, ¿qué puedes decir sobre estas?

18. Dos alambres largos y rectos se cruzan en ángulos rectos y cada uno transporta la misma corriente como en la figura PC17.18. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta respecto al campo magnético total en los diferentes puntos debido a los dos alambres? (Puede haber más de una afirmación correcta). a) El campo es más fuerte en los puntos *B* y *D*. b) El campo es más fuerte en los puntos *A* y *C*. c) El campo sale de la página en el punto *B* y va hacia el interior de la página en el punto *D*. d) El campo sale de la página en el punto *C* y en el punto *D*. e) El campo tiene la misma magnitud en los cuatro puntos.

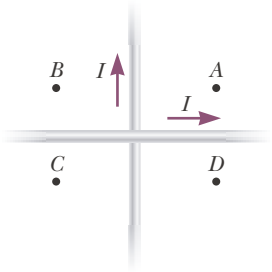


Figura PC17.18

19. Un campo magnético ejerce un par de torsión en cada una de las espiras individuales de alambre que transportan corriente mostradas en la figura PC17.19. Las espiras se encuentran en el plano *xy*, cada una transportando la misma magnitud de corriente, y el campo magnético uniforme apunta en la dirección *x* positiva. Clasifique las bobinas por la magnitud del par de torsión que ejerce el campo sobre estas, desde el más grande al más pequeño. a) A, B, C; b) A, C, B; c) B, A, C; d) B, C, A; e) C, A, B

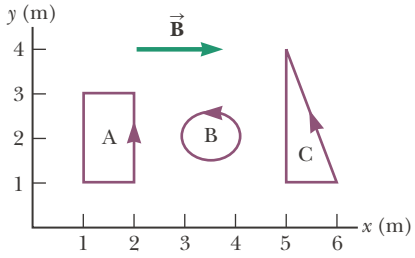


Figura PC17.19

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;

2. denota un problema intermedio;

3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos

GP denota problemas guiados

M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign

Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual

S denota un problema de razonamiento simbólico

W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

17.3 Campos magnéticos

1. Considere un electrón cerca del ecuador de la Tierra. ¿En qué dirección tiende a desviarse si su velocidad a) se dirige hacia abajo? b) ¿Se dirige hacia el norte? c) ¿Se dirige hacia el oeste? d) ¿Se dirige hacia el sureste?

2. a) Encuentre la dirección de la fuerza sobre un protón (una partícula cargada positivamente) que se mueve a través de los campos magnéticos en la figura P17.2, como se muestra. b) Repita el inciso a), suponiendo que la partícula en movimiento es un electrón.

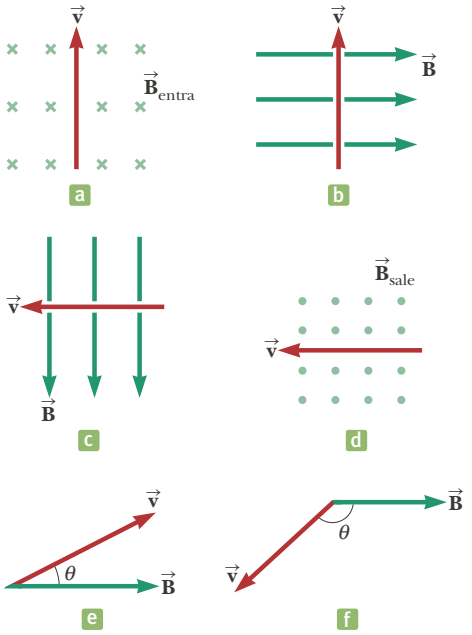


Figura P17.2 Problemas 2 y 12.

3. Encuentre la dirección del campo magnético que actúa sobre la partícula cargada positivamente que se mueve en las diversas situaciones que se muestran en la figura P17.3 si la dirección de la fuerza magnética que actúa sobre ella es como se indica.

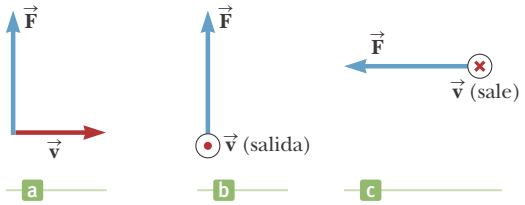


Figura P17.3 (Problemas 3 y 15) Para el problema 15, reemplace el vector de velocidad con una corriente en esa dirección.

4. Determine la dirección inicial de la deflexión de las partículas cargadas al entrar en los campos magnéticos, como se muestra en la figura P17.4.

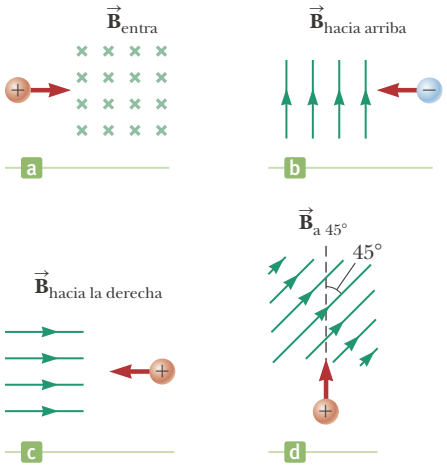


Figura P17.4

5. Q|C Un electroimán de laboratorio produce un campo magnético de magnitud 1.50 T. Un protón se mueve a través de este campo con una velocidad de 6.00×10^6 m/s. a) Encuentre la magnitud de la fuerza magnética máxima que podría ejercerse sobre el protón. b) ¿Cuál es la magnitud de la aceleración máxima del protón? c) ¿El campo ejercería la misma fuerza magnética sobre un electrón que se mueve a través del campo con la misma velocidad? d) ¿El electrón experimentaría la misma aceleración? Explique.

6. M Un protón se mueve perpendicular a un campo magnético uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ a una rapidez de 1.00×10^7 m/s y experimenta una aceleración de 2.00×10^{13} m/s^2 en la dirección x positiva cuando su velocidad está en la dirección z positiva. Determine la magnitud y dirección del campo.

7. ¿Qué velocidad necesitaría un protón para orbitar la Tierra a 1 000 km arriba del ecuador magnético, donde el campo magnético de la Tierra se dirige horizontalmente hacia el norte y tiene una magnitud de 4.00×10^{-8} T?

8. W Un electrón se acelera a través de 2 400 V desde el reposo y luego entra en una región donde hay un campo magnético uniforme de 1.70 T. ¿Cuáles son a) las magnitudes máximas y b) mínimas de la fuerza magnética que actúa sobre este electrón?

9. M Un protón que se mueve a 4.00×10^6 m/s a través de un campo magnético de magnitud 1.70 T experimenta una fuerza magnética de magnitud 8.20×10^{-13} N. ¿Cuál es el ángulo entre la velocidad del protón y el campo?

10. BIO Los iones de sodio (Na^+) se mueven a 0.851 m/s a través del torrente sanguíneo en el brazo de una persona que está cerca de un imán grande. El campo magnético tiene una intensidad de 0.254 T y hace un ángulo de 51.0° con el movimiento de los iones de sodio. El brazo contiene 100 cm^3 de sangre con una concentración de 3.00×10^{20} iones de Na^+ por centímetro cúbico. Si no hubiera otros iones en el brazo, ¿cuál sería la fuerza magnética en el brazo?

11. En el ecuador, cerca de la superficie de la Tierra, el campo magnético es de aproximadamente 50.0 μT hacia el norte, y el campo eléctrico es de unos 100 N/C hacia abajo en el buen tiempo. Encuentre las fuerzas gravitacionales, eléctricas y magnéticas sobre un electrón con una velocidad instantánea de 6.00×10^6 m/s dirigida hacia el este en este entorno.

17.4 Fuerza magnética en un conductor que transporta corriente

12. En la figura P17.2 se supone que en cada caso el vector de velocidad mostrado es reemplazado con un alambre que transporta una corriente en la dirección del vector de velocidad. Para cada caso, encuentre la dirección de la fuerza magnética que actúa sobre el alambre.

13. W Una corriente $I = 15$ A está dirigida a lo largo del eje x positivo y perpendicular a un campo magnético. Una fuerza magnética por unidad de longitud de 0.12 N/m que actúa sobre el conductor en la dirección negativa y. Calcule la magnitud y la dirección del campo magnético en la región a través de la cual pasa la corriente.

14. Q|C Un alambre recto que transporta una corriente de 3.0 A se coloca en un campo magnético uniforme de magnitud 0.28 T dirigido perpendicularmente al alambre. a) Encuentre la magnitud de la fuerza magnética en una sección del alambre que tiene una longitud de 14 cm. b) Explique por qué no puede determinar la dirección de la fuerza magnética a partir de la información dada en el problema.

15. En la figura P17.3 se supone que en cada caso el vector de velocidad mostrado es reemplazado por un alambre que transporta una corriente en la dirección del vector de velocidad. Para cada caso, encuentre la dirección del campo magnético que producirá la fuerza magnética mostrada.

16. Un alambre que tiene una masa por unidad de longitud de 0.500 g/cm transporta una corriente de 2.00 A horizontalmente hacia el sur. ¿Cuál es la dirección y magnitud del campo magnético mínimo necesario para levantar este alambre verticalmente hacia arriba?

17. Un alambre transporta una corriente de 10.0 A en una dirección que hace un ángulo de 30.0° con la dirección de un campo magnético de intensidad 0.300 T. Encuentre la fuerza magnética en una longitud de 5.00 m del alambre.

18. En un cierto lugar, la Tierra tiene un campo magnético de 0.60×10^{-4} T, apuntando 75° por debajo de la horizontal en un plano norte-sur. Un alambre recto de 10.0 m de largo transporta una corriente de 15 A. a) Si la corriente está dirigida horizontalmente hacia el este, ¿cuál es la magnitud y dirección de la fuerza magnética en el alambre? b) ¿Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza si la corriente se dirige verticalmente hacia arriba?

19. Un alambre con una masa de 1.00 g/cm se coloca sobre una superficie horizontal con un coeficiente de fricción de 0.200. El alambre transporta una corriente de 1.50 A hacia el este y se mueve horizontalmente hacia el norte. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético vertical *más pequeño* que permite que el alambre se mueva de esta manera?

20. Un conductor suspendido por dos alambres flexibles como se muestra en la figura P17.20 tiene una masa por unidad de longitud de 0.040 0 kg/m. a) ¿Qué corriente debe existir en el conductor para que la tensión en los alambres de soporte sea cero cuando el campo magnético es de 3.60 T entrando a la página? b) ¿Cuál es la dirección requerida para la corriente?

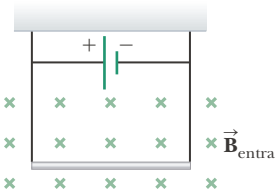


Figura P17.20

21. Q|C Considere el sistema representado en la figura P17.21. Una longitud de 15cm de un conductor de 15g de masa, libre de moverse verticalmente, se coloca entre dos conductores delgados verticales, y un campo magnético uniforme actúa perpendicular a la página. Cuando una corriente de 5.0 A está dirigida como se muestra en la figura, el alambre horizontal se mueve hacia arriba a velocidad constante en presencia de la gravedad. a) ¿Qué fuerzas actúan sobre el alambre horizontal, y en qué condición el alambre se puede mover hacia arriba a velocidad constante? b) Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético mínimo requerido para mover el alambre a velocidad constante. c) ¿Qué sucede si el campo magnético excede este valor mínimo? (El alambre se desliza sin fricción en los dos conductores verticales.)

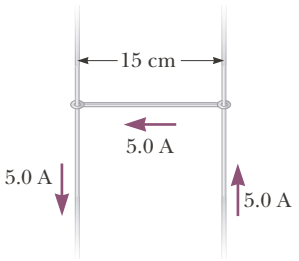


Figura P17.21

22. S Una varilla de metal de masa m que transporta una corriente I se desliza sobre dos carriles horizontales separados una distancia d. Si el coeficiente de fricción cinética entre la varilla y los carriles es μ_k, ¿qué campo magnético vertical se requiere para mantener la varilla moviéndose a una rapidez constante?

23. En la figura P17.23 el cubo tiene 40.0 cm en cada arista. Cuatro segmentos rectos de alambre, *ab*, *bc*, *cd* y *da*, forman una espira cerrada que transporta una corriente $I = 5.00$ A en la dirección mostrada. Un campo magnético uniforme de magnitud $B = 0.020\ 0$ T está en la dirección y positiva. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza magnética en cada segmento.

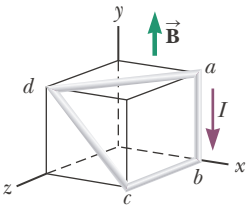


Figura P17.23

24. Una línea eléctrica horizontal de longitud 58 m transporta una corriente de 2.2 kA como se muestra en la figura P17.24. El campo magnético de la Tierra en este lugar tiene una magnitud igual a 5.0×10^{-5} T y hace un ángulo de 65° con la línea eléctrica. Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza magnética en la línea eléctrica.

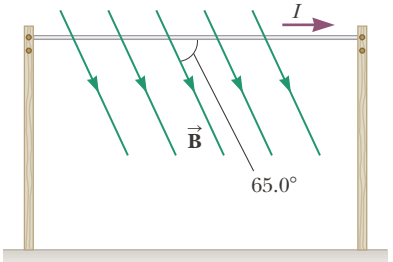


Figura P17.24

17.5 Par de torsión en una espira con corriente y motores eléctricos

25. Un alambre se forma en un círculo que tiene un diámetro de 10.0 cm y se coloca en un campo magnético uniforme de 3.00 mT. El alambre transporta una corriente de 5.00 A. Encuentre el par de torsión máximo en el alambre.

26. Se mantiene una corriente de 17.0 mA en una sola espira circular con una circunferencia de 2.00 m. Un campo magnético de 0.800 T está dirigida paralelamente al plano de la espira. ¿Cuál es la magnitud del par de torsión ejercido por el campo magnético en la espira?

27. M Una bobina de ocho vueltas encierra un área elíptica que tiene un eje principal de 40.0 cm y un eje menor de 30.0 cm (figura P17.27). La bobina se encuentra en el plano de la página y transporta una corriente en el sentido de las manecillas del reloj de 6.00 A. Si la bobina está en un campo magnético uniforme de 2.00×10^{-4} T dirigido hacia la izquierda de la página, ¿cuál es la magnitud del par de torsión en la bobina? *Sugerencia:* el área de una elipse es $A = \pi ab$, donde a y b son, respectivamente, los semiejes mayor y menor de la elipse.

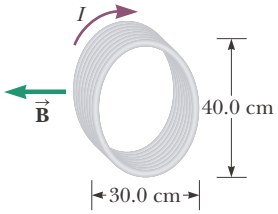


Figura P17.27

28. W Una espira rectangular tiene 100 vueltas estrechamente enrolladas y tiene dimensiones 0.400 m por 0.300 m. La espira está articulada a lo largo del eje y, y el plano de la bobina hace un ángulo de 30.0° con el eje x (figura P17.28). ¿Cuál es la magnitud del par de torsión ejercido sobre la espira por un campo magnético uniforme de 0.800 T dirigido a lo largo del eje x cuando la corriente en los devanados tiene un valor de 1.20 A en la dirección mostrada? ¿Cuál es la dirección de rotación esperada de la espira?

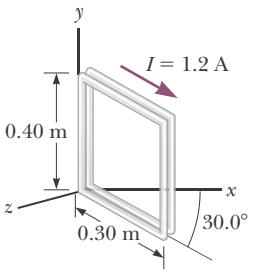


Figura P17.28

29. Una bobina rectangular de 200 vueltas que tiene dimensiones de 3.0 cm por 5.0 cm se coloca en un campo magnético uniforme de magnitud 0.90 T. a) Determine la corriente en la bobina si el par de torsión máximo ejercido por el campo magnético sobre esta es 0.15 N · m. b) Encuentre la magnitud del par de torsión en la bobina cuando el campo magnético hace un ángulo de 25° con la normal al plano de la bobina.

30. Un alambre de cobre mide 8.00 m de largo y tiene un área de sección transversal de 1.00×10^{-4} m^2. El alambre forma una espira de una vuelta en forma de cuadrado y luego se conecta a una batería que aplica una diferencia de potencial de 0.100 V. Si la espira se coloca en un campo magnético uniforme de magnitud 0.400 T, ¿cuál es el par de torsión máximo que puede actuar sobre esta? La resistividad del cobre es $1.70 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m.

31. Un largo trozo de alambre con una masa de 0.100 kg y una longitud total de 4.00 m se utiliza para hacer una bobina cuadrada de 0.100 m de lado. La bobina está articulada a lo largo de un lado horizontal, transporta una corriente de 3.40 A, y se coloca en un campo magnético vertical con una magnitud de 0.0100 T. a) Determine el ángulo que hace el plano de la bobina con la vertical cuando la bobina está en equilibrio. b) Encuentre el par de torsión que actúa sobre la bobina debido a la fuerza magnética en equilibrio.

32. GP Una espira rectangular tiene dimensiones de 0.500 m por 0.300 m. La espira está articulada a lo largo del eje x y se encuentra en el plano xy (figura P17.32). Un campo magnético uniforme de 1.50 T está dirigido en un ángulo de 40.0° con respecto al eje y positivo y es paralelo en todas partes al plano yz. La espira transporta una corriente de 0.900 A en la dirección mostrada. (Desprecie la gravedad). a) ¿En qué dirección se ejerce la fuerza magnética sobre el segmento de alambre ab? ¿Cuál es la dirección del par de torsión magnético asociado a esta fuerza, calculada con respecto al eje x? b) ¿Cuál es la dirección de la fuerza magnética ejercida sobre el segmento cd? ¿Cuál es la dirección del par de torsión magnético asociado con esta fuerza, calculada de nuevo respecto al eje x? c) ¿Pueden las fuerzas examinadas en los incisos a) y b) combinarse para hacer que la espira gire alrededor del eje x? ¿Pueden afectar el movimiento de la espira de alguna manera? Explique. d) ¿Cuál es la dirección (en el plano yz) de la fuerza magnética ejercida sobre el segmento bc? Midiendo los pares de torsión respecto al eje x, ¿cuál es la dirección del momento de torsión ejercido por la fuerza sobre el segmento bc? e) Mirando hacia el origen a lo largo del eje x positivo, la espira girará en sentido horario o antihorario? f) Calcule la magnitud del par magnético de la espira. g) ¿Cuál es el ángulo entre el vector del par magnético y el campo magnético? h) Calcule el par de torsión en la espira usando los valores encontrados para el momento magnético y el campo magnético.

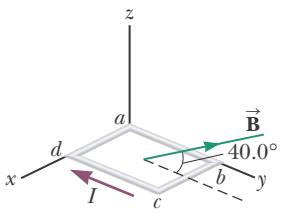


Figura P17.32

17.6 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético

33. Un electrón se mueve en una trayectoria circular perpendicular a un campo magnético de magnitud 0.235 T. Si la energía cinética del electrón es 3.30×10^{-19} J, encuentre a) la velocidad del electrón y b) el radio de la trayectoria circular.

34. Un protón viaja con una velocidad de 5.02×10^6 m/s en un ángulo de 60° con la dirección de un campo magnético de magnitud 0.180 T en la dirección x positiva. ¿Cuáles son a) la magnitud de la fuerza magnética en el protón y b) la aceleración del protón?

35. La figura P17.35a es un diagrama de un dispositivo denominado selector de velocidad, en el que las partículas de una velocidad específica pasan sin desplazarse mientras que las que tienen velocidades mayores o menores son desviadas hacia arriba o hacia abajo. Un campo eléctrico se dirige perpendicular a un campo magnético, produciendo una fuerza eléctrica y una fuerza magnética sobre la partícula cargada que puede ser igual en magnitud y opuesta en dirección (figura P17.35b) y por lo tanto se eliminan. Demuestre que las partículas con una velocidad de $v = E/B$ pasarán a través del selector de velocidad sin desviarse.

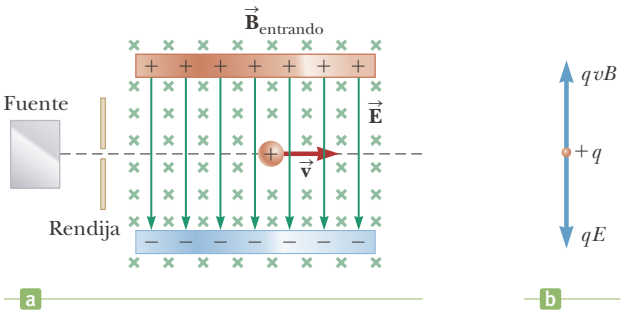


Figura P17.35

36. W Consideremos el espectrómetro de masas mostrado esquemáticamente en la figura P17.36. El campo eléctrico entre las placas del selector de velocidad es de 950 V/m, y los campos magnéticos tanto en el selector de velocidad como en la cámara de deflexión tienen magnitudes de 0.930 T. Calcule el radio de la trayectoria en el sistema para un ion individual cargado con masa $m = 2.18 \times 10^{-26}$ kg. *Sugerencia*: consulte el problema 35.

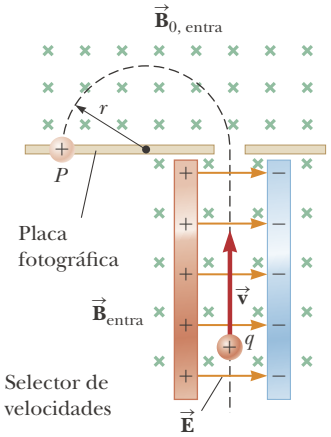


Figura P17.36 (Problemas 36 y 41) Espectrómetro de masas. Las partículas cargadas se envían primero a través de un selector de velocidad. Luego entran en una región donde un campo magnético $\vec{B}_0$ (dirigido hacia adentro) hace que los iones positivos se muevan en una trayectoria semicircular y peguen en una película fotográfica en *P*.

37. Un ion positivo cargado individualmente tiene una masa de 2.50×10^{-26} kg Después de ser acelerado a través de una diferencia de potencial de 250 V, el ion entra en un campo magnético de 0.500 T, en una dirección perpendicular al campo. Calcule el radio de la trayectoria del ion en el campo.

38. Se utiliza un espectrómetro de masas para examinar los isótopos de uranio. Los iones en el haz emergen del selector de velocidad a una velocidad de 3.00×10^5 m/s y entran en un campo magnético uniforme de 0.600 T dirigido perpendicular a la velocidad de los iones. ¿Cuál es la distancia entre los puntos de impacto formados en la placa fotográfica por los iones cargados individualmente de ^{235}U y ^{238}U?

39. Un protón está en reposo en el plano límite vertical de una región que tiene un campo magnético vertical uniforme B (figura P17.39). Una partícula alfa que se mueve horizontalmente hace una colisión frontal elástica con el protón. Inmediatamente después de la colisión, ambas partículas entran en el campo magnético, moviéndose perpendicularmente a la dirección del campo. El radio de la trayectoria del protón es R. La masa de la partícula alfa es cuatro veces la del protón, y su carga es el doble que la del protón. Encuentre el radio de la trayectoria de la partícula alfa.

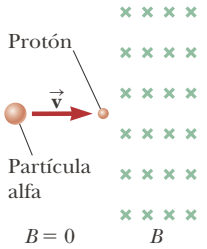


Figura P17.39

40. S Una partícula con carga q y energía cinética EC viaja en un campo magnético uniforme de magnitud B. Si la partícula se mueve en una trayectoria circular de radio R, encuentre expresiones para a) su velocidad y b) su masa.

41. Una partícula pasa a través de un espectrómetro de masas como se muestra en la figura P17.36. El campo eléctrico entre las placas del selector de velocidad tiene una magnitud de 8 250 V/m, y los campos magnéticos tanto en el selector de velocidad como en la cámara de deflexión tienen magnitudes de 0.0931 T. En la cámara de deflexión la partícula pega en una placa fotográfica retirada 39.6 cm de su punto de salida después de viajar en un semicírculo. a) ¿Cuál es el cociente masa-carga de la partícula? b) ¿Cuál es la masa de la partícula si está doblemente ionizada? c) ¿Cuál es su identidad, suponiendo que es un elemento?

42. S Se acelera un protón (carga $+e$, masa m_p), un deuterón (carga $+e$, masa $2m_p$) y una partícula alfa (carga $+2e$, masa $4m_p$) desde el reposo a través de una diferencia de potencial común ΔV. Cada una de las partículas entra en un campo magnético uniforme $\vec{B}$, con su velocidad en una dirección perpendicular a $\vec{B}$. El protón se mueve en una trayectoria circular de radio r_p. En términos de r_p, determine a) el radio r_d de la órbita circular del deuterón y b) el radio r_a de la partícula alfa.

17.7 Campo magnético de un alambre largo y recto y ley de Ampère

43. Un rayo de tormenta puede llevar una corriente de 1.00×10^4 A durante un corto tiempo. ¿Cuál es el campo magnético resultante a 100 m del rayo? Supongamos que el rayo se extiende muy arriba y muy debajo del punto de observación.

44. En cada uno de los incisos a), b) y c) de la figura P17.44, encuentre la dirección de la corriente en el alambre que produciría un campo magnético dirigido como se muestra.

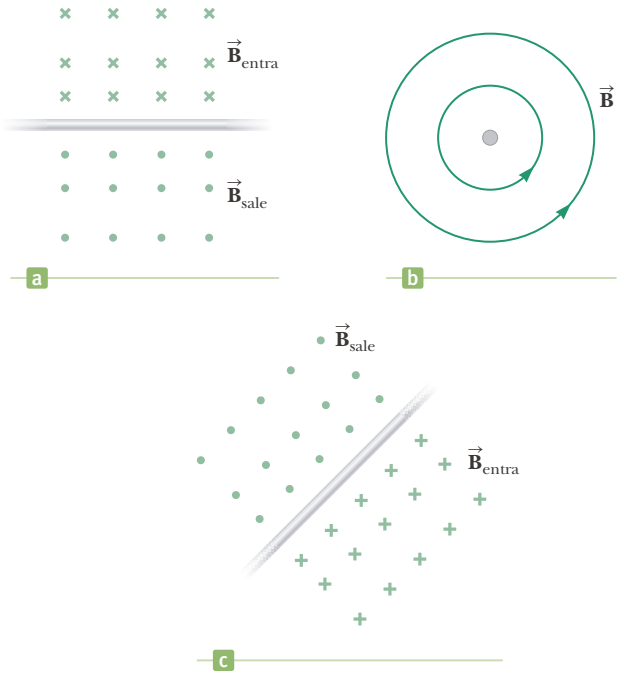


Figura P17.44

45. BIO Las neuronas en nuestros cuerpos transportan corrientes débiles que producen campos magnéticos detectables. Una técnica llamada *magnetoencefalografía*, o MEG, se utiliza para estudiar la actividad eléctrica en el cerebro utilizando este concepto. Esta técnica es capaz de detectar campos magnéticos tan débiles como 1.0×10^{-15} T. Modele a la neurona como un alambre largo que transporta una corriente y determine la corriente que debe transportar para producir un campo de esta magnitud a una distancia de 4.0 cm de la neurona.

46. En 1962 las mediciones del campo magnético de un tornado grande fueron hechas en el observatorio geofísico en Tulsa, Oklahoma. Si la magnitud del campo del tornado era $B = 1.50 \times 10^{-8}$ T que apunta hacia el norte cuando el tornado estaba a 9.00 km al este del observatorio, ¿qué corriente se llevaba hacia arriba o hacia abajo del embudo del tornado? Modele el vórtice como un alambre largo y recto transportando una corriente.

47. BIO Un marcapasos cardíaco puede verse afectado por un campo magnético estático tan pequeño como 1.7 mT. ¿Qué tan cerca puede acercarse un usuario de un marcapasos a un alambre largo y recto con 20 A?

48. Los dos alambres mostrados en la figura P17.48 están separados por $d = 10.0$ cm y transportan corrientes de $I = 5.00$ A en direcciones opuestas. Determine la magnitud y la dirección del campo magnético neto a) en un punto a medio camino entre los alambres; b) en el punto P_1, a 10.0 cm a la derecha del alambre de la derecha, y c) en el punto P_2, $2d = 20.0$ cm a la izquierda del alambre a la izquierda.

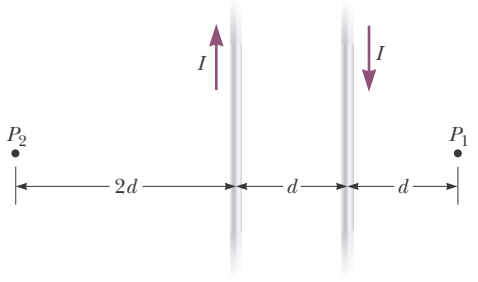


Figura P17.48

49. Cuatro conductores largos paralelos transportan corrientes iguales de $I = 5.00$ A. La figura P17.49 es una vista lateral de los conductores. La dirección de la corriente está en la página en los puntos A y B (indicada por las cruces) y fuera de la página en C y D (indicada por los puntos). Calcule la magnitud y dirección del campo magnético en el punto P, situado en el centro del cuadrado de lado 0.200 m.

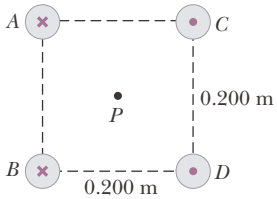


Figura P17.49

50. Dos alambres largos paralelos transportan corrientes de $I_1 = 3.00$ A e $I_2 = 5.00$ A en la dirección indicada en la figura P17.50. a) Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético en un punto a medio camino entre los alambres ($d = 20.0$ cm). b) Encuentre la magnitud y la dirección del campo magnético en el punto P, localizado en $d = 20.0$ cm arriba del alambre que transporta la corriente de 5.00 A.

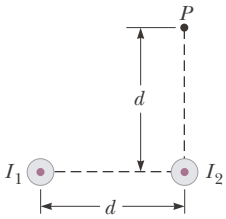


Figura P17.50

51. M Un alambre transporta una corriente de 7.00 A a lo largo del eje x, y otro alambre transporta una corriente de 6.00 A a lo largo del eje y, como se muestra en la figura P17.51. ¿Cuál es el campo magnético en el punto P, situado en $x = 4.00$ m, $y = 3.00$ m.

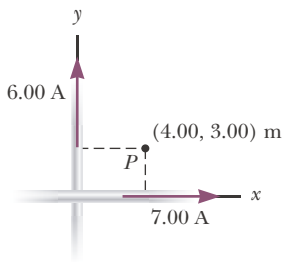


Figura P17.51

52. GP Un alambre largo y recto se encuentra sobre una mesa horizontal en el plano xy y transporta una corriente de 1.20 μA en la dirección x positiva a lo largo del eje x. Un protón viajando en la dirección x negativa a una velocidad de 2.30×10^4 m/s a una distancia d arriba del alambre (es decir, $z = d$). a) ¿Cuál es la dirección del campo magnético del alambre en la posición del protón? b) ¿Cuál es la dirección de la fuerza magnética que actúa sobre el protón? c) Explique por qué la dirección del movimiento del protón no cambia. d) Usando la segunda ley de Newton, encuentre una expresión simbólica para d en términos de la aceleración de la gravedad g, de la masa del protón m, su rapidez v, carga q, y corriente I. e) Encuentre la res-

puesta numérica para la distancia d usando los resultados del inciso d).

53. El campo magnético a 40.0 cm de distancia de un alambre largo y recto que transporta una corriente de 2.00 A es 1.00 μT. a) ¿A qué distancia este es de 0.100 μT? b) En un instante, los dos conductores en una larga extensión doméstica transportan corrientes iguales de 2.00 A en direcciones opuestas. Los dos alambres están separados por 3.00 mm. Encuentre el campo magnético a 40.0 cm del centro de la extensión recta, en el plano de los dos alambres. c) ¿A qué distancia es una décima parte? d) El alambre central en un alambre coaxial transporta una corriente de 2.00 A en una dirección, y la cubierta alrededor de este transporta una corriente de 2.00 A en la dirección opuesta. ¿Qué campo magnético crea el alambre en los puntos exteriores?

54. Q|C S Dos alambres largos y paralelos separados por una distancia $2d$ transportan corrientes iguales en la misma dirección. En la figura P17.54 se muestra una vista lateral de los dos alambres, donde las corrientes están fuera de la página. a) ¿Cuál es la dirección del campo magnético en P en el eje x establecido por los dos alambres? b) Encuentre una expresión para la magnitud del campo en P. c) Del resultado del inciso b), determine el campo en un punto a medio camino entre los dos alambres. ¿Su resultado coincide con su expectativa? Explique.

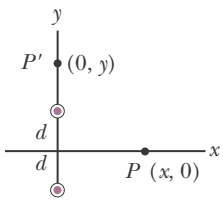


Figura P17.54

17.8 Fuerza magnética entre dos conductores paralelos

55. Dos alambres largos y paralelos separados por 2.50 cm transportan corrientes en direcciones opuestas. La corriente en un alambre es de 1.25 A y la corriente en el otro es de 3.50 A. (a) Encuentre la magnitud de la fuerza por unidad de longitud que un alambre ejerce sobre el otro. (b) ¿La fuerza es atractiva o repulsiva?

56. Q|C Dos alambres paralelos separados por 4.0 cm se repelen entre sí con una fuerza por unidad de longitud de 2.0×10^{-4} N/m. La corriente en un alambre es de 5.0 A. a) Encuentre la corriente en el otro alambre. b) ¿Las corrientes están en la misma dirección o en direcciones opuestas? c) ¿Qué pasaría si la dirección de una corriente se invirtió y se duplicó?

57. Un alambre con un peso por unidad de longitud de 0.080 N/m está suspendido directamente arriba de un segundo alambre. El alambre superior transporta una corriente de 30.0 A y el alambre inferior transporta una corriente de 60.0 A. Encuentre la distancia de separación entre los alambres para que el alambre superior se mantenga en su sitio por repulsión magnética.

58. En la figura P17.58 la corriente en el alambre largo y recto es $I_1 = 5.00$ A, y el alambre se encuentra en el plano de la espira rectangular, que transporta 10.0 A. Las dimensiones mostradas son $c = 0.100$ m, $a = 0.150$ m, y $\ell = 0.450$ m. Determine la magnitud y dirección de la fuerza neta ejercida por el campo magnético debido al alambre recto en la espira.

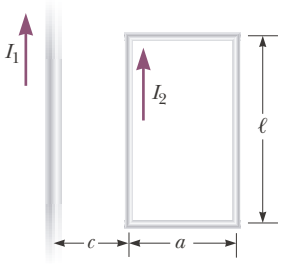


Figura P17.58

17.9 Campos magnéticos de espiras y solenoides con corriente

59. M Un solenoide largo que tiene 1000 vueltas uniformemente distribuidas sobre una longitud de 0.400 m produce un campo magnético de la magnitud 1.00×10^{-4} T en su centro. ¿Qué corriente se requiere en los devanados para que esto ocurra?

60. Un cierto imán superconductor en forma de un solenoide de longitud 0.50 m puede generar un campo magnético de 9.0 T en su núcleo cuando sus bobinas llevan una corriente de 75 A. Los devanados, hechos de una aleación de niobio-titanio, deben ser enfriados a 4.2 K. Determine el número de vueltas en el solenoide.

61. Se desea construir un solenoide que tenga una resistencia de 5.00 Ω (a 20°C) y producir un campo magnético de 4.00×10^{-2} T en su centro cuando transporte una corriente de 4.00 A. El solenoide se construirá de cobre con un diámetro de 0.500 mm. Si el radio del solenoide debe ser 1.00 cm, determine a) el número de vueltas de alambre necesario y b) la longitud que debe tener el solenoide.

62. Un solenoide de 10.0 cm de diámetro y 75.0 cm de largo está hecho de alambre de cobre de diámetro 0.100 cm, con aislamiento muy delgado. El alambre se enrolla sobre un tubo de cartón en una sola capa, con vueltas adyacentes que se tocan entre sí. ¿Qué potencia debe entregarse al solenoide si se quiere producir un campo de 8.00 mT en su centro?

63. Un electrón se mueve a una velocidad de 1.0×10^4 m/s en una trayectoria circular de 2.0 cm de radio dentro de un solenoide. El campo magnético del solenoide es perpendicular al plano de la trayectoria del electrón. Determine a) la intensidad del campo magnético dentro del solenoide y b) la corriente en el solenoide si tiene 25 vueltas por centímetro.

Problemas adicionales

64. Q|C La figura P17.64 es una configuración que se puede usar para medir campos magnéticos. Una bobina rectangular de alambre contiene N vueltas tiene una anchura w. La bobina está unida a un brazo de un equilibrio y está suspendida entre los polos de un imán. El campo es uniforme y perpendicular al plano de la bobina. El sistema se equilibra primero cuando la corriente en la bobina es cero. Cuando el interruptor está cerrado y la bobina transporta una corriente I, se debe agregar una masa m al lado derecho para equilibrar el sistema. a) Determine una expresión para la magnitud del campo magnético y determine su dirección.

b) ¿Por qué el resultado es independiente de la dimensión vertical de la bobina? c) Suponga que la bobina tiene 50 vueltas y ancho de 5.0 cm. Cuando el interruptor está cerrado, la bobina transporta una corriente de 0.30 A, y se debe agregar una masa de 20.0 g al lado derecho para equilibrar el sistema. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético?

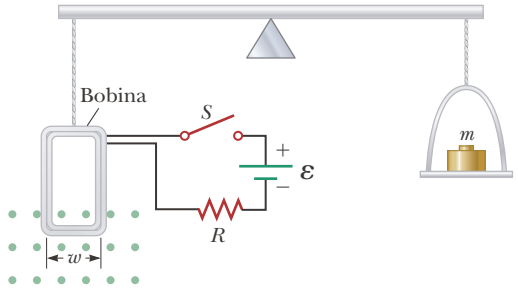


Figura P17.64

65. Dos espiras circulares concéntricos y coplanares de alambre transportan corrientes de $I_1 = 5.00$ A e $I_2 = 3.00$ A en direcciones opuestas como en la figura P17.65. a) Si $r_1 = 12.0$ cm y $r_2 = 9.00$ cm, ¿cuáles son a) la magnitud y b) la dirección del campo magnético neto en el centro de las dos espiras? c) Sea r_1 constante igual a 12.0 cm y sea r_2 variable. Determine el valor de r_2 tal que el campo neto en el centro de la espira sea cero.

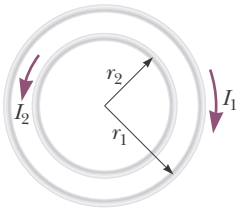


Figura P17.65

66. Un electrón se mueve en una trayectoria circular perpendicular a un campo magnético constante de magnitud 1.00 mT. El momento angular del electrón alrededor del centro del círculo es 4.00×10^{-25} kg · m²/s. Determine a) el radio de la trayectoria circular y b) la velocidad del electrón.

67. Dos alambres largos y rectos se cruzan en ángulo recto, como se muestra en la figura P17.67. a) Encuentre la dirección y magnitud del campo magnético en el punto *P*, que está en el mismo plano que los dos alambres. b) Encuentre el campo magnético en un punto 30.0 cm arriba del punto de intersección (30.0 cm fuera de la página, hacia usted).

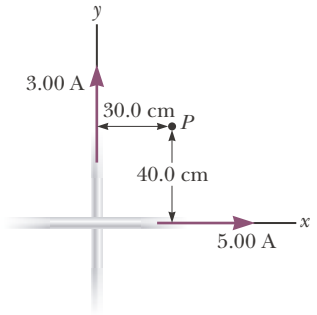


Figura P17.67

68. Una varilla de metal de 0.200 kg que transporta una corriente de 10.0 A se desliza sobre dos rieles horizontales separados 0.500 m. ¿Qué campo magnético vertical se requiere para mantener la varilla moviéndose a una velocidad constante si el coeficiente de fricción cinética entre la varilla y los carriles es de 0.100?

69. BIO Mediante un medidor de flujo electromagnético (figura P17.69), un cirujano cardiólogo controla el flujo de sangre a través de una arteria. Los electrodos *A* y *B* entran en contacto con la superficie externa del vaso sanguíneo, que tiene un diámetro interior de 3.00 mm. a) Para una magnitud del campo magnético de 0.040 0 T, se presenta una diferencia de potencial de 160 μV entre los electrodos. Calcule la velocidad de la sangre. b) Compruebe que el electrodo A es positivo, como se muestra. ¿El signo de la fem depende de si los iones móviles en la sangre están predominantemente cargados positivamente o negativamente? Explique.

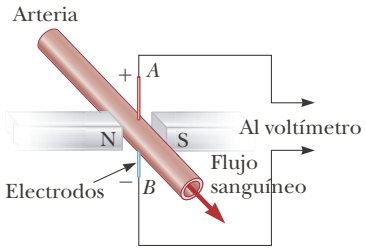


Figura P17.69

70. Un alambre horizontal uniforme con una densidad de masa lineal de 0.50 g/m transporta una corriente de 2.0 A. Se coloca en un campo magnético constante con una fuerza de 4.0×10^{-3} T. El campo es horizontal y perpendicular al alambre. A medida que el alambre se mueve hacia arriba a partir del reposo, a) ¿cuál es su aceleración y b) cuánto tiempo tarda en subir 50 cm? Desprecie el campo magnético de la Tierra.

71. Tres conductores largos paralelos transportan corrientes de $I = 2.0$ A. La figura P17.71 es una vista lateral de los conductores, con cada corriente que sale de la página. Dado que $a = 1.0$ cm, determine la magnitud y la dirección del campo magnético en los puntos *A*, *B* y *C*.

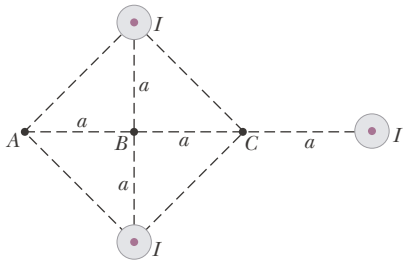


Figura P17.71

72. Dos alambres longitudinales paralelos, cada uno con una masa por unidad de longitud de 40 g/m, están soportados en un plano horizontal por cuerdas de 6 cm de longitud, como se muestra en la figura P17.72. Cada alambre transporta la misma corriente *I*, haciendo

que los alambres se repelan entre sí de manera que el ángulo θ entre las cuerdas de soporte sea de 16°. a) ¿Las corrientes están en la misma dirección o en direcciones opuestas? b) Determine la magnitud de cada corriente.

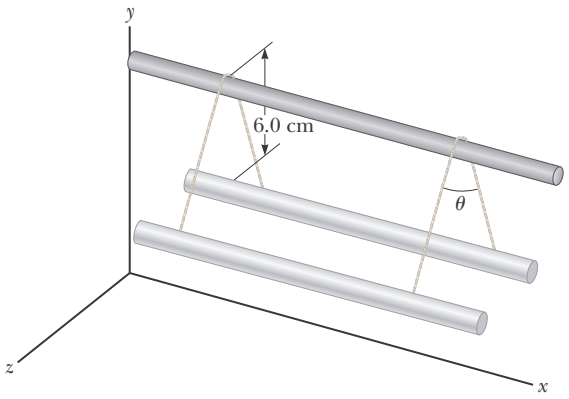


Figura P17.72

73. Protones que tienen una energía cinética de 5.00 MeV se mueven en la dirección x positiva e introducen un campo magnético de 0.050 0 T en la dirección z, fuera del plano de la página y que se extiende desde $x = 0$ hasta $x = 1.00$ m como en la figura P17.73. a) Calcule el componente y del momento de los protones a medida que abandonan el campo magnético. b) Encuentre el ángulo α entre el vector de velocidad inicial del haz de protones y el vector de velocidad después de que el haz emerja del campo. *Sugerencia*: Desprecie los efectos relativistas y considere que $1\ \text{eV} = 1.60 \times 10^{-19}$ J.

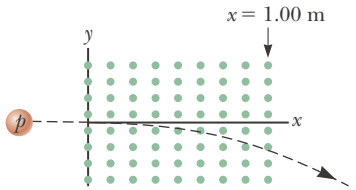


Figura P17.73

74. Un alambre recto de masa 10.0 g y longitud 5.0 cm está suspendido de dos resortes idénticos que, a su vez, forman un circuito cerrado (figura P17.74). Los resortes se estiran a una distancia de 0.50 cm bajo el peso del alambre. El circuito tiene una resistencia total de 12 Ω. Cuando se activa un campo magnético dirigido hacia fuera de la página (indicado por los puntos en la figura), se observa que los resortes se estiran 0.30 cm más. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético? (La parte superior del circuito está fija).

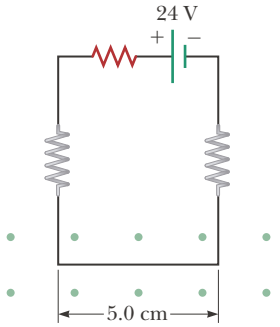
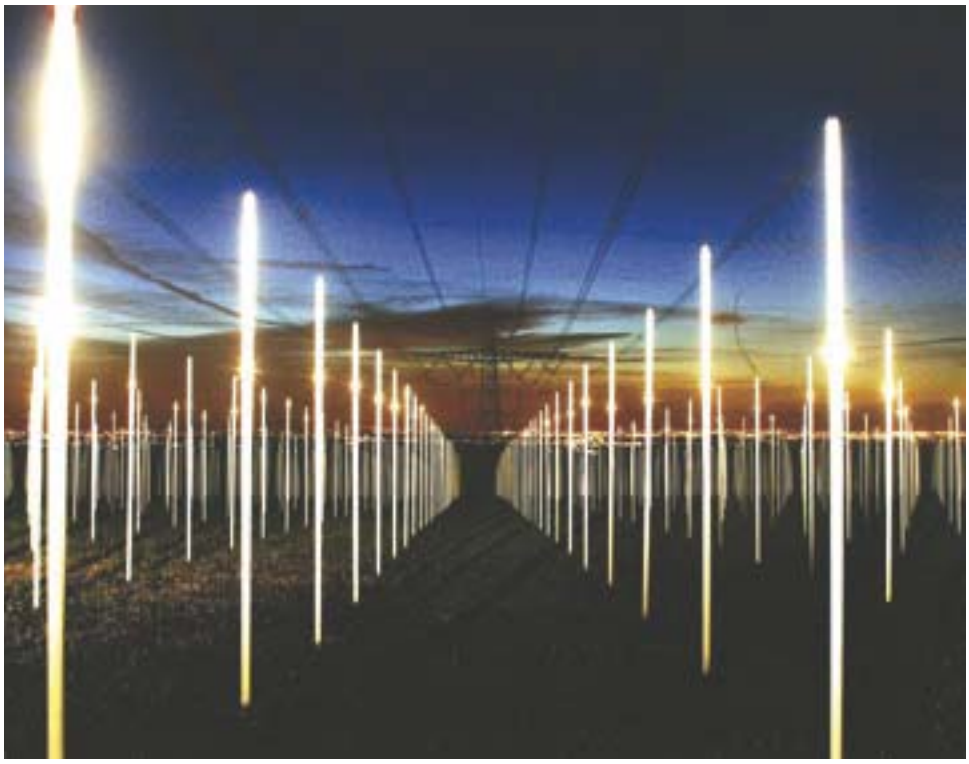


Figura P17.74

75. Una bola de 1.00 kg con carga neta $Q = 5.00\ \mu$C se lanza desde una ventana horizontalmente con una rapidez $v = 20.0$ m/s. La ventana está a una altura $h = 20.0$ m sobre el suelo. Un campo magnético horizontal uniforme de magnitud $B = 0.010\,0$ T es perpendicular al plano de la trayectoria de la bola. Encuentre la magnitud de la fuerza magnética que actúa sobre la bola justo antes de que toque el suelo. *Sugerencia*: desprecie las fuerzas magnéticas al encontrar la velocidad final de la pelota.

76. Dos conductores largos y paralelos separados por 10.0 cm transportan corrientes en la misma dirección. El primer alambre transporta una corriente $I_1 = 5.00$ A, y el segundo tiene una $I_2 = 8.00$ A. a) ¿Cuál es la magnitud del campo magnético creado por I_1 en la posición de I_2? b) ¿Cuál es la fuerza por unidad de longitud ejercida por I_1 en I_2? c) ¿Cuál es la magnitud del campo magnético creado por I_2 en la posición de I_1? d) ¿Cuál es la fuerza por longitud ejercida por I_2 en I_1?



South West News Service

Un bosque de luces fluorescentes, que no se encuentran conectadas a ninguna fuente de energía, se ilumina por inducción electromagnética. Las corrientes cambiantes en los alambres de alimentación crean un flujo magnético dependiente del tiempo en la vecindad de los tubos, induciendo un voltaje a través de ellos.

Voltajes inducidos e inductancia

18

En 1819 Hans Christian Oersted descubrió que una corriente eléctrica ejercía una fuerza sobre una brújula magnética. Aunque durante mucho tiempo se había especulado que existía esta relación, el descubrimiento de Oersted fue la primera evidencia de un vínculo entre la electricidad y el magnetismo. Debido a que la naturaleza es a menudo simétrica, el hallazgo de que las corrientes eléctricas producen campos magnéticos llevó a los científicos a sospechar que estos campos podrían producir corrientes eléctricas. De hecho, los experimentos realizados por Michael Faraday en Inglaterra, e independientemente por Joseph Henry en Estados Unidos, en 1831, mostraron que un campo magnético cambiante podría inducir una corriente eléctrica en un circuito. Los resultados de estos experimentos condujeron a una ley básica e importante conocida como ley de Faraday. En este capítulo se analiza la ley de Faraday y varias aplicaciones prácticas, una de las cuales es la producción de energía eléctrica en plantas en todo el mundo.

18.1 Fem inducida y flujo magnético

18.2 Ley de inducción de Faraday y ley de Lenz

18.3 Fem de movimiento

18.4 Generadores

18.5 Autoinductancia

18.6 Circuitos *RL*

18.7 Energía almacenada en un campo magnético

18.1 Fem inducida y flujo magnético

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir el flujo magnético y analizar su papel en la producción de una fem inducida.
2. Evaluar la magnitud y el cambio en el flujo magnético a través de un área dada.

Un experimento conducido por primera vez por Faraday demostró que un campo magnético cambiante puede producir una corriente. El aparato que se muestra en la figura 18.1 consiste en una bobina conectada a un interruptor y a una batería. La llamamos *bobina primaria* y al circuito correspondiente, circuito primario. La bobina se enrolla alrededor de un anillo de hierro para intensificar el campo magnético producido por la corriente en la bobina. Una *bobina secundaria*, a la derecha, está

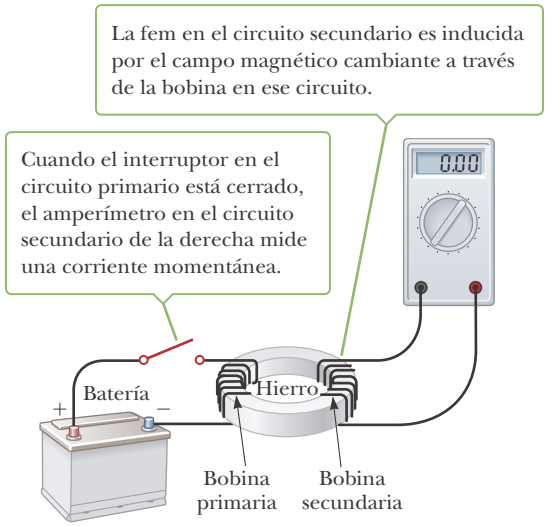


Figura 18.1 Experimento de Faraday.

enrollada en el anillo de hierro y conectada a un amperímetro. El circuito correspondiente se denomina circuito secundario. Es importante observar que **no hay batería en el circuito secundario**.

A primera vista, usted podría intuir que no se detectaría corriente alguna en el circuito secundario. Sin embargo, cuando el interruptor en el circuito primario de la figura 18.1 se cierra de repente, sucede algo sorprendente: ¡el amperímetro mide una corriente en el circuito secundario y luego regresa a cero! Cuando el interruptor se abre de nuevo, el amperímetro lee una corriente en la dirección opuesta y vuelve a cero. Por último, cuando hay una corriente constante en el circuito primario, el amperímetro lee cero.

A partir de estas observaciones, Faraday concluyó que una corriente eléctrica podría ser producida por un campo magnético *cambiante*. (Un campo magnético constante no produce una corriente a menos que la bobina se mueva, como se explica a continuación.) La corriente en el circuito secundario se produce solo durante un instante mientras el campo magnético a través de la bobina secundaria cambia. En efecto, el circuito secundario se comporta como si una fuente de fem estuviera conectada a él durante un corto tiempo. Se acostumbra decir que **se produce una fem inducida en el circuito secundario por el campo magnético cambiante.**

© iStockphoto.com/Steven Wynn Photography

Michael Faraday
Físico y químico británico (1791–1867)
Faraday a menudo es considerado el científico experimental más grande de la época de 1800. Sus numerosas contribuciones al estudio de la electricidad incluyen las invenciones del motor eléctrico, el generador eléctrico y el transformador, así como en el descubrimiento de la inducción electromagnética y las leyes de la electrólisis. Muy influido por la religión, se negó a trabajar en el gas tóxico militar para el gobierno británico.

Flujo magnético

Para evaluar cuantitativamente las fems inducidas, necesitamos entender qué factores afectan el fenómeno. Aunque los campos magnéticos cambiantes siempre inducen campos eléctricos, en otras situaciones el campo magnético permanece constante, pero aún se produce un campo eléctrico inducido. El mejor ejemplo de esto es un generador eléctrico: una espira conductora que gira en un campo magnético constante crea una corriente eléctrica.

La cantidad física asociada con el magnetismo que crea un campo eléctrico es un **flujo magnético cambiante**. El flujo magnético se define de la misma manera que el flujo eléctrico (sección 13.9) y es proporcional a la intensidad del campo magnético que pasa por el plano de una espira de alambre y al área de la espira.

Flujo magnético ▶

El **flujo magnético Φ_B** que pasa a través de una espira de alambre con área A se define por

$$\Phi_B \equiv B_\perp A = BA\cos\theta \qquad [18.1]$$

donde $B_\perp$ es el componente de un campo magnético uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ perpendicular al plano de la espira, como en la figura 18.2a, y θ es el ángulo entre $\vec{\mathbf{B}}$ y la normal (perpendicular) al plano de la espira.

Unidad SI: weber (Wb)

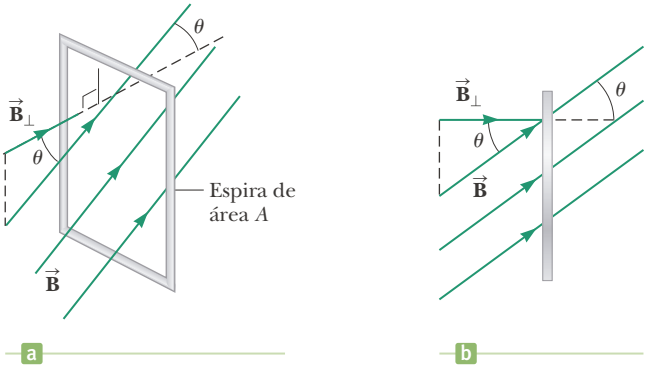


Figura 18.2 a) Campo magnético uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ que forma un ángulo θ con una dirección normal al plano de una espira de alambre del área A. b) Vista lateral de la espira.

Observe que siempre hay dos direcciones normales hacia una superficie plana dada. Por ejemplo, en la figura 18.2, sería posible elegir si esa dirección va hacia la derecha, dando como resultado un flujo positivo. También se podría elegir que la dirección normal apunte hacia la izquierda, lo que daría lugar a un flujo negativo de la misma magnitud. La elección de la dirección normal se denomina orientación de la superficie. Una vez elegida en un problema dado, la dirección normal permanece fija. Una buena decisión es elegir la dirección normal de modo que el ángulo inicial entre el campo magnético y la dirección normal sea inferior a 90 grados.

De la ecuación 18.1, se tiene que $B_\perp = B\cos\theta$. El flujo magnético, en otras palabras, es la magnitud de la parte de $\vec{\mathbf{B}}$ que es perpendicular al plano de la espira por el área de la espira. La figura 18.2b es una vista lateral de la espira y de las líneas de campo magnético que entran. Cuando el campo es perpendicular al plano de la espira como en la figura 18.3a, $\theta = 0$ y Φ_B tiene un valor máximo, $\Phi_{B,\text{máx}} = BA$. Cuando el plano de la espira es paralelo a $\vec{\mathbf{B}}$ como en la figura 18.3b, $\theta = 90°$ y $\Phi_B = 0$. El flujo también puede ser negativo. Por ejemplo, cuando $\theta = 180°$, el flujo es igual a $-BA$. Debido a que la unidad SI de B es el tesla, o weber por metro cuadrado, la unidad de flujo es $\text{T}\cdot\text{m}^2$, o weber (Wb).

Podemos enfatizar el significado cualitativo de la ecuación 18.1 dibujando primero líneas de campo magnético, como en la figura 18.3. El número de líneas por unidad de área aumenta a medida que la intensidad del campo se incrementa. **El valor del flujo magnético es proporcional al número total de líneas que pasan a través de la espira**. Vemos que la mayoría de las líneas pasan a través de la espira cuando su plano es perpendicular al campo, como en la figura 18.3a, y por ello el flujo tiene su valor máximo en ese momento. Como muestra la figura 18.3b, ninguna línea pasa a través de la espira cuando su plano es paralelo al campo, por lo que en ese caso $\Phi_B = 0$.

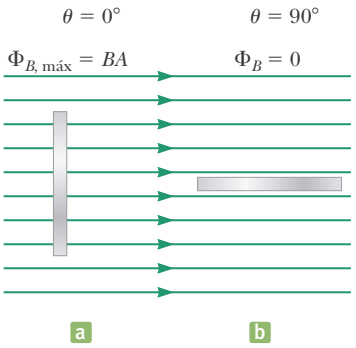


Figura 18.3 Una vista lateral de una espira en un campo magnético uniforme. a) Cuando las líneas de campo son perpendiculares al plano de la espira, el flujo magnético a través de la espira es un máximo e igual a $\Phi_B = BA$. b) Cuando las líneas de campo son paralelas al plano de la espira, el flujo magnético a través de la espira es cero.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 18.1 Flujo comparado

Argentina tiene más superficie terrestre (2.8×10^6 km^2) que Groenlandia (2.2×10^6 km^2). ¿Por qué el flujo magnético del campo magnético de la Tierra es mayor a través de Groenlandia que a través de Argentina?

EXPLICACIÓN Groenlandia (60° de latitud norte a 80° de latitud norte) está más cerca de un polo magnético que Argentina (latitud 20° sur a 50° sur), por lo que el campo magnético es más fuerte allí. Eso en sí no es suficiente para concluir que el flujo magnético es mayor, pero la proximidad de Groenlandia a un polo también significa que el ángulo que las líneas del campo magnético hacen con la vertical es menor que en Argentina. Como resultado, más líneas de campo penetran la superficie en Groenlandia, a pesar del área ligeramente más grande de Argentina. ■

EJEMPLO 18.1 Flujo magnético

OBJETIVO Calcular el flujo magnético y un cambio en el flujo.

PROBLEMA Una espira circular conductora de radio 0.250 m se coloca en el plano xy en un campo magnético uniforme de 0.360 T que apunta en la dirección z positiva, en la misma dirección que la normal al plano. **a)** Calcule el flujo magnético a través de la espira. **b)** Suponga que la espira gira en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del eje x, de modo

(*Continúa*)

que la dirección normal ahora apunta a un ángulo de 45.0° respecto al eje z. Recalcule el flujo magnético a través de la espira. **c)** ¿Cuál es el cambio en el flujo debido a la rotación de la espira?

ESTRATEGIA Después de encontrar el área, sustituya los valores en la ecuación de flujo magnético para cada parte. Debido a que la dirección normal se eligió en la misma dirección que el campo magnético, el ángulo entre el campo magnético y la normal es inicialmente 0°. Después de la rotación, ese ángulo es de 45°.

SOLUCIÓN

a) Calcule el flujo magnético inicial a través de la espira.

Primero, calcule el área de la espira:

$$A = \pi r^2 = \pi(0.250\ \text{m})^2 = 0.196\ \text{m}^2$$

Sustituya A, B y $\theta = 0°$ en la ecuación 18.1 para encontrar el flujo magnético inicial:

$$\Phi_B = AB\cos\theta = (0.196\ \text{m}^2)(0.360\ \text{T})\cos(0°)$$
$$= 0.070\ 6\ \text{T}\cdot\text{m}^2 = \boxed{0.070\ 6\ \text{Wb}}$$

b) Calcule el flujo magnético a través de la espira después de que ha girado 45.0° alrededor del eje x.

Haga las mismas sustituciones que en el inciso a), excepto que el ángulo entre $\vec{\mathbf{B}}$ y la normal es ahora $\theta = 45.0°$:

$$\Phi_B = AB\cos\theta = (0.196\ \text{m}^2)(0.360\ \text{T})\cos(45.0°)$$
$$= 0.049\ 9\ \text{T}\cdot\text{m}^2 = \boxed{0.049\ 9\ \text{Wb}}$$

c) Encuentre el cambio en el flujo magnético debido a la rotación de la espira.

Reste el resultado del inciso a) del resultado del inciso b):

$$\Delta\Phi_B = 0.049\ 9\ \text{Wb} - 0.070\ 6\ \text{Wb} = \boxed{-0.020\ 7\ \text{Wb}}$$

COMENTARIOS Observe que en la rotación de la espira, no cualquier cambio en el campo magnético, es responsable de cambio en el flujo. Este cambio de flujo magnético es esencial en el funcionamiento de motores eléctricos y generadores.

PREGUNTA 18.1 Cierto o falso: si la espira gira en la dirección opuesta por la misma cantidad, el cambio en el flujo magnético tiene la misma magnitud pero signo contrario.

EJERCICIO 18.1 La espira, después de girar 45°, gira en el sentido de las manecillas del reloj otros 30°, por lo que la normal al plano apunta a un ángulo de 75° respecto a la dirección del campo magnético. Encuentre a) el flujo magnético a través de la espira cuando $\theta = 75°$ y b) el cambio en el flujo magnético durante la rotación de 45° a 75 grados.

RESPUESTAS a) 0.018 3 Wb; b) −0.031 6 Wb

18.2 Ley de inducción de Faraday y ley de Lenz

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Establecer las leyes de Faraday y de Lenz y describir las aplicaciones basadas en ellas.
2. Aplicar las leyes de Faraday y de Lenz a los sistemas con flujo magnético cambiante.

La utilidad del concepto de flujo magnético puede hacerse evidente por medio de otro experimento simple que demuestra la idea básica de la inducción electromagnética. Considere una espira de alambre conectada a un amperímetro como en la figura 18.4. Si un imán se mueve hacia la espira, el amperímetro lee una corriente en una dirección, como en la figura 18.4a. Cuando el imán se mantiene inmóvil, como en la figura 18.4b, el amperímetro lee corriente cero. Si el imán se aleja de la espira, el amperímetro lee una corriente en la dirección opuesta, como en la figura 18.4c. Si el imán se mantiene inmóvil y la espira se mueve hacia el imán o lejos de él, el amperímetro también lee una corriente. A partir de estas observaciones, se puede concluir que **se establece una corriente en el circuito siempre que haya movimiento relativo entre el imán y la espira**. Los mismos resultados experimentales se encuentran si la espira o el imán se mueven. Llamamos a esta **corriente inducida** porque es producida por una **fem inducida**.

Sugerencia 18.1 La corriente inducida requiere un cambio en el flujo magnético

La existencia de flujo magnético a través de un área no es suficiente para crear una fem inducida. Un *cambio* en el flujo magnético durante cierto intervalo de tiempo Δt debe ocurrir para que una fem sea inducida.

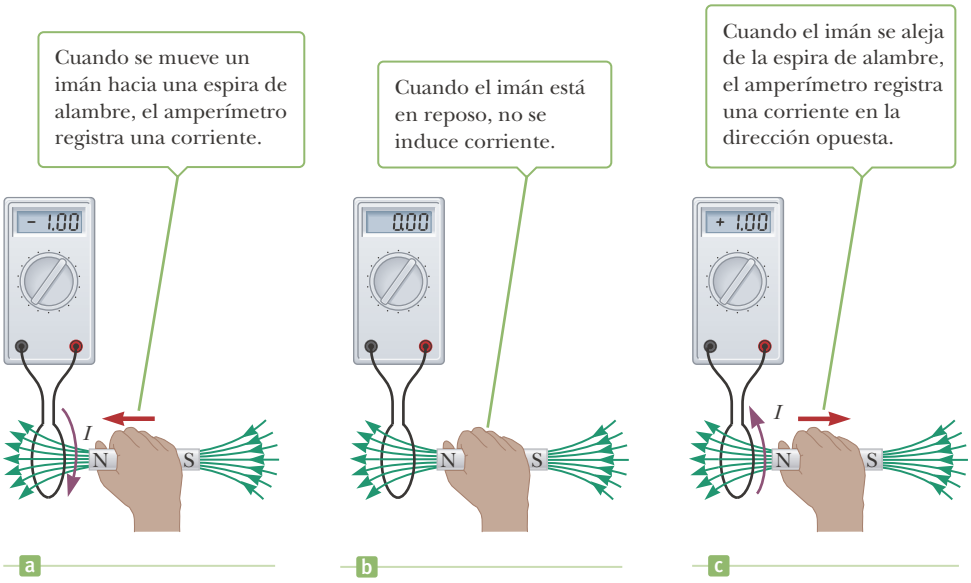


Figura 18.4 Un experimento simple que muestra que se induce una corriente en una espira cuando un imán se mueve hacia adentro o hacia afuera de la espira.

Sugerencia 18.2 Hay dos campos magnéticos para considerar

Al aplicar la ley de Lenz, hay *dos* campos magnéticos que deben considerarse. El primero es el campo magnético cambiante externo que induce la corriente en una espira conductora. El segundo es el campo magnético producido por la corriente inducida en la espira.

Este experimento es similar al de Faraday que se expone en la sección 18.1. En cada caso, una fem es inducida en un circuito cuando el flujo magnético a través del circuito cambia con el tiempo. Resulta que la fem inducida en un circuito es igual al negativo de la razón de cambio del flujo magnético respecto al tiempo a través del circuito. Esta es la **ley de Faraday de inducción magnética**.

◀ Ley de Faraday

Si un circuito contiene N espiras fuertemente enrolladas y el flujo magnético a través de cada espira cambia por la cantidad $\Delta\Phi_B$ durante el intervalo Δt, la fem promedio inducida en el circuito durante el tiempo Δt es

$$\mathcal{E} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \qquad [18.2]$$

Debido a que $\Phi_B = BA\cos\theta$, un cambio de cualquiera de los factores B, A o θ con el tiempo produce una fem. Exploramos el efecto de un cambio en cada uno de estos factores en las siguientes secciones. El signo menos de la ecuación 18.2 se incluye para indicar la polaridad de la fem inducida. Esta polaridad determina la dirección de la corriente en la espira y está dada por la **ley de Lenz**:

La corriente causada por la fem inducida viaja en la dirección que crea un campo magnético con flujo que se opone al cambio en el flujo original a través del circuito.

La ley de Lenz dice que si el flujo magnético a través de una espira es cada vez más positivo, digamos, entonces la fem inducida crea una corriente y un campo magnético asociado que produce un flujo magnético negativo. Algunos piensan erróneamente que este "campo magnético contador" creado por la corriente inducida, llamado $\vec{\mathbf{B}}_{\text{ind}}$ ("ind" para inducido), apuntará siempre hacia una dirección opuesta al campo magnético aplicado $\vec{\mathbf{B}}$, ¡pero eso es solo cierto la mitad del tiempo! La figura 18.5a muestra un campo que entra en una espira. La gráfica de la figura 18.5b muestra que la magnitud del campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ se recuce con el tiempo, lo que significa que el flujo de $\vec{\mathbf{B}}$ se reduce con el tiempo, por lo que el campo inducido $\vec{\mathbf{B}}_{\text{ind}}$ estará en realidad en la misma dirección que $\vec{\mathbf{B}}$. En efecto, $\vec{\mathbf{B}}_{\text{ind}}$ refuerza el campo $\vec{\mathbf{B}}$, retardando la pérdida de flujo a través de la espira.

La dirección de la corriente en la figura 18.5a se puede determinar por la regla número 2 de la mano derecha: apunte su pulgar derecho en la dirección que hará

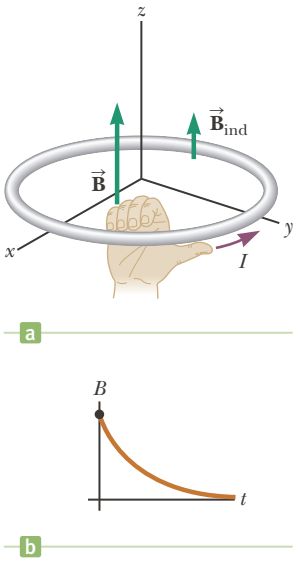


Figura 18.5 a) El campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ se hace más pequeño con el tiempo, reduciendo el flujo, por lo que la corriente es inducida en una dirección que crea un campo magnético inducido $\vec{\mathbf{B}}_{\text{ind}}$ induciendo el cambio en el flujo magnético. b) Gráfica de la magnitud del campo magnético en función del tiempo.

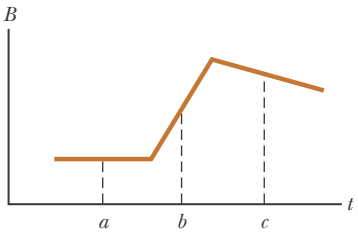


Figura 18.6 (Cuestionario rápido 18.1)

que los dedos de su mano derecha se doblen en la dirección del campo inducido $\vec{\mathbf{B}}_{\text{ind}}$. En este caso, esa dirección va en sentido contrario a las manecillas del reloj: con el pulgar derecho apuntando en la dirección de la corriente, los dedos se doblan hacia afuera de la espira y alrededor y ***hacia arriba a través del interior de la espira***. Recuerde que es importante que en el interior de la espira el campo magnético inducido apunte hacia arriba.

Cuestionario rápido

18.1 La figura 18.6 es una gráfica de la magnitud B en función del tiempo para un campo magnético que pasa a través de una espira fija y está orientada de manera perpendicular al plano de la espira. Clasifique las magnitudes de la fem generada en la espira de mayor a menor en los tres instantes indicados.

EJEMPLO 18.2 Faraday y Lenz al rescate

OBJETIVO Calcular una fem y una corriente inducidas con la ley de Faraday y aplicar la ley de Lenz cuando el campo magnético cambia con el tiempo.

PROBLEMA Una bobina con 25 vueltas de alambre se enrolla en un marco con una sección transversal cuadrada de 1.80 cm en un lado. Cada vuelta tiene la misma área, igual a la del marco y la resistencia total de la bobina es 0.350 Ω. Un campo magnético uniforme aplicado es perpendicular al plano de la bobina, como en la figura 18.7. **a)** Si el campo cambia uniformemente de 0.00 T a 0.500 T en 0.800 s, ¿cuál es la fem inducida en la bobina mientras el campo cambia? Determine **b)** la magnitud y **c)** la dirección de la corriente inducida en la bobina mientras el campo cambia.

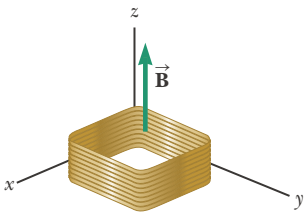


Figura 18.7 (Ejemplo 18.2)

ESTRATEGIA El inciso a) requiere la sustitución en la ley de Faraday, ecuación 18.2. La información necesaria se da, excepto para $\Delta\Phi_B$, el cambio en el flujo magnético durante el tiempo transcurrido. Usando la dirección normal para coincidir con el eje z positivo, calcule los flujos magnéticos iniciales y finales con la ecuación 18.1, encuentre la diferencia y ensamble todos los términos en la ley de Faraday. La corriente se puede encontrar con la ley de Ohm y su dirección con la ley de Lenz.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la fem inducida en la bobina.

Para calcular el flujo, se necesita el área de la bobina:

$$A = L^2 = (0.018\,0\text{ m})^2 = 3.24 \times 10^{-4}\text{ m}^2$$

El flujo magnético $\Phi_{B,i}$ a través de la bobina en $t = 0$ es cero porque $B = 0$. Calcule el flujo en $t = 0.800$ s:

$$\Phi_{B,f} = BA\cos\theta = (0.500\text{ T})(3.24 \times 10^{-4}\text{ m}^2)\cos(0°)$$
$$= 1.62 \times 10^{-4}\text{ Wb}$$

Calcule el cambio en el flujo magnético a través de la sección transversal de la bobina sobre el intervalo de 0.800 s:

$$\Delta\Phi_B = \Phi_{B,f} - \Phi_{B,i} = 1.62 \times 10^{-4}\text{ Wb}$$

Sustituya en la ley de inducción de Faraday para encontrar la fem inducida en la bobina:

$$\mathcal{E} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -(25\text{ vueltas})\left(\frac{1.62 \times 10^{-4}\text{ Wb}}{0.800\text{ s}}\right)$$
$$= \boxed{-5.06 \times 10^{-3}\text{ V}}$$

b) Encuentre la magnitud de la corriente inducida en la bobina. Sustituya la diferencia de voltaje y la resistencia en la ley de Ohm, donde $\Delta V = \mathcal{E}$:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{5.06 \times 10^{-3}\text{ V}}{0.350\ \Omega} = \boxed{1.45 \times 10^{-2}\text{ A}}$$

c) Encuentre la dirección de la corriente inducida en la bobina.

El campo magnético aumenta a través de la espira, en la misma dirección que la normal al plano; por lo tanto, el flujo es positivo y también aumenta. Un campo magnético inducido hacia abajo creará flujo negativo, oponiéndose al cambio. Si apunta su pulgar derecho en la dirección de las manecillas del reloj a lo largo de la espira, visto desde arriba, sus dedos se doblan a través de la espira, que es la dirección correcta para el campo magnético contador. Por lo tanto, la corriente debe proceder en sentido de las manecillas del reloj como se ve desde arriba de la bobina.

COMENTARIOS La ley de Lenz se puede usar mejor dibujando primero un diagrama.

PREGUNTA 18.2 ¿Qué fem promedio se induce en la espira si, en su lugar, el campo magnético cambia uniformemente de 0.500 T a 0 en 0.800 s? ¿Cómo afectaría esto a la corriente inducida?

EJERCICIO 18.2 Suponga que el campo magnético cambia uniformemente de 0.500 T a 0.200 T en los siguientes 0.600 s. Calcule a) la fem inducida en la bobina y b) la magnitud y dirección de la corriente inducida.

RESPUESTAS a) 4.05×10^{-3} V; b) 1.16×10^{-2} A (en sentido contrario a las manecillas del reloj y visto desde arriba de la bobina)

Determinación de la dirección de la corriente inducida

Encontrar la dirección de la corriente inducida puede ser complicado. Los siguientes tres ejemplos ilustran cómo se encuentra la dirección utilizando la ley de Lenz.

Ley de Lenz Ejemplo 1 La corriente en el alambre de la figura 18.8 aumenta constantemente en la dirección indicada. Elegimos la dirección normal hacia afuera de la página de modo que los vectores de campo magnético que salen producirán un flujo magnético positivo. El campo magnético creado por la corriente I circula alrededor del alambre, hacia adentro de la página en el lado derecho del alambre largo en la región de la bobina rectangular y hacia afuera de la página en el lado izquierdo del alambre recto largo. Por lo tanto, el flujo magnético a través de la bobina rectangular debido a la corriente I es negativo. Debido a que la corriente aumenta hacia arriba la página, el campo magnético es cada vez más fuerte, incrementando la magnitud del flujo negativo a través de la bobina rectangular. De acuerdo con la ley de Lenz, la corriente inducida en la bobina debe producir un flujo positivo, contrarrestando el flujo negativo creciente. Esto requiere un campo magnético inducido que apunta hacia afuera de la página a través de la bobina. Mentalmente curve los dedos de la mano derecha alrededor de la rama derecha de la bobina rectangular y considere que los dedos salen directamente de la página a través de la bobina, cuando sea necesario. El pulgar derecho, mientras tanto, sale de la página, indicando la dirección de la corriente en esa parte de la bobina. Por lo tanto, la corriente inducida en la bobina es en contra de las manecillas del reloj.

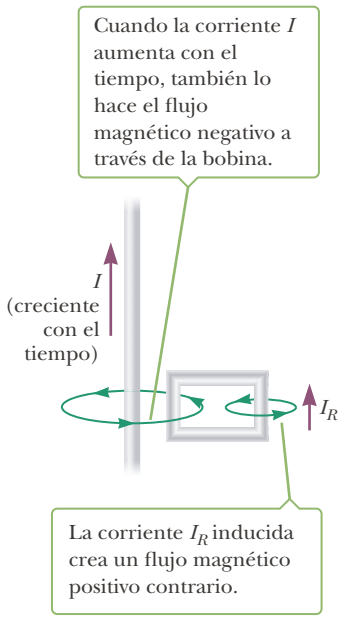


Figura 18.8 ((Ejemplo 1 de la ley de Lenz) La corriente I aumenta en magnitud con el tiempo, reforzando el campo magnético que circula alrededor del alambre.

Ley de Lenz Ejemplo 2 En la figura 18.9a, el polo norte del imán se mueve hacia la bobina. Si se elige la dirección normal a la derecha, entonces el flujo magnético a través de la bobina debido al imán es positivo y aumenta con el tiempo. Por lo tanto, se debe crear un flujo negativo a la izquierda por la corriente inducida en la bobina, de modo que el campo magnético inducido también debe apuntar a la izquierda como se indica en la figura 18.9b. Imagínese curvar los dedos de la mano derecha alrededor de la bobina para que apunten a través de la bobina a la izquierda. El pulgar derecho apunta hacia arriba, indicando que la corriente inducida va hacia la izquierda vista desde el lado izquierdo de la espira.

Ley de Lenz Ejemplo 3 Considere una bobina de alambre colocada cerca de un solenoide en la figura 18.10a (página 628). El alambre está enrollado de tal manera que crea un polo magnético sur en el extremo derecho cuando el interruptor está cerrado en la figura 18.10b. Elija la izquierda como la dirección normal. Cuando el interruptor está cerrado, la corriente en el solenoide comienza a incrementarse y el flujo magnético a través de la bobina es positivo y aumenta con el tiempo. Por lo tanto, la corriente inducida en la bobina debe crear un flujo magnético negativo

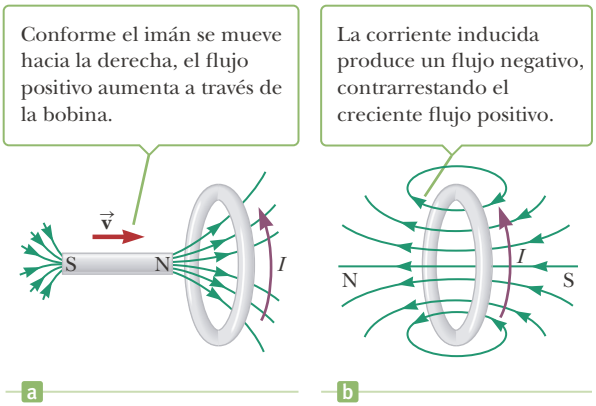


Figura 18.9 (Ley de Lenz Ejemplo 2) a) El polo norte del imán se aproxima a la bobina desde la izquierda, con la dirección normal hacia la derecha. b) Se induce una corriente en la bobina.

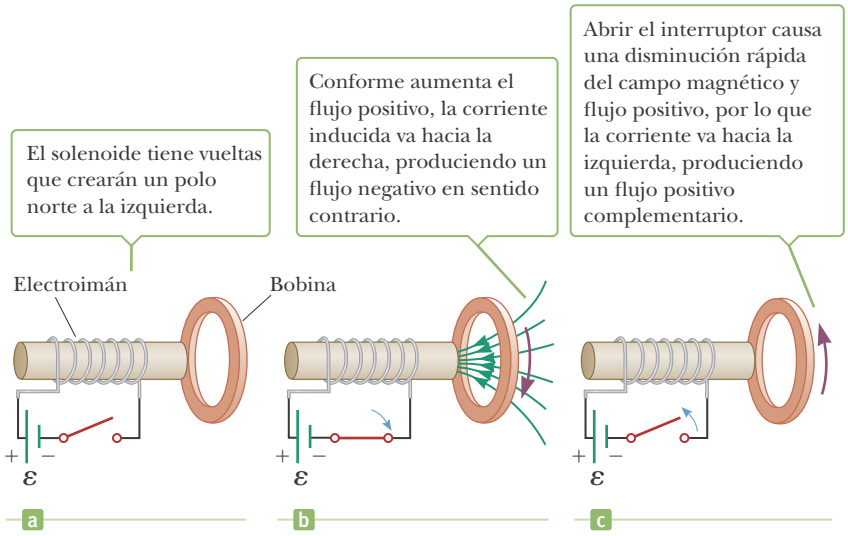


Figura 18.10 (Ley de Lenz Ejemplo 3) a) Las vueltas del solenoide crean un campo magnético con el polo norte apuntando a la izquierda, que también se toma como la dirección normal. b) Cuando el interruptor está cerrado, el flujo positivo comienza a aumentar a través de la bobina a medida que las líneas de campo convergen en el polo sur del solenoide. c) Al abrir el interruptor, el campo del solenoide disminuye rápidamente.

para contrarrestar el flujo positivo creciente creado por la corriente en el solenoide. Esto requiere un campo magnético inducido dirigido hacia la derecha a través de la bobina. Gire la mano derecha para que el pulgar apunte hacia abajo, los dedos de la mano derecha pueden doblarse a través de la bobina y a la derecha. La corriente inducida en la bobina sigue la dirección del pulgar derecho, que está en sentido horario visto desde el extremo izquierdo de la bobina. Cuando el interruptor se abre de nuevo en la figura 18.10c, la corriente en el solenoide cambia de dirección porque el campo magnético y el flujo positivo comienzan a disminuir. Moviéndose en sentido contrario de las manecillas del reloj, la corriente inducida crea un flujo positivo a través de la bobina, oponiéndose a la disminución del flujo positivo.

En estos tres ejemplos, la idea crucial es que un flujo cambiante causa una corriente inducida y el campo magnético inducido asociado produce un flujo que se opone al cambio de flujo de acuerdo con la ley de Lenz. Cuando el flujo deja de cambiar, la corriente inducida se detiene. Aunque en cada caso el flujo magnético cambió debido a un campo magnético cambiante, las corrientes inducidas pueden resultar incluso cuando el campo magnético es constante siempre que cambie el flujo a través de la espira. Este hecho se aclarará cuando se discuta la fem de movimiento en la sección 18.3 y los generadores en la sección 18.4.

Cuestionario rápido

18.2 Un imán de barra cae hacia el centro de una espira de alambre, con el polo norte orientado hacia abajo. Visto desde el mismo lado de la espira como el imán, cuando el polo norte se acerca a la espira, ¿cuál es la dirección de la corriente inducida? a) En el sentido de las manecillas del reloj. b) Cero. c) En contra de las manecillas del reloj. d) A lo largo de la longitud del imán.

18.3 Dos espiras circulares están una al lado de la otra y se encuentran en el plano *xy*. Un interruptor está cerrado, iniciando una corriente en sentido contrario a las manecillas del reloj en la espira izquierda, vista desde un punto en el eje *z* positivo que pasa por el centro de la espira. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para la espira de la derecha? a) La corriente permanece igual a cero. b) Una corriente inducida se mueve en sentido contrario a las manecillas del reloj. c) Una corriente inducida se mueve en el sentido de las manecillas del reloj.

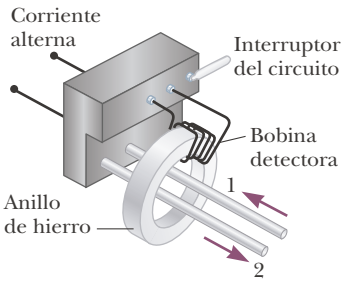


Figura 18.11 Componentes esenciales de un interruptor de falla a tierra (contenido de la caja gris en la figura 18.12a). En las casas más nuevas, estos dispositivos se construyen directamente dentro de las tomas de corriente. El propósito de la bobina de detección y del disyuntor es cortar la corriente antes de que se produzca el daño.

El interruptor de falla a tierra (GFI) es un interesante dispositivo de seguridad que protege a las personas contra descargas eléctricas cuando tocan aparatos y herramientas eléctricos. En su funcionamiento se usa la ley de Faraday. La figura 18.11 muestra las partes esenciales de un interruptor de falla a tierra. El alambre 1 conduce desde la toma de pared al aparato a proteger y el alambre 2 del aparato a la toma de

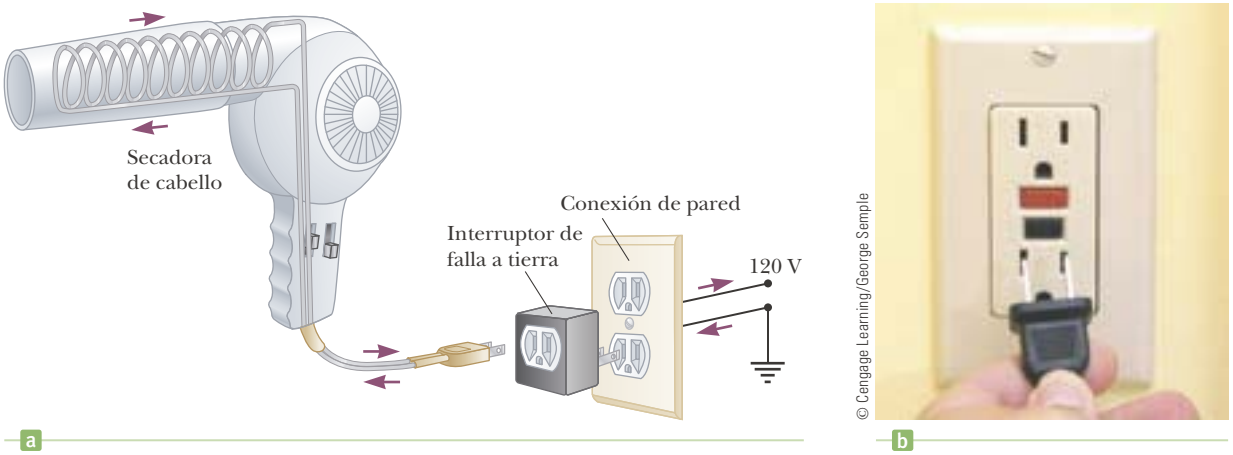


Figura 18.12 a) Esta secadora de cabello se ha conectado a un interruptor de falla a tierra que a su vez está conectado a una toma de pared desprotegida. b) Es probable que haya visto este tipo de interruptor de falla a tierra en los cuartos de baño de algunos hoteles, donde las secadoras de cabello y las máquinas para afeitar eléctricas a menudo son utilizados por las personas que están fuera de la ducha o que pueden tocar una tubería de agua, proporcionando una trayectoria rápida a tierra en caso de un cortocircuito.

corriente. Un anillo de hierro rodea los dos alambres para confinar el campo magnético establecido por cada alambre. Una bobina de detección, que puede activar un interruptor cuando se producen cambios en el flujo magnético, se enrolla en una parte del anillo de hierro. Debido a que las corrientes en los alambres están en direcciones opuestas, el campo magnético neto a través de la bobina de detección debido a las corrientes es cero. Sin embargo, si se produce un cortocircuito en el aparato de modo que no haya corriente de retorno, el campo magnético de red a través de la bobina de detección ya no es cero. Un cortocircuito puede ocurrir si, por ejemplo, uno de los alambres pierde su aislamiento, proporcionando un camino a través de usted a tierra si usted toca el aparato y toca tierra como en la figura 16.23a. Debido a que la corriente es alterna, el flujo magnético a través de la bobina de detección cambia con el tiempo, produciendo un voltaje inducido en la bobina. Este voltaje inducido se utiliza para disparar un interruptor de circuito, deteniendo la corriente de inmediato (en aproximadamente 1 ms) antes de que alcance un nivel que podría ser dañino para la persona que usa el aparato. Un interruptor de falla a tierra proporciona una protección más rápida y completa que incluso la combinación de una cubierta a tierra y un disyuntor mostrado en la figura 16.23b. Por esta razón, los interruptores de falla a tierra se encuentran comúnmente en los baños, donde la electricidad representa un peligro para las personas. (Véase la figura 18.12).

APLICACIÓN
Interruptores de falla a tierra

Otra aplicación interesante de la ley de Faraday es la producción de sonido en una guitarra eléctrica. Una cuerda vibrante induce una fem en una bobina (figura 18.13). La bobina de captación se coloca cerca de la cuerda de la guitarra vibrante, que está hecha de un metal que se puede magnetizar. El imán permanente dentro de la bobina magnetiza la parte de la cuerda más cercana a la bobina. Cuando la cuerda

APLICACIÓN
Pastillas para guitarra eléctrica

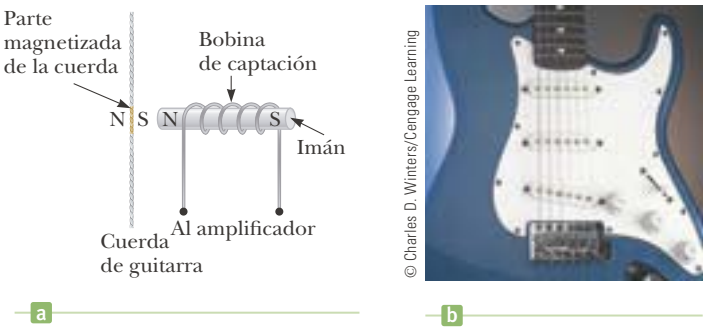


Figura 18.13 a) En una guitarra eléctrica, un cordón vibratorio induce un voltaje en la bobina de captación. b) Varias capturas permiten que la vibración sea detectada desde diferentes partes de la cuerda.

de la guitarra vibra a alguna frecuencia, su segmento magnetizado produce un flujo magnético cambiante a través de la bobina de captación. El flujo cambiante induce un voltaje en la bobina, que alimenta a un amplificador. La salida del amplificador se envía a los altavoces, produciendo las ondas de sonido que escuchamos.

BIO APLICACIÓN
Monitores de apnea

El síndrome de muerte súbita del lactante, o SIDS, es una afección devastadora en la cual de repente un bebé deja de respirar durante el sueño sin causa aparente. Se utiliza a veces un tipo de dispositivo de seguimiento, llamado monitor de apnea, para alertar a los cuidadores del cese de la respiración. El dispositivo utiliza corrientes inducidas. Una bobina de alambre unida a un lado del pecho lleva una corriente alterna. El flujo magnético variable producido por esta corriente pasa a través de una bobina de captación unida al lado opuesto del pecho. La expansión y contracción del tórax causada por la respiración o el movimiento cambian la intensidad del voltaje inducido en la bobina de captación. Sin embargo, si la respiración se detiene, el patrón del voltaje inducido se estabiliza y en los circuitos externos que supervisan el voltaje sonará una alarma para los cuidadores, después de una pausa momentánea para asegurar que realmente existe un problema.

18.3 Fem de movimiento

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir el fem de movimiento y usar la ley de Faraday para discutir la diferencia de potencial a través de un conductor en movimiento.
2. Aplicar la ley de Faraday a sistemas que involucren a un conductor que se mueve a través de un campo magnético.

En la sección 18.2 se consideraron emisiones inducidas en un circuito cuando el campo magnético cambia con el tiempo. En esta sección describimos una aplicación particular de la ley de Faraday en la que se produce una denominada **fem de movimiento**. Es la fem inducida en un conductor que se mueve a través de un campo magnético.

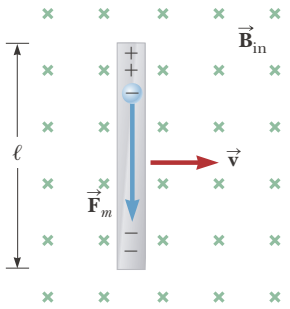


Figura 18.14 Un conductor recto de longitud ℓ, que se mueve con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ a través de un campo magnético uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ dirigido perpendicularmente al vector $\vec{\mathbf{v}}$. El vector $\vec{\mathbf{F}}_m$ es la fuerza magnética sobre un electrón en el conductor. Se induce una fem de $B\ell v$ entre los extremos de la barra.

Primero considere un conductor recto de longitud ℓ, moviéndose con velocidad constante a través de un campo magnético uniforme dirigido entrando al papel, como en la figura 18.14. Para simplificar, suponemos que el conductor se mueve en una dirección perpendicular al campo. Una fuerza magnética de magnitud $F_m = qvB$, dirigida hacia abajo, actúa sobre los electrones del conductor. Debido a esta fuerza magnética, los electrones libres se mueven hacia el extremo inferior del conductor y se acumulan allí, dejando una carga positiva neta en el extremo superior. Como resultado de esta separación de carga, se produce un campo eléctrico en el conductor. La carga en los extremos se acumula hasta que la fuerza magnética hacia abajo qvB se equilibre con la fuerza eléctrica hacia arriba qE. En este punto, la carga deja de fluir y la condición para el equilibrio requiere que

$$qE = qvB \qquad \text{o} \qquad E = vB$$

Debido a que el campo eléctrico es uniforme, el campo producido en el conductor está relacionado con la diferencia de potencial a través de los extremos por $\Delta V = E\ell$, dando

$$\Delta V = E\ell = B\ell v \qquad [18.3]$$

Debido a que hay un exceso de carga positiva en el extremo superior del conductor y un exceso de carga negativa en el extremo inferior, el extremo superior está en un potencial más alto que el extremo inferior. Hay una diferencia de potencial a través de un conductor mientras se mueve a través de un campo. Si el movimiento se invierte, la polaridad de la diferencia de potencial también se invierte.

Una situación más interesante ocurre si el conductor en movimiento es parte de una trayectoria conductora cerrada. Esta situación es particularmente útil para ilustrar cómo un área de espira que cambia induce una corriente en un circuito

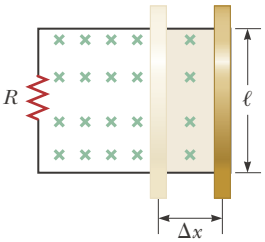


Figura 18.16 A medida que la barra se desplaza hacia la derecha, el área de la espira aumenta por la cantidad, $\ell \Delta x$ el flujo magnético a través de la espira aumenta en $B\ell\Delta x$.

cerrado descrito por la ley de Faraday. Considere un circuito que consiste en una barra conductora de longitud ℓ, que se desliza a lo largo de dos rieles conductores paralelos fijos, como en la figura 18.15a. Para simplificar, suponga que la barra móvil tiene cero resistencia y la parte estacionaria del circuito tiene resistencia constante R. Tome la dirección normal coincidiendo con el eje z, saliendo de la página. Un campo magnético uniforme y constante $\vec{\mathbf{B}}$ se aplica perpendicular al plano del circuito. A medida que la barra se jala hacia la derecha en la dirección x positiva con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ bajo la influencia de una fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}_{\text{apl}}$, una fuerza magnética a lo largo de la longitud de la barra actúa sobre las cargas libres en la barra. Esta fuerza a su vez establece una corriente inducida porque las cargas son libres de moverse en una trayectoria conductora cerrada. En este caso, el cambio de flujo magnético a través de la espira y la fem inducida correspondiente a través de la barra en movimiento se originan del *cambio de área de la espira* a medida que la barra se mueve a través del campo magnético. Debido a que el flujo en la página aumenta, por la ley de Lenz la corriente inducida circula en sentido contrario a las manecillas del reloj, produciendo flujo hacia afuera de la página que se opone al cambio.

Suponga que la barra se mueve una distancia Δx en el tiempo Δt, como se muestra en la figura 18.16. El aumento del flujo $\Delta\Phi_B$ a través de la espira en ese tiempo es la cantidad de flujo que pasa ahora a través de la parte del circuito que tiene área $\ell\ \Delta x$:

$$\Delta\Phi_B = BA = B\ell\ \Delta x$$

Usando la ley de Faraday y observando que hay una espira ($N = 1$), encontramos que la magnitud de la fem inducida es

$$|\mathcal{E}| = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = B\ell\,\frac{\Delta x}{\Delta t} = B\ell v \qquad [18.4]$$

Esta fem inducida con frecuencia se llama una **fem de movimiento** porque surge del movimiento de un conductor a través de un campo magnético.

Además, si la resistencia del circuito es R, la magnitud de la corriente inducida en el circuito es

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B\ell v}{R} \qquad [18.5]$$

La figura 18.15b muestra el diagrama de circuito equivalente para este ejemplo.

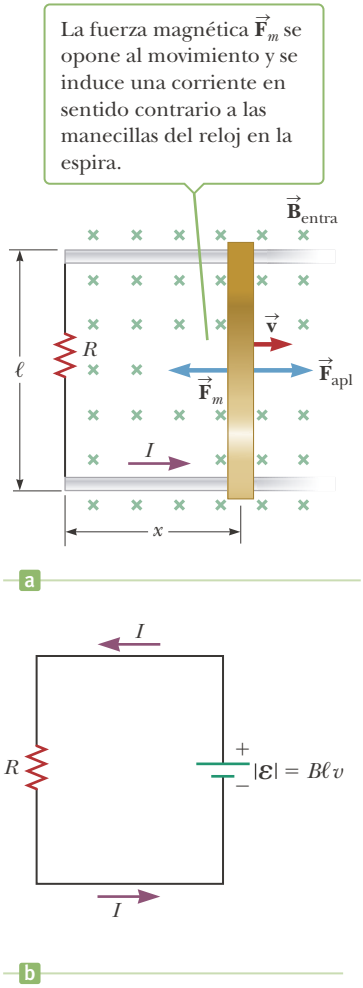


Figura 18.15 a) Una barra conductora deslizante con velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ a lo largo de dos rieles conductores bajo la acción de una fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}_{\text{app}}$. b) El circuito equivalente del que se dio en a).

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 18.2 Catapulta espacial

La aplicación de una fuerza sobre la barra resultará en una fem inducida en el circuito que se muestra en la figura 18.15. Suponga que se elimina el campo magnético externo en el diagrama y se reemplaza la resistencia por una fuente de alto voltaje y un interruptor, como en la figura 18.17. ¿Qué sucederá cuando el interruptor esté cerrado? ¿Se moverá la barra, sin importar de qué manera conectemos la fuente de alto voltaje?

EXPLICACIÓN Suponga que la fuente es capaz de establecer una corriente alta. Entonces las dos barras horizontales conductoras crearán un intenso campo magnético en el

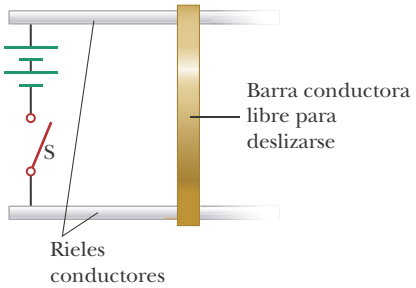


Figura 18.17 (Aplicación de la física 18.2)

(*Continúa*)

área entre estas, dirigido hacia la página. (La barra móvil también crea un campo magnético, pero este campo no puede ejercer fuerza sobre la propia barra.) Debido a que la barra móvil lleva una corriente descendente, se ejerce una fuerza magnética sobre ella, dirigida hacia la derecha. Por lo tanto, la barra se acelera a lo largo de los rieles alejándose de la fuente de alimentación. Si la polaridad de la potencia se invirtiera, el campo magnético saldría de la página, la corriente en la barra iría hacia arriba y la fuerza en la barra se dirigiría hacia la derecha. La fuerza $B\ell$, ejercida por un campo magnético de acuerdo con la ecuación 17.6 hace que la barra se acelere alejándose de la fuente de voltaje. Los estudios han demostrado que es posible lanzar cargas útiles al espacio con esta tecnología. (Este es el principio de funcionamiento de un cañón de riel.) Se pueden obtener aceleraciones muy grandes con la tecnología que en la actualidad está disponible, con cargas útiles que se aceleran a una velocidad de varios kilómetros por segundo en una fracción de segundo. Esta aceleración es mayor de lo que los seres humanos pueden tolerar.

Los cañones de rieles se han propuesto como sistemas de propulsión para mover asteroides en órbitas más útiles. El material de un asteroide podría ser minado y lanzado fuera de la superficie por un cañón de riel, que actuaría como un cohete, modificando la velocidad y, por lo tanto, la órbita del asteroide. Algunos asteroides contienen billones de dólares de metales preciosos. ■

Cuestionario rápido

18.4 Una barra de metal horizontal orientada de este a oeste cae hacia abajo en un lugar donde el campo magnético de la Tierra se dirige hacia al norte. Como resultado, una fem se desarrolla entre los extremos. ¿Qué extremo está cargado positivamente? a) El extremo este. b) El extremo oeste. c) Ninguno de los dos extremos transporta una carga.

18.5 Usted intenta mover una espira rectangular de alambre en una región de campo magnético uniforme a una velocidad dada para inducir una fem en la espira. El plano de la espira debe permanecer perpendicular a las líneas del campo magnético. ¿Con qué orientación debería usted sostener la espira mientras la mueve a la región con el campo magnético para generar la fem más grande? a) Con la dimensión larga de la espira paralela al vector velocidad. b) Con la dimensión corta de la espira paralela al vector velocidad. c) De cualquier manera porque la fem es la misma independientemente de la orientación.

EJEMPLO 18.3 Una diferencia posible inducida a través de las alas de un avión

OBJETIVO Encontrar la fem inducida por el movimiento a través de un campo magnético.

PROBLEMA Un avión que tiene alas de 30.0 m de ancho vuela hacia el norte en un lugar donde la componente descendente del campo magnético de la Tierra es 0.600×10^{-4} T. También hay una componente que apunta hacia el norte cuya magnitud es de 0.470×10^{-4} T. **a)** Encuentre la diferencia de potencial entre las puntas de las alas cuando la velocidad del avión es de 2.50×10^{2} m/s. **b)** ¿Cuál punta de las alas es positiva?

ESTRATEGIA Debido a que el avión vuela hacia el norte, la componente norte del campo magnético no tendrá ningún efecto sobre la fem inducida. La fem inducida a través del ala es causada solo por la componente descendente del campo magnético de la Tierra. Sustituya las cantidades dadas en la ecuación 18.4. Use la regla número 1 de la mano derecha para encontrar las cargas con dirección positiva que serían impulsadas por la fuerza magnética.

SOLUCIÓN

a) Calcule la diferencia de potencial a través de las puntas de las alas.

Escriba la ecuación de fem de movimiento y sustituya las cantidades dadas:

$$\mathcal{E} = B\ell v = (0.600 \times 10^{-4}\ \text{T})(30.0\ \text{m})(2.50 \times 10^{2}\ \text{m/s})$$
$$= 0.450\ \text{V}$$

b) ¿Cuál punta de las alas es positiva?

Aplique la regla número 1 de la mano derecha: Apunte los dedos de su mano derecha hacia el norte, en la dirección de la velocidad, y dóblelos hacia abajo, en la dirección del campo magnético. Su pulgar apunta hacia el oeste. Por lo tanto, la punta del ala oeste es positiva.

COMENTARIOS Una fem inducida como esta puede causar problemas en un avión.

PREGUNTA 18.3 ¿En qué direcciones están las fuerzas magnéticas ejercidas sobre los electrones en la aeronave de metal si vuela hacia el oeste? a) Al norte. b) Al sur. c) Al este. d) Al oeste. e) Arriba. f) Hacia abajo.

EJERCICIO 18.3 Suponga que una estación espacial que está en órbita donde el campo magnético es paralelo a la superficie de la Tierra, apunta hacia el norte y tiene una magnitud de 1.80×10^{-4} T. Un alambre metálico conectado a la estación espacial se estira radialmente hacia afuera 2.50 km. a) Calcule la diferencia de potencial que se desarrolla entre los extremos del alambre si viaja hacia el este alrededor de la Tierra con una rapidez de 7.70×10^{3} m/s. b) ¿Qué extremo del alambre es positivo, el extremo inferior o el extremo superior?

RESPUESTAS a) 3.47×10^{3} V; b) El extremo superior es positivo.

EJEMPLO 18.4 ¿Dónde está la fuente de energía?

OBJETIVO Utilizar la fem de movimiento para encontrar una fem inducida y una corriente.

PROBLEMA **a)** La barra deslizante de la figura 18.15a tiene una longitud de 0.500 m y se mueve a 2.00 m/s en un campo magnético de magnitud 0.250 T. Usando el concepto de fem, encuentre el voltaje inducido en la barra móvil. **b)** Si la resistencia en el circuito es 0.500 Ω, determine la corriente en el circuito y la potencia entregada a la resistencia. (*Nota*: la corriente en este caso va en sentido contrario a las manecillas del reloj alrededor de la espira.) **c)** Calcule la fuerza magnética en la barra. **d)** Utilice los conceptos de trabajo y potencia para calcular la fuerza aplicada.

ESTRATEGIA En el inciso a) sustituya los datos en la ecuación 18.4 para determinar la fem. Una vez que la encuentre, sustitúyala en la ley de Ohm para obtener la corriente. En el inciso c), utilice la ecuación 17.6 para la fuerza magnética en un conductor que transporta corriente. En el inciso d), use el hecho de que la potencia disipada por la resistencia multiplicada por el tiempo transcurrido debe ser igual al trabajo realizado por la fuerza aplicada.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la fem inducida usando el concepto de fem de movimiento.

Sustituya los datos en la ecuación 18.4 para encontrar la fem inducida:

$$\mathcal{E} = B\ell v = (0.250\ \text{T})(0.500\ \text{m})(2.00\ \text{m/s}) = 0.250\ \text{V}$$

b) Encuentre la corriente inducida en el circuito y la potencia disipada por la resistencia.

Sustituya la fem y la resistencia en la ley de Ohm para encontrar la corriente inducida:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0.250\ \text{V}}{0.500\ \Omega} = 0.500\ \text{A}$$

Sustituya $I = 0.500$ A y $\mathcal{E} = 0.250$ V en la ecuación 15.8 para encontrar la potencia disipada por la resistencia de 0.500 Ω:

$$P = I\,\Delta V = (0.500\ \text{A})(0.250\ \text{V}) = 0.125\ \text{W}$$

c) Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza magnética en la barra.

Sustituya los valores de I, B y ℓ, en la ecuación 17.6, con sen θ = sen (90°) = 1, para determinar la magnitud de la fuerza:

$$F_m = IB\ell = (0.500\ \text{A})(0.250\ \text{T})(0.500\ \text{m}) = 6.25 \times 10^{-2}\ \text{N}$$

Aplique la regla número 1 de la mano derecha para encontrar la dirección de la fuerza:

Apunte los dedos de su mano derecha en la dirección de la corriente positiva, luego dóblelos en la dirección del campo magnético. Su pulgar apunta en la dirección x negativa.

d) Encuentre el valor de F_{apl}, la fuerza aplicada.

Iguale el trabajo realizado por la fuerza aplicada con la potencia disipada por el tiempo transcurrido:

$$W_{\text{apl}} = F_{\text{apl}}d = P\Delta t$$

Despeje F_{apl} y sustituya $d = v\,\Delta t$:

$$F_{\text{apl}} = \frac{P\Delta t}{d} = \frac{P\Delta t}{v\Delta t} = \frac{P}{v} = \frac{0.125\ \text{W}}{2.00\ \text{m/s}} = 6.25 \times 10^{-2}\ \text{N}$$

COMENTARIOS El inciso d) se podría resolver usando la segunda ley de Newton para un objeto en equilibrio: dos fuerzas actúan horizontalmente sobre la barra y la aceleración de esta última es cero, por lo que las fuerzas deben ser iguales en magnitud y opuestas en dirección. Observe el acuerdo entre las respuestas de F_m y F_{apl}, a pesar de los conceptos diferentes que se utilizan.

PREGUNTA 18.4 Suponga que la fuerza aplicada y el campo magnético de la figura 18.15a se eliminan, pero una batería crea una corriente en la misma dirección indicada. ¿Qué pasa con la barra?

(*Continúa*)

EJERCICIO 18.4 Suponga que la corriente sube repentinamente a 1.25 A en la misma dirección que antes debido a un aumento en la velocidad de la barra. Determine a) la fem inducida en la barra y b) la nueva velocidad de la barra.

RESPUESTAS a) 0.625 V; b) 5.00 m/s

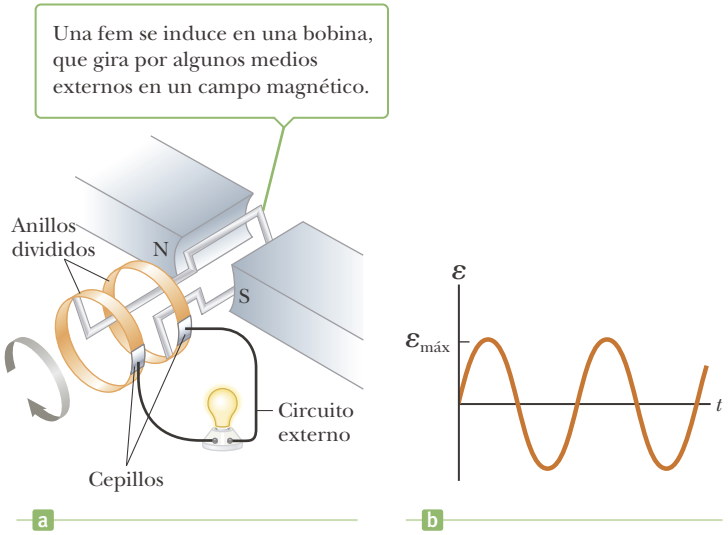


Figura 18.18 a) Diagrama esquemático de un generador de corriente alterna. Una fem se induce en una bobina, que gira por algunos medios externos en un campo magnético. b) Gráfica de la fem inducida alterna en la espira en función del tiempo.

18.4 Generadores

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Comparar los principios de funcionamiento de los generadores de CA y CC.
2. Describir los principios de funcionamiento de los motores y el fenómeno de fem trasera.
3. Aplicar la ley de Faraday a los generadores y motores.

APLICACIÓN
Generadores de corriente alterna

Los generadores y motores son importantes dispositivos prácticos que operan sobre el principio de la inducción electromagnética. Primero, considere el **generador de corriente alterna (CA)**, un dispositivo que convierte la energía mecánica en energía eléctrica. En su forma más simple, el generador de CA consiste en una espira de alambre que gira en un campo magnético por algunos medios externos (figura 18.18a). En las centrales eléctricas comerciales, la energía requerida para hacer girar la espira se puede derivar de diversas fuentes. En una planta hidroeléctrica, por ejemplo, la caída de agua dirigida contra las palas de una turbina produce el movimiento giratorio; en una planta carboeléctrica, el calor producido por la quema de carbón se utiliza para convertir el agua en vapor, y este vapor se dirige contra las palas de la turbina. A medida que la espira gira, el flujo magnético a través de ella cambia con el tiempo, induciendo una fem y una corriente en un circuito externo. Los extremos de la espira están conectados con anillos divididos que giran con la espira. Las conexiones al circuito externo se realizan mediante cepillos estacionarios en contacto con los anillos divididos.

Podemos deducir una expresión para la fem generada en la espira giratoria haciendo uso de la ecuación para fem, $\mathcal{E} = B\ell v$. La figura 18.19a muestra una espira de alambre que gira en sentido horario en un campo magnético uniforme dirigido hacia la derecha. La fuerza magnética (qvB) sobre las cargas de los alambres AB y CD no está a lo largo de los alambres. (La fuerza sobre los electrones en estos alambres es perpendicular a los alambres.) Por lo tanto, una fem se genera solamente en los alambres BC y AD. En cualquier instante, el alambre BC tiene una velocidad $\vec{\mathbf{v}}$ en un ángulo θ con el campo magnético, como se muestra en la figura 18.19b. (Observe que la componente de velocidad paralela al campo no tiene efecto sobre las cargas en el alambre, mientras que la componente de velocidad perpendicular al campo produce una fuerza magnética sobre las cargas que mueve los electrones de C a B.) La fem generada en el alambre

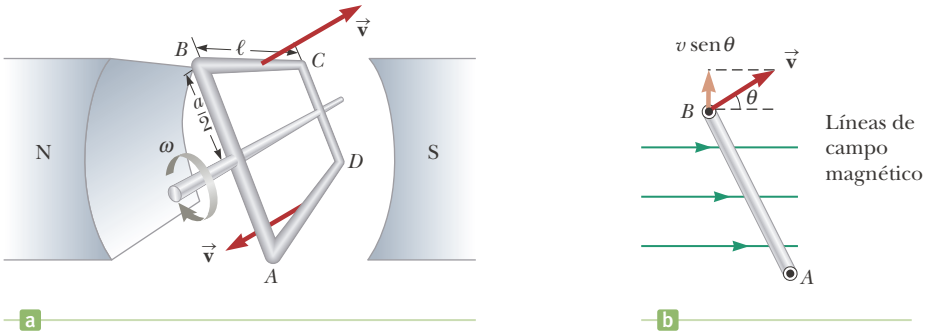


Figura 18.19 a) Espira que gira a una velocidad angular constante en un campo magnético externo. La fem inducida en la espira varía sinusoidalmente con el tiempo. b) Una vista lateral de la espira que gira.

BC es igual a $B\ell v_\perp$, donde ℓ, es la longitud del alambre y $v_\perp$ es la componente de la velocidad perpendicular al campo. Una fem de $B\ell v_\perp$ también se genera en el alambre *DA*, y el sentido de esta fem es el mismo que en el alambre *BC*. Debido a que $v_\perp = v \operatorname{sen} \theta$, la fem inducida total es

$$\mathcal{E} = 2B\ell v_\perp = 2B\ell v \operatorname{sen} \theta \qquad [18.6]$$

Si la espira gira con una velocidad angular constante ω, podemos usar la relación $\theta = \omega t$ en la ecuación 18.6. Además, como cada punto de los alambres *BC* y *DA* gira en un círculo alrededor del eje de rotación con la misma velocidad angular ω, tenemos $v = r\omega = (a/2)\omega$, donde a es la longitud de los lados *AB* y *CD*. Por lo tanto, la ecuación 18.6 se reduce a

$$\mathcal{E} = 2B\ell \left(\frac{a}{2}\right)\omega \operatorname{sen} \omega t = B\ell a\omega \operatorname{sen} \omega t$$

Si una bobina tiene *N* vueltas, la fem es *N* veces más grande porque cada espira tiene la misma fem inducida en ella. Además, como el área de la espira es $A = \ell a$, la fem total es

$$\mathcal{E} = NBA\omega \operatorname{sen} \omega t \qquad [18.7]$$

Este resultado muestra que la fem varía sinusoidalmente con el tiempo, tal como se representa en la figura 18.18b. Observe que la fem máxima tiene el valor

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = NBA\omega \qquad [18.8]$$

que se produce cuando $\omega t = 90°$ o 270°. En otras palabras, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{máx}}$ cuando el plano de la espira es paralelo al campo magnético. Además, la fem es cero cuando $\omega t = 0$ o 180°, lo que ocurre siempre que el campo magnético es perpendicular al plano de la espira. En Estados Unidos y Canadá, la frecuencia de rotación de los generadores comerciales es de 60 Hz, mientras que en algunos países europeos se utiliza 50 Hz. (Recuerde que $\omega = 2\pi f$, donde f es la frecuencia en hertz.)

©iStockphoto.com/KingWu

Las turbinas hacen girar los generadores eléctricos en una central hidroeléctrica.

El **generador de corriente directa** (CD) se ilustra en la figura 18.20a. Los componentes son en esencia los mismos que los del generador de corriente alterna, excepto que los contactos en la espira giratoria se hacen mediante un anillo dividido o conmutador. En este diseño, el voltaje de salida siempre tiene la misma polaridad y la corriente es una corriente continua pulsante, como en la figura 18.20b. Observe que

APLICACIÓN
Generador de corriente directa

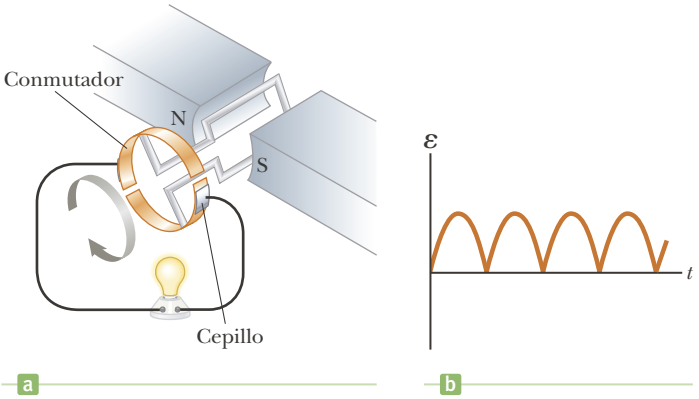


Figura 18.20 a) Diagrama esquemático de un generador de CD. b) La fem fluctúa en magnitud, pero siempre tiene la misma polaridad.

los contactos del anillo dividido invierten sus funciones cada medio ciclo. Al mismo tiempo, la polaridad de la fem inducida se invierte. Por lo tanto, la polaridad del anillo dividido sigue siendo la misma.

Una corriente continua pulsante no es adecuada para la mayoría de las aplicaciones. Para producir una corriente continua estable, los generadores CD comerciales utilizan muchas espiras y conmutadores distribuidos alrededor del eje de rotación de manera que los impulsos sinusoidales de las espiras se superponen en fase. Cuando estos impulsos se superponen, la salida de CD está casi libre de fluctuaciones.

EJEMPLO 18.5 Fem inducida en un generador de CA

OBJETIVO Comprender los aspectos físicos de un generador de CA.

PROBLEMA Un generador de corriente alterna consta de ocho vueltas de alambre, cada una con una superficie $A = 0.090\ 0\ \text{m}^2$, con una resistencia total de 12.0 Ω. La bobina gira en un campo magnético de 0.500 T a una frecuencia constante de 60.0 Hz, con un eje de rotación perpendicular a la dirección del campo magnético. **a)** Encuentre la fem máxima inducida. **b)** ¿Cuál es la máxima corriente inducida? **c)** Determine la fem y la corriente inducidas como funciones del tiempo. **d)** ¿Qué par de torsión máximo se debe aplicar para mantener el giro de la bobina?

ESTRATEGIA A partir de la frecuencia dada, calcule la frecuencia angular ω y sustituya, junto con las cantidades dadas, en la ecuación 18.8. Como funciones del tiempo, la fem y la corriente tienen la forma A sen ωt, donde A es la fem o corriente máxima, respectivamente. Para el inciso d), calcule el momento de torsión magnético en la bobina cuando la corriente está en un máximo. (Véase el capítulo 17.) El momento de torsión aplicado debe trabajar contra este par magnético para mantener el giro de la bobina.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la fem máxima inducida.

En primer lugar, calcule la frecuencia angular del movimiento de rotación:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(60.0\ \text{Hz}) = 377\ \text{rad/s}$$

Sustituya los valores de N, A, B y ω en la ecuación 18.8, obteniendo la fem máxima inducida:

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = NAB\omega = 8(0.090\ 0\ \text{m}^2)(0.500\ \text{T})(377\ \text{rad/s}) = 136\ \text{V}$$

b) ¿Cuál es la máxima corriente inducida?

Sustituya la fem inducida máxima $\mathcal{E}_{\text{máx}}$ y la resistencia R en la ley de Ohm para encontrar la máxima corriente inducida:

$$I_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{R} = \frac{136\ \text{V}}{12.0\ \Omega} = 11.3\ \text{A}$$

c) Determine la fem inducida y la corriente como funciones del tiempo.

Sustituya $\mathcal{E}_{\text{máx}}$ y ω en la ecuación 18.7 para obtener la variación de $\mathcal{E}$ con el tiempo t en segundos:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{máx}} \operatorname{sen} \omega t = (136\ \text{V}) \operatorname{sen} 377t$$

La variación de la corriente con el tiempo se parece a esta expresión, excepto con la corriente máxima que sale por el frente:

$$I = (11.3\ \text{A}) \operatorname{sen} 377t$$

d) Calcule el momento de torsión máximo aplicado necesario para mantener la bobina girando.

Escriba la ecuación para el par de torsión magnético:

$$\tau = \mu B \operatorname{sen} \theta$$

Calcule el momento magnético máximo de la bobina, μ:

$$\mu = I_{\text{máx}} AN = (11.3\ \text{A})(0.090\ \text{m}^2)(8) = 8.14\ \text{A} \cdot \text{m}^2$$

Sustituya en la ecuación del par de torsión magnético, con $\theta = 90°$ para encontrar el par de torsión máximo aplicado:

$$\tau_{\text{máx}} = (8.14\ \text{A} \cdot \text{m}^2)(0.500\ \text{T}) \operatorname{sen} 90° = 4.07\ \text{N} \cdot \text{m}$$

COMENTARIOS El número de espiras, N, no puede ser arbitrario porque debe haber una fuerza suficientemente intensa para girar la bobina.

PREGUNTA 18.5 ¿Qué efecto duplica la frecuencia en la fem máxima inducida?

EJERCICIO 18.5 Un generador de CA debe tener una salida máxima de 301 V. Cada vuelta circular de alambre tiene un área de 0.100 m^2 y una resistencia de 0.80 Ω. La bobina gira en un campo magnético de 0.600 T con una frecuencia de 40.0 Hz, con el eje de rotación perpendicular a la dirección del campo magnético. a) ¿Cuántas vueltas de alambre debe tener la bobina para producir la fem deseada? b) Encuentre la máxima corriente inducida en la bobina. c) Determine la fem inducida como una función del tiempo.

RESPUESTAS a) 20 vueltas; b) 18.8 A; c) $\mathcal{E} = (301\text{ V})\ \text{sen}\ 251t$

Motores y fem inversa

Los motores son dispositivos que convierten la energía eléctrica en energía mecánica. En esencia, **un motor es un generador que se ejecuta en sentido inverso**: en lugar de una corriente generada por una espira giratoria, se suministra una corriente a la espira mediante una fuente de fem, y el momento de torsión magnético en la espira que transporta la corriente hace que esta gire.

Un motor puede realizar un trabajo mecánico útil cuando un eje conectado a su bobina giratoria está conectado a algún dispositivo externo. Sin embargo, a medida que la bobina del motor gira, el flujo magnético cambiante induce una fem que actúa para reducir la corriente en la bobina. Si *aumentara* la corriente, la ley de Lenz se violaría. La frase **fem inversa** se usa para una fem que tiende a reducir la corriente aplicada. La fem inversa aumenta en magnitud a medida que se incrementa la velocidad de rotación de la bobina. Podemos imaginar este estado de cosas como el circuito equivalente en la figura 18.21. Para fines ilustrativos, suponga que la fuente de alimentación externa que suministra corriente en la bobina del motor tiene un voltaje de 120 V, la bobina tiene una resistencia de 10 Ω y la fem inversa inducida en la bobina en este instante es de 70 V. El voltaje disponible para suministrar la corriente es igual a la diferencia entre el voltaje aplicado y la fem inversa, o 50 V en este caso. La corriente siempre se reduce por la fem inversa.

Cuando se enciende un motor, no hay inicialmente una fem inversa y la corriente es muy grande porque está limitada solo por la resistencia de la bobina. A medida que la bobina comienza a girar, la fem inversa inducida se opone al voltaje aplicado y se reduce la corriente en la bobina. Si la carga mecánica aumenta, el motor se ralentiza, lo que disminuye la fem. Esta reducción en la fem inversa aumenta la corriente en la bobina y, por tanto, también la potencia necesaria de la fuente de voltaje externa. Como resultado, los requerimientos de potencia para arrancar un motor y para correrlo bajo cargas pesadas son mayores que para el funcionamiento del motor bajo cargas medias. Si se permite que el motor funcione sin carga mecánica, la fem inversa reduce la corriente a un valor suficientemente grande para equilibrar las pérdidas de energía por calor y fricción.

APLICACIÓN
Motores

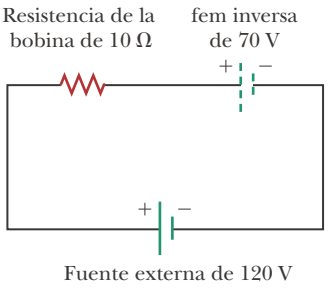


Figura 18.21 Un motor se puede representar como una resistencia más de una fem inversa.

EJEMPLO 18.6 Corriente inducida en un motor

OBJETIVO Aplicar el concepto de una fem inversa en el cálculo de la corriente inducida en un motor.

PROBLEMA Un motor tiene bobinas con una resistencia de 10.0 Ω y se suministra por una tensión de $\Delta V = 1.20 \times 10^2$ V. Cuando el motor funciona a su velocidad máxima, la fem inversa es de 70.0 V. Determine la corriente en las bobinas **a)** cuando el motor se enciende por primera vez y **b)** cuando el motor ha alcanzado su velocidad máxima de rotación.

ESTRATEGIA Para cada inciso encuentre el voltaje neto, que es el voltaje neto menos la fem inducida. Divida el voltaje neto entre la resistencia para obtener la corriente.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la corriente inicial, cuando el motor se enciende por primera vez.

Si la bobina no gira, la fem inversa es cero y la corriente tiene su valor máximo. Calcule la diferencia entre la fem y la fem inversa inicial y divida entre la resistencia R, obteniendo la corriente inicial:

$$I = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\text{inversa}}}{R} = \frac{1.20 \times 10^2\ \text{V} - 0}{10.0\ \Omega} = 12.0\ \text{A}$$

(*Continúa*)

b) Encuentre la corriente inicial, cuando el motor gira a su rapidez máxima.

Repita el cálculo, usando el valor máximo de la fem inversa:

$$I = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\text{inversa}}}{R} = \frac{1.20 \times 10^2\ \text{V} - 70.0\ \text{V}}{10.0\ \Omega} = \frac{50.0\ \text{V}}{10.0\ \Omega}$$

$$= \boxed{5.00\ \text{A}}$$

COMENTARIOS El fenómeno de la fem inversa es una forma en la que la velocidad de rotación de los motores eléctricos es limitada.

PREGUNTA 18.6 A medida que el motor se acelera, ¿qué sucede con la magnitud del momento de torsión magnético? a) Aumenta. b) Disminuye. c) Permanece constante.

EJERCICIO 18.6 Si la corriente en el motor es de 8.00 A en algún momento, ¿cuál es la fem inversa en ese momento?

RESPUESTA 40.0 V

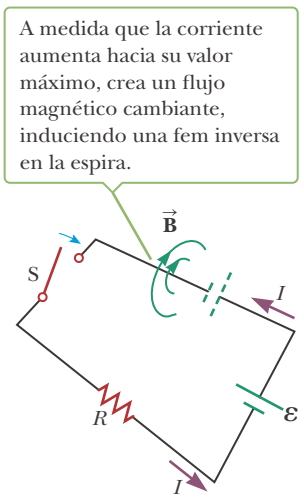


Figura 18.22 Después de cerrar el interruptor en el circuito, la corriente produce su propio flujo magnético a través de la espira. Por lo tanto, se induce una fem opuesta, lo que significa que la corriente aumenta con relativa lentitud hacia su valor máximo en lugar de saltar a ese valor de inmediato. La batería con las líneas discontinuas es un símbolo para la fem autoinducida.

18.5 Autoinductancia

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir los conceptos de autoinducción y fem autoinducida.
2. Evaluar la autoinductancia y fem autoinducida en sistemas eléctricos simples.

Considere un circuito que consiste en un interruptor, una resistencia y una fuente de fem, como en la figura 18.22. Cuando el interruptor está cerrado, la corriente no cambia de inmediato de cero a su valor máximo, $\mathcal{E}/R$. La ley de inducción electromagnética, la ley de Faraday, impide este cambio. Lo que sucede es lo siguiente: a medida que la corriente aumenta con el tiempo, el flujo magnético a través de la espira debido a esta corriente también aumenta. El flujo creciente induce una fem en el circuito que se opone al cambio en el flujo magnético. Según la ley de Lenz, la fem inducida está en la dirección indicada por la batería discontinua en la figura. La diferencia de potencial neta a través de la resistencia es la fem de la batería menos la fem inducida opuesta. A medida que aumenta la magnitud de la corriente, la velocidad de crecimiento disminuye y, por tanto, la fem inducida disminuye. Esta fem opuesta resulta en un aumento gradual de la corriente. Por la misma razón, cuando se abre el interruptor, la corriente no cae de inmediato a cero. Este efecto se llama **autoinducción** porque el flujo cambiante a través del circuito surge del propio circuito. La fem que se configura en el circuito se llama una **fem autoinducida**.

Como segundo ejemplo de autoinductancia, considere la figura 18.23, que muestra una bobina enrollada sobre un núcleo de hierro cilíndrico. (Un dispositivo práctico tendría varios cientos de vueltas.) Suponga que la corriente cambia con el tiempo. Cuando la corriente está en la dirección mostrada, se establece un campo magnético dentro de la bobina, dirigido de derecha a izquierda. Como resultado, algunas líneas de flujo magnético pasan a través del área en sección transversal de la bobina. A medida que la corriente cambia con el tiempo, el flujo a través de la bobina cambia e induce una fem en la bobina. La ley de Lenz muestra que esta fem inducida tiene una dirección que se opone al cambio en la corriente. Si la corriente aumenta, la fem inducida es como se representa en la figura 18.23b, y si la corriente disminuye, la fem inducida es como se muestra en la figura 18.23c.

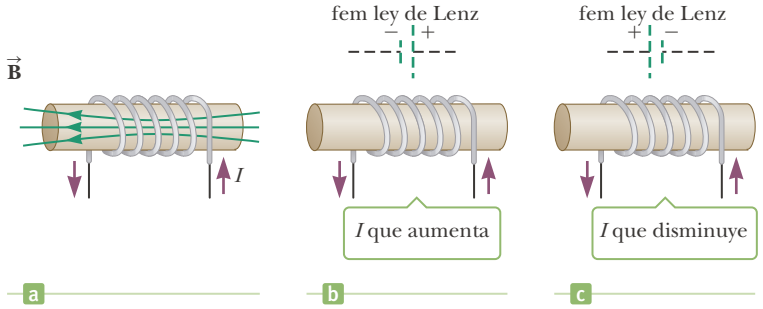


Figura 18.23 a) Una corriente en la bobina produce un campo magnético dirigido hacia la izquierda. b) Si la corriente aumenta, la bobina actúa como una fuente de fem dirigida como se muestra por la batería discontinua. c) La fem inducida en la bobina cambia su polaridad si la corriente disminuye. Los símbolos de batería dibujados con líneas discontinuas representan la fem incluida en la bobina.

Para evaluar la autoinducción de manera cuantitativa, primero observe que, de acuerdo con la ley de Faraday, la fem inducida está dada por la ecuación 18.2:

$$\mathcal{E} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

El flujo magnético es proporcional al campo magnético, que es proporcional a la corriente en la bobina. Por lo tanto, la **fem inducida debe ser proporcional a la razón de cambio de la corriente con el tiempo**, o

$$\mathcal{E} \equiv -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad [18.9]$$

donde L es una constante de proporcionalidad llamada **inductancia** del dispositivo. El signo negativo indica que una corriente cambiante induce una fem en oposición al cambio. En otras palabras, si la corriente aumenta (ΔI positivo) la fem inducida es negativa, lo que indica una oposición al aumento de la corriente. Del mismo modo, si la corriente es decreciente (ΔI negativo), el signo de la fem inducida es positivo, lo que indica que la fem actúa para oponerse a la disminución.

La inductancia de una bobina depende del área de la sección transversal de la bobina y de otras cantidades, que pueden agruparse en el encabezamiento general de los factores geométricos. La unidad SI de inductancia es el **henry** (H), que, a partir de la ecuación 18.9, es igual a 1 volts-segundo por ampere:

$$1\ \text{H} = 1\ \text{V} \cdot \text{s/A}$$

En el proceso de calcular la autoinducción, a menudo es conveniente equiparar las ecuaciones 18.2 y 18.9 para encontrar una expresión para L:

$$N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$L = N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta I} = \frac{N\Phi_B}{I} \qquad [18.10]$$

◀ Inductancia

Brady-Handy Collection, Library of Congress Prints and Photographs Division [LC-BH83-997]

Joseph Henry
Físico estadounidense (1797-1878)
Henry se convirtió en el primer director de Smithsonian Institution y en el primer presidente de la Academia de Ciencias Naturales. Fue el primero en generar una corriente eléctrica con un campo magnético, pero no publicó sus resultados tan pronto como Faraday debido a su trabajo docente en la Albany Academy en el estado de Nueva York. Mejoró el diseño del electroimán y construyó uno de los primeros motores. También descubrió el fenómeno de la autoinducción. La unidad de inductancia, el henry, llamado en su honor.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 18.3 Volar haciendo chispas

En algunos circuitos se produce una chispa entre los polos de un interruptor cuando este se abre. ¿Por qué no hay una chispa cuando el interruptor para este circuito está cerrado?

EXPLICACIÓN Según la ley de Lenz, la dirección de la fem inducida es tal que el campo magnético inducido se opone al cambio en el flujo magnético original. Cuando se abre el interruptor, la caída repentina del campo magnético en el circuito induce una fem en una dirección que se opone al cambio en la corriente original. Esta fem inducida puede provocar una chispa cuando la corriente puentea el entrehierro entre los polos del interruptor. La chispa no se produce cuando el interruptor está cerrado, porque la corriente original es cero y la fem inducida se opone a cualquier cambio en esa corriente. ■

En general, la determinación de la inductancia de un elemento de corriente dado puede ser un reto. Sin embargo, la determinación de una expresión para la inductancia de un solenoide común, es directa. Sea que el solenoide tenga N vueltas y longitud ℓ. Suponga que ℓ es grande en comparación con el radio y que el núcleo del solenoide es el aire. El campo magnético interior se considera uniforme y dado por la ecuación 17.16,

$$B = \mu_0 nI = \mu_0\frac{N}{\ell}I$$

donde $n = N/\ell$ es el número de vueltas por unidad de longitud. El flujo magnético a través de cada vuelta es, por lo tanto,

$$\Phi_B = BA = \mu_0\frac{N}{\ell}AI$$

donde A es el área de la sección transversal del solenoide. A partir de esta expresión y la ecuación 18.10, determinamos que

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \qquad [18.11a]$$

Esta ecuación muestra que L depende de los factores geométricos ℓ y A y en μ_0 y es proporcional al cuadrado del número de vueltas. Como $N = n\ell$, también podemos expresar el resultado en la forma

$$L = \mu_0 \frac{(n\ell)^2}{\ell} A = \mu_0 n^2 A\ell = \mu_0 n^2 V \qquad [18.11b]$$

donde $V = A\ell$ es el volumen del solenoide.

EJEMPLO 18.7 Inductancia, fem autoinducida y solenoides

OBJETIVO Calcular la inductancia y la fem autoinducida de un solenoide.

PROBLEMA **a)** Calcule la inductancia de un solenoide que contenga 300 vueltas si la longitud del solenoide es 25.0 cm y su área de la sección transversal es $4.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$. **b)** Calcule la fem autoinducida en el solenoide descrito en el inciso a) si la corriente en el solenoide disminuye a una velocidad de 50.0 A/s.

ESTRATEGIA La sustitución de las cantidades dadas en la ecuación 18.11a da la inductancia L. Para el inciso b), sustituya el resultado del inciso a) y $\Delta I/\Delta t = -50.0$ A/s en la ecuación 18.9 para obtener la fem inducida.

SOLUCIÓN

a) Calcule la inductancia del solenoide.

Sustituya el número N de vueltas, el área A, y la longitud ℓ en la ecuación 18.11a para encontrar la inductancia:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$
$$= (4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A}) \frac{(300)^2 (4.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)}{25.0 \times 10^{-2}\ \text{m}}$$
$$= 1.81 \times 10^{-4}\ \text{T}\cdot\text{m}^2/\text{A} = \boxed{0.181\ \text{mH}}$$

b) Calcule la fem autoinducida en el solenoide.

Sustituya L y $\Delta I/\Delta t = -50.0$ A/s en la ecuación 18.9, encontrando la fem autoinducida:

$$\mathcal{E} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -(1.81 \times 10^{-4}\ \text{H})(-50.0\ \text{A/s})$$
$$= \boxed{9.05\ \text{mV}}$$

COMENTARIOS Observe que $\Delta I/\Delta t$ es negativo porque la corriente disminuye con el tiempo. La expresión de la inductancia en el inciso a) se basa en la suposición de que el radio del solenoide es pequeño comparado con su longitud.

PREGUNTA 18.7 Si el solenoide estuviera enrollado en un círculo de modo que fuera un solenoide toroidal, ¿qué sería cierto de su autoinductancia? a) Sería igual. b) Sería más grande. c) Sería menor.

EJERCICIO 18.7 Un solenoide tiene una inductancia de 0.285 mH, un área de sección transversal de $6.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$ y una longitud de 36.0 cm. a) ¿Cuántas vueltas por unidad de longitud debería tener? b) Si la fem autoinducida es de −12.5 mV en un momento dado, ¿con qué razón cambia la corriente en ese instante?

RESPUESTAS a) 1.02×10^3 vueltas/m; b) 43.9 A/s

18.6 Circuitos *RL*

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir el efecto físico de introducir la inductancia en un circuito con corriente cambiante.
2. Indicar la constante de tiempo para un circuito *RL*.
3. Aplicar la constante de tiempo del circuito *RL* a circuitos que contengan resistencias e inductores.

Un elemento de circuito que tiene una inductancia grande, como una bobina estrechamente enrollada de muchas vueltas, se llama **inductor**. El símbolo de circuito para un inductor es —ωωω—. Siempre supondremos que la autoinductancia del resto del circuito es despreciable comparada con la del inductor en el circuito.

Para tener una idea del efecto de un inductor en un circuito, considere los dos circuitos de la figura 18.24. La figura 18.24a muestra una resistencia conectada a las terminales de una batería. Para este circuito, la regla de las mallas de Kirchhoff es $\mathcal{E} - IR = 0$. La caída de voltaje a través de la resistencia es

$$\Delta V_R = -IR \qquad [18.12]$$

En este caso, **interpretamos la resistencia como una medida de oposición a la corriente**. Considere ahora el circuito de la figura 18.24b, que consiste en un inductor conectado a las terminales de una batería. En el instante en que el interruptor en este circuito está cerrado, porque $IR = 0$, la fem de la batería es igual a la fem inversa generada en la bobina. Por lo tanto, tenemos

$$\mathcal{E}_L = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad [18.13]$$

A partir de esta expresión, **podemos interpretar a *L* como una medida de oposición a la razón de cambio de la corriente**.

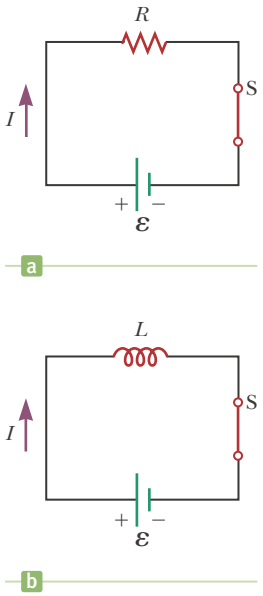


Figura 18.24 Comparación del efecto de una resistencia con la de un inductor en un circuito simple.

La figura 18.25 muestra un circuito que consiste en una resistencia, un inductor y una batería. Suponga que el interruptor está cerrado en $t = 0$. La corriente comienza a aumentar, pero el inductor produce una fem que se opone a la corriente creciente. Como resultado, la corriente no puede cambiar de cero a su valor máximo de $\mathcal{E}/R$ instantáneamente. La ecuación 18.13 muestra que la fem inducida es máxima cuando la corriente cambia más rápidamente, lo que ocurre cuando el interruptor se cierra por primera vez. A medida que la corriente se aproxima a su valor de estado estacionario, la fem de la bobina cae porque la corriente cambia con mayor lentitud. Por último, cuando la corriente alcanza su valor de estado estacionario, la razón de cambio es cero y la fem inversa también es cero. La figura 18.26 traza la corriente en el circuito en función del tiempo. Este diagrama es similar al de la carga sobre un capacitor en función del tiempo, que se analizó en la sección 5 del capítulo 16, en relación con los circuitos *RC*. En ese caso, nos pareció conveniente introducir una cantidad llamada *constante de tiempo del circuito*, que nos dijo algo sobre el tiempo requerido para que el capacitor se acercara a su carga en estado estacionario. De la misma manera, se definen las constantes de tiempo para los circuitos que contienen resistencias e inductores. La **constante de tiempo** τ para un circuito *RL* es el tiempo requerido para que la corriente en el circuito alcance 63.2% de su valor final $\mathcal{E}/R$; La constante de tiempo de un circuito *RL* está dada por

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad [18.14]$$

◀ Constante de tiempo para un circuito *RL*

Usando métodos de cálculo, se puede demostrar que la corriente en este circuito está dada por

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau}) \qquad [18.15]$$

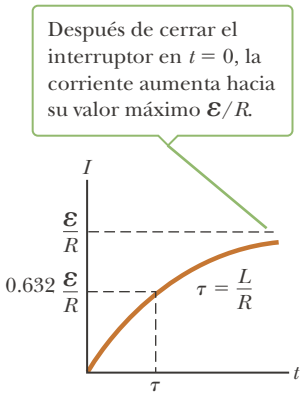


Figura 18.26 Una gráfica de la corriente en función del tiempo para el circuito *RL* mostrado en la figura 18.25. El interruptor se cierra en $t = 0$. y la corriente aumenta hacia su valor máximo $\mathcal{E}/R$. La constante de tiempo τ es el tiempo que tarda la corriente en alcanzar 63.2% de su valor máximo.

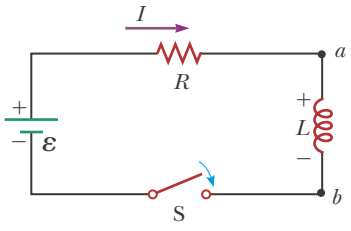


Figura 18.25 Circuito en serie *RL*. A medida que la corriente aumenta hacia su valor máximo, el inductor produce una fem que se opone a la corriente creciente.

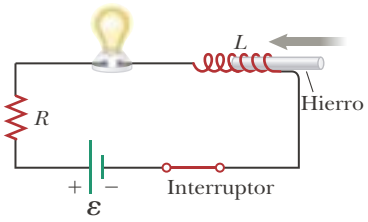


Figura 18.27 (Cuestionario rápido 18.6)

Esta ecuación es consistente con nuestra intuición: cuando el interruptor está cerrado en $t = 0$. la corriente es inicialmente cero, aumentando con el tiempo hasta cierto valor máximo. Observe la similitud matemática entre la ecuación 18.15 y la ecuación 16.7, que presenta un capacitor en lugar de un inductor. Como en el caso de un capacitor, la forma de la ecuación sugiere que se necesita una cantidad infinita de tiempo para que la corriente en el inductor alcance su valor máximo. Este es un artefacto que supone que la corriente está compuesta por cargas móviles que son infinitesimales, como se demostrará en el ejemplo 18.9.

Cuestionario rápido

18.6 El interruptor en el circuito que se muestra en la figura 18.27 se cierra y el foco brilla intensamente. El inductor es un simple solenoide de núcleo de aire. Una barra de hierro se inserta en el interior del solenoide, aumentando la magnitud del campo magnético en el solenoide. A medida que se inserta la varilla, el brillo del foco a) aumenta, b) disminuye o c) es constante.

EJEMPLO 18.8 Un circuito *RL*

OBJETIVO Calcular una constante de tiempo y relacionarla con la corriente en un circuito *RL*.

PROBLEMA Una batería de 12.6 V está en un circuito con un inductor de 30.0 mH y una resistencia de 0.150 Ω, como en la figura 18.25. El interruptor se cierra en $t = 0$. **a)** Encuentre la constante de tiempo del circuito. **b)** Encuentra la corriente después de que ha transcurrido una constante de tiempo. **c)** Encuentre las caídas de voltaje a través de la resistencia cuando $t = 0$ y $t =$ una constante de tiempo, τ. **d)** ¿Cuál es la tasa de cambio de la corriente después de una constante de tiempo?

ESTRATEGIA En el inciso a) solo se requiere sustituir en la definición de constante de tiempo. Con este valor y la ley de Ohm, se puede encontrar la corriente después de una constante de tiempo, y al multiplicar esta corriente por la resistencia se obtiene la caída de voltaje a través de la resistencia después de una constante de tiempo. Con la caída de voltaje y la regla de las mallas de Kirchhoff, se puede encontrar el voltaje a través del inductor. Este valor se puede sustituir en la ecuación 18.13 para obtener la razón de cambio de la corriente.

SOLUCIÓN

a) ¿Cuál es la constante de tiempo del circuito?

Sustituya la inductancia L y la resistencia R en la ecuación 18.14, para encontrar la constante de tiempo:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{30.0 \times 10^{-3}\,\text{H}}{0.150\ \Omega} = 0.200\ \text{s}$$

b) Encuentre la corriente después de que haya transcurrido una constante de tiempo. Primero, use la ley de Ohm para calcular el valor final de la corriente después de que hayan transcurrido muchas constantes de tiempo:

$$I_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12.6\ \text{V}}{0.150\ \Omega} = 84.0\ \text{A}$$

Después de una constante de tiempo, la corriente sube hasta 63.2% de su valor final:

$$I_{1\tau} = (0.632)I_{\text{máx}} = (0.632)(84.0\ \text{A}) = 53.1\ \text{A}$$

c) Encuentre las caídas de voltaje a través de la resistencia cuando $t = 0$ y $t =$ una constante de tiempo.

Inicialmente, la corriente en el circuito es cero, así que, de la ley de Ohm, el voltaje a través de la resistencia es cero:

$$\Delta V_R = IR$$

$$\Delta V_R\,(t = 0\ \text{s}) = (0\ \text{A})(0.150\ \Omega) = 0$$

Luego, usando la ley de Ohm, determine la magnitud de la caída de voltaje a través de la resistencia después de una constante de tiempo:

$$\Delta V_R\,(t = 0.200\ \text{s}) = (53.1\ \text{A})(0.150\ \Omega) = 7.97\ \text{V}$$

d) ¿Cuál es la tasa de cambio de la corriente después de una constante de tiempo?

Usando la regla de voltaje de Kirchhoff, calcule la caída de voltaje a través del inductor en ese momento:

$$\mathcal{E} + \Delta V_R + \Delta V_L = 0$$

Despeje ΔV_L:

$$\Delta V_L = -\mathcal{E} - \Delta V_R = -12.6\ \text{V} - (-7.97\ \text{V}) = -4.6\ \text{V}$$

Ahora resuelva la ecuación 18.13 para $\Delta I/\Delta t$ y sustituya:

$$\Delta V_L = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = -\frac{\Delta V_L}{L} = -\frac{-4.6\text{ V}}{30.0 \times 10^{-3}\text{ H}} = 150\text{ A/s}$$

COMENTARIOS Los valores utilizados en este problema se tomaron de los componentes reales recuperados del sistema de arranque de un automóvil. Debido a que la corriente en un circuito *RL* de este tipo es inicialmente cero, a veces se denomina inductores a los "obturadores" porque ahogan temporalmente la corriente. Al resolver el inciso d), atravesamos el circuito en la dirección de corriente positiva, de modo que la diferencia de voltaje a través de la batería fue positiva y las diferencias a través de la resistencia y el inductor fueron negativas.

PREGUNTA 18.8 Encuentre la corriente en el circuito después de dos constantes de tiempo.

EJERCICIO 18.8 La batería de 12.6 V está en serie con una resistencia de 0.350 Ω y un inductor. a) Después de mucho tiempo, ¿cuál es la corriente en el circuito? b) ¿Cuál es la corriente después de una constante de tiempo? c) ¿Cuál es la caída de voltaje a través del inductor en este momento? d) Encuentre la inductancia si la constante de tiempo es 0.130 s.

RESPUESTAS a) 36.0 A; b) 22.8 A; c) 4.62 V; d) 4.55×10^{-2} H

EJEMPLO 18.9 Formación de un campo magnético

OBJETIVO Comprender el papel del tiempo en la configuración del campo magnético del inductor.

PROBLEMA Dado el circuito *RL* del ejemplo 18.8, encuentre el tiempo requerido para que la corriente alcance 99.9% de su valor máximo después de que el interruptor se cierre.

ESTRATEGIA La solución requiere resolver la ecuación 18.15 para el tiempo y después sustituir. Observe que la corriente máxima es $I_{\text{máx}} = \mathcal{E}/R$.

SOLUCIÓN

Escriba la ecuación 18.15, sustituyendo I_f por la corriente:

$$I_f = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau}) = I_{\text{máx}}(1 - e^{-t/\tau})$$

Divida ambos lados entre $I_{\text{máx}}$:

$$\frac{I_f}{I_{\text{máx}}} = 1 - e^{-t/\tau}$$

Reste 1 de ambos lados y luego multiplique ambos lados entre −1:

$$1 - \frac{I_f}{I_{\text{máx}}} = e^{-t/\tau}$$

Tome el logaritmo natural de ambos lados:

$$\ln\left(1 - \frac{I_f}{I_{\text{máx}}}\right) = \ln\left(e^{-t/\tau}\right) = -t/\tau$$

Despeje t y sustituya la expresión para τ de la ecuación 18.14:

$$t = -\frac{L}{R}\ln\left(1 - \frac{I_f}{I_{\text{máx}}}\right)$$

Sustituya valores, obteniendo el tiempo deseado:

$$t = -\frac{30.0 \times 10^{-3}\text{ H}}{0.150\ \Omega}\ln(1 - 0.999) = 1.38\text{ s}$$

COMENTARIOS A partir de este cálculo, se encuentra que la formación del campo magnético en un inductor y el acercamiento a la corriente máxima se produce con relativa rapidez. Contrario a lo que se podría esperar de la ecuación 18.15, no se requiere realmente una cantidad infinita de tiempo.

PREGUNTA 18.9 Si la inductancia se duplicara, ¿por qué factor cambiaría el tiempo transcurrido? a) 1 (es decir, sin cambio); b) 2 o c) $\frac{1}{2}$.

EJERCICIO 18.9 Suponga que un circuito *RL* en serie está compuesto por un resistor de 2.00 Ω. un inductor de 15.0 H y una batería de 6.00 V. a) ¿Cuál es la constante de tiempo para este circuito? b) Una vez cerrado el interruptor, ¿cuánto tarda la corriente en alcanzar la mitad de su valor máximo?

RESPUESTAS a) 7.50 s; b) 5.20 s

18.7 Energía almacenada en un campo magnético

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Definir la energía almacenada en un inductor y comparar con la energía almacenada en un capacitor.
2. Aplicar la energía almacenada por un inductor a los circuitos *RL*.

La fem inducida por un inductor evita que una batería establezca una corriente instantánea en un circuito. La batería tiene que hacer trabajo para producir una corriente. Podemos pensar en este trabajo necesario como energía almacenada en el inductor en su campo magnético. De una manera similar a la que se usó en la sección 14.9 para encontrar la energía almacenada en un capacitor, encontramos que la energía almacenada por un inductor es

Energía almacenada en un inductor ▶

$$EP_L = \tfrac{1}{2}LI^2 \qquad [18.16]$$

Observe que el resultado tiene una forma similar a la expresión de la energía almacenada en un capacitor cargado (ecuación 14.18):

Energía almacenada en un capacitor ▶

$$EP_C = \tfrac{1}{2}C(\Delta V)^2$$

EJEMPLO 18.10 Energía magnética

OBJETIVO Relacionar el almacenamiento de energía magnética con las corrientes en un circuito *RL*.

PROBLEMA Una batería de 12.0 V está conectada en serie a un resistor de 25.0 Ω y un inductor de 5.00 H. **a)** Encuentre la corriente máxima en el circuito. **b)** Encuentre la energía almacenada en el inductor en este momento. **c)** ¿Cuánta energía se almacena en el inductor cuando la corriente cambia a una velocidad de 1.50 A/s?

ESTRATEGIA En el inciso a) la ley de Ohm y la regla de voltaje de Kirchhoff proporcionan la corriente máxima porque el voltaje a través del inductor es cero cuando la corriente es máxima. Al sustituir la corriente en la ecuación 18.16 se obtiene la energía almacenada en el inductor. En el inciso c) la razón de cambio dada de la corriente se puede utilizar para calcular la caída de voltaje a través del inductor en el tiempo establecido. La regla de voltaje de Kirchhoff y la ley de Ohm dan entonces la corriente I en ese momento, la cual puede usarse para encontrar la energía almacenada en el inductor.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la máxima corriente en el circuito.

Aplique la regla del voltaje de Kirchhoff al circuito:

$$\Delta V_{\text{bat}} + \Delta V_R + \Delta V_L = 0$$

$$\mathcal{E} - IR - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$$

Cuando se alcanza la corriente máxima, $\Delta I/\Delta t$ es cero, por lo que la caída de voltaje a través del inductor es cero. Despeje la corriente máxima $I_{\text{máx}}$:

$$I_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12.0\ \text{V}}{25.0\ \Omega} = 0.480\ \text{A}$$

b) Encuentre la energía almacenada en el inductor en este momento.

Sustituya los valores conocidos en la ecuación 18.16:

$$PE_L = \tfrac{1}{2}LI^2_{\text{máx}} = \tfrac{1}{2}(5.00\ \text{H})(0.480\ \text{A})^2 = 0.576\ \text{J}$$

c) Encuentre la energía en el inductor cuando la corriente cambia con una rapidez de 1.50 A/s.

Aplique la regla de voltaje de Kirchhoff al circuito una vez más:

$$\mathcal{E} - IR - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$$

En esta ecuación despeje la corriente I y sustituya:

$$I = \frac{1}{R}\left(\mathcal{E} - L\frac{\Delta I}{\Delta t}\right)$$

$$= \frac{1}{25.0\ \Omega}[12.0\ \text{V} - (5.00\ \text{H})(1.50\ \text{A/s})] = 0.180\ \text{A}$$

Por último, sustituya el valor de la corriente en la ecuación 18.15, para encontrar la energía almacenada en el inductor:

$$PE_L = \tfrac{1}{2}LI^2 = \tfrac{1}{2}(5.00\ \text{H})(0.180\ \text{A})^2 = 0.081\ 0\ \text{J}$$

COMENTARIOS Observe lo importante que es combinar los conceptos de los capítulos anteriores. En este caso, la ley de Ohm y la regla de las mallas de Kirchhoff fueron esenciales para la solución del problema.

PREGUNTA 18.10 Cierto o falso: cuanto mayor sea el valor de la inductancia en dicho circuito *RL*, mayor será la corriente máxima.

EJERCICIO 18.10 Para el mismo circuito, determine la energía almacenada en el inductor cuando la razón de cambio de la corriente es 1.00 A/s.

RESPUESTA 0.196 J

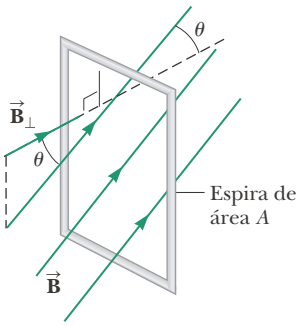
RESUMEN

18.1 Fem inducida y flujo magnético

El flujo magnético Φ_B a través de una espira cerrada se define como

$$\Phi_B \equiv BA\cos\theta \qquad [18.1]$$

donde B es la fuerza del campo magnético uniforme, A es el área de la sección transversal de la espira y θ es el ángulo entre $\vec{\mathbf{B}}$ y una dirección perpendicular al plano de la espira.



En esta vista de una espira de área A, la componente del campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ perpendicular a la superficie multiplicada por el área da el flujo magnético a través de la superficie.

18.2 Ley de inducción de Faraday y ley de Lenz

La **ley de inducción de Faraday** establece que la fem instantánea inducida en un circuito es igual al negativo de la razón de cambio del flujo magnético a través del circuito,

$$\mathcal{E} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \qquad [18.2]$$

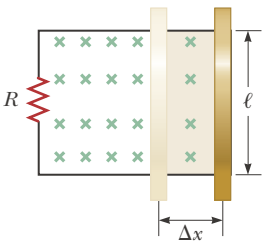
donde N es el número de espiras en el circuito. El flujo magnético Φ_B puede cambiar con el tiempo siempre que el campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$, el área A o el ángulo θ cambien con el tiempo.

La **ley de Lenz** establece que la corriente de la fem inducida crea un campo magnético con flujo que se opone al *cambio* en el flujo magnético a través de un circuito.

18.3 Fem de movimiento

Una barra conductora de longitud ℓ, se desplaza a través de un campo magnético con una rapidez v de modo que $\vec{\mathbf{B}}$ sea perpendicular a la barra, la fem inducida en la barra, a menudo denominada **fem de movimiento**, es

$$|\mathcal{E}| = B\ell v \qquad [18.4]$$

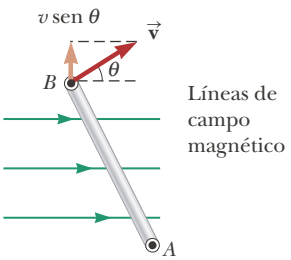


A medida que la barra se desplaza hacia la derecha, el área de la espira aumenta en la cantidad $\ell\Delta x$ y el flujo magnético a través de la espira aumenta en $B\ell\Delta x$.

18.4 Generadores

Cuando una bobina de alambre con N vueltas, cada una de área A, gira con velocidad angular constante ω en un campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ uniforme, la fem inducida en la bobina es

$$\mathcal{E} = NBA\omega \operatorname{sen} \omega t \qquad [18.7]$$



En esta vista lateral de una espira giratoria, el flujo magnético cambia continuamente, generando una corriente alterna en la espira.

Estos generadores producen naturalmente la corriente alterna (CA), que cambia la dirección con frecuencia $\omega/2\pi$. La corriente alterna CA se puede transformar en corriente directa.

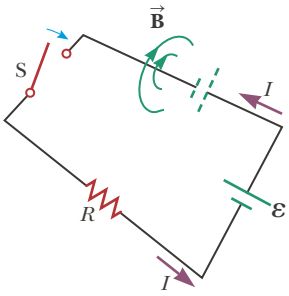
18.5 Autoinductancia

18.6 Circuitos *RL*

Cuando la corriente en una bobina cambia con el tiempo, se induce una fem en la bobina de acuerdo con la ley de Faraday. Esta **fem autoinducida** se define por la expresión

$$\mathcal{E} \equiv -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad [18.9]$$

donde L es la inductancia de la bobina. La unidad SI para inductancia es el Henry; 1 H = 1 V · s/A.



Cuando el interruptor está cerrado, se desarrolla un campo magnético como se muestra. El cambio de flujo magnético crea una fem autoinducida en la dirección opuesta, representada por las líneas discontinuas.

La **inductancia** de una bobina se puede encontrar a partir de la expresión

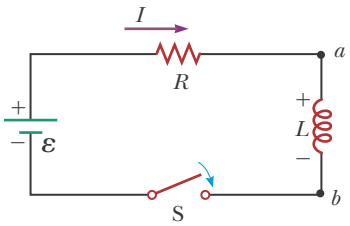
$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \qquad [18.10]$$

donde N es el número de vueltas en la bobina, I es la corriente en la bobina, y Φ_B es el flujo magnético a través de la bobina producida por esa corriente. Para un solenoide, la inductancia está dada por

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \qquad [18.11a]$$

Si una resistencia y un inductor están conectados en serie a una batería y un interruptor está cerrado en $t = 0$, la corriente en el circuito no sube instantáneamente a su valor máximo. Después de una **constante de tiempo** $\tau = L/R$ la corriente en el circuito es 63.2% de su valor final $\mathcal{E}/R$. A medida que la corriente se aproxima a su valor máximo final, la caída de voltaje a través del inductor se aproxima a cero. La corriente I en este circuito en cualquier momento t después de que el circuito esté completo es

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau}) \qquad [18.15]$$



Un circuito en serie RL. A medida que la corriente aumenta hacia su valor máximo, el inductor produce una fem que se opone a la corriente creciente.

18.7 Energía almacenada en un campo magnético

La **energía almacenada** en el campo magnético de un inductor que lleva la corriente I es

$$PE_L = \tfrac{1}{2}LI^2 \qquad [18.16]$$

A medida que la corriente en un circuito RL se aproxima a su valor máximo, la energía almacenada también se aproxima a un valor máximo.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de física** Un péndulo simple experimenta una oscilación completa en 4.30 s. Determine a) la frecuencia y b) la frecuencia angular de la oscilación.
2. **Repaso de física** Un campo eléctrico de magnitud 2.75 V/m está orientado en un ángulo de 30.0° respecto a la dirección z positiva. Determine la magnitud del flujo eléctrico a través de un área rectangular de 2.00 m^2 en el plano xy. (Véase la sección 15.9.)
3. **Repaso de física** Determine la constante de tiempo para un circuito RC que tenga una resistencia efectiva de $1.25 \times 10^4\ \Omega$ y una capacitancia efectiva de 2.22×10^{-6} F (véase la sección 16.5).
4. Un campo magnético de magnitud 5.00×10^{-3} T está orientado con un ángulo de 30.0° respecto a la dirección z positiva. Determine la magnitud del flujo magnético a través de una superficie rectangular en el plano xy con un área de 3.00 m^2. (Véase la sección 18.1.)
5. Una bobina de alambre tiene 6.00 vueltas, y cada vuelta encierra un área de 2.00×10^{-3} m^2, mientras que la resistencia total de la bobina es de $1.20 \times 10^{-3}\ \Omega$. Si un imán se aproxima a la bobina desde una distancia tal que el campo magnético a través de cada espira aumenta constantemente de cero a 4.00×10^{-2} T en el transcurso de 0.750 s, determine la magnitud de a) la fem inducida en la bobina y b) la corriente en la bobina mientras el flujo aumenta. (Véase la sección 18.2.)
6. En una de las pruebas espaciales de la NASA, un alambre conductor de 20.0 km de largo fue desplegado por el transbordador espacial, ya que orbitaba a 7.86×10^3 m/s alrededor de la Tierra y a través de las líneas de campo magnético terrestre. El fem de movimiento resultante se usó como fuente de energía. Si el componente del campo magnético terrestre perpendicular a la cuerda era de 1.50×10^{-5} T, determine la diferencia de potencial máxima posible entre los dos extremos del alambre. (Véase la sección 18.3.)
7. Las turbinas eólicas utilizan un generador para convertir la energía cinética del viento en energía eléctrica. Determine a) la fem máxima de un generador con una bobina de 100 vueltas con 0.500 m^2 que gira con el viento a una frecuencia angular de 6.00 rad/s a través de un campo magnético de 0.450 T y b) la corriente máxima inducida si la bobina tiene una resistencia total de 10.0 Ω. (Véase la sección 18.4.)
8. Suponga que el alambre aislado de 5.28 m de longitud está enrollado en un solenoide de 0.015 0 m de radio de 0.060 0 m de longitud. Determine a) el número de espiras en la bobina, b) la inductancia del solenoide y c) la magnitud de la fem inducida si la corriente cambia a una velocidad de 6.00×10^2 A/s. (Véase la sección 18.5.)
9. Determine la constante de tiempo para un circuito RL que tenga una resistencia efectiva de $1.25 \times 10^4\ \Omega$ y una inductancia de 2.00×10^{-2} H. (Véase la sección 18.6.)
10. Determine la energía almacenada en un voltaje de un inductor de 2.50 mH con una corriente de 10.0 A. (Véase la sección 18.7.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Una nave espacial que orbita la Tierra tiene una bobina de alambre en ella. Un astronauta mide una pequeña corriente en la bobina, aunque no hay batería conectada a ella y no hay imanes en la nave espacial. ¿Qué causa la corriente?
2. ¿La caída de un imán en un tubo de cobre produce una corriente en el tubo? Explique.
3. Una espira circular se encuentra en un campo magnético uniforme y constante. Describa cómo una fem puede ser inducida en la espira en esta situación.
4. Una espira de alambre se coloca en un campo magnético uniforme. a) ¿Para qué orientación de la espira el flujo magnético es un máximo? b) ¿Para qué orientación el flujo es cero?
5. A medida que la barra conductora de la figura CQ18.5 se desplaza hacia la derecha, se establece un campo eléctrico dirigido hacia abajo. Si la barra se movía hacia la izquierda, explique por qué el campo eléctrico estaría hacia arriba.
6. ¿Cómo se produce la energía eléctrica en las presas? (Es decir, ¿cómo se convierte la energía del movimiento del agua en electricidad de CA?).

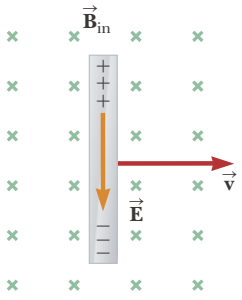


Figura PC18.5 Preguntas conceptuales 5 y 8.

7. El uso de una pulsera de metal en una región de fuerte campo magnético podría ser peligroso. Discuta este enunciado.
8. A medida que la barra de la figura PC18.5 se desplaza de manera perpendicular al campo, ¿se requiere una fuerza externa para mantenerla en movimiento con rapidez constante?
9. Las corrientes parásitas son inducidas en una pieza de metal cuando se mueven a través de un campo magnético no uniforme. Por ejemplo, considere la placa de metal plano que se balancea al final de una barra como un péndulo, como se muestra en la figura PC18.9. a) En la posición 1, el péndulo se mueve de una región en la que no hay campo magnético a una en la que el campo $\vec{B}_{in}$ se dirige al papel. Muestre que en la posición 1 la dirección de la corriente parásita va hacia la izquierda. b) En la posición 2, el péndulo se mueve fuera del campo en una región de campo cero. En este caso, muestre que la dirección de la corriente parásita es en el sentido de las manecillas del reloj. c) Utilice la regla número 2 de la mano derecha para mostrar que estas corrientes conducen a una fuerza magnética en la placa dirigida como se muestra en la figura. Debido a que la corriente parásita inducida produce siempre una fuerza de retardo cuando la placa entra o sale del campo, la placa oscilante se detiene rápidamente.

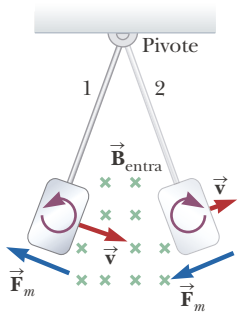


Figura PC18.9

10. Un imán de barra se lanza hacia un anillo conductor situado en el suelo. Cuando el imán cae hacia el anillo, ¿se mueve como un objeto que cae libremente? Explique.
11. Una pieza de aluminio se deja caer verticalmente hacia abajo entre los polos de un electroimán. ¿Afecta el campo magnético a la velocidad del aluminio? *Sugerencia*: véase la pregunta conceptual 9.
12. Cuando se cierra el interruptor de la figura PC18.12a, se monta una corriente en la bobina y el anillo metálico salta hacia arriba (figura PC18.12b). Explique este comportamiento.

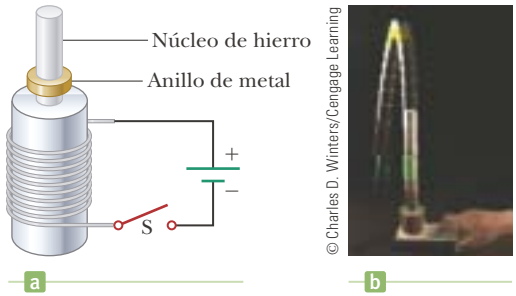


Figura PC18.12 Preguntas conceptuales 12 y 13.

13. Suponga que la batería de la figura PC18.12a se reemplaza por una fuente de CA y el interruptor se mantiene cerrado. Si se mantiene presionado, el anillo metálico en la parte superior del solenoide se calienta. ¿Por qué?
14. Se utiliza un magneto para hacer la chispa en una bujía en muchas cortadoras de césped hoy en día. Un magneto consiste en un imán permanente montado en un volante de modo que gira más que una bobina fija. Explique cómo esta disposición genera una diferencia de potencial suficientemente grande para provocar la chispa.

PROBLEMAS

WebAssign Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos

GP denota problemas guiados

M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign

Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual

S denota un problema de razonamiento simbólico

W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

18.1 Fem inducida y flujo magnético

1. Un campo magnético uniforme de magnitud 0.50 T se dirige de manera perpendicular al plano de una espira rectangular que tiene dimensiones de 8.0 cm por 12 cm. Encuentre el flujo magnético que pasa a través de la espira.

2. Determine el flujo del campo magnético de la Tierra de magnitud 5.00×10^{-5} T a través de una espira cuadrada de área 20.0 cm^2 a) cuando el campo es perpendicular al plano de la espira, b) cuando el campo hace un ángulo de 30.0° con la normal al plano de la espira y c) cuando el campo hace un ángulo de 90.0° con la normal al plano.

3. Una espira circular con un radio de 12.0 cm se coloca en un campo magnético uniforme. a) Si el campo se dirige de manera perpendicular al plano de la espira y el flujo magnético a través de la espira es de 8.00×10^{-3} T · m^2, ¿cuál es la intensidad del campo magnético? b) Si el campo magnético está dirigido paralelamente al plano de la espira, ¿cuál es el flujo magnético a través de la espira?

4. Un alambre largo y recto que lleva una corriente de 2.00 A se coloca a lo largo del eje de un cilindro de radio 0.500 m y una longitud de 3.00 m. Determine el flujo magnético total a través del cilindro.

5. Un alambre largo y recto se encuentra en el plano de una bobina circular con un radio de 0.010 m. El alambre lleva una corriente de 2.0 A y se coloca a lo largo de un diámetro de la bobina. a) ¿Cuál es el flujo neto a través de la bobina? b) Si el alambre pasa a través del centro de la bobina y es perpendicular a su plano, ¿cuál es el flujo neto a través de la bobina?

6. Un solenoide de 400 vueltas con longitud de 36.0 cm y un radio de 3.00 cm lleva una corriente de 5.00 A. Determine a) la intensidad del campo magnético dentro de la bobina en su punto medio y b) el flujo magnético a través de un área circular de sección transversal del solenoide en su punto medio.

7. M Un cubo de longitud de arista, ℓ = 2.5 cm se coloca como se muestra en la figura P18.7. Hay un campo magnético uniforme en toda la región con los componentes B_x = +5.0 T, B_y = +4.0 T y B_z = +3.0 T. a) Calcule el flujo a través de la cara sombreada del cubo. b) ¿Cuál es el flujo total que emerge del volumen encerrado por el cubo (es decir, el flujo total a través de las seis caras)?

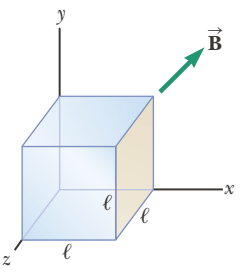


Figura P18.7

18.2 Ley de inducción de Faraday y ley de Lenz

8. BIO La estimulación magnética transcraneal (EMT) es una técnica no invasiva que se usa para estimular regiones del cerebro humano. Una pequeña bobina se coloca en el cuero cabelludo y una breve ráfaga de corriente en la bobina produce un campo magnético que cambia rápidamente dentro del cerebro. La fem inducida puede ser suficiente para estimular la actividad neuronal. Uno de estos dispositivos genera un campo magnético dentro del cerebro que se eleva de cero a 1.5 T en 120 ms. Determine la fem inducida dentro de un círculo de tejido con un radio de 1.6 mm y que sea perpendicular a la dirección del campo.

9. Tres espiras de alambre se mueven cerca de un alambre recto y largo que lleva una corriente como en la figura P18.9. ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida, si la hay, en a) la espira A, b) la espira B y c) la espira C.

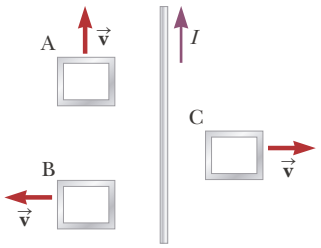


Figura P18.9

10. W La espira flexible en la figura P18.10 tiene un radio de 12 cm y está en un campo magnético de fuerza 0.15 T. La espira se agarra en los puntos *A* y *B*, y se estira hasta que su área es casi cero. Si se requieren 0.20 s para cerrar la espira, ¿cuál es la magnitud de la fem promedio inducida en ella durante este tiempo?

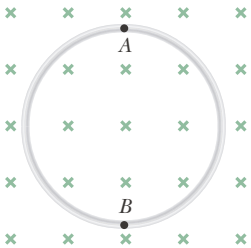


Figura P18.10
Problemas 10, 12 y 22.

11. Una espira de alambre con un radio de 0.30 m se encuentra de manera que un campo magnético externo de magnitud 0.30 T es perpendicular a ella. El campo invierte su dirección y su magnitud cambia a 0.20 T en 1.5 s. Encuentre la magnitud de la fem promedio inducida en la espira durante este tiempo.

12. Una espira circular de alambre de radio 12.0 cm se coloca en un campo magnético con dirección perpendicular al plano de la espira, como se muestra en la figura P18.10. Si el campo disminuye a una velocidad de 0.050 0 T/s en algún intervalo de tiempo, ¿cuál es la magnitud de la fem inducida en la espira durante este intervalo?

13. Un técnico que lleva una banda de metal circular en la muñeca mueve su mano en un campo magnético uniforme de magnitud 2.5 T en un tiempo de 0.18 s. Si el diámetro de la banda es de 6.5 cm y el campo se encuentra en un ángulo de 45° con el plano de la banda metálica mientras la mano está en el campo, determine la magnitud de la fem promedio que se induce en la banda.

14. En la figura P18.14, ¿cuál es la dirección de la corriente inducida en la resistencia en el instante en que el interruptor está cerrado?

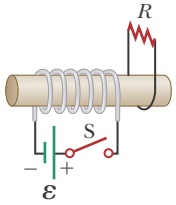


Figura P18.14

15. Un imán de barra se coloca cerca de una bobina de alambre, como se muestra en la figura P18.15. ¿Cuál es la dirección de la corriente en la resistencia cuando el imán se mueve a) a la izquierda y b) a la derecha?

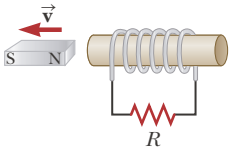


Figura P18.15

16. Encuentre la dirección de la corriente en la resistencia que se muestra en la figura P18.16 a) en el instante en que el interruptor está cerrado, b) después de que el interruptor ha estado cerrado durante varios minutos y c) en el instante en que se abre el interruptor.

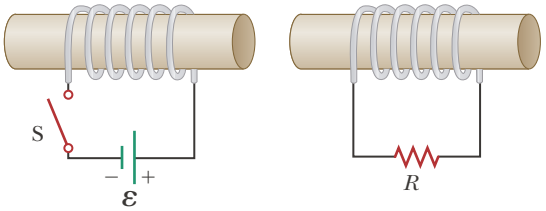


Figura P18.16

17. Una espira circular de alambre se encuentra debajo de un alambre largo que lleva una corriente que aumenta como en la figura P18.17a. a) ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida en la espira, si existe? b) Ahora suponga que la espira está al lado del mismo alambre que en P18.17b. ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida en la espira, si existe? Explique sus respuestas.

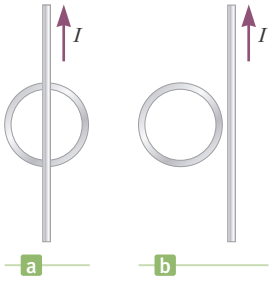


Figura P18.17

18. Dentro de un solenoide se coloca una espira cuadrada de una sola vuelta, de $\ell = 1.00$ cm por lado que tiene una sección circular con un radio $r = 3.00$ cm, como se muestra en la vista superior de la figura P18.18. El solenoide tiene 20.0 cm de largo y se enrolla con 100 vueltas de alambre. a) Si la corriente en el solenoide es de 3.00 A, ¿cuál es el flujo a través de la espira cuadrada? b) Si la corriente en el solenoide se reduce a cero en 3.00 s, ¿cuál es la magnitud de la fem promedio inducida en la espira cuadrada?

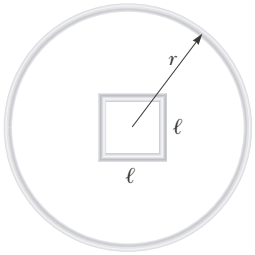


Figura P18.18

19. GP Un solenoide de 300 vueltas con una longitud de 20.0 cm y un radio de 1.50 cm transporta una corriente de 2.00 A. Una segunda bobina de cuatro vueltas está enrollada fuertemente alrededor de este solenoide, por lo que se puede considerar que tiene el mismo radio que él. La corriente en el solenoide de 300 vueltas aumenta constantemente a 5.00 A en 0.900 s. a) Use la ley de Ampere para calcular el campo magnético inicial en el centro del solenoide de 300 vueltas. b) Calcule el campo magnético del solenoide de 300 vueltas después de 0.900 s. c) Calcule el área de la bobina de 4 vueltas. d) Calcule el cambio en el flujo magnético a través de la bobina de 4 vueltas durante el mismo periodo. e) Calcule la fem promedio inducida en la bobina de 4 vueltas. ¿Es igual a la fem inducida instantánea? Explique. f) ¿Por qué las contribuciones al campo magnético por la corriente en la bobina de 4 vueltas se desprecian en este cálculo?

20. M Una bobina circular que encierra un área de 100 cm^2 está hecha de 200 vueltas de alambre de cobre. El alambre que forma la bobina tiene una resistencia de 5.0 Ω y los extremos del alambre están conectados para formar un circuito cerrado. Inicialmente, un campo magnético uniforme de 1.1 T apunta perpendicularmente hacia arriba a través del plano de la bobina. La dirección del campo se invierte entonces de modo que el campo magnético final tenga una magnitud de 1.1 T y que apunte hacia abajo a través de la bobina. Si el tiempo requerido para que el campo invierta direcciones es de 0.10 s, ¿cuál es la corriente promedio en la bobina durante ese tiempo?

21. BIO Para monitorear la respiración de un paciente del hospital, se ciñe un cinturón delgado alrededor de su pecho como en la figura P18.21. La correa es una bobina de 200 vueltas. Cuando el paciente inhala, el área rodeada por la bobina aumenta en 39.0 cm^2.

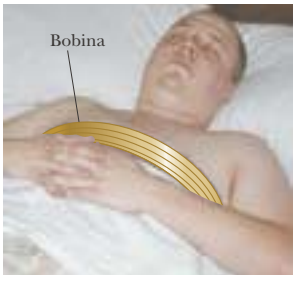


Figura P18.21

La magnitud del campo magnético de la Tierra es de 50.0 μT y hace un ángulo de 28.0° con el plano de la bobina. Suponiendo que un paciente tarda 1.80 s en inhalar, encuentre la magnitud de la fem promedio inducida en la bobina durante ese tiempo.

22. Q|C S Una bobina de N vueltas de alambre circular con radio r se encuentra en el plano xy (el plano de la página), como en la figura P18.10. Un campo magnético uniforme se enciende, aumentando constantemente de 0 a B_0 en la dirección z positiva en t segundos. a) Determine una expresión simbólica para la fem $\mathcal{E}$, inducida en la bobina en función de las variables dadas. b) Mirando hacia abajo en el plano xy desde el eje z positivo, ¿está la dirección de la corriente inducida en el sentido de las manecillas del reloj o en contra de las manecillas del reloj? c) Si cada espira tiene resistencia R, encuentre una expresión para la magnitud de la corriente inducida, I.

18.3 Fem de movimiento

23. Un camión lleva una viga de acero de 15.0 m de longitud sobre una autopista. Un accidente hace que la viga caiga del camión y se deslice horizontalmente por el suelo a una velocidad de 25.0 m/s. La velocidad del centro de masa de la viga va hacia el norte mientras que la longitud de la viga mantiene una orientación este-oeste. La componente vertical del campo magnético de la Tierra en este lugar tiene una magnitud de 35.0 μT. ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida entre los extremos de la viga?

24. Un alambre de 2.00 m de longitud se mantiene en dirección este-oeste y se desplaza horizontalmente hacia el norte con una velocidad de 15.0 m/s. La componente vertical del campo magnético de la Tierra en esta región es de 40.0 μT dirigida hacia abajo. Calcule la fem inducida entre los extremos del alambre y determine qué extremo es positivo.

25. Una camioneta tiene un ancho de 79.8 pulgadas. Si viaja hacia el norte a 37 m/s a través de un campo magnético con una componente vertical de 35 μT, ¿qué magnitud fem se induce entre el conductor y los lados del pasajero del camión?

26. Q|C Un imán de barra se mantiene inmóvil mientras una espira circular de alambre se mueve hacia él con velocidad constante en la posición A como en la figura P18.26. La espira pasa sobre el imán en la posición B y se aleja del imán en la posición C. Encuentre la dirección de la corriente inducida en la espira usando la ley de Lenz a) en la posición A y b) en la posición C. c) ¿Cuál es la corriente inducida en la espira en la posición B? Explique.

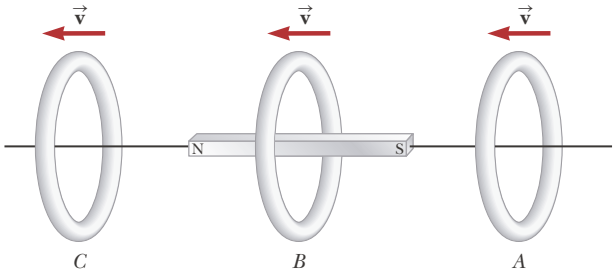


Figura P18.26 Problemas 26 y 43.

27. M Un automóvil tiene una antena de radio vertical de 1.20 m de largo. Viaja a 65.0 km/h en una carretera horizontal donde el campo magnético de la Tierra es de 50.0 μT, dirigido hacia el norte y hacia abajo con un ángulo de 65.0° por debajo de la horizontal. a) Especifique la dirección en la que debe moverse el automóvil para generar la fem máxima en la antena, con la parte superior de la antena positiva respecto a la inferior. b) Calcule la magnitud de esta fem inducida.

28. Q|C Una astronauta está conectada a su nave espacial con un cable de 25 m de longitud mientras ella y la nave espacial orbitan la Tierra en una trayectoria circular a una velocidad de 3.0×10^3 m/s. En un instante, se mide el voltaje entre los extremos de un alambre incrustado como 0.45 V. Suponga que la longitud del cable es perpendicular a la componente vertical del campo magnético de la Tierra en ese instante. a) ¿Cuál es la magnitud de la componente vertical del campo de la Tierra en este lugar? b) ¿Cambia el voltaje medido conforme el sistema se mueve de un lugar a otro? Explique.

29. La figura P18.29 muestra una barra de masa de 0.200 kg que puede deslizarse sin fricción sobre un par de rieles separados por una distancia $\ell = 1.20$ m y situados en un plano inclinado que forma un ángulo de 25.0° respecto al suelo. La resistencia es $R = 1.00\ \Omega$. y un campo magnético uniforme de magnitud $B = 0.500$ T está dirigido hacia abajo, perpendicular al suelo, sobre toda la región a través de la cual se desplaza la barra. ¿Con qué velocidad v constante se desliza la barra a lo largo de los rieles?

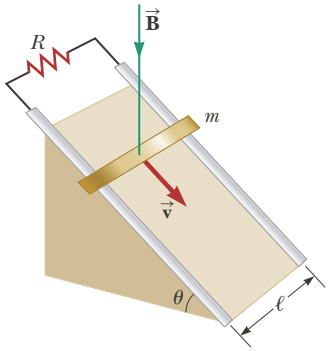


Figura P18.29

30. W Considere la disposición que se muestra en la figura P18.30. Suponga $R = 6.00\ \Omega$, $\ell = 1.20$ m, y un campo magnético de 2.50 T uniforme está dirigido *hacia el interior* de la página. ¿Con qué velocidad se debe mover la barra para producir una corriente de 0.500 A en la resistencia?

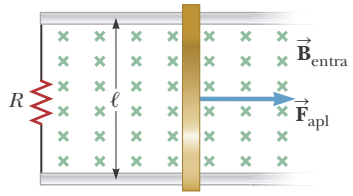


Figura P18.30 Problemas 30, 56 y 59.

18.4 Generadores

31. Se coloca una bobina cuadrada de alambre de 2.80 cm de lado en un campo magnético uniforme de magnitud 1.25 T dirigido hacia en interior de la página como en la figura P18.31. La bobina tiene 28.0 vueltas y una resistencia de 0.780 Ω. Si se gira la bobina con un ángulo de 90.0° sobre el eje horizontal mostrado en 0.335 s, determine a) la magnitud de la fem promedio inducida en la bobina durante esta rotación y b) la corriente promedio inducida en la bobina durante esta rotación.

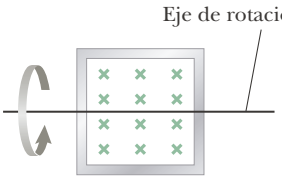


Figura P18.31

32. W Una bobina de alambre cuadrado de 100 vueltas de área 0.040 m^2 gira alrededor de un eje vertical a 1 500 rev/min, como se indica en la figura P18.32. El componente horizontal del campo magnético de la Tierra en la ubicación de la espira es de 2.0×10^{-5} T. Calcule la fem máxima inducida en la bobina por el campo de la Tierra.

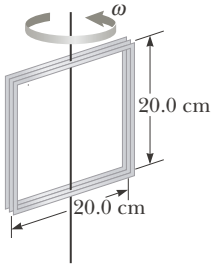


Figura P18.32

33. BIO Actualmente se realizan considerables trabajos científicos para determinar si los campos magnéticos oscilantes débiles, como los que se encuentran cerca de las líneas eléctricas al aire libre, pueden afectar la salud humana. Un estudio indicó que un campo magnético de magnitud 1.0×10^{-3} T, oscilando a 60 Hz, podría estimular los glóbulos rojos para que se conviertan en cancerosos. Si el diámetro de un glóbulo rojo es de 8.0 μm, determine la fem máxima que se puede generar alrededor del perímetro de la célula.

34. Una bobina plana que encierra un área de 0.10 m^2 gira a 60 rps, con su eje de rotación perpendicular a un campo magnético de 0.20 T. a) Si hay 1 000 vueltas en la bobina, ¿cuál es el voltaje máximo inducido en ella? b) Cuando se produce el voltaje inducido máximo, ¿cuál es la orientación de la bobina respecto al campo magnético?

35. En un modelo de generador de corriente alterna, una bobina rectangular de 500 vueltas de 8.0 cm por 20 cm gira a 120 rpm en un campo magnético uniforme de 0.60 T. a) ¿Cuál es la fem máxima inducida en la bobina? b) ¿Cuál es el valor instantáneo de la fem en la bobina en $t = (\pi/32)$ s? Suponga que la fem es cero en $t = 0$.(c) ¿Cuál es el valor más pequeño de t para el cual la fem tendrá su valor máximo?

36. Un motor tiene bobinas con una resistencia de 30 Ω y funciona a partir de un voltaje de 240 V. Cuando el motor funciona a su velocidad máxima, la fem inversa es de 145 V. Encuentre la corriente en las bobinas a) primero cuando el motor está encendido y b) cuando el motor ha alcanzado la rapidez máxima. c) Si la corriente en el motor es de 6.0 A en algún instante, ¿cuál es la fem inversa en ese momento?

37. Una bobina de 10.0 vueltas tiene la forma de una elipse que tiene un eje principal de 10.0 cm y un eje menor de 4.00 cm. La bobina gira a 100 rpm en una región en la que la magnitud del campo magnético de la Tierra es de 55 μF. ¿Cuál es el voltaje máximo inducido en la bobina si el eje de rotación de esta se encuentra a lo largo de su eje mayor y alineado a) perpendicularmente al campo magnético de la Tierra y b) paralelo al campo magnético de la Tierra? *Nota*: el área de una elipse está dada por $A = \pi ab$, donde a es la longitud del eje *semi*mayor y b es la longitud del eje *semi*menor.

18.5 Autoinductancia

38. Un técnico enrolla el alambre alrededor de un tubo de 36 cm de longitud con un diámetro de 8.0 cm. Cuando los devanados están distribuidos uniformemente por toda la longitud del tubo, el resultado es un solenoide que contiene 580 vueltas de alambre. a) Encuentre la autoinductancia de este solenoide. b) Si la corriente en este solenoide aumenta a una velocidad de 4.0 A/s, ¿cuál es la fem autoinducida en el solenoide?

39. La corriente en una bobina cae de 3.5 A a 2.0 A en 0.50 s. Si la fem promedio inducida en la bobina es de 12 mV, ¿cuál es la autoinductancia de la bobina?

40. S Muestre que las dos expresiones de la inductancia dada por

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \qquad \text{y} \qquad L = \frac{-\mathcal{E}}{\Delta I/\Delta t}$$

tienen las mismas unidades.

41. M Un solenoide de radio 2.5 cm tiene 400 vueltas y una longitud de 20 cm. Encuentre a) su inductancia y b) la velocidad a la cual la corriente debe cambiar a través de este para producir una fem de 75 mV.

42. Una fem de 24.0 mV se induce en una bobina de 500 vueltas cuando la corriente cambia a una velocidad de 10.0 A/s. ¿Cuál es el flujo magnético a través de cada vuelta de la bobina en un instante cuando la corriente es de 4.00 A?

18.6 Circuitos *RL*

43. Un electroimán puede ser modelado como un inductor en serie con una resistencia. Considere un electroimán grande de inductancia $L = 12.0$ H y resistencia $R = 4.50$ Ω conectado a una batería de 24.0 V y a un interruptor como en la figura P18.43. Después de cerrar el interruptor, determine a) la corriente máxima transportada por el electroimán, b) la constante de tiempo del circuito y c) el tiempo que tarda la corriente en alcanzar 95.0% de su valor máximo.

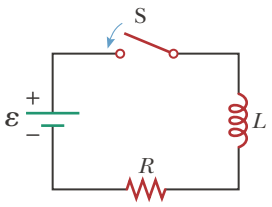


Figura P18.43
Problemas 43, 45, 46 y 48

44. Un circuito RL con $L = 3.00$ H y un circuito RC con $C = 3.00\ \mu$F tienen la misma constante de tiempo. Si los dos circuitos tienen la misma resistencia R, a) ¿cuál es el valor de R y b) cuál es esta constante de tiempo común?

45. Una batería está conectada en serie con una resistencia 0.30 y un inductor, como en la figura P18.43. El interruptor está cerrado en $t = 0$. La constante de tiempo del circuito es de 0.25 s y su corriente máxima es de 8.0 A. Encuentre a) la fem de la batería, b) la inductancia del circuito, c) La corriente en el circuito después de que ha transcurrido una constante de tiempo, d) el voltaje a través de la resistencia después de que ha transcurrido una constante de tiempo y e) el voltaje a través del inductor después de que ha transcurrido una constante de tiempo.

46. Un inductor de 25 mH, una resistencia de 8.0 Ω y una batería de 6.0 V están conectados en serie como en la figura P18.43. El interruptor se cierra en $t = 0$. Encuentre la caída de voltaje a través de la resistencia a) en $t = 0$ y b) después de que ha transcurrido una constante de tiempo. También encuentre la caída de voltaje a través del inductor c) en $t = 0$ y d) después de que ha transcurrido una constante de tiempo.

47. Calcule la resistencia en un circuito RL en el que $L = 2.50$ H y la corriente aumenta hasta 90.0% de su valor final en 3.00 s.

48. W Considere el circuito que se muestra en la figura P18.43. Tome $\mathcal{E} = 6.00$ V, $L = 8.00$ mH y $R = 4.00\ \Omega$. a) ¿Cuál es la constante de tiempo inductiva del circuito? b) Calcule la corriente en el circuito 250 μs después de que el interruptor esté cerrado. c) ¿Cuál es el valor de la corriente final de estado estacionario? d) ¿Cuánto tarda la corriente en alcanzar 80.0% de su valor máximo?

18.7 Energía almacenada en un campo magnético

49. a) Si un inductor que lleva una corriente de 1.70 A almacena una energía de 0.300 mJ, ¿cuál es su inductancia? b) ¿Cuánta energía almacena el mismo inductor si lleva una corriente de 3.0 A?

50. Un solenoide de 300 vueltas tiene un radio de 5.00 cm y una longitud de 20.0 cm. Encuentre a) la inductancia del solenoide y b) la energía almacenada en el solenoide cuando la corriente en sus devanados es de 0.500 A.

51. M Una batería de 24 V está conectada en serie con una resistencia y un inductor, con $R = 8.0\ \Omega$ y $L = 4.0$ H, respectivamente. Determine la energía almacenada en el inductor a) cuando la corriente alcanza su valor máximo y b) una constante de tiempo después de que el interruptor esté cerrado.

52. GP Se enrolla un alambre de cobre aislado con una longitud de 60.0 m para formar un solenoide con un radio de 2.0 cm. El alambre de cobre tiene un radio de 0.50 mm. a) ¿Cuál es la resistencia del alambre? b) Tratando cada vuelta del solenoide como un círculo, ¿cuántas vueltas se pueden hacer con el alambre? c) ¿Cuánto dura el solenoide resultante? d) ¿Cuál es la autoinducción del solenoide? e) Si el solenoide está conectado a una batería con una fem de 6.0 V y una resistencia interna de 350 mΩ, calcule la constante de tiempo del circuito. f) ¿Cuál es la corriente máxima alcanzada? g) ¿Cuánto tiempo tardaría en alcanzar 99.9% de su corriente máxima? h) ¿Qué energía máxima se almacena en el inductor?

Problemas adicionales

53. Dos espiras circulares de alambre rodean una barra aislante como en la figura P18.53. La espira 1 lleva una corriente I en el sentido de las manecillas del reloj cuando se ve desde el extremo izquierdo. Si la espira 1 se mueve hacia la espira 2, que permanece estacionaria, ¿cuál es la dirección de la corriente inducida en la espira 2 cuando se ve desde el extremo izquierdo?

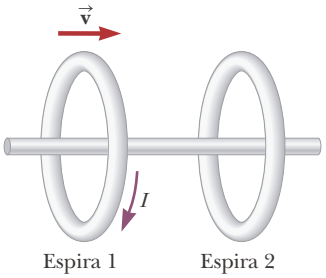


Figura P18.53

54. Una espira circular de alambre de resistencia $R = 0.500\ \Omega$ y radio $r = 8.00$ cm está en un campo magnético uniforme dirigido hacia afuera de la página como en la figura P18.54. Si se induce una corriente en el sentido de las manecillas del reloj de $I = 2.50$ mA en la espira, a) el campo magnético ¿aumenta o disminuye en el tiempo? b) Encuentre la velocidad a la que el campo cambia con el tiempo.

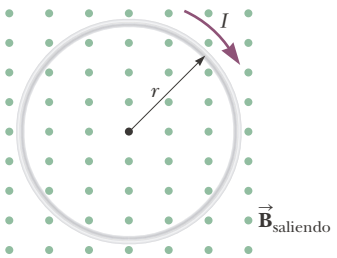


Figura P18.54

55. Una bobina rectangular con resistencia R tiene N vueltas, cada una de longitud ℓ y ancho w, como se muestra en la figura P18.55. La bobina se mueve en un campo magnético uniforme $\vec{\mathbf{B}}_{\text{entra}}$ con velocidad constante $\vec{\mathbf{v}}$. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza magnética total sobre la bobina a) cuando entra en el campo magnético, b) a medida que se mueve dentro del campo y c) cuando sale del campo?

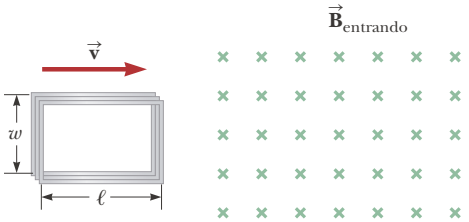


Figura P18.55

56. Q|C Una barra conductora de longitud ℓ, se desplaza a la derecha en dos rieles sin fricción, como se muestra en la figura P18.30. Un campo magnético uniforme dirigido a la página tiene una magnitud de 0.30 T. Suponga, $\ell = 35$ cm y $R = 9.0\ \Omega$. a) ¿A qué velocidad constante debe moverse la barra para producir una corriente de 8.5 mA en la resistencia? ¿Cuál es la dirección de esta corriente inducida? b) ¿Con qué velocidad se suministra energía a la resistencia? c) Explique el origen de la energía que se entrega a la resistencia.

57. Una bobina de alambre de 820 vueltas de resistencia 24.0 Ω se coloca sobre un solenoide de 12 500 vueltas y 7.00 cm de largo, como en la figura P18.57. Tanto la bobina como el solenoide tienen áreas transversales de $1.00 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$. a) ¿Cuánto tarda la corriente del solenoide en alcanzar 0.632 veces su valor máximo? b) Determine la fem media posterior causada por la autoinductancia del solenoide durante este intervalo. El campo magnético producido por el solenoide en la posición de la bobina es uno y medio veces tan intenso como el campo en el centro del solenoide. c) Determine la razón de cambio promedio en el flujo magnético a través de cada vuelta de la bobina durante el intervalo indicado. d) Encuentre la magnitud de la corriente inducida media en la bobina.

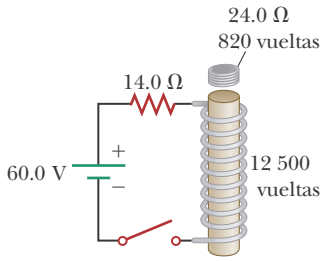


Figura P18.57

58. Q|C Una nave espacial está en una órbita circular de radio igual a 3.0×10^4 km alrededor de un pulsar de 2.0×10^{30} kg. El campo magnético del pulsar a esa distancia radial es de 1.0×10^2 T con dirección perpendicular a la velocidad de la nave espacial. La nave espacial tiene una longitud de 0.20 km con un radio de 0.040 km y se mueve en sentido contrario a las manecillas del reloj en el plano xy alrededor del pulsar. a) ¿Cuál es la velocidad de la nave espacial? b) Si el campo magnético apunta en la dirección z positiva, ¿es la fem inducida de la parte posterior a la parte delantera de la nave espacial o de lado a lado? c) Calcule la fem inducida. d) Describa los peligros para los astronautas dentro de cualquier nave espacial que se mueva en la vecindad de un pulsar.

59. Q|C Una barra conductora de longitud ℓ, se mueve sobre dos rieles horizontales sin fricción, como en la figura P18.30. Una fuerza constante de magnitud 1.00 N mueve la barra a una velocidad uniforme de 2.00 m/s a través de un campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ que se dirige hacia el interior de la página. a) ¿Cuál es la corriente en una resistencia R de 8.00 Ω? b) ¿Cuál es la razón de la disipación de energía en la resistencia? c) ¿Cuál es la potencia mecánica proporcionada por la fuerza constante?

60. Un largo solenoide de radio $r = 2.00$ cm está devanado con 3.50×10^3 vueltas/m y transporta una corriente con una razón de cambio de 28.5 A/s como en la figura P18.60. ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida en la espira conductora cuadrada que rodea el centro del solenoide?

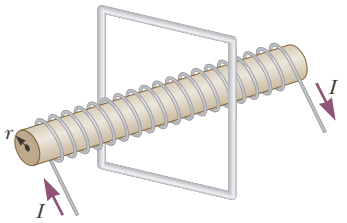


Figura P18.60

61. El rayo representado en la figura P18.61 pasa a 200 m de una bobina de 100 vueltas orientada como se muestra. Si la corriente en el rayo cae de 6.02×10^6 A a cero en 10.5 μs, ¿cuál es el voltaje promedio inducido en la bobina? Suponga que la distancia al centro de la bobina determina el campo magnético promedio en la posición de la bobina. Trate al rayo como un alambre largo y vertical.

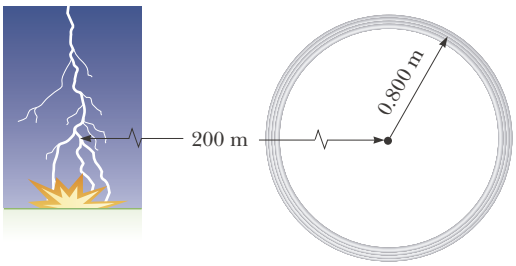


Figura P18.61

62. La espira cuadrada en la figura P18.62 está hecha de alambres con una resistencia total en serie de 10.0 Ω. Se coloca en un campo magnético uniforme de 0.100 T dirigido de manera perpendicular al plano del papel. La espira, que está articulada en cada esquina, se jala como se muestra hasta que la separación entre los puntos A y B es de 3.00 m. Si este proceso tarda 0.100 s, ¿cuál es la corriente promedio generada en la espira? ¿Cuál es la dirección de la corriente?

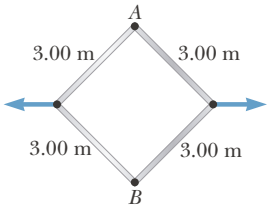


Figura P18.62

63. El campo magnético que se muestra en la figura P18.63 (página 654) tiene una magnitud uniforme de 25.0 mT dirigida hacia el interior del papel. El diámetro inicial de la vuelta es de 2.00 cm. a) El alambre se tensa rápidamente y la curvatura se contrae a un diámetro de cero en 50.0 ms. Determine el voltaje promedio inducido entre los extremos A y B. Incluya la polaridad. b) Suponga que la deformación no se altera, pero el campo magnético aumenta a 100 mT en 4.00×10^{-3} s. Determine el voltaje promedio a través de las terminales A y B, incluyendo la polaridad, durante este periodo.

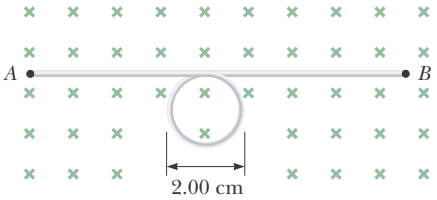


Figura P20.63

64. Un anillo de aluminio con un radio de 5.00 cm y una resistencia de $3.00 \times 10^{-4}\ \Omega$ se coloca alrededor de la parte superior de un solenoide de núcleo de aire largo con 1 000 vueltas por metro y un radio más pequeño de 3.00 cm, como en la figura P18.64. Si la corriente en el solenoide aumenta a una velocidad constante de 270 A/s, ¿cuál es la corriente inducida en el anillo? Suponga que el campo magnético producido por el solenoide sobre su área al final tiene la mitad de intensidad que el campo en el centro del solenoide. Suponga también que este produce un campo despreciable fuera de su área de sección transversal.

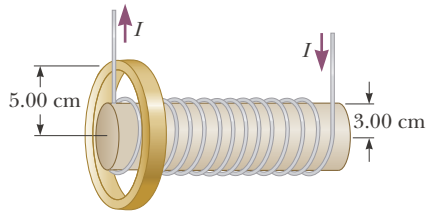


Figura P20.64

65. En la figura P18.65 el eje rodante de longitud 1.50 m es empujado a lo largo de rieles horizontales a una velocidad constante $v = 3.00$ m/s. Una resistencia $R = 0.400\ \Omega$ está conectada a los rieles en los puntos a y b, directamente opuestos entre sí. (Las ruedas hacen un buen contacto eléctrico con los rieles, por lo que el eje, los rieles y R forman un circuito cerrado. La única resistencia significativa en el circuito es R.) Un campo magnético uniforme $B = 0.800$ T se dirige verticalmente hacia abajo. a) Encuentre la corriente inducida I en la resistencia. b) ¿Qué fuerza horizontal $\vec{\mathbf{F}}$ se requiere para mantener el eje rodando a velocidad constante? c) ¿Qué terminal de la resistencia, a o b, está en el potencial eléctrico más alto? d) Después de que el eje rueda más allá de la resistencia, ¿la corriente invierte la dirección en R? Explique su respuesta.

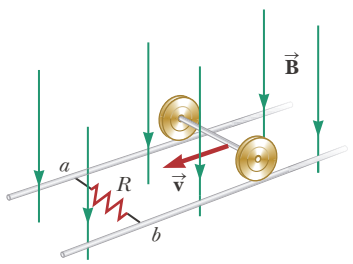


Figura P20.65

66. Q C S Una bobina cuadrada de N vueltas con lado ℓ, y resistencia R se jala hacia la derecha a velocidad constante v en la dirección x positiva en presencia de un campo magnético B que actúa perpendicular a la bobina, como se muestra en la figura P18.66. En $t = 0$, el lado derecho de la bobina está en el extremo del campo. Después de transcurrido un tiempo t, toda la bobina está en la región donde $B = 0$. En términos de las cantidades N, B, ℓ, v y R, encuentre expresiones simbólicas para a) la magnitud de la fem inducida en la espira durante el intervalo de tiempo t, b) la magnitud de la corriente inducida en la bobina, c) la potencia suministrada a la bobina y d) la fuerza requerida para retirar la bobina del campo. e) ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida en la espira? f) ¿Cuál es la dirección de la fuerza magnética en la espira mientras se jala hacia afuera del campo?

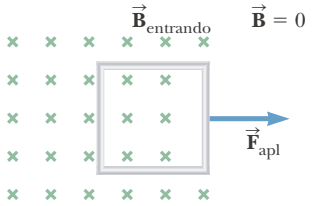


Figura P20.66

67. S Una espira rectangular conductora de masa M, resistencia R y dimensiones w por ℓ, cae a partir del reposo en un campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$, como se muestra en la figura P18.67. Durante el intervalo de tiempo antes de que el extremo superior de la espira alcance el campo, la espira se aproxima a una velocidad terminal v_T. a) Demuestre que

$$v_T = \frac{MgR}{B^2 w^2}$$

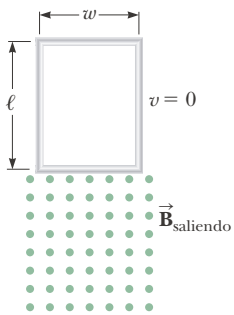


Figura P20.67

b) ¿Por qué v_T es proporcional a R? (c) ¿Por qué es inversamente proporcional a B^2?

Peter Ginter/Science Faction/Getty Images

Los técnicos preparan la cámara de vacío del reactor de fusión ASDEX Upgrade (Experimento de Divertor Simétrico Axial), donde el plasma se calienta a más de sesenta millones de grados, llevando a la fusión de deuterio y tritio y la liberación de energía. Tales tokamaks experimentales pueden conducir a reactores de fusión que sean funcionales.

Energía nuclear y partículas elementales

19

En este capítulo final discutiremos los dos medios por los cuales la energía puede provenir de reacciones nucleares: fisión, en la que un núcleo de gran número de masa se divide en dos núcleos más pequeños, y la fusión, en la que dos núcleos ligeros se fusionan para formar un núcleo más pesado. En cualquier caso, hay una liberación de grandes cantidades de energía que se puede utilizar de forma destructiva a través de bombas o constructivamente a través de la producción de energía eléctrica.

19.1 Fisión nuclear

19.2 Fusión nuclear

19.1 Fisión nuclear

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir la fisión nuclear y la secuencia de eventos en un proceso típico de fisión.
2. Definir una reacción nuclear autosostenida, la constante de reproducción K y el moderador, y explicar sus funciones en el diseño del reactor.
3. Aplicar los conceptos de fisión a los núcleos inestables.

La **fisión nuclear** ocurre cuando un núcleo pesado, como ^{235}U, se divide, o se fisiona, en dos núcleos más pequeños. En esta reacción, **la masa total de los productos es menor que la masa original del núcleo pesado**.

La fisión de ^{235}U por neutrones lentos (de baja energía) se puede representar por la secuencia de eventos.

$$ {}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{236}_{92}U^{*} \rightarrow X + Y + \text{neutrones} \qquad [19.1] $$

donde $^{236}U^*$ es un estado intermedio que dura solo unos 10^{-12} s antes de dividirse en los núcleos X y Y, llamados **fragmentos de la fisión**. Muchas combinaciones de X y Y satisfacen los requisitos de conservación de energía y carga. En la fisión de uranio, pueden formarse alrededor de 90 núcleos hija diferentes. El proceso también da como resultado la producción de varios (típicamente dos o tres) neutrones por evento de fisión. En promedio, se liberan 2.47 neutrones por evento.

Una reacción típica de este tipo es

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{141}_{56}Ba + {}^{92}_{36}Kr + 3{}^{1}_{0}n \qquad [19.2]$$

Los fragmentos de fisión, el bario y el criptón, y los neutrones liberados tienen una gran cantidad de energía cinética después del evento de fisión. Observe que la suma de los números de masa, o número de nucleones, a la izquierda (1 + 235 = 236) número total de nucleones a la derecha es el mismo que el 236 (141 + 92 + 3 = 236). El número total de protones (92) es también el mismo en ambos lados. La energía Q liberada en la desintegración de la ecuación 19.2 es $Q = 200.422$ MeV (MeV = 1.6×10^{-13} J). $(EC + mc^2)_i = (EC + mc^2)_f$ $EC_f = [(mN + mU) - (m_{Ba} + m_{Kr} + 3m_N)]$ c^2. Sustituyendo los datos del apéndice B $EC_f = (1.008\ 665\ u + 235.043\ 923\ u)\ c^2 - [140.903\ 496\ u + 91.907\ 936\ u + 3(1.008\ 665\ u)]\ c^2 = (0.215\ 161\ u)(931.494\ MeV/u\ c^2)(c^2) = 200.421$ MeV.

La fragmentación del núcleo de uranio puede compararse con lo que sucede con una gota de agua cuando se le añade energía en exceso. Todos los átomos de la gota tienen energía, pero no la suficiente para romper la gota. Sin embargo, si se agrega suficiente energía para hacer que vibre de la gota, sufrirá elongación y compresión hasta que la amplitud de la vibración se haga lo suficientemente grande como para hacer que la gota se rompa. En el núcleo de uranio ocurre un proceso similar (figura 19.1). La secuencia de eventos es la siguiente:

Secuencia de eventos en un proceso de fisión nuclear ▶

1. El núcleo ^{235}U captura un neutrón térmico (lento).
2. La captura da lugar a la formación de $^{236}U^*$, y el exceso de energía de este núcleo hace que experimente oscilaciones violentas.
3. El núcleo $^{236}U^*$ se hace muy alargado y la fuerza de repulsión entre los protones en las dos mitades del núcleo en forma de mancuerna tiende a aumentar la distorsión.
4. El núcleo se divide en dos fragmentos, emitiendo varios neutrones en el proceso.

Típicamente, la cantidad de energía liberada por la fisión de un solo átomo radiactivo pesado es aproximadamente cien millones por la energía liberada en la combustión de una molécula del octano usada en motores de gasolina.

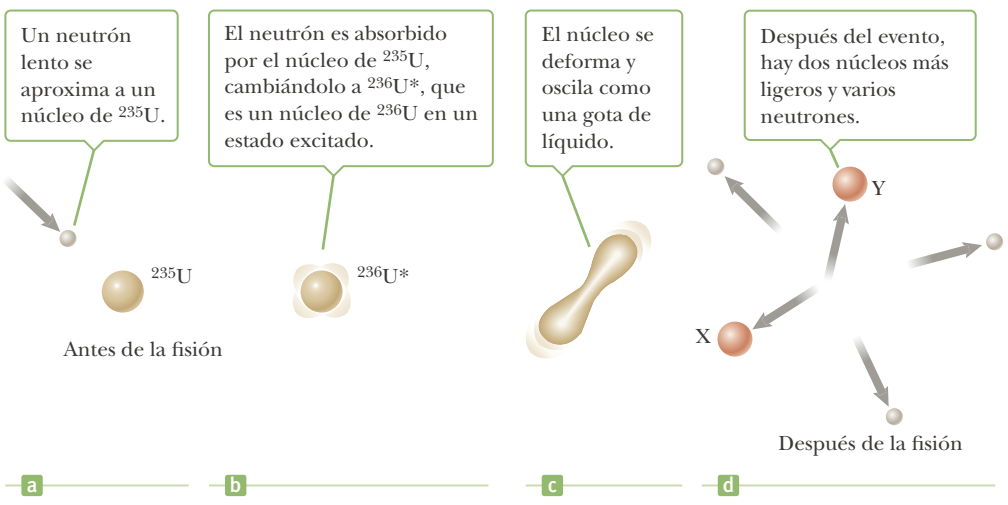


Figura 19.1 Un evento de fisión nuclear descrito por el modelo de gotas líquidas del núcleo.

APLICACIÓN DE LA FÍSICA 19.1 Productos inestables

Si un núcleo pesado se fisionara en solo dos núcleos de producto, serían muy inestables. ¿Por qué?

EXPLICACIÓN El cociente entre el número de neutrones y el número de protones aumenta con Z (número de protones). Como resultado, cuando un núcleo pesado se divide en una reacción de fisión en dos núcleos más ligeros, los núcleos más ligeros tienden a tener demasiados neutrones. El resultado es inestabilidad porque los procesos de decaimientos reducen el número de neutrones. ■

EJEMPLO 19.1 Un mundo impulsado por la fisión

OBJETIVO Relacionar la materia prima con la producción de energía.

PROBLEMA **a)** Calcule la energía total liberada si 1.00 kg de ^{235}U experimenta fisión, tomando la energía de desintegración por evento como $Q = 208$ MeV. **(b)** ¿Cuántos kilogramos de ^{235}U serían necesarios para satisfacer el consumo anual de energía del mundo (alrededor de 4×10^{20} J)?

ESTRATEGIA En el inciso a), use el concepto de mol y el número de Avogadro para obtener el número total de núcleos. Entonces al multiplicar la energía por reacción se obtiene la energía total liberada. El inciso b) requiere algo de álgebra sencilla.

SOLUCIÓN

a) Calcule la energía total liberada a partir de 1.00 kg de ^{235}U.

Encuentre el número total de núcleos en 1.00 kg de uranio:

$$N = \left(\frac{6.02 \times 10^{23}\ \text{núcleo/mol}}{235\ \text{g/mol}}\right)(1.00 \times 10^{3}\ \text{g})$$
$$= 2.56 \times 10^{24}\ \text{núcleos}$$

Al multiplicar N por el rendimiento energético por núcleo, se obtiene la energía de desintegración total:

$$E = NQ = (2.56 \times 10^{24}\ \text{núcleo})\left(208\ \frac{\text{MeV}}{\text{núcleos}}\right)$$
$$= \boxed{5.32 \times 10^{26}\ \text{MeV}}$$

b) ¿Cuántos kilogramos proporcionarían las necesidades energéticas anuales del mundo?

Multiplique la energía por kilogramo, E_{kg}, por el número de kilogramos, N_{kg}, igual al consumo total anual de energía. Despeje N_{kg}:

$$E_{kg}N_{kg} = E_{tot}$$
$$N_{kg} = \frac{E_{tot}}{E_{kg}} = \frac{4 \times 10^{20}\ \text{J}}{(5.32 \times 10^{32}\ \text{eV/kg})(1.60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV})}$$
$$= \boxed{5 \times 10^{6}\ \text{kg}}$$

COMENTARIOS El cálculo implica una conversión perfecta a una potencia utilizable, lo que nunca ocurre en sistemas reales. Existen suficientes reservas fácilmente recuperables de uranio para abastecer las necesidades energéticas del mundo entero durante aproximadamente siete años a los niveles actuales de uso. La tecnología de los reactores reproductores puede aumentar considerablemente esas reservas.

PREGUNTA 19.1 Determine la masa media de ^{235}U necesaria para suministrar energía a una familia durante un año. Un hogar consume un promedio 2 000 kWh de energía eléctrica al mes.

EJERCICIO 19.1 ¿Cuánto tiempo puede 1 kg de uranio 235 mantener encendido un foco de 100 watts si toda su energía liberada se convierte en energía eléctrica?

RESPUESTA ~ 30 000 años

Reactores nucleares

Los neutrones emitidos cuando ^{235}U experimenta fisión pueden activar a su vez a otros núcleos para que experimenten fisión, con la posibilidad de una reacción en cadena (figura 19.2). Los cálculos muestran que, si la reacción en cadena no se controla, procederá demasiado rápido y posiblemente resultará en la liberación repentina de una enorme cantidad de energía (una explosión), incluso a partir de solo 1 g de ^{235}U. ¡Si la energía en 1 kg de ^{235}U fuera liberada, sería igual a la liberada por la

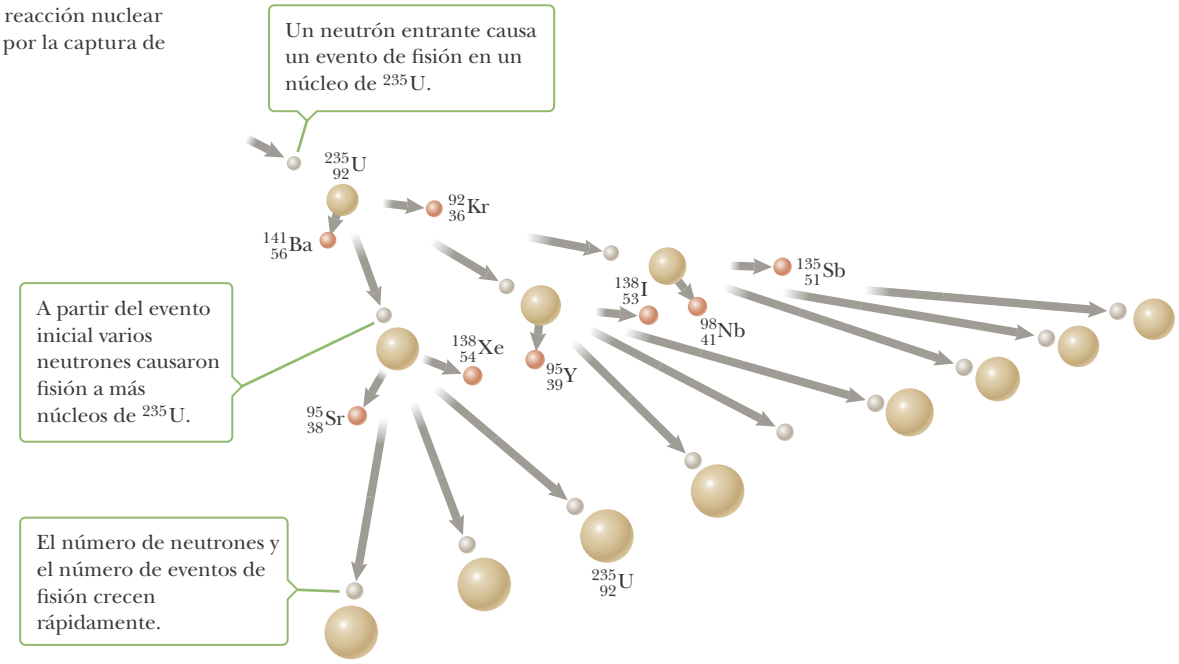


Figura 19.2 Una reacción nuclear en cadena iniciada por la captura de un neutrón.

detonación de unas 20 000 toneladas de dinamita! Por supuesto, una reacción incontrolada de la fisión, es el principio detrás de la primera bomba nuclear.

Un reactor nuclear es un sistema diseñado para mantener lo que se llama una **reacción en cadena autosostenida**, lograda en 1942 por un equipo liderado por Enrico Fermi. Actualmente la mayoría de los reactores en operación también usan uranio como combustible. El uranio natural contiene solo alrededor de 0.7% del isótopo ^{235}U, siendo el 99.3% restante el isótopo ^{238}U. Este hecho es importante para el funcionamiento de un reactor porque el ^{238}U casi nunca experimenta fisión. En cambio, tiende a absorber neutrones, produciendo neptunio y plutonio. Por esta razón, los combustibles de los reactores deben ser enriquecidos artificialmente para que contengan algunos porcentajes del isótopo ^{235}U.

En promedio, se emiten alrededor de 2.5 neutrones en cada evento de fisión de ^{235}U. Para lograr una reacción en cadena autosostenida, uno de estos neutrones debe ser capturado por otro núcleo ^{235}U y hacer que experimente fisión. Un parámetro útil para describir el nivel de funcionamiento del reactor es la **constante de reproducción *K*, definida como el número promedio de neutrones de cada evento de fisión que producirá otro evento**.

Se logra una reacción en cadena autosostenida cuando $K = 1$. En esta condición, se dice que el reactor es **crítico**. Cuando K es menor que 1, el reactor es subcrítico y la reacción muere. Cuando K es mayor que 1, se dice que el reactor es supercrítico y se produce una reacción descontrolada. En un reactor nuclear utilizado para suministrar energía a una empresa de servicios públicos, es necesario mantener un valor de K cercano a 1.

El diseño básico de un reactor nuclear se muestra en la figura 19.3. Los elementos combustibles consisten en uranio enriquecido. El tamaño del reactor es importante para reducir las fugas de neutrones: un reactor grande tiene un menor cociente superficie entre volumen y fugas más pequeñas que un reactor de menor tamaño.

También es importante regular las energías de los neutrones, porque los neutrones lentos son mucho más propensos a causar fisión que los neutrones rápidos en ^{235}U. Además, el ^{238}U no absorbe neutrones lentos. Por lo tanto, para que la reacción en cadena continúe, los neutrones deben ser ralentizados. Esta ralentización se efectúa rodeando el combustible con una sustancia llamada **moderador**, como grafito (carbono) o agua pesada (D_2O). La mayoría de los reactores modernos usan agua pesada. Las colisiones en el moderador ralentizan los neutrones y aumentan la fisión de ^{235}U.

La potencia de salida de un reactor de fisión está regulada por las barras de control representadas en la figura 19.3. Estas barras están hechas de materiales como el cadmio que absorben fácilmente neutrones.

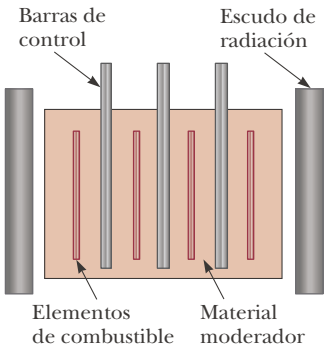


Figura 19.3 Sección transversal de un núcleo de reactor que muestra las barras de control, elementos combustibles que contienen combustible enriquecido y material moderador, todos rodeados por un escudo de radiación.

APLICACIÓN
Diseño de un reactor nuclear

Las fisiones en un reactor nuclear calientan sodio fundido (o agua, dependiendo del sistema), que se bombea a través de un intercambiador de calor. Allí, la energía térmica se transfiere al agua en un sistema secundario. El agua se convierte en vapor, que impulsa un generador de turbina para crear energía eléctrica.

Los reactores de fisión son en extremo seguros. Según la *Oak Ridge National Laboratory Review*, "El riesgo para la salud de vivir a menos de 8 km (5 millas) de un reactor nuclear durante 50 años no es mayor que el riesgo de fumar 1.4 cigarrillos, beber 0.5 L de vino, viajar 240 km en auto, volar 9 600 km en jet o hacerse una radiografía de tórax en un hospital. Se estima que cada actividad, por sí misma, aumenta la posibilidad de uno en un millón de que una persona muera en un año dado."

Los problemas de seguridad asociados con los reactores de energía nuclear son complejos y con frecuencia emocionales y exagerados. Todas las fuentes de energía tienen riesgos asociados. El carbón, por ejemplo, expone a los trabajadores a riesgos para la salud (incluido el radón radiactivo) y produce contaminación atmosférica (como los gases de efecto invernadero y las cenizas altamente radiactivas). Los paneles solares introducen sustancias tóxicas en el medio ambiente, como el cadmio y el tetracloruro de silicio, y además ocupan áreas de tierra significativas respecto a sus capacidades de producción de energía. En cada caso, los riesgos deben evaluarse en función de los beneficios, la disponibilidad y el costo de la fuente de energía.

Dadas las preocupaciones sobre los gases de efecto invernadero y el cambio climático global, el estudio de formas alternativas de producción de energía es en extremo importante. Entre las alternativas de energía verde, la fisión nuclear es la más robusta, proporcionando energía confiable con poco tiempo de inactividad. A pesar de los avances en la tecnología y las reducciones de costos, la energía solar y eólica siguen siendo muy costosas e intermitentes.

Las fuentes conocidas de mineral de uranio son suficientes para satisfacer las necesidades de energía de toda la Humanidad durante varios años a la velocidad actual de uso si se queman en reactores convencionales. (Véase el problema 8.) Los reactores reproductores, por otra parte, convierten los residuos nucleares en combustible nuclear y también pueden cambiar el torio a un isótopo de uranio adecuado para un reactor. Usando esa tecnología, las reservas actuales probablemente serían suficientes para más de mil años, incluso sin el descubrimiento y la explotación de nuevas fuentes de uranio o torio. La fuente sin explotar más grande es la de 4500 millones de toneladas métricas de uranio disuelto en los océanos de la Tierra. Actualmente se estudian varios métodos de extracción económica de este uranio. El uranio disuelto es constantemente reabastecido por los ríos de la Tierra y podría proporcionar combustible al reactor de manera casi indefinida. (Véase el problema 10.)

19.2 Fusión nuclear

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir el proceso de fusión nuclear y el ciclo protón-protón en las estrellas.
2. Discutir la aplicación potencial de la fusión a reactores de potencia y establecer el criterio de Lawson.
3. Aplicar conceptos de fusión a los núcleos.

Cuando dos núcleos ligeros se combinan para formar un núcleo más pesado, el proceso se llama fusión nuclear. Debido a que la masa del núcleo final es menor que la suma de las masas de los núcleos originales, hay una pérdida de masa, acompañada por una liberación de energía. Aunque todavía no se han desarrollado las centrales eléctricas de fusión, se hace un esfuerzo mundial para aprovechar la energía de las reacciones de fusión en el laboratorio.

Fusión en el Sol

Todas las estrellas generan su energía a través de procesos de fusión. Alrededor de 90% de las estrellas, incluido el Sol, fusionan hidrógeno, mientras que algunas estre-

llas más viejas funden helio u otros elementos más pesados. La energía producida por la fusión aumenta la presión dentro de la estrella y evita su colapso debido a la gravedad.

Deben cumplirse dos condiciones antes de que las reacciones de fusión en la estrella puedan sostener sus necesidades energéticas. En primer lugar, la temperatura debe ser suficientemente alta (alrededor de 10^7 K para el hidrógeno) para permitir que la energía cinética de los núcleos de hidrógeno cargados positivamente superen su repulsión de Coulomb mutua cuando chocan. En segundo lugar, la densidad de los núcleos debe ser tan alta para asegurar una elevada tasa de colisiones.

Es interesante observar que un efecto cuántico es la clave de tener la energía del Sol. Las temperaturas dentro de estrellas como el Sol no son suficientemente altas para permitir que los protones colisionen para superar la repulsión de Coulomb. Sin embargo, en cierto porcentaje de colisiones, los núcleos de todos modos superan la barrera, un ejemplo de *tunelamiento cuántico*.

El **ciclo protón-protón** es una serie de tres reacciones nucleares que se cree son las etapas en la liberación de energía en el Sol y otras estrellas ricas en hidrógeno. Una visión general del ciclo protón-protón es que se combinan cuatro protones para formar una partícula alfa y dos positrones, liberando 25 MeV de energía en el proceso.

Los pasos específicos en el ciclo protón-protón son

$$ {}_1^1\mathrm{H} + {}_1^1\mathrm{H} \rightarrow {}_1^2\mathrm{D} + e^+ + \nu $$

(El símbolo ν significa neutrino, carga igual a cero, límite superior de masa = $7\text{eV}/c^2$, (c = velocidad de la luz 3×10^8 m/s), espín 1/2)

y

$$ {}_1^1\mathrm{H} + {}_1^2\mathrm{D} \rightarrow {}_2^3\mathrm{He} + \gamma \qquad [19.3] $$

(γ rayos gamma, ondas electromagnéticas longitudes de onda de 10^{-10} m a menos de 10^{-14} m)

donde D significa deuterio, el isótopo de hidrógeno que tiene un protón y un neutrón en el núcleo. (También se puede escribir como ${}_1^2\mathrm{H}$.). La segunda reacción es seguida de una fusión de hidrógeno-helio o de una fusión helio-helio:

$$ {}_1^1\mathrm{H} + {}_2^3\mathrm{He} \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + e^+ + \nu $$

o

$$ {}_2^3\mathrm{He} + {}_2^3\mathrm{He} \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + 2({}_1^1\mathrm{H}) $$

La energía liberada es transportada principalmente por rayos gamma γ, positrones e^+ y neutrinos ν, como se puede ver en las reacciones. Los rayos gamma ν son absorbidos rápidamente por el gas denso, elevando su temperatura. Los positrones e^+ (partícula parecida en todo al electrón, excepto que tiene una carga $+e$) se combinan con electrones para producir rayos gamma, que a su vez también son absorbidos por el gas en algunos centímetros. Sin embargo, los neutrinos ν, casi nunca interactúan con la materia; Por lo tanto, escapan de la estrella, llevando alrededor del 2% de la energía generada con ellos. Estas reacciones de fusión liberadoras de energía se denominan **reacciones de fusión termonuclear**. La bomba de hidrógeno (fusión), que explotó por primera vez en 1952, es un ejemplo de reacción de fusión termonuclear descontrolada.

Reactores de fusión

APLICACIÓN
Reactores de fusión

En la actualidad se realiza un gran esfuerzo para desarrollar un reactor de potencia de fusión sostenido y controlable. La fusión controlada a menudo se llama fuente de energía final debido a la disponibilidad de agua, su fuente de combustible. Por ejemplo, si el deuterio, el isótopo del hidrógeno que consiste en un protón y un neutrón, se utilizara como combustible, 0.06 g de este se podría extraer de 1 galón de agua con un costo de cerca de cuatro centavos. Por lo tanto, el costo de combustible incluso de un reactor ineficiente sería casi insignificante. Una ventaja adicio-

nal de los reactores de fusión es que se forman relativamente pocos subproductos radiactivos. Como se observa en la ecuación 19.3, el producto final de la fusión de los núcleos de hidrógeno es helio seguro y no radioactivo. Desafortunadamente, un reactor termonuclear que puede proporcionar una potencia neta durante un intervalo de tiempo razonable no es todavía una realidad y se deben resolver muchos problemas antes de construir un dispositivo exitoso.

Las reacciones de fusión que parecen más prometedoras en la construcción de un reactor de potencia de fusión involucran al deuterio (D) y al tritio (T), que son isótopos del hidrógeno. Estas reacciones son

$$\begin{aligned} {}^{2}_{1}\mathrm{D} + {}^{2}_{1}\mathrm{D} &\rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \qquad Q = 3.27\ \mathrm{MeV} \\ {}^{2}_{1}\mathrm{D} + {}^{2}_{1}\mathrm{D} &\rightarrow {}^{3}_{1}\mathrm{T} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \qquad Q = 4.03\ \mathrm{MeV} \end{aligned} \qquad [19.4]$$

y

$${}^{2}_{1}\mathrm{D} + {}^{3}_{1}\mathrm{T} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \qquad Q = 17.59\ \mathrm{MeV}$$

donde los valores Q se refieren a la cantidad de energía liberada por reacción. Como ya se mencionó, el deuterio está disponible en cantidades casi ilimitadas de nuestros lagos y océanos y es muy barato de extraer. Sin embargo, el tritio, es radiactivo ($T_{1/2}$ = 12.3 años) y experimenta decaimiento beta a ^{3}He. Por esta razón, el tritio no se produce naturalmente en gran medida y se debe producir de manera artificial.

El reto fundamental de la potencia de la fusión nuclear es dar a los núcleos energía cinética suficiente para superar la fuerza repulsiva de Coulomb cuando están muy cerca entre sí. Esta etapa se puede lograr calentando el combustible a temperaturas en extremo altas (aproximadamente 10^{8}K, mucho mayores que la temperatura interior del Sol). Estas altas temperaturas no son fáciles de obtener en un laboratorio o en una planta de energía. A estas temperaturas, los átomos son ionizados y el sistema consiste entonces en una colección de electrones y núcleos, comúnmente llamado *plasma*.

Además de los requisitos de alta temperatura, otros dos factores críticos determinan si funcionará o no un reactor termonuclear: la **densidad de iones de plasma** n y el **tiempo de confinamiento de plasma** τ, el tiempo en que los iones que interactúan se mantienen a una temperatura igual o mayor que la requerida para que la reacción continúe. La densidad y el tiempo de confinamiento deben ser suficientemente grandes para asegurar que se liberará más energía de fusión que la que se requiere para calentar el plasma.

◀ Criterios de Lawson

El **criterio de Lawson** establece que una salida de potencia neta en un reactor de fusión es posible en las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} n\tau &\geq 10^{14}\ \mathrm{s/cm^3} \qquad \text{Interacción deuterio-tritio} \\ n\tau &\geq 10^{16}\ \mathrm{s/cm^3} \qquad \text{Interacción deuterio-deuterio} \end{aligned} \qquad [19.5]$$

El problema del tiempo de confinamiento del plasma aún se tiene que resolver. ¿Cómo se puede confinar un plasma a una temperatura de 10^{8} K para tiempos del orden de 1 s? La mayoría de los experimentos de fusión utilizan el confinamiento de campo magnético para contener un plasma. Un dispositivo, llamado **tokamak**, tiene una geometría en forma de rosca (un toroide), como se muestra en la figura 19.4. Este dispositivo utiliza una combinación de dos campos magnéticos para confinar el plasma dentro del toroide. Un fuerte campo magnético es producido por la corriente en los devanados y un campo magnético más débil es producido por la corriente en el toroide. Las líneas de campo magnético resultantes son helicoidales, como se muestra en la figura. En esta configuración, las líneas de campo se enrollan en espiral alrededor del plasma y se evita que toquen las paredes de la cámara de vacío.

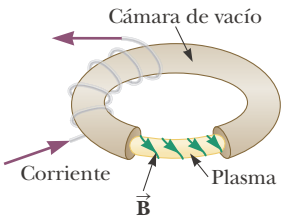


Figura 19.4 Diagrama de un tokamak utilizado en el esquema de confinamiento magnético. El plasma está atrapado dentro de las líneas de campo magnético en espiral como se muestra.

En la fusión por confinamiento inercial, el combustible, típicamente deuterio y tritio, se pone en forma de una pequeña pastilla. De manera directa o indirecta, los láseres potentes entregan energía rápidamente a la pastilla, explotando las capas externas e implosionando el resto de la pastilla, calentándola y comprimiéndola. Se forman ondas de choque y se encuentran en el centro, aumentando de modo consi-

derable la densidad y la presión y causando reacciones de fusión. La energía liberada provoca entonces reacciones de fusión adicionales. La fusión también puede tener lugar en un dispositivo del tamaño de un televisor y de hecho fue inventado por Philo Farnsworth, uno de los pioneros de la televisión electrónica. En este método, denominado confinamiento electrostático inercial, las partículas cargadas positivamente se atraen rápidamente hacia una red de cargada negativa. Algunas de las partículas positivas chocan y se fusionan.

EJEMPLO 19.2 Astro combustible en la Luna

OBJETIVO Calcular la energía liberada en una reacción de fusión.

PROBLEMA Determine la energía liberada en la reacción de helio-3 con deuterio:

$$^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{2}_{1}\mathrm{D} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$$

ESTRATEGIA La energía liberada es la diferencia entre la energía de masa de los reactivos y los productos.

SOLUCIÓN

Sume las masas en el lado izquierdo y reste las masas del lado derecho, obteniendo Δm en unidades de masa atómica (u =):

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{\mathrm{He-3}} + m_{\mathrm{D}} - m_{\mathrm{He-4}} - m_{\mathrm{H}} \\ &= 3.016\,029\ \mathrm{u} + 2.014\,102\ \mathrm{u} - 4.002\,603\ \mathrm{u} - 1.007\,825\ \mathrm{u} \\ &= 0.019\,703\ \mathrm{u}\end{aligned}$$

Convierta la diferencia de masa en una cantidad equivalente de energía en MeV):

$$E = (0.019\,703\ \mathrm{u})\left(\frac{931.5\ \mathrm{MeV}}{1\ \mathrm{u}}\right) = \boxed{18.35\ \mathrm{MeV}}$$

COMENTARIOS El resultado es una gran cantidad de energía por reacción. El helio-3 es raro en la Tierra, pero abundante en la Luna, donde se ha quedado atrapado en el polvo fino de la tierra lunar. El helio-3 tiene la ventaja de producir más protones que neutrones (algunos neutrones todavía se producen por reacciones secundarias, como D-D), pero tiene la desventaja de una temperatura de ignición más alta. Si las plantas de energía de fusión que utilizan helio-3 se hicieran realidad, los estudios indican que sería ventajoso desde el punto de vista económico extraer el helio-3 robóticamente y devolverlo a la Tierra. ¡El rendimiento energético por dólar sería mucho mayor que la minería de carbón o la perforación petrolera!

PREGUNTA 19.2 ¿Cuánta energía, en joules, se podría obtener de un número de Avogadro de las reacciones de fusión de helio-3-deuterio?

EJERCICIO 19.2 Determine el rendimiento energético en la fusión de dos núcleos de helio-3:

$$^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2({}^{1}_{1}\mathrm{H})$$

RESPUESTA 12.88 MeV

RESUMEN

19.1 Fisión nuclear

En la **fisión nuclear**, la masa total de los productos es siempre menor que la masa original de los reactivos. La fisión nuclear ocurre cuando un núcleo pesado se divide, o fisiona, en dos núcleos más pequeños. La masa perdida se transforma en energía, radiación electromagnética, y la energía cinética de las partículas hija.

Un **reactor nuclear** es un sistema diseñado para mantener una reacción en cadena autosostenida. Los reactores nucleares que utilizan eventos de fisión controlada se usan actualmente para generar energía eléctrica. Un parámetro útil para describir el nivel de funcionamiento del reactor es la constante de reproducción K, que es el número medio de neutrones de cada evento de fisión que causará otro evento. Se logra una reacción autosostenida cuando $K = 1$.

19.2 Fusión nuclear

En la fusión nuclear dos núcleos ligeros se combinan para formar un núcleo más pesado. Este tipo de reacción nuclear ocurre en el Sol, asistido por un proceso de túnel cuántico que ayuda a las partículas a atravesar la barrera de Coulomb.

Los eventos de fusión controlada ofrecen la esperanza de abundantes suministros de energía en el futuro. El reac-

tor de fusión nuclear es considerado por muchos científicos como la fuente de energía definitiva porque su combustible es el agua. El **criterio de Lawson** establece que un reactor de fusión proporcionará una potencia de salida neta si el producto de la densidad de iones de plasma n y el tiempo de confinamiento de plasma cumple las siguientes relaciones:

$$n\tau \geq 10^{14}\ \text{s/cm}^3 \quad \text{Interacción deuterio-tritio}$$
$$n\tau \geq 10^{16}\ \text{s/cm}^3 \quad \text{Interacción deuterio-deuterio} \qquad [30.5]$$

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de física** La primera prueba de bomba atómica liberó una cantidad de energía equivalente a aproximadamente 17 kilotones de TNT. Determine a) la energía en joules liberada por la explosión y b) la masa convertida en energía durante este evento. *Nota:* una tonelada de TNT tiene un equivalente en energía de 4.18×10^9 J.
2. El mineral de uranio natural contiene aproximadamente 0.720% del isótopo fisionable de uranio-235. Suponga que una muestra de mineral de uranio contiene 2.50×10^{28} núcleos de uranio. Determine el número de núcleos de uranio-235 en la muestra. (Véase la sección 19.1.)
3. Un evento típico de fisión de uranio-235 libera 208 MeV de energía. Determine a) la energía liberada por evento en joules y b) el cambio de masa durante el evento. (Véase la sección 19.1.)
4. El ciclo protón-protón responsable de la salida de potencia de 3.84×10^{26} W del Sol produce unos 26.7 MeV de energía por cada cuatro protones que se fusionan en un núcleo de helio. Determine a) la energía en joules liberada durante cada reacción de fusión del ciclo protón-protón, b) el número de ciclos protón-protón que ocurren por segundo en el Sol y c) la reducción en la masa del Sol cada uno segundo debido a esta liberación de energía. (Véase la sección 19.2.)
5. Suponga que un reactor de fusión de deuterio-deuterio está diseñado para tener un tiempo de confinamiento de plasma de 1.50 s. Determine la densidad mínima de iones requerida para obtener una potencia neta de salida del reactor. (Véase la sección 19.2.)

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. ¿Qué factores hacen que una reacción de fusión sea difícil de lograr?
2. ¿Por qué un reactor de fusión produciría menos desechos radiactivos que un reactor de fisión?

PROBLEMAS

Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante

1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos
GP denota problemas guiados
M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign
Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual
S denota un problema de razonamiento simbólico
W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

19.1 Fisión nuclear

1. M Si la energía promedio liberada en un evento de fisión es 208 MeV, encuentre el número total de eventos de fisión requeridos para que esté encendido un foco de 100 W durante 1.0 h.
2. W Encuentre la energía liberada en la reacción de fisión

$$n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{98}_{40}Zr + {}^{135}_{52}Te + 3n$$

Las masas atómicas de los productos de fisión son 97.9120 u para ${}^{98}_{40}Zr$ y 134.908 7 u para ${}^{135}_{52}Te$.

3. Determine la energía liberada en la reacción de fisión

$${}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{88}_{38}Sr + {}^{136}_{54}Xe + 12\,{}^{1}_{0}n$$

4. Según una estimación, la primera bomba atómica liberó una energía equivalente a 20 kilotones de TNT. Si 1 tonelada de TNT libera alrededor de 4.0×10^9 J,

¿cuánto uranio se perdió por fisión en esta bomba? (Suponga 208 MeV liberado por fisión.)

5. M Suponga que el suelo ordinario contiene uranio natural en cantidades de 1 parte por millón en masa. a) ¿Cuánto uranio está en el primer 1.00 m de suelo en un terreno de 1 un acre (43 560 pies^2) de terreno, suponiendo que la gravedad específica del suelo es de 4.00? b) ¿Cuánto del isótopo ^{235}U, apropiado para el combustible del reactor nuclear, está en este suelo? *Sugerencia*: véase el Apéndice B para el porcentaje de abundancia de $^{235}_{92}$U.

6. W Una planta típica de fisión nuclear produce cerca de 1.00 GW de energía eléctrica. Suponga que la planta tiene una eficiencia total de 40.0% y cada fisión produce 200 MeV de energía térmica. Calcule la masa de ^{235}U consumida cada día.

7. Con el fin de minimizar las fugas de neutrones procedentes de un reactor, el cociente de la superficie entre el volumen debe ser lo más pequeño posible. Suponga que una esfera de radio a y un cubo tienen el mismo volumen. Encuentre el cociente superficie-volumen para a) la esfera y b) el cubo. c) ¿Cuál de estas formas de reactor tendría la mínima fuga?

8. GP Según una estimación, hay 4.4×10^6 toneladas métricas de reservas mundiales de uranio extraíbles a \$130/kg o menos. Aproximadamente 0.7% del uranio natural del isótopo ^{235}U es fisionable. a) Calcule la masa de ^{235}U en esta reserva en gramos. b) Encuentre el número de moles de ^{235}U y convierta a un número de átomos. c) Suponiendo que se obtiene 208 MeV de cada reacción y toda esta energía es capturada, calcule la energía total que se puede extraer de la reserva en joules. d) Si se supone que el consumo mundial de energía será constante en 1.5×10^{13} J/s, ¿cuántos años podrían las reservas de uranio cubrir todas las necesidades energéticas mundiales utilizando reactores convencionales que no generen combustible nuclear? e) ¿Qué conclusiones se pueden sacar?

9. M Un hogar totalmente eléctrico utiliza aproximadamente 2 000 kWh de energía eléctrica al mes. ¿Cuánto uranio-235 se requeriría para proveer a esta casa con sus necesidades de energía por un año? Suponga una eficiencia de conversión del 100% y 208 MeV liberados por fisión.

10. Q|C El agua de mar contiene 3 mg de uranio por metro cúbico. a) Dado que la profundidad media del océano es de unos 4 km y que el agua cubre dos tercios de la superficie terrestre, estime la cantidad de uranio disuelto en el océano. b) Estime cuánto tiempo este uranio podría satisfacer las necesidades energéticas del mundo con el uso actual de 1.5×10^{13} J/s. c) ¿De dónde proviene el uranio disuelto? ¿Es una fuente de energía renovable? ¿Puede el uranio del océano satisfacer nuestras necesidades energéticas? Discutir. *Nota*: los reactores reproductores aumentan la eficiencia del uso de combustible nuclear en aproximadamente dos órdenes de magnitud.

19.2 Fusión nuclear

11. Cuando una estrella ha agotado su combustible de hidrógeno, puede fundir otros combustibles nucleares. A temperaturas superiores a 1.0×10^8 K, puede producirse una fusión de helio. Escriba las ecuaciones para los siguientes procesos. a) Dos partículas alfa se fusionan para producir un núcleo A y un rayo gamma. ¿Qué es el núcleo A? b) El núcleo A absorbe una partícula alfa para producir un núcleo B y un rayo gamma. ¿Qué es el núcleo B? c) Hallar la energía total liberada en las reacciones dadas en los incisos a) y b). *Nota:* la masa de $^8_4$Be = 8.005 305 u.

12. W Encuentre la energía liberada en la reacción de fusión

$$^1_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + \gamma$$

13. Encuentre la energía liberada en la reacción de fusión

$$^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_1\text{H} + {}^1_1\text{H}$$

14. GP Otra serie de reacciones nucleares que pueden producir energía en el interior de las estrellas es el ciclo que se describe a continuación. Este ciclo es más eficiente cuando la temperatura central en una estrella es superior a 1.6×10^7 K. Debido a que la temperatura en el centro del Sol es solo de 1.5×10^7 K, el siguiente ciclo produce menos de 10% de la energía del Sol. a) Un protón de alta energía es absorbido por ^{12}C. Otro núcleo, A, se produce en la reacción, junto con un rayo gamma. Identifique el núcleo A. b) El núcleo A decae a través de la emisión de positrones para formar el núcleo B. Identifique el núcleo B. c) El núcleo B absorbe un protón para producir el núcleo C y un rayo gamma. Identifique el núcleo C. d) El núcleo C absorbe un protón para producir el núcleo D y un rayo gamma. Identifique el núcleo D. e) El núcleo D decae mediante la emisión de positrones para producir el núcleo E. Identifique el núcleo E. f) El núcleo E absorbe un protón para producir el núcleo F más una partícula alfa. ¿Qué es el núcleo F? *Nota*: si el núcleo F no es ^{12}C, es decir, el núcleo con el que comenzó, ha cometido un error y debe revisar la secuencia de eventos.

15. Q|C Una reacción que se ha considerado como una fuente de energía es la absorción de un protón por un núcleo de boro-11 para producir tres partículas alfa

$$^1_1\text{H} + {}^{11}_5\text{B} \rightarrow 3({}^4_2\text{He})$$

Esta reacción es una posibilidad atractiva porque el boro se obtiene fácilmente de la corteza terrestre. Una desventaja es que los protones y los núcleos de boro deben tener grandes energías cinéticas para que tenga lugar la reacción. Este requisito contrasta con la iniciación de la fisión de uranio por neutrones lentos. a) ¿Cuánta energía se libera en cada reacción? b) ¿Por qué deben las partículas reactivas tener altas energías cinéticas?

Problemas adicionales

16. Determine la energía liberada en la reacción de fusión

$$^1_1\text{H} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + \text{e}^+ + \nu$$

17. Q|C La reacción de fusión ${}_1^2\mathrm{D} + {}_1^2\mathrm{D} \rightarrow {}_2^3\mathrm{He} + {}_0^1\mathrm{n}$ libera 3.27 MeV de energía. Si un reactor de fusión opera estrictamente sobre la base de esta reacción, a) ¿cuánta energía podría producir al reaccionar completamente 1 kg de deuterio? b) A ocho centavos por kilowatt-hora, ¿cuánto valdría la energía producida? c) El agua pesada (D_2O) cuesta alrededor de 300 dólares por kilogramo. Si se desprecia el costo de separar el deuterio del oxígeno a través de la electrólisis, ¿cuánto cuesta 1 kg de deuterio, si proviene de D_2O? d) ¿Sería rentable utilizar el deuterio como fuente de energía? Discuta, suponiendo que el costo de la producción de energía es nueve décimas del valor de la energía producida.

18. a) Demuestre que alrededor de 1.0×10^{10} J sería liberado por la fusión de los deuterones en 1.0 gal de agua. Obsérvese que 1 de cada 6500 átomos de hidrógeno es un deuterón. b) La tasa promedio de consumo de energía de una persona que vive en Estados Unidos es de aproximadamente 1.0×10^4 J/s (una potencia media de 10 kW). A este ritmo, ¿cuánto tiempo las necesidades energéticas de una persona serían suministradas por la fusión de los deuterones en 1.0 gal de agua? Suponga que la energía liberada por deuterón es 1.64 MeV.

19. Los océanos tienen un volumen de 317 millones de millas cúbicas y contienen 1.32×10^{21} kg de agua. De todos los núcleos de hidrógeno en esta agua, 0.0156 % son deuterio. a) Si todos estos núcleos de deuterio se fusionan con helio a través de la primera reacción en la ecuación 19.4, determine la cantidad total de energía que podría liberarse. b) El consumo de energía eléctrica en el mundo actual es de aproximadamente 7.00×10^{12} W. Si el consumo era 100 veces mayor, ¿cuántos años duraría el suministro de energía calculado en a)?

A.1 Notación matemática

En este libro se utilizan muchos símbolos matemáticos, que se describen a continuación, con ejemplos que ilustran su uso.

Signo igual: =

El símbolo = denota la igualdad matemática de dos cantidades. En física, también se forma una expresión que relaciona diferentes conceptos físicos. Un ejemplo es la ecuación $E = mc^2$. Esta famosa ecuación indica que una masa dada m, *medida en kilogramos*, es equivalente a cierta cantidad de energía, E, *medida en joules*. El cuadrado de la velocidad de la luz, c^2, se puede considerar una constante de proporcionalidad, que se necesita ya que las unidades elegidas para las cantidades dadas son arbitrarias, y se basan en circunstancias históricas.

Proporcionalidad: ∝

El símbolo ∝ denota una proporcionalidad. Este símbolo se puede usar cuando el enfoque se centra en las relaciones y no en una igualdad matemática exacta. Por ejemplo, se podría escribir $E \propto m$, que se lee: "la energía E asociada con un objeto es proporcional a la masa m del objeto". Otro ejemplo se encuentra en la energía cinética, que es la energía asociada con el movimiento de un objeto, definida como $EC = \frac{1}{2}mv^2$, donde m de nuevo es la masa y v es la velocidad. En esta expresión, tanto m como v son variables. De aquí que la energía cinética EC sea proporcional a m, $EC \propto m$, y al mismo tiempo EC sea proporcional a la velocidad al cuadrado, $EC \propto v^2$. Otro término que se usa aquí es "directamente proporcional". La densidad ρ de un objeto está relacionada con su masa y su volumen por $\rho = m/V$. En consecuencia, se dice que la densidad es directamente proporcional a la masa e inversamente proporcional al volumen.

Desigualdades

El símbolo < significa "es menor que", y > significa "es mayor que". Por ejemplo, $\rho_{Fe} > \rho_{Al}$ significa que la densidad del hierro, ρ_{Fe}, es mayor que la densidad del aluminio, ρ_{Al}. Si hay una barra abajo del símbolo, es posible que se indique una igualdad: ≤ significa "menor que o igual que", en tanto que ≥ significa "mayor que o igual que". Por ejemplo, cualquier velocidad v de una partícula es menor que o igual que la velocidad de la luz, c: $v \leq c$.

En ocasiones el tamaño de una cantidad dada difiere en gran medida del tamaño de otra cantidad. Y un simple signo de desigualdad no representa grandes diferencias. En esos casos, el símbolo << significa "es mucho menor que" y >> significa "es mucho mayor que". La masa del Sol, M_{Sol}, es mucho mayor que la masa de la Tierra, M_T: $M_{Sol} >> M_T$. La masa de un electrón, m_e, es mucho menor que la masa de un protón, m_p: $m_e << m_p$.

Aproximadamente igual: ≈

El símbolo ≈ indica que dos cantidades son aproximadamente iguales entre sí. La masa de un protón, m_p, es aproximadamente igual a la masa de un neutrón, m_n. Esta relación se puede escribir $m_p \approx m_n$.

Equivalencia: ≡

El símbolo ≡ significa "se define como", y es una afirmación diferente que un simple =. Significa que la cantidad a la izquierda, que suele ser una sola cantidad, es

otra forma de expresar la cantidad o las cantidades a la derecha. La cantidad de movimiento clásica de un objeto, p, se define como la masa del objeto m por su velocidad v, de aquí que $p \equiv mv$. Debido a que esta equivalencia es por definición, no hay posibilidades de que p sea igual a alguna otra cosa. Compare este caso con el de la expresión para la velocidad v de un objeto en aceleración constante, que es $v = at + v_0$. Esta ecuación nunca se escribiría con un signo de equivalencia dado que v en este contexto no es una cantidad definida; más bien es una igualdad que solo es válida bajo la suposición de aceleración constante. Sin embargo, la expresión para la cantidad de movimiento clásica siempre es cierta por definición, de modo que sería apropiado escribir $p \equiv mv$ la primera vez que se presente el concepto. Después de la introducción de un término, por lo general es suficiente un signo igual ordinario.

Diferencias: Δ

La letra griega Δ (delta mayúscula) es el símbolo que se usa para indicar la diferencia en una cantidad física medida, por lo general en dos momentos diferentes. El mejor ejemplo es un desplazamiento a lo largo del eje x, indicado por Δx (se lee "delta x"). Observe que Δx no significa "el producto de Δ por x". Suponga que una persona que sale a un paseo matinal empieza a medir su distancia desde su casa cuando está a 10 m de la puerta. Luego continúa a lo largo de una trayectoria en línea recta y se detiene a 50 m de la puerta. Su cambio en posición durante el paseo es $\Delta x = 50\text{ m} - 10\text{ m} = 40\text{ m}$. En forma simbólica, ese desplazamiento se puede escribir así

$$\Delta x = x_f - x_i$$

En esta ecuación, x_f es la posición final y x_i es la posición inicial. Existen numerosos ejemplos de diferencias en física, como la diferencia (o cambio) en la cantidad de movimiento, $\Delta p = p_f - p_i$; el cambio en energía cinética, $\Delta EC = EC_f - EC_i$ y el cambio en temperatura, $\Delta T = T_f - T_i$.

Sumatoria: Σ

En física con frecuencia hay contextos en los cuales es necesario sumar varias cantidades. Una abreviación útil para representar una suma es con la letra griega Σ (sigma mayúscula). Suponga que se quiere sumar un conjunto de cinco números representados por x_1, x_2, x_3, x_4 y x_5. En una notación abreviada, la suma se escribiría como

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = \sum_{i=1}^{5} x_i$$

donde el subíndice i en la x representa cualquiera de los números en el conjunto. Por ejemplo, si hay cinco masas en un sistema, m_1, m_2, m_3, m_4 y m_5, la masa total del sistema $M = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5$ podría expresarse como

$$M = \sum_{i=1}^{5} m_i$$

En tanto que la coordenada x del centro de masa de las cinco masas, se podría escribir así

$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{5} m_i x_i}{M}$$

con expresiones similares para las coordenadas x y y del centro de masa.

Valor absoluto: | |

La magnitud de una cantidad x, escrita $|x|$, es simplemente el valor absoluto de esa cantidad. El signo de $|x|$ siempre es positivo, sin importar el signo de x. Por ejemplo, si $x = -5$, entonces $|x| = 5$; si $x = 8$, entonces $|x| = 8$. En física este signo es útil

cuando la magnitud de una cantidad es más importante que cualquier dirección que un signo pudiera implicar.

A.2 Notación científica

En ciencias, muchas cantidades tienen valores muy grandes o muy pequeños. La velocidad de la luz es de unos 300 000 000 m/s y la tinta necesaria para hacer el punto de una letra *i* en este libro tiene una masa de 0.000 000 001 kg. Es muy incómodo leer, escribir y dar seguimiento a esos números dado que se tienen que contar los lugares decimales y debido a que un número con un dígito significativo puede requerir una gran cantidad de ceros. La notación científica es una forma de representar estos números sin tener que escribir muchos ceros, los cuales en general se usan solo para establecer la magnitud del número, no su precisión. La clave es utilizar potencias de 10. Las potencias no negativas de 10 son

$$10^0 = 1$$
$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$
$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$$
$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$$

y así sucesivamente. El número de lugares decimales que siguen al primer dígito en el número y a la izquierda del punto decimal corresponden a la potencia a la cual se eleva 10, que se denomina **exponente** de 10. La velocidad de la luz, 300 000 000 m/s, se puede expresar entonces como 3×10^8 m/s. Observe que hay ocho lugares decimales a la derecha del dígito significativo, 3, y a la izquierda de donde se colocaría el punto decimal. Algunos números representativos menores que 1 son

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$$
$$10^{-2} = \frac{1}{10 \times 10} = 0.01$$
$$10^{-3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = 0.001$$
$$10^{-4} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = 0.000\,1$$
$$10^{-5} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 0.000\,01$$

En estos casos, el número de lugares decimales a la derecha del punto decimal solo hasta el primer dígito diferente de cero e incluyéndolo es igual al valor del exponente (no negativo).

Se dice que los números que se expresan en alguna potencia de 10 multiplicados por otro número entre 1 y 10 están en **notación científica**. Por ejemplo, la constante de Coulomb, que está asociada con fuerzas eléctricas, está dada por 8 987 551 789 $N \cdot m^2/C^2$ y se escribe en notación científica como $8.987\,551\,789 \times 10^9$ $N \cdot m^2/C^2$. La constante de la gravitación de Newton está dada por 0.000 000 000 066 731 $N \cdot m^2/kg^2$, escrita en notación científica como $6.673\,1 \times 10^{-11}$ $N \cdot m^2/kg^2$.

Cuando se multiplican números expresados en notación científica, la regla general siguiente es muy útil:

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m} \qquad \text{[A.1]}$$

donde n y m pueden ser cualesquiera números (no necesariamente enteros). Por ejemplo, $10^2 \times 10^5 = 10^7$. La regla también se aplica si uno de los exponentes es negativo: $10^3 \times 10^{-8} = 10^{-5}$.

Al dividir números expresados en notación científica, observe que

$$\frac{10^n}{10^m} = 10^n \times 10^{-m} = 10^{n-m} \qquad [A.2]$$

Ejercicios

Con ayuda de las reglas anteriores, verifique las respuestas siguientes:

1. $86\,400 = 8.64 \times 10^4$
2. $9\,816\,762.5 = 9.816\,762\,5 \times 10^6$
3. $0.000\,000\,039\,8 = 3.98 \times 10^{-8}$
4. $(4 \times 10^8)(9 \times 10^9) = 3.6 \times 10^{18}$
5. $(3 \times 10^7)(6 \times 10^{-12}) = 1.8 \times 10^{-4}$
6. $\dfrac{75 \times 10^{-11}}{5 \times 10^{-3}} = 1.5 \times 10^{-7}$
7. $\dfrac{(3 \times 10^6)(8 \times 10^{-2})}{(2 \times 10^{17})(6 \times 10^5)} = 2 \times 10^{-18}$

A.3 Álgebra

A. Algunas reglas básicas

Cuando se realizan operaciones algebraicas se aplican las leyes de la aritmética. Es común que los símbolos como x, y y z se usen para representar cantidades que no se especifican y que se denominan **incógnitas**.

Primero, considere la ecuación

$$8x = 32$$

Si se quiere conocer el valor de x, se puede dividir (o multiplicar) cada lado de la ecuación por el mismo factor sin anular la igualdad. En este caso, si se dividen los dos lados entre 8, se tiene

$$\frac{8x}{8} = \frac{32}{8}$$

$$x = 4$$

Luego considere la ecuación

$$x + 2 = 8$$

En este tipo de expresión, se puede sumar o restar la misma cantidad a cada lado. Si se resta 2 a cada lado, se obtiene

$$x + 2 - 2 = 8 - 2$$

$$x = 6$$

En general, si $x + a = b$, entonces $x = b - a$.

Ahora considere la ecuaciónn

$$\frac{x}{5} = 9$$

Si se multiplica cada lado por 5, solo queda x en el lado izquierdo y 45 en el derecho:

$$\left(\frac{x}{5}\right)(5) = 9 \times 5$$

$$x = 45$$

En todos los casos, **cualquier operación que se realice en el lado izquierdo de la igualdad también se debe efectuar en el lado derecho**.

Al multiplicar, dividir, sumar y restar fracciones es útil recordar las reglas siguientes, donde a, b y c son tres números:

	Regla	Ejemplo
Multiplicación	$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$	$\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{8}{15}$
División	$\frac{(a/b)}{(c/d)} = \frac{ad}{bc}$	$\frac{2/3}{4/5} = \frac{(2)(5)}{(4)(3)} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$
Suma	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$	$\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{(2)(5) - (4)(3)}{(3)(5)} = -\frac{2}{15}$

En física, con frecuencia, se requiere manejar expresiones simbólicas de manera algebraica, un proceso que para la mayoría de los estudiantes es poco familiar. Sin embargo, es muy importante ya que al sustituir números demasiado pronto en una ecuación a menudo puede opacar su significado. Los dos ejemplos siguientes ilustran cómo se realizan estos tipos de manipulaciones algebraicas.

EJEMPLO

Una pelota se deja caer desde la parte superior de un edificio de 50.0 m de altura. ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en caer hasta una altura de 25.0 m?

SOLUCIÓN Primero, escriba la ecuación general de balística para esta situación:

$$x = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

En este caso, $a = -9.80\ \text{m/s}^2$ es la aceleración de la gravedad que ocasiona que la pelota caiga, $v_0 = 0$ es la velocidad inicial y $x_0 = 50.0$ m es la posición inicial. Sustituya solo la velocidad inicial, $v_0 = 0$, obteniendo la ecuación siguiente:

$$x = \tfrac{1}{2}at^2 + x_0$$

En esta ecuación se debe despejar t. Reste x_0 en los dos lados:

$$x - x_0 = \tfrac{1}{2}at^2 + x_0 - x_0 = \tfrac{1}{2}at^2$$

Multiplique los dos lados por $2/a$:

$$\left(\frac{2}{a}\right)(x - x_0) = \left(\frac{2}{a}\right)\tfrac{1}{2}at^2 = t^2$$

Se acostumbra tener el valor deseado a la izquierda, por lo que cambie de lugar la ecuación y aplique la raíz cuadrada en los dos lados:

$$t = \pm\sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)(x - x_0)}$$

Solo la raíz cuadrada positiva tiene sentido. Ahora se pueden sustituir los valores para obtener la respuesta final.

EJEMPLO

Un bloque de masa m se desliza sobre una superficie sin fricción en la dirección x positiva, luego se encuentra con una zona rugosa que tiene un coeficiente de fricción μ_k. Si la zona rugosa tiene una longitud Δx, encuentre la velocidad del bloque después de salir de la zona rugosa.

SOLUCIÓN Usando el teorema del trabajo y de la energía, se tiene

$$\tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0{}^2 = -\mu_k mg\,\Delta x$$

Sume $\frac{1}{2}mv_0{}^2$ en los dos lados:

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}mv_0{}^2 - \mu_k mg\,\Delta x$$

(*Continúa*)

Multiplique los dos lados por $2/m$:

$$v^2 = v_0^2 - 2\mu_k g\,\Delta x$$

Por último, se aplica la raíz cuadrada en los dos lados. Dado que el bloque se desliza en la dirección x positiva, se selecciona la raíz cuadrada positiva.

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2\mu_k g\,\Delta x}$$

Ejercicios

En los ejercicios 1-4, despeje x:

	Respuestas
1. $a = \dfrac{1}{1 + x}$	$x = \dfrac{1 - a}{a}$
2. $3x - 5 = 13$	$x = 6$
3. $ax - 5 = bx + 2$	$x = \dfrac{7}{a - b}$
4. $\dfrac{5}{2x + 6} = \dfrac{3}{4x + 8}$	$x = -\dfrac{11}{7}$

5. Despeje v_1 de la ecuación siguiente:

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Respuesta: $v_1 = \pm\sqrt{\dfrac{2}{\rho}(P_2 - P_1) + v_2^2}$

B. Potencias

Cuando se multiplican las potencias de una cantidad x, se aplica la regla siguiente:

$$x^n x^m = x^{n+m} \qquad \text{[A.3]}$$

Por ejemplo, $x^2x^4 = x^{2+4} = x^6$.

Al dividir las potencias de una cantidad dada, la regla es

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m} \qquad \text{[A.4]}$$

Por ejemplo, $x^8/x^2 = x^{8-2} = x^6$.

Una potencia que es una fracción, como $\frac{1}{3}$, corresponde a una raíz como se indica:

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x} \qquad \text{[A.5]}$$

Por ejemplo, $4^{1/3} = \sqrt[3]{4} = 1.587\,4$. (Una calculadora científica es útil para realizar esos cálculos.)

Por último, cualquier cantidad x^n elevada a la *em*ésima potencia es

$$(x^n)^m = x^{nm} \qquad \text{[A.6]}$$

En la tabla A.1 se resumen las reglas de los exponentes.

Tabla A.1 Reglas de los exponentes

$x^0 = 1$
$x^1 = x$
$x^n x^m = x^{n+m}$
$x^n/x^m = x^{n-m}$
$x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$
$(x^n)^m = x^{nm}$

Ejercicios

Verifique lo siguiente:

1. $3^2 \times 3^3 = 243$
2. $x^5x^{-8} = x^{-3}$
3. $x^{10}/x^{-5} = x^{15}$
4. $5^{1/3} = 1.709\,975$ (Utilice su calculadora)
5. $60^{1/4} = 2.783\,158$ (Utilice su calculadora)
6. $(x^4)^3 = x^{12}$

C. Factorización

Las siguientes son algunas fórmulas útiles para factorizar una ecuación:

$$ax + ay + az = a(x + y + z) \qquad \text{factor común}$$
$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \qquad \text{cuadrado perfecto}$$
$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \qquad \text{diferencia de cuadrados}$$

D. Ecuaciones cuadráticas

La forma general de una ecuación cuadrática es

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad \text{[A.7]}$$

donde x es la cantidad desconocida y a, b y c son valores numéricos a los que se hace referencia como coeficientes de la ecuación. Esa ecuación tiene dos raíces, dadas por

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad \text{[A.8]}$$

Si $b^2 - 4ac > 0$, las raíces son reales.

EJEMPLO

La ecuación $x^2 + 5x + 4 = 0$ tiene las raíces siguientes que corresponden a los dos signos del término elevado al cuadrado:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - (4)(1)(4)}}{2(1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 3}{2} = -1 \qquad x_2 = \frac{-5 - 3}{2} = -4$$

donde x_1 se refiere a la raíz que corresponde al signo positivo y x_2 a la raíz que corresponde al signo negativo.

EJEMPLO

Una pelota se proyecta hacia arriba a 16.0 m/s. Use la fórmula cuadrática para determinar el tiempo necesario para que alcance una altura de 8.00 m arriba del punto de lanzamiento.

SOLUCIÓN Del análisis de balística en el capítulo 2, se puede escribir

$$\textbf{1)} \quad x = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

La aceleración se debe a la gravedad, dado que $a = -9.80$ m/s^2, la velocidad inicial es $v_0 = 16.0$ m/s y la posición inicial es el punto de liberación, tomado como $x_0 = 0$. Sustituya estos valores en la ecuación 1) y establezca $x = 8.00$ m, llegando a

$$x = -4.90t^2 + 16.00t = 8.00$$

donde las unidades se han suprimido por claridad matemática. Reacomode esta expresión en la forma estándar de la ecuación A.7:

$$-4.90t^2 + 16.00t - 8.00 = 0$$

La ecuación es cuadrática en el tiempo, t. Se tiene $a = -4.9$, $b = 16$ y $c = -8.00$. Sustituya estos valores en la ecuación A.8:

$$t = \frac{-16.0 \pm \sqrt{16^2 - 4(-4.90)(-8.00)}}{2(-4.90)} = \frac{-16.0 \pm \sqrt{99.2}}{-9.80}$$

$$= 1.63 \mp \frac{\sqrt{99.2}}{9.80} = 0.614 \text{ s}, 2.65 \text{ s}$$

En este caso las dos soluciones son válidas, una corresponde a llegar al punto de interés en su viaje de ida y la otra a llegar a este en el viaje de regreso.

Ejercicios

Resuelva las ecuaciones cuadráticas siguientes:

	Respuestas	
1. $x^2 + 2x - 3 = 0$	$x_1 = 1$	$x_2 = -3$
2. $2x^2 - 5x + 2 = 0$	$x_1 = 2$	$x_2 = \frac{1}{2}$
3. $2x^2 - 4x - 9 = 0$	$x_1 = 1 + \sqrt{22}/2$	$x_2 = 1 - \sqrt{22}/2$

4. Repita el ejemplo de balística para una altura de 10.0 m arriba del punto de lanzamiento. Respuesta: $t_1 = 0.842$ s $\quad t_2 = 2.42$ s

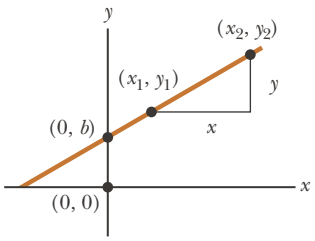


Figura A.1

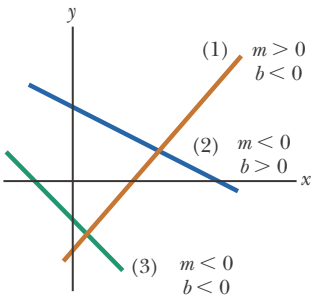


Figura A.2

E. Ecuaciones lineales

Una ecuación lineal tiene la forma general

$$y = mx + b \qquad \textbf{[A.9]}$$

donde m y b son constantes. Esta clase de ecuación se denomina lineal debido a que la gráfica de y en función de x es una línea recta, como se muestra en la figura A.1. La constante b, denominada intersección y, representa el valor de y en el cual la línea recta interseca el eje y. La constante m es igual a la pendiente de la línea recta. Si cualesquiera dos puntos en la línea recta se especifican por las coordenadas (x_1, y_1) y (x_2, y_2), como en la figura A.1, la pendiente de la línea recta se puede expresar como

$$\text{Pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad \textbf{[A.10]}$$

Observe que m y b pueden tener valores positivos o negativos. Si $m > 0$, la línea recta tiene una pendiente positiva, como en la figura A.1. Si $m < 0$, la línea recta tiene una pendiente negativa. En la figura A.1, m y b son positivas. En la figura A.2 se muestran otras tres situaciones posibles.

EJEMPLO

Suponga que la resistencia eléctrica de un alambre de metal es de 5.00 Ω, a una temperatura de 20.0°C y de 6.14Ω a 80.0°C. Suponiendo que la resistencia cambia linealmente, ¿cuál es la resistencia del alambre a 60.0°C?

SOLUCIÓN Encuentre la ecuación de la recta que describe la resistencia R y luego sustituya la nueva temperatura en ella. Dos puntos en la gráfica de la resistencia en función de la temperatura, (20.0°C, 5.00 Ω) y (80.0°C, 6.14 Ω), permiten calcular la pendiente:

$$\textbf{1)} \quad m = \frac{\Delta R}{\Delta T} = \frac{6.14\ \Omega - 5.00\ \Omega}{80.0°\text{C} - 20.0°\text{C}} = 1.90 \times 10^{-2}\ \Omega/°\text{C}$$

Ahora use la formulación punto-pendiente de una recta, con esta pendiente y (20.0°C, 5.00 Ω):

$$\textbf{2)} \quad R - R_0 = m(T - T_0)$$

$$\textbf{3)} \quad R - 5.00\ \Omega = (1.90 \times 10^{-2}\ \Omega/°\text{C})(T - 20.0°\text{C})$$

Por último, sustituya $T = 60.0°$C en la ecuación 3) y despeje R, obteniendo $R = 5.76\ \Omega$.

Ejercicios

1. Trace las gráficas de las líneas rectas siguientes:
a) $y = 5x + 3$ **b)** $y = -2x + 4$ **c)** $y = -3x - 6$

2. Encuentre las pendientes de las líneas rectas descritas en el ejercicio 1.
Respuestas: (a) 5 **(b)** −2 **(c)** −3

3. Encuentre las pendientes de las líneas rectas que pasan a través de los conjuntos de puntos siguientes: **a)** (0, −4) y (4, 2) **b)** (0, 0) y (2, −5) **c)** (−5, 2) y (4, −2)
Respuesta: a) 3/2 **b)** −5/2 **c)** −4/9

4. Suponga que en un experimento se miden los desplazamientos siguientes (en metros), a partir del equilibrio de un resorte vertical al colocarle pesas (en newtons): (0.025 m, 22.0 N), (0.075 m, 66.00 N). Encuentre la constante del resorte, que es la pendiente de la línea en la gráfica del peso en función del desplazamiento.
Respuesta: 880 N/m

F. Solución de ecuaciones lineales simultáneas

Considere la ecuación $3x + 5y = 15$, la cual tiene dos incógnitas, x y y. Una ecuación de ese tipo no tiene una solución única. Por ejemplo, observe que ($x = 0$, $y = 3$), ($x = 5$, $y = 0$) y ($x = 2$, $y = 9/5$) son soluciones de esta ecuación.

Si un problema tiene dos incógnitas se puede obtener una solución única solo si se tienen dos ecuaciones. En general, si un problema tiene n incógnitas, su solución requiere n ecuaciones. Para resolver dos ecuaciones simultáneas que comprenden dos incógnitas, x y y, se resuelve una de las ecuaciones para x en términos de y y se sustituye esta expresión en la otra ecuación.

EJEMPLO

Resuelva las ecuaciones simultáneas siguientes:

$$\textbf{1)}\quad 5x + y = -8 \qquad \textbf{2)}\quad 2x - 2y = 4$$

SOLUCIÓN De la ecuación 2), se obtiene que $x = y + 2$. Al sustituir este valor en la ecuación 1) se obtiene

$$\begin{aligned} 5(y + 2) + y &= -8 \\ 6y &= -18 \\ y &= -3 \\ x = y + 2 &= -1 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN ALTERNA Multiplique cada término en la ecuación 1) por el factor 2 y sume el resultado a la ecuación 2):

$$\begin{aligned} 10x + 2y &= -16 \\ 2x - 2y &= 4 \\ \hline 12x &= -12 \\ x &= -1 \\ y = x - 2 &= -3 \end{aligned}$$

Dos ecuaciones lineales que contienen dos incógnitas también se pueden resolver de manera gráfica. Si las líneas rectas que corresponden a las dos ecuaciones se trazan en un sistema de coordenadas convencional, la intersección de las dos líneas representa la solución. Por ejemplo, considere las dos ecuaciones

$$\begin{aligned} x - y &= 2 \\ x - 2y &= -1 \end{aligned}$$

Estas ecuaciones se trazan en la figura A.3. La intersección de las dos rectas tiene las coordenadas $x = 5$, $y = 3$ y representa la solución de las ecuaciones. Usted debe verificar esta solución mediante la técnica analítica que se ha explicado antes.

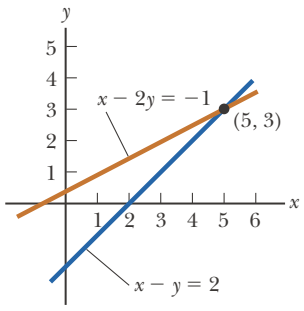


Figura A.3

EJEMPLO

Un bloque de masa $m = 2.00$ kg viaja en la dirección x positiva a $v_1 = 5.00$ m/s, en tanto que un segundo bloque, de masa $M = 4.00$ kg y que va adelante del primero, viaja en la dirección x positiva a 2.00 m/s. La superficie no tiene fricción. ¿Cuáles son las velocidades finales de los bloques si el choque es perfectamente elástico?

(*Continúa*)

SOLUCIÓN Como se puede consultar en el capítulo 6, un choque perfectamente elástico comprende ecuaciones para la cantidad de movimiento y para la energía. Con álgebra, la ecuación de la energía, que es cuadrática en v, se puede reformular como una ecuación lineal. Las dos ecuaciones están dadas por

$$\textbf{1)} \quad mv_i + MV_i = mv_f + MV_f$$
$$\textbf{2)} \quad v_i - V_i = -(v_f - V_f)$$

Sustituya las cantidades conocidas $v_i = 5.00$ m/s y $V_i = 2.00$ m/s en las ecuaciones 1) y 2):

$$\textbf{3)} \quad 18 = 2v_f + 4V_f$$
$$\textbf{4)} \quad 3 = -v_f + V_f$$

Multiplique la ecuación 4) por 2 y súmela a la ecuación 3):

$$\begin{aligned} 18 &= 2v_f + 4V_f \\ 6 &= -2v_f + 2V_f \\ \hline 24 &= 6V_f \quad \rightarrow \quad V_f = \boxed{4.00 \text{ m/s}} \end{aligned}$$

Al sustituir la solución para V_f de regreso en la ecuación 4) se obtiene $v_f = \boxed{1.00 \text{ m/s}}$.

Ejercicios

Resuelva los pares de ecuaciones simultáneas con dos incógnitas siguientes:

		Respuestas
1.	$x + y = 8$ $x - y = 2$	$x = 5, y = 3$
2.	$98 - T = 10a$ $T - 49 = 5a$	$T = 65.3, a = 3.27$
3.	$6x + 2y = 6$ $8x - 4y = 28$	$x = 2, y = -3$

G. Logaritmos y exponenciales

Suponga que una cantidad x se expresa como una potencia de una cantidad a:

$$x = a^y \qquad \textbf{[A.11]}$$

El número a se denomina número **base**. El **logaritmo** de x respecto a la base a es igual al exponente al cual la base se debe elevar para satisfacer la expresión $x = a^y$:

$$y = \log_a x \qquad \textbf{[A.12]}$$

Y a la inversa, el **antilogaritmo** de y es el número x:

$$x = \text{antilog}_a y \qquad \textbf{[A.13]}$$

La expresión del antilogaritmo es de hecho idéntica a la expresión exponencial en la ecuación A.11, la cual es preferible para fines prácticos.

En la práctica, las dos bases que se usan con más frecuencia son la base 10, denominada base de logaritmo *común*, y la base $e = 2.718\ldots$, denominada base de logaritmo *natural*. Cuando se usan logaritmos comunes,

$$y = \log_{10} x \qquad (\text{o} \quad x = 10^y) \qquad \textbf{[A.14]}$$

Cuando se utilizan logaritmos naturales,

$$y = \ln x \qquad (\text{o} \quad x = e^y) \qquad \textbf{[A.15]}$$

Por ejemplo, $\log_{10} 52 = 1.716$, por lo que el $\text{antilog}_{10}\, 1.716 = 10^{1.716} = 52$. De igual forma, $\ln_e 52 = 3.951$, por lo que el $\text{antiln}_e\, 3.951 = e^{3.951} = 52$.

En general, observe que se puede convertir entre base 10 y base e con la igualdad

$$\ln x = (2.302\,585)\log_{10} x \qquad \textbf{[A.16]}$$

Por último, algunas propiedades útiles de los logaritmos son

$$\log(ab) = \log a + \log b \qquad \ln e = 1$$
$$\log(a/b) = \log a - \log b \qquad \ln e^a = a$$
$$\log(a^n) = n \log a \qquad \ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$$

Los logaritmos en la física universitaria se usan de manera particular en la definición del nivel decibeles. La intensidad sonora varía a lo largo de varias órdenes de magnitud, lo que hace incómodo comparar las distintas intensidades. El nivel de decibeles convierte estas intensidades a una escala logarítmica más manejable.

EJEMPLO (Logaritmos)

Suponga que en una prueba los motores de un avión a reacción producen una intensidad sonora $I = 0.750$ W en cierta ubicación en un hangar. ¿Qué nivel de decibeles corresponde a esta intensidad sonora?

SOLUCIÓN El nivel de decibeles β se define por

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

donde $I_0 = 1 \times 10^{-12}\ \text{W/m}^2$ es la intensidad sonora estándar. Sustituya la información dada:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{0.750\ \text{W/m}^2}{10^{-12}\ \text{W/m}^2}\right) = 119\ \text{dB}$$

EJEMPLO (Antilogaritmos)

Un conjunto de cuatro máquinas idénticas genera un nivel de decibeles $\beta = 87.0$ dB en un taller. ¿Qué intensidad sonora se generaría solo por una máquina?

SOLUCIÓN Utilizamos la ecuación del nivel de decibeles para encontrar la intensidad sonora total de las cuatro máquinas y luego dividimos entre 4. De la ecuación 1):

$$87.0\ \text{dB} = 10 \log\left(\frac{I}{10^{-12}\ \text{W/m}^2}\right)$$

Divida los dos lados entre 10 y obtenga el antilogaritmo de ambos lados, lo que significa, de manera equivalente, la expresión exponencial:

$$10^{8.7} = 10^{\log(I/10^{-12})} = \frac{I}{10^{-12}}$$
$$I = 10^{-12} \cdot 10^{8.7} = 10^{-3.3} = 5.01 \times 10^{-4}\ \text{W/m}^2$$

Hay cuatro máquinas, por lo tanto, este resultado se debe dividir entre 4 para obtener la intensidad de una máquina:

$$I = 1.25 \times 10^{-4}\ \text{W/m}^2$$

EJEMPLO (Exponenciales)

La vida media del tritio es de 12.33 años. (El tritio es el isótopo más pesado del hidrógeno y su núcleo consiste en un protón y dos neutrones). Si una muestra contiene 3.0 g de tritio, ¿cuánto queda después de 20.0 años?

SOLUCIÓN La ecuación que proporciona el número de núcleos de una sustancia radioactiva como una función del tiempo es

$$N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

(*Continúa*)

donde N es el número de núcleos restantes, N_0 es el número inicial de núcleos y n es el número de vidas medias. Observe que esta ecuación es una expresión exponencial con una base de $\frac{1}{2}$. El número de vidas medias está dado por $n = t/T_{1/2} = 20.0 \text{ años}/12.33 \text{ años} = 1.62$. Por lo tanto, la cantidad fraccional de tritio que queda después de 20.0 años es

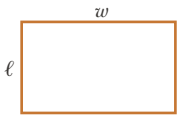
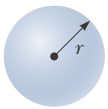
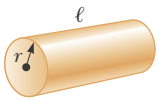
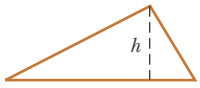
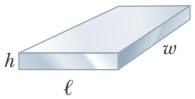
$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1.62} = 0.325$$

De aquí que de los 3.00 g originales de tritio, quedan $0.325 \times 3.00 \text{ g} = 0.975 \text{ g}$.

A.4 Geometría

En la tabla A.2 se indican las áreas y los volúmenes de varias formas geométricas que se usan en todo el libro. Estás áreas y volúmenes son importantes en muchas aplicaciones físicas. Un buen ejemplo es el concepto de presión P, que es la fuerza por área unitaria. Como ecuación se escribe $P = F/A$. Las áreas también se deben calcular en problemas que implican el gasto de un fluido a través de un tubo usando la ecuación de continuidad, el esfuerzo de tracción ejercido sobre un cable por un peso, la rapidez de transferencia de energía térmica a través de una barrera y la intensidad de corriente a través de un cable. Existen muchas otras aplicaciones. Los volúmenes son importantes al calcular la fuerza de flotación ejercida por el agua sobre un objeto sumergido, al calcular densidades y al determinar el esfuerzo volumétrico de un fluido o de un gas sobre un objeto, el cual afecta su volumen. Una vez más, existen muchas otras aplicaciones.

Tabla A.2 Información útil en geometría

Forma	Área o volumen	Forma	Área o volumen
 Rectángulo	Área $= \ell w$	 Esfera	Área superficial $= 4\pi r^2$ Volumen $= \frac{4}{3}\pi r^3$
Círculo	Área $= \pi r^2$ Circunferencia $= 2\pi r$	 Cilindro	Superficie lateral área $= 2\pi r\ell$ Volumen $= \pi r^2 \ell$
 Triángulo	Área $= \frac{1}{2}bh$	 Caja rectangular	Área superficial $= 2(\ell h + \ell w + hw)$ Volumen $= \ell wh$

A.5 Trigonometría

En el capítulo 1 se presentan algunos hechos básicos respecto a la trigonometría, y se sugiere que usted estudie los temas que se presentan allí si tiene dificultades con esta rama de las matemáticas. Los conceptos trigonométricos más importantes incluyen el teorema de Pitágoras:

$$\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 \qquad \text{[A.17]}$$

Esta ecuación establece que la distancia al cuadrado a lo largo de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. También se puede utilizar para encontrar las distancias entre los puntos en las coordenadas

cartesianas y la longitud de un vector, donde Δx se reemplaza por la componente x del vector y Δy se reemplaza por la componente y del vector. Si el vector $\vec{\mathbf{A}}$ tiene componentes A_x y A_y, la magnitud A del vector satisface la ecuación

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2 \qquad \textbf{[A.18]}$$

que tiene una forma completamente análoga a la forma del teorema de Pitágoras. También son de mucha utilidad las funciones seno y coseno dado que relacionan la longitud de un vector con sus componentes x y y:

$$A_x = A\cos\theta \qquad \textbf{[A.19]}$$
$$A_y = A\,\text{sen}\,\theta \qquad \textbf{[A.20]}$$

La dirección θ de un vector en un plano se puede determinar utilizando la función tangente:

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \qquad \textbf{[A.21]}$$

Una identidad del teorema de Pitágoras que también es muy útil es:

$$\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad \textbf{[A.22]}$$

Los detalles de los conceptos anteriores se pueden encontrar en los amplios análisis en los capítulos 1 y 3. Las siguientes son algunas identidades trigonométricas útiles:

$$\text{sen}\,\theta = \cos(90^\circ - \theta)$$

$$\cos\theta = \text{sen}\,(90^\circ - \theta)$$

$$\text{sen}\ 2\theta = 2\,\text{sen}\,\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \text{sen}^2\theta$$

$$\text{sen}\,(\theta \pm \phi) = \text{sen}\,\theta\cos\phi \pm \cos\theta\,\text{sen}\,\phi$$

$$\cos(\theta \pm \phi) = \cos\theta\cos\phi \pm \text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,\phi$$

Las relaciones siguientes son pertinentes para cualquier triángulo, como se muestra en la figura A.4:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta \qquad \text{Ley de los cosenos}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$\frac{a}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\,\beta} = \frac{c}{\text{sen}\,\gamma} \qquad \text{Ley de los senos}$$

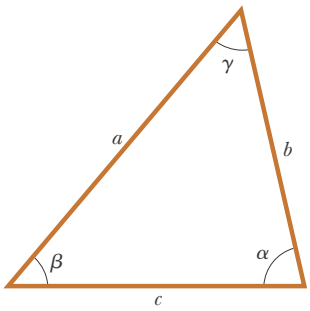


Figura A.4

Apéndice B

Tabla condensada de algunos isótopos

Número atómico Z	Elemento	Símbolo	Masa atómica química (u)	Número de masa (* indica radioactivo) A	Masa atómica (u)	Porcentaje de abundancia	Vida media (si es radioactivo) $T_{1/2}$
0	(Neutrón)	n		1*	1.008 665		10.4 min
1	Hidrógeno	H	1.007 94	1	1.007 825	99.988 5	
	Deuterio	D		2	2.014 102	0.011 5	
	Tritio	T		3*	3.016 049		12.33 años
2	Helio	He	4.002 602	3	3.016 029	0.000 137	
				4	4.002 603	99.999 863	
3	Litio	Li	6.941	6	6.015 122	7.5	
				7	7.016 004	92.5	
4	Berilio	Be	9.012 182	7*	7.016 929		53.3 días
				9	9.012 182	100	
5	Boro	B	10.811	10	10.012 937	19.9	
				11	11.009 306	80.1	
6	Carbono	C	12.010 7	10*	10.016 853		19.3 s
				11*	11.011 434		20.4 min
				12	12.000 000	98.93	
				13	13.003 355	1.07	
				14*	14.003 242		5 730 años
7	Nitrógeno	N	14.006 7	13*	13.005 739		9.96 min
				14	14.003 074	99.632	
				15	15.000 109	0.368	
8	Oxígeno	O	15.999 4	15*	15.003 065		122 s
				16	15.994 915	99.757	
				18	17.999 160	0.205	
9	Flúor	F	18.998 403 2	19	18.998 403	100	
10	Neón	Ne	20.179 7	20	19.992 440	90.48	
				22	21.991 385	9.25	
11	Sodio	Na	22.989 77	22*	21.994 437		2.61 años
				23	22.989 770	100	
				24*	23.990 963		14.96 h
12	Magnesio	Mg	24.305 0	24	23.985 042	78.99	
				25	24.985 837	10.00	
				26	25.982 593	11.01	
13	Aluminio	Al	26.981 538	27	26.981 539	100	
14	Silicio	Si	28.085 5	28	27.976 926	92.229 7	
15	Fósforo	P	30.973 761	31	30.973 762	100	
				32*	31.973 907		14.26 días
16	Azufre	S	32.066	32	31.972 071	94.93	
				35*	34.969 032		87.5 días
17	Cloro	Cl	35.452 7	35	34.968 853	75.78	
				37	36.965 903	24.22	
18	Argón	Ar	39.948	40	39.962 383	99.600 3	
19	Potasio	K	39.098 3	39	38.963 707	93.258 1	
				40*	39.963 999	0.011 7	1.28×10^9 años
20	Calcio	Ca	40.078	40	39.962 591	96.941	
21	Escandio	Sc	44.955 910	45	44.955 910	100	
22	Titanio	Ti	47.867	48	47.947 947	73.72	

Número atómico Z	Elemento	Símbolo	Masa atómica química (u)	Número de masa (* indica radioactivo) A	Masa atómica (u)	Porcentaje de abundancia	Vida media (si es radioactivo) $T_{1/2}$
23	Vanadio	V	50.941 5	51	50.943 964	99.750	
24	Cromo	Cr	51.996 1	52	51.940 512	83.789	
25	Manganeso	Mn	54.938 049	55	54.938 050	100	
26	Hierro	Fe	55.845	56	55.934 942	91.754	
27	Cobalto	Co	58.933 200	59	58.933 200	100	
				60*	59.933 822		5.27 años
28	Níquel	Ni	58.693 4	58	57.935 348	68.076 9	
				60	59.930 790	26.223 1	
29	Cobre	Cu	63.546	63	62.929 601	69.17	
				65	64.927 794	30.83	
30	Zinc	Zn	65.39	64	63.929 147	48.63	
				66	65.926 037	27.90	
				68	67.924 848	18.75	
31	Galio	Ga	69.723	69	68.925 581	60.108	
				71	70.924 705	39.892	
32	Germanio	Ge	72.61	70	69.924 250	20.84	
				72	71.922 076	27.54	
				74	73.921 178	36.28	
33	Arsénico	As	74.921 60	75	74.921 596	100	
34	Selenio	Se	78.96	78	77.917 310	23.77	
				80	79.916 522	49.61	
35	Bromo	Br	79.904	79	78.918 338	50.69	
				81	80.916 291	49.31	
36	Criptón	Kr	83.80	82	81.913 485	11.58	
				83	82.914 136	11.49	
				84	83.911 507	57.00	
				86	85.910 610	17.30	
37	Rubidio	Rb	85.467 8	85	84.911 789	72.17	
				87*	86.909 184	27.83	4.75×10^{10} años
38	Estroncio	Sr	87.62	86	85.909 262	9.86	
				88	87.905 614	82.58	
				90*	89.907 738		29.1 años
39	Itrio	Y	88.905 85	89	88.905 848	100	
40	Circonio	Zr	91.224	90	89.904 704	51.45	
				91	90.905 645	11.22	
				92	91.905 040	17.15	
				94	93.906 316	17.38	
41	Niobio	Nb	92.906 38	93	92.906 378	100	
42	Molibdeno	Mo	95.94	92	91.906 810	14.84	
				95	94.905 842	15.92	
				96	95.904 679	16.68	
				98	97.905 408	24.13	

(*Continúa*)

Número atómico Z	Elemento	Símbolo	Masa atómica química (u)	Número de masa (* indica radioactivo) A	Masa atómica (u)	Porcentaje de abundancia	Vida media (si es radioactivo) $T_{1/2}$
43	Tecnecio	Tc		98*	97.907 216		4.2×10^6 años
				99*	98.906 255		2.1×10^5 años
44	Rutenio	Ru	101.07	99	98.905 939	12.76	
				100	99.904 220	12.60	
				101	100.905 582	17.06	
				102	101.904 350	31.55	
				104	103.905 430	18.62	
45	Rodio	Rh	102.905 50	103	102.905 504	100	
46	Paladio	Pd	106.42	104	103.904 035	11.14	
				105	104.905 084	22.33	
				106	105.903 483	27.33	
				108	107.903 894	26.46	
				110	109.905 152	11.72	
47	Plata	Ag	107.868 2	107	106.905 093	51.839	
				109	108.904 756	48.161	
48	Cadmio	Cd	112.411	110	109.903 006	12.49	
				111	110.904 182	12.80	
				112	111.902 757	24.13	
				113*	112.904 401	12.22	9.3×10^{15} años
				114	113.903 358	28.73	
49	Indio	In	114.818	115*	114.903 878	95.71	4.4×10^{14} años
50	Estaño	Sn	118.710	116	115.901 744	14.54	
				118	117.901 606	24.22	
				120	119.902 197	32.58	
51	Antimonio	Sb	121.760	121	120.903 818	57.21	
				123	122.904 216	42.79	
52	Telurio	Te	127.60	126	125.903 306	18.84	
				128*	127.904 461	31.74	$> 8 \times 10^{24}$ años
				130*	129.906 223	34.08	$\leq 1.25 \times 10^{21}$ años
53	Iodo	I	126.904 47	127	126.904 468	100	
				129*	128.904 988		1.6×10^7 años
54	Xenón	Xe	131.29	129	128.904 780	26.44	
				131	130.905 082	21.18	
				132	131.904 145	26.89	
				134	133.905 394	10.44	
				136*	135.907 220	8.87	$\geq 2.36 \times 10^{21}$ años
55	Cesio	Cs	132.905 45	133	132.905 447	100	
56	Bario	Ba	137.327	137	136.905 821	11.232	
				138	137.905 241	71.698	
57	Lantano	La	138.905 5	139	138.906 349	99.910	
58	Cerio	Ce	140.116	140	139.905 434	88.450	
				142*	141.909 240	11.114	$> 5 \times 10^{16}$ años
59	Praseodimio	Pr	140.907 65	141	140.907 648	100	
60	Neodimio	Nd	144.24	142	141.907 719	27.2	
				144*	143.910 083	23.8	2.3×10^{15} años
				146	145.913 112	17.2	

Número atómico Z	Elemento	Símbolo	Masa atómica química (u)	Número de masa (* indica radioactivo) A	Masa atómica (u)	Porcentaje de abundancia	Vida media (si es radioactivo) $T_{1/2}$
61	Prometio	Pm		145*	144.912 744		17.7 años
62	Samario	Sm	150.36	147*	146.914 893	14.99	1.06×10^{11} años
				149*	148.917 180	13.82	$> 2 \times 10^{15}$ años
				152	151.919 728	26.75	
				154	153.922 205	22.75	
63	Europio	Eu	151.964	151	150.919 846	47.81	
				153	152.921 226	52.19	
64	Gadolinio	Gd	157.25	156	155.922 120	20.47	
				158	157.924 100	24.84	
				160	159.927 051	21.86	
65	Terbio	Tb	158.925 34	159	158.925 343	100	
66	Disprosio	Dy	162.50	162	161.926 796	25.51	
				163	162.928 728	24.90	
				164	163.929 171	28.18	
67	Holmio	Ho	164.930 32	165	164.930 320	100	
68	Erbio	Er	167.6	166	165.930 290	33.61	
				167	166.932 045	22.93	
				168	167.932 368	26.78	
69	Tulio	Tm	168.934 21	169	168.934 211	100	
70	Iterbio	Yb	173.04	172	171.936 378	21.83	
				173	172.938 207	16.13	
				174	173.938 858	31.83	
71	Lutecio	Lu	174.967	175	174.940 768	97.41	
72	Hafnio	Hf	178.49	177	176.943 220	18.60	
				178	177.943 698	27.28	
				179	178.945 815	13.62	
				180	179.946 549	35.08	
73	Tantalio	Ta	180.947 9	181	180.947 996	99.988	
74	Tungsteno (Wolframio)	W	183.84	182	181.948 206	26.50	
				183	182.950 224	14.31	
				184*	183.950 933	30.64	$> 3 \times 10^{17}$ años
				186	185.954 362	28.43	
75	Renio	Re	186.207	185	184.952 956	37.40	
				187*	186.955 751	62.60	4.4×10^{10} años
76	Osmio	Os	190.23	188	187.955 836	13.24	
				189	188.958 145	16.15	
				190	189.958 445	26.26	
				192	191.961 479	40.78	
77	Iridio	Ir	192.217	191	190.960 591	37.3	
				193	192.962 924	62.7	
78	Platino	Pt	195.078	194	193.962 664	32.967	
				195	194.964 774	33.832	
				196	195.964 935	25.242	
79	Oro	Au	196.966 55	197	196.966 552	100	
80	Mercurio	Hg	200.59	199	198.968 262	16.87	
				200	199.968 309	23.10	
				201	200.970 285	13.18	
				202	201.970 626	29.86	

(*Continúa*)

Número atómico Z	Elemento	Símbolo	Masa atómica química (u)	Número de masa (* indica radioactivo) A	Masa atómica (u)	Porcentaje de abundancia	Vida media (si es radioactivo) $T_{1/2}$
81	Talio	Tl	204.383 3	203	202.972 329	29.524	
				205	204.974 412	70.476	
		(Th C″)		208*	207.982 005		3.053 min
		(Ra C″)		210*	209.990 066		1.30 min
82	Plomo	Pb	207.2	204*	203.973 029	1.4	$\geq 1.4 \times 10^{17}$ años
				206	205.974 449	24.1	
				207	206.975 881	22.1	
				208	207.976 636	52.4	
		(Ra D)		210*	209.984 173		22.3 años
		(Ac B)		211*	210.988 732		36.1 min
		(Th B)		212*	211.991 888		10.64 h
		(Ra B)		214*	213.999 798		26.8 min
83	Bismuto	Bi	208.980 38	209	208.980 383	100	
		(Th C)		211*	210.987 258		2.14 min
84	Polonio	Po					
		(Ra F)		210*	209.982 857		138.38 días
		(Ra C′)		214*	213.995 186		164 μs
85	Ástato	At		218*	218.008 682		1.6 s
86	Radón	Rn		222*	222.017 570		3.823 días
87	Francio	Fr					
		(Ac K)		223*	223.019 731		22 min
88	Radio	Ra		226*	226.025 403		1 600 años
		(Ms Th_1)		228*	228.031 064		5.75 años
89	Actinio	Ac		227*	227.027 747		21.77 años
90	Torio	Th	232.038 1				
		(Rd Th)		228*	228.028 731		1.913 años
		(Th)		232*	232.038 050	100	1.40×10^{10} años
91	Protactinio	Pa	231.035 88	231*	231.035 879		32.760 años
92	Uranio	U	238.028 9	232*	232.037 146		69 años
				233*	233.039 628		1.59×10^5 años
		(Ac U)		235*	235.043 923	0.720 0	7.04×10^8 años
				236*	236.045 562		2.34×10^7 años
		(UI)		238*	238.050 783	99.274 5	4.47×10^9 años
93	Neptunio	Np		237*	237.048 167		2.14×10^6 años
94	Plutonio	Pu		239*	239.052 156		2.412×10^4 años
				242*	242.058 737		3.73×10^6 años
				244*	244.064 198		8.1×10^7 años

Fuentes: las masas atómicas químicas son de T. B. Coplen, "Atomic Weights of the Elements 1999", reporte técnico para la International Union of Pure and Applied Chemistry, y publicado en *Pure and Applied Chemistry*, 73(4), 667-683, 2001. Las masas atómicas de los isotopos son de G. Audi y A. H. Wapstra, "The 1995 Update to the Atomic Mass Evaluation", *Nuclear Physics*, A595, vol. 4, 499-480. 25 de diciembre de 1995. Los valores del porcentaje de abundancia son de K. J. R. Rosman y P. D. P. Taylor, "Isotopic Compositions of the Elements 1999", reporte técnico para la International Union of Pure and Applied Chemistry, y publicado en *Pure and Applied Chemistry*, 70(1), 217-236, 1998.

Tabla C.1 Símbolos matemáticos que se utilizan en el libro y su significado

Símbolo	Significado
$=$	es igual que
$\neq$	no es igual que
$\equiv$	se define como
$\propto$	es proporcional a
$>$	es mayor que
$<$	es menor que
$>>$	es mucho mayor que
$<<$	es mucho menor que
$\approx$	es aproximadamente igual que
$\sim$	es de orden de magnitud de
Δx	cambio en x o incertidumbre en x
Σx_i	suma de todas las cantidades x_i
$\lvert x \rvert$	valor absoluto de x (siempre una cantidad positiva)

Tabla C.2 Símbolos estándar para unidades

Símbolo	Unidad	Símbolo	Unidad
A	ampere	kcal	kilocaloría
Å	angstrom	kg	kilogramo
atm	atmósfera	km	kilómetro
Bq	bequerel	kmol	kilomol
Btu	unidad térmica británica	L	litro
C	coulomb	lb	libra
°C	grados Celsius	ly	añoluz
cal	caloría	m	metro
cm	centímetro	min	minuto
Ci	curie	mol	mol
d	día	N	newton
deg	grado (ángulo)	nm	nanómetro
eV	electronvolt	Pa	pascal
°F	grado Farenheit	rad	radián
F	farad	rev	revolución
ft	pie	s	segundo
G	Gauss	T	tesla
g	gramo	u	unidad de masa atómica
H	henry	V	volt
h	hora	W	watt
hp	caballo de fuerza	Wb	weber
Hz	hertz	yr	año
in.	pulgada	μm	micrómetro
J	joule	Ω	ohm
K	kelvin		

Tabla C.3 Alfabeto griego

Alfa	A	α	Nu	N	ν
Beta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Ómicron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Épsilon	E	ϵ	Rho	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Theta	Θ	θ	Épsilon	Υ	υ
Iota	I	ι	Phi	Φ	ϕ
Kappa	K	κ	Chi	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mu	M	μ	Omega	Ω	ω

Tabla C.4 Datos físicos de uso frecuente[a]

Distancia promedio de la Tierra a la Luna	3.84×10^8 m
Distancia promedio de la Tierra al Sol	1.496×10^{11} m
Radio ecuatorial de la Tierra	6.38×10^6 m
Densidad del aire (20°C y 1 atm))	1.20 kg/m^3
Densidad del agua (20°C y 1 atm)	1.00×10^3 kg/m^3
Aceleración de caída libre	9.80 m/s^2
Masa de la Tierra	5.98×10^{24} kg
Masa de la Luna	7.36×10^{22} kg
Masa del Sol	1.99×10^{30} kg
Presión atmosférica estándar	1.013×10^5 Pa

[a] Estos son los valores de las constantes utilizados en el libro.

Tabla C.5 Algunas constantes fundamentales

Cantidad	Símbolo	Valor[a]
Unidad de masa atómica	u	$1.660\,538\,782\,(83) \times 10^{-27}$ kg 931.494 028 (23) MeV/c^2
Número de Avogadro	N_A	$6.022\,141\,79\,(30) \times 10^{23}$ partículas/mol
Magnetón de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$	$9.274\,009\,15\,(23) \times 10^{-24}$ J/T
Radio de Bohr	$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2 k_e}$	$5.291\,772\,085\,9\,(36) \times 10^{-11}$ m
Constante de Boltzmann	$k_B = \frac{R}{N_A}$	$1.380\,650\,4\,(24) \times 10^{-23}$ J/K
Longitud de onda de Compton	$\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$	$2.426\,310\,217\,5\,(33) \times 10^{-12}$ m
Constante de Coulomb	$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$8.987\,551\,788\ldots \times 10^{9}$ N·m^2/C^2 (exacta)
Masa del deuterón	m_d	$3.343\,583\,20\,(17) \times 10^{-27}$ kg 2.013 553 212 724 (78) u
Masa del electrón	m_e	$9.109\,382\,15\,(45) \times 10^{-31}$ kg $5.485\,799\,094\,3\,(23) \times 10^{-4}$ u 0.510 998 910 (13) MeV/c^2
Electronvolt	eV	$1.602\,176\,487\,(40) \times 10^{-19}$ J
Carga elemental	e	$1.602\,176\,487\,(40) \times 10^{-19}$ C
Constante de los gases	R	8.314 472 (15) J/mol·K
Constante gravitacional	G	$6.674\,28\,(67) \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2
Masa del neutrón	m_n	$1.674\,927\,211\,(84) \times 10^{-27}$ kg 1.008 664 915 97 (43) u 939.565 346 (23) MeV/c^2
Magnetón nuclear	$\mu_n = \frac{e\hbar}{2m_p}$	$5.050\,783\,24\,(13) \times 10^{-27}$ J/T
Permeabilidad del espacio libre	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A (exact)
Permitividad del espacio libre	$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$	$8.854\,187\,817\ldots \times 10^{-12}$ C^2/N·m^2 (exacta)
Constante de Planck	h	$6.626\,068\,96\,(33) \times 10^{-34}$ J·s
	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1.054\,571\,628\,(53) \times 10^{-34}$ J·s
Masa del protón	m_p	$1.672\,621\,637\,(83) \times 10^{-27}$ kg 1.007 276 466 77 (10) u 938.272 013 (23) MeV/c^2
Constante de Rydberg	R_H	$1.097\,373\,156\,852\,7\,(73) \times 10^{7}$ m^{-1}
Velocidad de la luz en el vacío	c	$2.997\,924\,58 \times 10^{8}$ m/s (exact)

Nota: estas constantes son los valores recomendados en 2006 por CODATA, con base en un ajuste de mínimos cuadrados de datos de mediciones diferentes. Para una lista más completa, consulte P. J. Mohr, B. N. Taylor y D. B. Newell, "CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2006". *Rev. Mod. Phys.* 80:2, 633-730, 2008.

[a]Los números entre paréntesis representan las incertidumbres de los últimos dos dígitos.

Tabla D.1 Unidades básicas SI

	Unidad básica SI	
Cantidad básica	**Nombre**	**Símbolo**
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Tabla D.2 Unidades SI derivadas

Cantidad	**Nombre**	**Símbolo**	**Expresión en términos de unidades básicas**	**Expresión en términos de otras unidades SI**
Ángulo plano	radián	rad	m/m	
Frecuencia	hertz	Hz	s^{-1}	
Fuerza	newton	N	$kg \cdot m/s^2$	J/m
Presión	pascal	Pa	$kg/m \cdot s^2$	N/m^2
Energía: trabajo	joule	J	$kg \cdot m^2/s^2$	$N \cdot m$
Potencia	watt	W	$kg \cdot m^2/s^3$	J/s
Carga eléctrica	coulomb	C	$A \cdot s$	
Potencial eléctrico (fem)	volt	V	$kg \cdot m^2/A \cdot s^3$	$W/A, J/C$
Capacitancia	farad	F	$A^2 \cdot s^4/kg \cdot m^2$	C/V
Resistencia eléctrica	ohm	Ω	$kg \cdot m^2/A^2 \cdot s^3$	V/A
Flujo magnético	weber	Wb	$kg \cdot m^2/A \cdot s^2$	$V \cdot s, T \cdot m^2$
Intensidad de campo magnético	tesla	T	$kg/A \cdot s^2$	Wb/m^2
Inductancia	henry	H	$kg \cdot m^2/A^2 \cdot s^2$	Wb/A

Respuestas a cuestionarios rápidos, preguntas de ejemplo, ejercicios de preparación de número impar, preguntas conceptuales y problemas

CAPÍTULO 1

Preguntas de ejemplo

1. Falso
2. Verdadero
3. $2.6 \times 10^2\ \text{m}^2$
4. $28.0\ \text{m/s} = \left(28.0\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\left(\frac{2.24\ \text{mi/h}}{1.00\ \text{m/s}}\right) = 62.7\ \text{mi/h}$
La respuesta es ligeramente diferente ya que se redondearon distintos factores de conversión, lo que resultó en pequeñas variaciones impredecibles en las respuestas finales.
5. $\left(\frac{60.0\ \text{min}}{1.00\ \text{h}}\right)^2$
6. Una respuesta de 10^{12} células está dentro de un orden de magnitud de la respuesta dada, lo que corresponde a elecciones ligeramente diferentes en las estimaciones del volumen. En consecuencia, 10^{12} células es también una estimación razonable. Una estimación de 10^9 células sería sospechosa ¡ya que (al trabajar hacia atrás) implicaría que las células se podrían ver a simple vista!
7. $\sim 4 \times 10^{11}$
8. $\sim 10^{12}$
9. Al trabajar hacia atrás, $r = 4.998$, lo que se redondea aún más a 5.00, en tanto que $\theta = 37.03°$, lo que se redondea aún más a 37.0°. Las ligeras diferencias son causadas por el redondeo.
10. Sí. La función coseno dividida entre la distancia hasta el edificio dará la longitud de la hipotenusa del triángulo en cuestión.
11. 540 km

Ejercicios de preparación

1. a) $5.680\ 17 \times 10^5$ b) 3.09×10^{-4}
3. $25.2\ \frac{\text{km}}{\text{min}^2}$
5. $132\ \text{m}^2$
7. 58
9. 22 m

Preguntas conceptuales

1. a) ~0.1 m b) ~1 m c) Entre 10 m y 100 m d) ~10 m e) ~100 m
3. $\sim 10^9$ s
5. a) $\sim 10^6$ latidos b) $\sim 10^9$ latidos
7. La longitud de la mano varía de una persona a otra, por lo que no es un estándar de longitud útil.
9. a) Una ecuación dimensionalmente correcta no por fuerza es válida. Por ejemplo, la ecuación 2 perros = 5 perros es dimensionalmente correcta, pero no es válida. b) Si una ecuación no es dimensionalmente correcta, no puede ser válida.
11. Una estimación, incluso si es imprecisa por un orden de magnitud, reduce en gran medida el intervalo posible de respuestas a una pregunta dada. La estimación solo da una guía respecto a qué medidas correctivas podrían ser posibles. Por ejemplo, si se estima que 40 000 personas en un país morirán a menos de que se les proporcione ayuda alimentaria y si este número es confiable dentro de un orden de magnitud, se sabe que a lo mucho 400 000 personas necesitarán provisiones.
13. a) sí b) no c) sí d) no e) sí

Problemas

3. b) $A_{\text{cilindro}} = \pi R^2$, $A_{\text{placa rectangular}}$ = longitud × ancho
5. $\text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$
7. $52\ \text{m}^2$
9. a) tres cifras significativas b) cuatro cifras significativas c) tres cifras significativas d) dos cifras significativas
11. a) $35.7\ \text{cm}^2$ b) $99.2\ \text{cm}^3$ c) $17.7\ \text{cm}^2$, $99.5\ \text{cm}^3$ d) En el proceso de redondeo, pequeñas cantidades se suman a o se restan de una respuesta para satisfacer las reglas de las cifras significativas. Para un redondeo dado, se hacen ajustes pequeños diferentes, introduciendo cierta cantidad de aleatoriedad en el último dígito significativo de la respuesta final.
13. $5.9 \times 10^3\ \text{cm}^3$
15. 2×10^8 brazas
17. $0.204\ \text{m}^3$
19. Sí. La rapidez de 38.0 m/s se convierte a una rapidez de 85 mi/h, por lo que el conductor sobrepasa el límite de velocidad en 10 mi/h.
21. a) 6.81 cm b) $5.83 \times 10^2\ \text{cm}^2$ c) $1.32 \times 10^3\ \text{cm}^3$
23. 6.71×10^8 mi/h
25. $3.08 \times 10^4\ \text{m}^3$
27. 9.82 cm
29. $\sim 10^8$ respiraciones
31. a) $\sim 10^{14}$. Son posibles otras respuestas. En esta respuesta supone una longitud intestinal de unos 7 m y un diámetro promedio de cerca de 4 cm. ¡Es probable que haya más bacterias en su tracto intestinal que células en su cuerpo! b) El número grande significa que probablemente no son peligrosas. Las bacterias intestinales ayudan a digerir los alimentos y proporcionan nutrientes importantes. Los seres humanos y las bacterias disfrutan de una relación simbiótica benéfica mutua.
33. $\sim 10^7$ rev
35. (2.0 m, 1.4 m)
37. $r = 2.2$ m, $\theta = 27°$
39. 5.69 m
41. a) 6.71 m b) 0.894 c) 0.746
43. 3.41 m
45. a) 3.00 b) 3.00 c) 0.800 d) 0.800 e) 1.33
47. 5.00/7.00; el ángulo en sí es 35.5°
49. 70.0 m
51. a) MLT^{-2} b) $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$
53. a) 1.0×10^3 kg b) $m_{\text{célula}} = 5.2 \times 10^{-16}$ kg c) $m_{\text{hígado}} = 0.27$ kg d) $m_{\text{mosca}} = 1.3 \times 10^{-5}$ kg
55. El valor de k, una constante adimensional, no se puede determinar mediante un análisis dimensional.
57. 152 μm
59. 1×10^{10} gal/año
61. a) 3.16×10^7 s b) Entre 10^{10} años y 10^{11} años
63. 1×10^5

CAPÍTULO 2

Cuestionarios rápidos

1. a) 200 yardas b) 0 c) 0 d) 8 yardas/s
2. a) Falso b) Cierto c) Cierto
3. La gráfica de la velocidad en función del tiempo a) tiene una pendiente constante, lo que indica una aceleración constante, la cual está representada por la gráfica de la aceleración en función del tiempo e).

La gráfica b) representa un objeto cuya rapidez aumenta, pero conforme transcurre el tiempo, las líneas que se han trazado tangentes a la curva tienen pendientes en aumento. Como la aceleración es igual a la pendiente de la recta tangente, la aceleración debe aumentar y la gráfica de la aceleración en función del tiempo que mejor indica este comportamiento es la d).

La gráfica c) representa un objeto que primero tiene una velocidad que aumenta a un ritmo constante, lo que significa que su aceleración es constante. Luego la velocidad deja de cambiar, lo que significa que su aceleración es cero. Este comportamiento se relaciona mejor con la gráfica f).

4. b)
5. a) gráfica color azul b) gráfica color rojo c) gráfica color verde
6. e)
7. c)
8. a) y f)

Preguntas de ejemplo

1. No. El objeto quizá no viaje en línea recta. Si las posiciones inicial y final están en el mismo lugar, por ejemplo, el desplazamiento es cero sin importar la distancia total recorrida durante el tiempo dado.
2. No. Una recta vertical en una gráfica de la posición en función del tiempo significaría que un objeto de alguna manera hubiera atravesado todos los puntos de la trayectoria dada de manera instantánea, lo cual es físicamente imposible.
3. No. Una recta tangente vertical correspondería a una aceleración infinita, lo que es físicamente imposible.
4. 35.0 m/s
5. La solución gráfica es la intersección de una línea recta y una parábola.
6. El desplazamiento en marcha libre se duplicaría a 143 m, con un desplazamiento total de 715 m.
7. La aceleración es cero cuando la tangente a la gráfica de la velocidad en función del tiempo es horizontal. De manera visual, eso ocurre de −50 s a 0 s y luego de nuevo en aproximadamente 180 s, 320 s y 330 s.
8. El salto vertical aumentaría ligeramente la velocidad inicial de la pelota, incrementando ligeramente la altura máxima.
9. 6
10. El motor debería encenderse de nuevo en 235 m.

Ejercicios de preparación

1. $t = 4.10, -1.10$
3. a) 10.3 s b) 3.20×10^2 m
5. 30.5 m/s
7. 1.00 s

Preguntas conceptuales

1. Sí. Si la velocidad de la partícula es diferente de cero, esta se encuentra en movimiento. Si la aceleración es cero, la velocidad de la partícula no cambia o es constante.
3. Sí. Si esto ocurre, la aceleración del automóvil es opuesta a la dirección del movimiento y el automóvil desacelerará.
5. No. El automóvil B quizá viaje a una velocidad menor, pero puede tener una aceleración mayor en ese instante.
7. a) Sí. b) Sí.
9. a) El automóvil se mueve al este y acelera.
b) El automóvil se mueve al este, pero desacelera.
c) El automóvil se mueve al este con rapidez constante.
d) El automóvil se mueve al oeste, pero desacelera.
e) El automóvil se mueve al oeste y acelera.
f) El automóvil se mueve al oeste con rapidez constante.
g) El automóvil parte del reposo y comienza a acelerar hacia el este
h) El automóvil parte del reposo y comienza a acelerar hacia el oeste
11. b)
13. d)

Problemas

1. ≈ 0.02 s
3. a) 52.9 km/h b) 90.0 km
5. a) El bote A gana por 60 km b) 0
7. a) 180 km b) 63.4 km/h
9. Sí. Tomando la rapidez inicial igual a cero, la rapidez final es igual a 75 m/s y $a = 1.3$ m/s^2, se determina que la distancia que recorre el avión antes de despegar es $x = v_{\text{des}}{}^2/2a = 2.2$ km, la cual es menor que la longitud de la pista.
11. a) 4.4 m/s^2 b) 27 m
13. a) 2.80 h b) 218 km
15. 274 km/h
17. a) 5.00 m/s b) −2.50 m/s c) 0 d) 5.00 m/s
19. 0.18 mi al oeste del asta bandera
21. $|a| = 1.34 \times 10^4$ m/s^2
23. 3.7 s
25. a) 70.0 mi/h · s = 31.3 m/s^2 = 3.19g b) 321 pies = 97.8 m
27. −16.0 cm/s^2
29. a) 6.61 m/s b) −0.448 m/s^2
31. a) 2.32 m/s^2 b) 14.4 s
33. a) 8.14 m/s^2 b) 1.23 s c) Sí. Para la aceleración uniforme, la velocidad es una función lineal del tiempo.
35. Habrá un choque solo si el automóvil y la furgoneta se encuentran en el mismo lugar en cierto tiempo. Al escribir expresiones para las dos posiciones en función del tiempo para cada vehículo e igualarlas se obtiene una expresión cuadrática en t cuya solución es 11.4 s o 13.6 s. La primera solución, 11.4 s, es el tiempo del choque. El choque ocurre cuando la furgoneta está a 212 m de la posición original del automóvil de Sue.
37. 200 m
39. a) 1.5 m/s b) 32 m
41. 958 m
43. a) 8.2 s b) 1.3×10^2 m
45. a) 31.9 m b) 2.55 s c) 2.55 s d) −25.0 m/s
47. a) −12.7 m/s b) 38.2 m
49. Piso de madera dura: $a = 2.0 \times 10^3$ m/s^2, $\Delta t = 1.4$ ms; piso alfombrado: $a = 3.9 \times 10^2$ m/s^2, $\Delta t = 7.1$ ms
51. a) Es un objeto en caída libre, por lo que su aceleración es −9.80 m/s^2 (hacia abajo) mientras está en vuelo. b) 0
c) 9.80 m/s d) 4.90 m
53. a) Continúa hacia arriba, desacelerando bajo la influencia de la gravedad hasta que alcanza una altura máxima y luego cae a la Tierra. b) 308 m c) 8.51 s d) 16.4 s
55. 15.0 s
57. a) -3.50×10^5 m/s^2 b) 2.86×10^{-4} s
59. a) 10.0 m/s hacia arriba b) 4.68 m/s hacia abajo
61. a) 4.0 m/s b) 1.0 ms c) 0.82 m
63. 0.60 s
65. a) 0.231 m b) 0.364 m c) 0.399 m d) 0.175 m
67. a) 1.21 s después de que se deja caer la primera pelota
b) 7.18 m debajo de la ventana
69. No. En el intervalo de tiempo igual al tiempo de reacción de David, el billete de un dólar (un objeto en caída libre) cae una distancia de $gt^2/2 \cong 20$ cm, lo que es casi el doble de la distancia entre la parte de arriba del billete y su centro.
71. a) $t_1 = 5.0$ s, $t_2 = 85$ s b) 200 pies/s c) 18 500 pies del punto de partida d) 10 s después de partir hasta desacelerar (tiempo del viaje redondo = 100 s)
73. a) 5.5×10^3 pies b) 3.7×10^2 pies/s c) El avión viajará solo 0.002 pies en el tiempo que le toma a la luz del rayo llegar al ojo.
75. a) 7.82 m b) 0.782 s

CAPÍTULO 3

Cuestionarios rápidos

1. c)

2.

Vector	componente x	componente y
$\vec{\mathbf{A}}$	−	+
$\vec{\mathbf{B}}$	+	−
$\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$	−	−

3. Vector $\vec{\mathbf{B}}$
4. b)
5. a)
6. c)
7. b)

Preguntas de ejemplo

1. Si los vectores apuntan en la misma dirección, la suma de las magnitudes de los dos vectores es igual a la magnitud del vector resultante.
2. Dado que se conocen B_x, B_y y B, se puede utilizar cualquiera de las identidades trigonométricas para encontrar el ángulo.
3. Los vectores desplazamiento de los excursionistas son los mismos.
4. Los vectores velocidad inicial y final son iguales en magnitud ya que la componente x no cambia y la componente y solo cambia por un signo.
5. Para el piloto el paquete parece caer directamente hacia abajo dado que las componentes x de la velocidad para el avión y el paquete son iguales.
6. Falso
7. 45°
8. Falso
9. Falso
10. Para un observador en el suelo, la pelota cae directamente hacia abajo.
11. El ángulo disminuye al aumentar la velocidad.
12. El ángulo es diferente debido a que la velocidad relativa depende tanto de la magnitud como de la dirección de los vectores velocidad. En el ejemplo 3.12, el vector velocidad del bote forma la hipotenusa de un triángulo rectángulo, en tanto que en el ejemplo 3.11, ese vector forma un cateto de un triángulo rectángulo.

Ejercicios de preparación

1. a) 10.3 m b) 119°
3. a) 6.0 m b) 16.0 m
5. a) 4.20 km/h b) 3.00 km/h
7. a) 0.808 s b) 17.8 m
9. a) 3.68 m/s b) 0.82 m/s

Preguntas conceptuales

1. Las magnitudes se suman cuando $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ están en la misma dirección. La resultante será cero cuando los dos vectores sean iguales en magnitud, pero opuestos en dirección.
3. a) En la parte superior del vuelo del proyectil, su velocidad es horizontal y su aceleración va hacia abajo. Este es el único punto en el cual los vectores velocidad y aceleración son perpendiculares. b) Si el proyectil se lanza directamente hacia arriba o hacia abajo, entonces la velocidad y la aceleración serán paralelos en todo el movimiento. Para cualquier otra clase de movimiento de un proyectil, los vectores velocidad y aceleración nunca son paralelos.
5. a) La aceleración es cero, ya que tanto la magnitud como la dirección de la velocidad permanecen constantes. b) La partícula tiene una aceleración dado que la dirección de $\vec{\mathbf{v}}$ cambia.
7. La nave espacial seguirá una trayectoria parabólica equivalente a la de un proyectil que se lanza de un acantilado con una velocidad horizontal. Respecto al proyectil, la gravedad produce una aceleración que siempre es perpendicular a la velocidad inicial, lo que resulta en una trayectoria parabólica. En cuanto a la nave espacial, la velocidad inicial tiene el papel de la velocidad horizontal del proyectil y el gas que se fuga tiene el papel de la gravedad en el caso del proyectil. Si la orientación de la nave espacial cambiara en respuesta a la fuga de gas (que es por mucho el resultado probable), entonces la aceleración cambiaría de dirección y el movimiento se complicaría.
9. Para los ángulos $\theta < 45°$, el proyectil lanzado con un ángulo θ estará en el aire durante un intervalo más breve. Para el ángulo menor, la componente vertical de la velocidad inicial es menor que para el ángulo mayor. Por lo tanto, el proyectil lanzado con el ángulo menor no subirá tanto en el aire y pasará menos tiempo ahí antes de caer a tierra.
11. a) Sí, el proyectil está en caída libre. b) Su componente vertical de la aceleración es la aceleración hacia abajo de la gravedad. c) Su componente horizontal de la aceleración es cero. c) Su componente horizontal de la aceleración es cero.
13. b)
15. **i)** a) **ii)** b)

Problemas

1. 43 unidades en la dirección y negativa
3. a) Aproximadamente 5.0 unidades a −53° b) Aproximadamente 5.0 unidades a +53°
5. Aproximadamente 421 pies a 3° debajo de la horizontal
7. Aproximadamente 310 km a 57° al SO
9. Aproximadamente 15 m a 58° al SE
11. 28.7 unidades, −20.1 unidades
13. a) 5.00 bloques a 53.1° al NE b) 13.0 bloques
15. 47.2 unidades a 122° del eje positivo x
17. 157 km
19. 245 km a 21.4° al NO
21. 4.64 m a 78.6° al NE
23. a) $(x, y) = (0, 50.0\text{ m})$ b) $v_{0x} = 18.0$ m/s, $v_{0y} = 0$
c) $v_x = 18.0$ m/s, $v_y = -(9.80\text{ m/s}^2)t$
d) $x = (18.0\text{ m/s})t$, $y = -(4.90\text{ m/s}^2)t^2 + 50.0\text{ m}$
e) 3.19 s f) 36.1 m/s, −60.1°
25. 12 m/s
27. a) El balón libra el travesaño por 0.89 m b) mientras desciende
29. 25 m
31. a) a 32.5 m de la base del acantilado b) 1.78 s
33. a) a 52.0 m/s horizontalmente b) 212 m
35. a) $(\vec{\mathbf{v}}_{\text{JA}})_x = 3.00 \times 10^2$ mi/h, $(\vec{\mathbf{v}}_{\text{JA}})_y = 0$,
b) $(\vec{\mathbf{v}}_{\text{AE}})_x = 86.6$ mi/h, $(\vec{\mathbf{v}}_{\text{AE}})_y = 50.0$ mi/h
c) $\vec{\mathbf{v}}_{\text{JA}} = \vec{\mathbf{v}}_{\text{JE}} - \vec{\mathbf{v}}_{\text{AE}}$
d) $\vec{\mathbf{v}}_{\text{JE}} = 3.90 \times 10^2$ mi/h, 7.36° al NE
37. a) 9.80 m/s^2 hacia abajo y 2.50 m/s^2 al sur b) 9.80 m/s^2 hacia abajo c) El perno se mueve en una parábola con eje vertical
39. a) 1.26 h b) 1.13 h c) 1.19 h
41. a) 2.02×10^3 s b) 1.67×10^3 s c) El ahorro en tiempo al ir corriente abajo con la corriente siempre es menor que el tiempo adicional requerido para recorrer la misma distancia contra la corriente.
43. a) 6.80 km b) 3.00 km verticalmente por encima del punto de impacto c) 66.2°
45. 18.0 s
47. a) 40.5 m/s b) En vez de caer como una roca, el esquiador planea por el aire como un ave, prolongando el salto.
49. 68.6 km/h
51. a) 1.53×10^3 m b) 36.2 s c) 4.04×10^3 m
53. a) $R_{\text{Luna}} = 18$ m b) $R_{\text{Marte}} = 7.9$ m
55. a) 42 m/s b) 3.8 s c) $v_x = 34$ m/s, $v_y = -13$ m/s; $v = 37$ m/s
57. a) En la dirección que fue lanzado el balón b) 7.5 m/s
61. $R/2$
63. 7.5 min
65. 10.8 m
67. b) $y = Ax^2$ con $A = \dfrac{g}{2{v_i}^2}$ donde v_i es la velocidad en el cañón c) 14.5 m/s
69. a) 35.1° o 54.9° b) 42.2 m o 85.4 m, respectivamente
71. a) 20.0° arriba de la horizontal b) 3.05 s

73. a) 23 m/s b) 360 m horizontalmente desde la base del acantilado

CAPÍTULO 4

Cuestionarios rápidos

1. a), c) y d) son verdaderos.
2. b)
3. a) Falso
b) Cierto
c) Falso
d) Falso
4. c); d)
5. c)
6. c)
7. b)
8. b)
9. b) Al ejercer una componente hacia arriba de la fuerza sobre el trineo, se reduce la fuerza normal sobre el suelo y por lo tanto disminuye la fuerza de fricción cinética.

Preguntas de ejemplo

1. Además de las fuerzas mencionadas en el problema, la fuerza de la gravedad jala hacia abajo al bote. Dado que este no se hunde, una fuerza ejercida por el agua sobre él debe oponerse a la fuerza de la gravedad. (En el capítulo 9 esta fuerza se identificará como fuerza de flotación).
2. Falso. Los ángulos a los cuales se aplican las fuerzas también son importantes al determinar la magnitud del vector aceleración.
3. 0.2 N
4. $3g$
5. La fuerza gravitacional de la Tierra actúa sobre la persona y una fuerza gravitacional igual y opuesta de la persona actúa sobre la Tierra. La fuerza normal actúa sobre la persona y la fuerza de reacción consiste en que la persona presiona contra la superficie.
6. Las tensiones se duplicarían.
7. La magnitud de la fuerza de tensión sería mayor y la magnitud de la fuerza normal sería menor.
8. Al duplicar el peso se duplica la masa, lo cual disminuye a la mitad la aceleración y el desplazamiento.
9. Una pendiente más moderada significa un ángulo menor y de aquí una aceleración menor por la colina. En consecuencia, el automóvil tardaría más tiempo en llegar al fondo de la colina.
10. La lectura en la báscula es mayor que el peso del pez durante la primera fase de aceleración. Cuando la velocidad se vuelve constante, la lectura en la báscula es igual al peso. Cuando el elevador desacelera, la lectura en la báscula es menor que el peso.
11. Ate un extremo del cable al objeto que se quiere levantar y el otro extremo a una plataforma. Coloque pesos ligeros en la plataforma hasta que la masa total de los pesos y la plataforma excedan la masa del objeto que se pesa.
12. Un coeficiente de fricción estática mayor aumentaría el ángulo máximo.
13. El coeficiente de fricción cinética sería mayor que en el ejemplo.
14. Tanto la aceleración como la tensión aumentan cuando m_2 aumenta.
15. El bloque de arriba se deslizaría por el extremo posterior del bloque inferior.

Ejercicios de preparación

1. a) $-0.800\ m/s^2$ b) 8.4 m/s c) 5.00 s
3. a) $3.75\ m/s^2$ b) 22.5 m/s
5. 3.00
7. a) 147 N b) 127 N c) 192 N d) 84.5 N
9. a) $-5.36\ m/s^2$ b) 4 690 N c) 84.0 m
11. 0.272
13. a) $3.0\ m/s^2$ b) 48 N

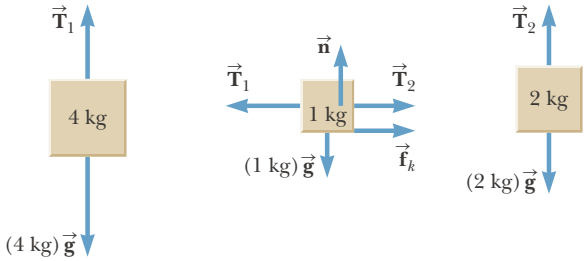
Preguntas conceptuales

1. La inercia de la maleta la mantendría moviéndose hacia adelante cuando el autobús se detiene. No habría una tendencia de que la maleta se desplace para atrás hacia el pasajero. El caso se desecharía.
3. a) $w = mg$ y g disminuye con la altitud. Por lo tanto, para hacer un buen negocio, cómprelo en Denver. b) Si el oro se vendiera en masa, no importaría donde lo comprara.
5. a) Dos fuerzas externas actúan sobre la pelota. i) Una es la fuerza gravitacional hacia abajo ejercida por la Tierra. ii) La segunda es una fuerza normal hacia arriba ejercida por la mano. Las reacciones ante estas fuerzas son i) una fuerza gravitacional hacia arriba ejercida por la pelota sobre la Tierra y ii) una fuerza hacia abajo ejercida por la pelota sobre la mano. b) Después de que la pelota sale de la mano, la única fuerza externa que actúa sobre ella es la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra. La reacción es una fuerza gravitacional hacia arriba ejercida por la pelota sobre la Tierra.
7. La fuerza que ocasiona que un automóvil se mueva es la fricción entre los neumáticos y el camino cuando el automóvil trata de empujar el camino hacia atrás. La fuerza que impulsa a un avión de hélice hacia adelante es la fuerza de reacción ejercida por el aire sobre la hélice cuando esta al girar empuja el aire hacia atrás (la acción). En un bote de remos, el remero empuja el agua hacia atrás con los remos (la acción). El agua empuja hacia adelante sobre los remos y por lo tanto al bote (la reacción).
9. Cuando el autobús empieza a moverse, la masa de Claudette se acelera debido a la fuerza ejercida por la parte posterior del asiento sobre su cuerpo. Sin embargo, Clark está parado y la única fuerza que actúa sobre él es la fricción entre sus zapatos y el piso del autobús. Por lo tanto, cuando el autobús empieza a moverse, sus pies aceleran hacia adelante, pero el resto de su cuerpo casi no experimenta una fuerza de aceleración (¡solo la que resulta de estár conectado a sus pies que aceleran!) Como consecuencia, su cuerpo permanece casi en reposo, de acuerdo con la primera ley de Newton, en relación con el suelo. Sin embargo, en relación con Claudette, él se mueve hacia ella y cae en su regazo. Los dos actores ganaron Premios de la Academia.
11. a) Cuando la persona da el paso, la acción es la fuerza que sus pies ejercen sobre la Tierra, la reacción es la fuerza ejercida por la Tierra sobre sus pies. b) En este caso la acción es la fuerza ejercida por la bola de nieve sobre la espalda de la niña; la reacción es la fuerza ejercida por la espalda de la niña sobre la bola de nieve. c) Esta acción es la fuerza ejercida por el guante sobre la bola; la reacción es la fuerza ejercida por la bola sobre el guante. d) Esta acción es la fuerza ejercida por las moléculas del aire sobre la ventana; la reacción es la fuerza ejercida por la ventana sobre las moléculas del aire. En cada caso, bien que se podrían intercambiar los términos "acción" y "reacción".
13. La tensión en la cuerda es la fuerza máxima que ocurre en *ambas* direcciones. En este caso, entonces, como los dos jalan con una fuerza cuya magnitud es de 200 N, la tensión es de 200 N. Si la cuerda no se mueve, entonces la fuerza sobre cada atleta debe ser igual a cero. Por lo tanto, cada atleta ejerce 200 N contra el suelo.
15. c)
17. b)
19. b)
21. b)

Problemas

1. 2×10^4 N
3. a) 12 N b) $3.0\ m/s^2$
5. 3.71 N, 58.7 N, 2.27 kg
7. $1.2\ m/s^2$ hacia arriba
9. a) $13.5\ m/s^2$ b) 1.42×10^3 N
11. a) $0.200\ m/s^2$ b) 10.0 m c) 2.00 m/s
13. 4.85 kN hacia el este
15. 1.1×10^4 N

17. a) 600 N en el cable vertical, 997 N en el cable inclinado, 796 N en el cable horizontal b) Si el punto de unión se moviera más alto sobre la pared, el cable izquierdo tendría una componente y que ayudaría a soportar al ladrón, reduciendo de esta manera la tensión en el cable a la derecha.
19. 150 N en el cable vertical, 75 N en el cable a la derecha, 130 N en el cable a la izquierda.
21. a) $T_1 = 79.8$ N, $T_2 = 39.9$ N b) 2.34 m/s^2
23. 613 N
25. 64 N
27. a) $T_1 = 3mg \operatorname{sen}\theta$ b) $T_2 = 2mg \operatorname{sen}\theta$
29. a) 7.0 m/s^2 horizontal y hacia la derecha b) 21 N c) 14 N horizontal y hacia la izquierda
31. a) 78.4 N b) 105 N
33. a) 4.90 kN b) 607 N
35. a) $T > w$ b) $T = w$ c) $T < w$ d) 1.85×10^4 N; sí e) 1.47×10^4 N; sí f) 1.25×10^4 N; sí
37. a) 2.15×10^3 N hacia adelante b) 645 N hacia adelante c) 645 N hacia atrás d) 1.02×10^4 N a 74.1° debajo de la horizontal y hacia atrás
39. $\mu_s = 0.38$, $\mu_k = 0.31$
41. a) 0.256 b) 0.509 m/s^2
43. a) 14.7 m b) Ninguna de las masas es necesaria
45. $\mu_k = 0.287$
47. 32.1 N
49. a) 33 m/s b) No. El objeto acelerará hasta 33 m/s a partir de cualquier rapidez menor y desacelerará a 33 m/s a partir de cualquier rapidez mayor.
51. a) 1.78 m/s^2 b) 0.368 c) 9.37 N d) 2.67 m/s
53. a) 1.11 s b) 0.875 s
55. a) 0.404 b) 45.8 lb
57. a)



b) 2.31 m/s^2, hacia abajo para el objeto de 4.00 kg, hacia la izquierda para el objeto de 1.00 kg, hacia arriba para el objeto de 2.00 kg c) 30.0 N en la cuerda izquierda, 24.2 N en la cuerda derecha d) Sin fricción, el bloque de 4 kg cae más libremente, por lo que la tensión T_1 en la cuerda atada a él se reduce. El bloque de 2 kg acelera hacia arriba a un ritmo mayor, de aquí que la fuerza de tensión T_2 que actúa sobre él debe ser mayor.
59. a) 84.9 N hacia arriba b) 84.9 N hacia abajo
61. 50 m
63. a) La fricción entre la caja y el camión b) 2.94 m/s^2
65. a) 2.22 m b) 8.74 m/s hacia abajo por el plano inclinado
67. a) 0.23 m/s^2 b) 9.7 N
69. a) 1.7 m/s^2, 17 N b) 0.69 m/s^2, 17 N
71. a) 3.43 kN b) 0.967 m/s horizontalmente hacia adelante c) Los dos aumentarían
73. a) 30.7° b) 0.843 N
75. 5.5×10^2 N
77. 72.0 N
79. a) 7.1×10^2 N b) 8.1×10^2 N c) 7.1×10^2 N d) 6.5×10^2 N
81. a) 0.408 m/s^2 hacia arriba b) 83.3 N
83. b) Si θ es mayor que $\tan^{-1}(1/\mu_s)$, el movimiento es imposible.
85. $(M + m_1 + m_2)(m_1 g/m_2)$

CAPÍTULO 5

Cuestionarios rápidos

1. c)
2. d)
3. c)
4. c)

Preguntas de ejemplo

1. Siempre que el mismo desplazamiento se produzca por la misma fuerza, al duplicar la carga no cambiará la cantidad de trabajo realizado por la fuerza aplicada.
2. Al duplicar el desplazamiento se duplica la cantidad de trabajo realizado en cada caso.
3. El camino húmedo reduciría el coeficiente de fricción cinética por lo que la velocidad final sería mayor.
4. c)
5. En cada caso la velocidad tendría una componente horizontal adicional, lo que significa que la rapidez global sería mayor.
6. Un ángulo menor significa que se requeriría una rapidez inicial mayor para permitir que el saltamontes alcance la altura indicada.
7. Si hay fricción un tobogán con forma diferente resultaría en cantidades diferentes de energía mecánica pérdida por fricción, por lo que la respuesta dependería de la forma del tobogán.
7. En la posición de cuclillas hay menos resistencia al viento. Al agacharse también baja el centro de gravedad del esquiador, facilitando su equilibrio.
9. 73.5%
10. Si la acróbata dobla sus piernas y se agacha inmediatamente después de hacer contacto con el trampolín y luego salta cuando la plataforma la empuja de regreso, puede rebotar a una altura mayor que su altura original.
11. La vibración continua del resorte significa que alguna energía no se transfirió al bloque. Como resultado, este subirá una distancia ligeramente menor por la rampa.
12. a)
13. El trabajo requerido se cuadruplicaría, pero el tiempo se duplicaría, por lo que la potencia global se duplicaría.
14. La potencia instantánea es de 9.00×10^4 W, que es el doble de la potencia promedio.
15. Falso. La respuesta correcta es un cuarto.
16. No. Utilizar cuadros del mismo tamaño es simplemente una cuestión de conveniencia.

Ejercicios de preparación

1. 1.79×10^4 N
3. a) 375 J b) 307 J
5. a) 4.90 m/s b) 5.66 m/s c) 6.32 m/s
7. 11.7 m/s
9. 82.6 W

Preguntas conceptuales

1. Dado que no ocurre ningún movimiento, la cuerda no experimenta desplazamiento y no se realiza trabajo sobre ella. Por la misma razón no se realiza trabajo sobre las poleas o sobre el suelo. Se realiza trabajo solo dentro de los cuerpos de las personas que jalan. Por ejemplo, el corazón de cada una aplica fuerzas sobre la sangre para hacerla circular a través del cuerpo.
3. a) Cuando el tobogán no tiene fricción, al cambiar su longitud o la forma no hará una diferencia en la rapidez final del niño, siempre que la diferencia en las alturas de los extremos superior e inferior del tobogán se mantenga constante. b) Si se debe considerar la fricción, la longitud de la trayectoria a lo largo de la cual la fuerza de fricción realiza trabajo negativo será mayor cuando el tobogán se haga más largo o tenga protuberancias. Por lo tanto, el niño llegará al extremo inferior con menos energía cinética (y de aquí que con menos rapidez).
5. Si se ignoran cualesquiera efectos debidos a la fricción por rodamiento sobre los neumáticos del automóvil, se determina que la misma cantidad de trabajo se realizaría al conducir hacia arriba en zigzag que conduciendo directamente hacia arriba por la montaña dado que el peso del automóvil

se mueve hacia arriba contra la gravedad por la misma distancia vertical en cada caso. Si se incluye la fricción, hay más trabajo realizado al conducir en zigzag dado que la distancia sobre la cual actúa la fuerza de fricción es mucho mayor. Entonces ¿por qué usamos caminos en zigzag? La respuesta se encuentra en la fuerza requerida, no en el trabajo. La fuerza requerida del motor para seguir una pendiente ligera es mucho menor que la necesaria para conducir directamente hacia arriba por la colina. Para enfrentar los caminos que van directo hacia arriba, se tendrían que rediseñar los motores para que apliquen fuerzas mucho mayores. (Es la misma razón por la que las rampas se diseñan para mover objetos pesados hacia adentro de los camiones, a diferencia de levantar los objetos de manera vertical).

7. a) La tensión en la cuerda de soporte no realiza trabajo, ya que el movimiento del péndulo siempre es perpendicular a la cuerda y, por lo tanto, a la fuerza de tensión. b) La resistencia del aire realiza trabajo negativo en todo momento, debido a que la resistencia del aire siempre actúa en una dirección opuesta a la del movimiento. c) La fuerza de la gravedad siempre actúa hacia abajo, por lo tanto, el trabajo realizado es positivo en la bajada y negativo en la subida.

9. Durante el tiempo que el dedo del pie está en contacto con el balón, el trabajo realizado por el dedo sobre el balón está dado por $W_{\text{dedo}} = \frac{1}{2}m_{\text{balón}}v^2 - 0 = \frac{1}{2}m_{\text{balón}}v^2$ donde v es la rapidez del balón cuando deja el dedo del pie. Después que el balón pierde contacto con el dedo, solo la fuerza gravitacional y la fuerza de retroceso debida a la resistencia del aire continúan realizando trabajo sobre el balón en todo su vuelo.

11. a) Sí, la energía mecánica global del sistema se conserva dado que las únicas fuerzas que actúan son conservativas: la fuerza de la gravedad y la fuerza del resorte. b) Hay dos formas de energía potencial en este caso: energía potencial gravitacional y energía potencia elástica almacenada en el resorte.

13. Suponga que levanta el libro lentamente. En este caso, hay dos fuerzas sobre él que casi son iguales en magnitud: la fuerza de levantamiento y la fuerza de la gravedad. El trabajo positivo realizado por usted y el trabajo negativo realizado por la gravedad se cancelan. No hay trabajo neto realizado ni un cambio neto en la energía cinética, por lo que el teorema del trabajo y de la energía se satisface.

15. Cuando el satélite se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra, su desplazamiento durante cualquier intervalo de tiempo pequeño es perpendicular a la fuerza de la gravedad, la cual siempre actúa hacia el centro de la Tierra. Por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza gravitacional durante cualquier desplazamiento es cero. (Recuerde que el trabajo realizado por una fuerza se define por $F\Delta x \cos\theta$, donde θ es el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento. En este caso, el ángulo es 90°, por lo que el trabajo realizado es cero). Dado que el teorema del trabajo y de la energía establece que el trabajo neto realizado sobre un objeto durante cualquier desplazamiento es igual al cambio en su energía cinética y el trabajo realizado en este caso es cero, el cambio en la energía cinética del satélite es cero: por lo tanto, su rapidez permanece constante.

17. a)

19. d)

Problemas

1. 700 J

3. 2×10^4 J

5. a) 61.3 J b) −46.3 J c) 0 d) El trabajo realizado por la gravedad no cambiaría, el trabajo realizado por la fuerza de fricción disminuiría y el trabajo realizado por la fuerza normal no cambiaría.

7. a) 79.4 N b) 1.49 kJ c) −1.49 kJ

9. a) 2.00 m/s b) 200 N

11. a) 879 J b) Su energía cinética aumenta en un factor de 4.

13. a) -5.6×10^2 J b) 1.2 m

15. a) 2.34×10^4 N b) 1.91×10^{-4} s

17. a) 4.68×10^9 J b) -4.68×10^9 J c) 1.87×10^6 N

19. a) 2.5 J b) –9.8 J c) –12.3 J

21. 7.37 N/m

23. 878 kN hacia arriba

25. $h = 6.94$ m

27. $W_{\text{bíceps}} = 120$ J, $W_{\text{dominada}} = 290$ J, se deben involucrar músculos adicionales

29. a) 4.30×10^5 J b) -3.97×10^4 J c) 115 m/s

31. a) La masa, el resorte y la Tierra (incluyendo a la pared) constituyen el sistema. La masa y la Tierra interactúan mediante la fuerza del resorte, la gravedad y la fuerza normal. b) El punto de extensión máxima, $x = 0.060$ m y el punto de equilibrio, $x = 0$ c) 1.53 J en $x = 6.00$ cm; 0 J en $x = 0$
d) $\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2$

$$\rightarrow \quad v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{k}{m}(x_1^2 - x_2^2)},$$

1.75 m/s e) 1.51 m/s. El valor de esta respuesta no corresponde a la mitad del valor de la primera respuesta dado que la ecuación no es lineal.

33. 0.459 m

35. a) 0.350 m b) El resultado sería menor que 0.350 m ya que parte de la energía mecánica se pierde como resultado de la fuerza de fricción entre el bloque y la pista.

37. a) 10.9 m/s b) 11.6 m/s

39. a) Inicialmente, toda la energía está almacenada en el resorte comprimido. Después de que se dispara el rifle y que el proyectil sale de este, la energía se transfiere a la energía cinética del proyectil, lo que resulta en un aumento pequeño en la energía potencial gravitacional. Una vez que el proyectil alcanza su altura máxima, toda la energía está asociada con su energía potencial gravitacional. b) 544 N/m c) 19.7 m/s

41. a) Sí. No hay fuerzas no conservativas actuando sobre el niño, por lo que la energía mecánica total se conserva. b) No. En la expresión para la conservación de la energía mecánica, la masa del niño está incluida en cada término y por lo tanto, se elimina. c) La respuesta es la misma en cada caso. d) La expresión se tendría que modificar para incluir el trabajo realizado por la fuerza de fricción. e) 15.3 m/s.

43. a) 372 N b) $T_1 = 372$ N, $T_2 = T_3 = 745$ N c) 1.34 kJ

45. 3.8 m/s

47. 289 m

49. a) 24.5 m/s b) Sí c) 206 m d) No es realista; la fuerza de retardo real variará con la rapidez.

51. 236 s o 3.93 min

53. 8.01 W

55. La potencia del automóvil deportivo es cuatro veces la del automóvil de modelo más viejo.

57. a) 2.38×10^4 W = 32.0 hp b) 4.77×10^4 W =63.9 hp

59. a) 24.0 J b) −3.00 J c) 21.0 J

61. a) La gráfica es una línea recta que pasa por los puntos (0 m, −16 N), (2 m, 0 N) y (3 m, 8 N). b) −12.0 J

63. 0.265 m/s

65. a) $EP_{Ⓐ} = 3.94 \times 10^5$ J, $EP_{Ⓑ} = 0$, $\Delta EP = -3.94 \times 10^5$ J
b) $EP_{Ⓐ} = 5.63 \times 10^5$ J, $EP_{Ⓑ} = 1.69 \times 10^5$ J, $\Delta EP = -3.94 \times 10^5$ J

67. a) 575 N/m b) 46.0 J

69. a) 4.4 m/s b) 1.5×10^5 N

71. a) 3.13 m/s b) 4.43 m/s c) 1.00 m

73. a) 0.588 J b) 0.588 J c) 2.42 m/s d) $EP_C = 0.392$ J e) $EC_C = 0.196$ J

75. a) 0.020 4 m b) 7.20×10^2 N/m

77. a) 423 mi/gal b) 776 mi/gal

79. a) 28.0 m/s b) 30.0 m c) 88.9 m detrás del final de la pista

81. a) 101 J b) 0.412 m c) 2.84 m/s d) −9.80 mm e) 2.86 m/s

83. 914 N/m

85. a) $W_{neto} = 0$ b) $W_{grav} = -2.0 \times 10^4$ J c) $W_{normal} = 0$, d) $W_{fricción} = 2.0 \times 10^4$ J
87. a) 10.2 kW b) 10.6 kW c) 5.82×10^6 J
89. 4.3 m/s
91. Entre 25.2 km/h y 27.0 km/h

CAPÍTULO 6

Cuestionarios rápidos

1. b)
2. c)
3. c)
4. a)
5. a) Perfectamente inelástico b) Inelástico c) Inelástico
6. a)

Preguntas de ejemplo

1. 44 m/s
2. Cuando un automóvil alcanza al otro, la velocidad relativa es pequeña, por lo que en el impacto el cambio en la cantidad de movimiento también es pequeño. Sin embargo, en un choque de frente la velocidad relativa es grande dado que los automóviles viajan en direcciones opuestas. En consecuencia, el cambio en la cantidad de movimiento de un pasajero en un choque de frente es mayor que cuando se trata de un impacto por detrás, lo cual implica una fuerza promedio mayor.
3. Suponiendo que las energías cinéticas de las dos flechas son idénticas, la flecha más pesada tendría una cantidad de movimiento mayor, debido a que $p^2 = 2mK$. Una cantidad de movimiento mayor de la flecha significa mayor rapidez de retroceso para el arquero.
4. La velocidad final no se afectaría, pero el cambio en la energía cinética se duplicaría.
5. La energía se puede perder debido a la fricción durante el impacto, por el trabajo realizado en deformar la bala y el bloque, por la fricción en el mecanismo físico, por la resistencia al avance del aire y por la creación de ondas sonoras.
6. No. Si ese fuera el caso, la energía no se podría conservar.
7. Los bloques no pueden llegar al reposo al mismo tiempo, debido a que según la ecuación 1) la cantidad de movimiento no se conservaría.
8. 45°
9. $m(a + g)$

Ejercicios de preparación

1. a) −0.800 m/s b) 3.20 m/s
3. a) 5.55 b) 4.77×10^3 kg
5. a) 2.62 kg · m/s b) 43.7 N
7. a) 0.369 J b) 0.640 m/s c) 0.184 J
9. a) 15.0 m/s b) 26.0 m/s
11. a) 4.54×10^5 kg b) 2.16×10^5 kg

Preguntas conceptuales

1. a) No. No puede transportar más energía cinética de la que posee. Eso violaría la ley de la conservación de la energía. b) Sí. Al rebotar del objeto que golpea, puede suministrar más cantidad de movimiento en un choque de la que posee en su vuelo.
3. Si toda la energía cinética desaparece, no debe haber movimiento de ninguno de los objetos después del choque. Si ninguno se mueve, la cantidad de movimiento final del sistema es cero y la cantidad de movimiento inicial del sistema también debió ser cero. Una situación en la cual esto podría ser cierto, sería el choque de frente de dos objetos con cantidades de movimiento de igual magnitud, pero en dirección opuesta.
5. Inicialmente, la arcilla tiene una cantidad de movimiento dirigida hacia la pared. Cuando choca y se pega a la pared, ni la arcilla ni la pared parecen tener alguna cantidad de movimiento. Por lo tanto, es tentador concluir (equivocadamente) que la cantidad de movimiento no se conserva. Sin embargo, la cantidad de movimiento "perdida" en realidad se transmite a la pared y a la Tierra, ocasionando que las dos se muevan. Debido a la masa enorme de la Tierra, su rapidez de retroceso es demasiado pequeña para que se detecte.
7. Conforme el agua se obliga a salir por los agujeros en el brazo, este transmite un impulso horizontal al agua. Luego el agua ejerce un impulso igual y opuesto sobre el brazo del rociador, lo que ocasiona que este gire en la dirección opuesta a la del rocío.
9. Será más fácil atrapar la pelota medicinal cuando su rapidez (y su energía cinética) sea más baja. La primera opción, lanzarla a la misma velocidad, será la más difícil, debido a que la rapidez no se reducirá. La segunda opción, lanzarla con la misma cantidad de movimiento, reducirá la velocidad de acuerdo con la razón de las masas. Como $m_t v_t = m_m v_m$ se deduce que

$$v_m = v_t\left(\frac{m_t}{m_m}\right)$$

La tercera opción, el lanzar la bola medicinal con la misma energía cinética, reducirá también la velocidad, pero solo en proporción a la raíz cuadrada del cociente de las masas. Como

$$\tfrac{1}{2}m_t v_t^{\,2} = \tfrac{1}{2}m_m v_m^{\,2}$$

se deduce que

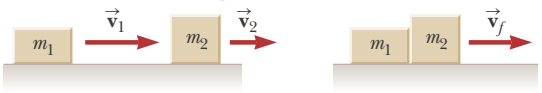
$$v_m = v_t\sqrt{\frac{m_t}{m_m}}$$

El lanzamiento más lento y más fácil se hará cuando la cantidad de movimiento se mantenga constante. Si quiere verificar esta respuesta, pruebe sustituir los valores de $v_t = 1$ m/s, $m_t = 1$ kg y $m_m = 100$ kg. Luego el lanzamiento con la misma cantidad de movimiento se atrapará a 1 cm /s, en tanto que el lanzamiento con la misma energía se atrapará a 10 cm/s.
11. El producto mv es igual para la bala y el rifle. La bala tiene una gran velocidad y una masa pequeña, en tanto que el rifle tiene una velocidad pequeña y una masa grande. Además, la bala lleva mucha más energía cinética que el rifle.
13. a) El seguimiento mantiene al palo en contacto con la pelota tanto como sea posible, maximizando el impulso. Por lo tanto, la pelota acumula un cambio en la cantidad de movimiento mayor que sin el seguimiento, y sale del palo con una velocidad más alta y viaja más lejos. b) Con un tiro corto al green, el factor principal es control, no distancia. De aquí que hay poco o nada de seguimiento, lo que permite al golfista tener una sensación más precisa de qué tan fuerte golpear la pelota.
15. No. El impulso, $\vec{\mathbf{F}}\Delta t$, depende de la fuerza y del intervalo de tiempo durante el que se aplica.
17. c)

Problemas

1. a) 8.35×10^{-21} kg · m/s b) 4.50 kg · m/s c) 750 kg · m/s d) 1.78×10^{29} kg · m/s
3. a) 31.0 m/s b) la bala, 3.38×10^3 J, contra 69.7 J
5. a) 0.42 N hacia abajo b) El granizo ejercería una fuerza promedio mayor sobre el techo debido a que este rebotaría y el impulso que actúa sobre el granizo sería mayor que el impulso que actúa sobre las gotas de lluvia. La tercera ley de Newton establece que el granizo ejerce una fuerza mayor sobre el techo.
7. a) 22.0 m/s b) 1.14 kg
9. a) 10.4 kg · m/s en la dirección de la velocidad final del balón b) 173 N
11. 1.39 N · s hacia arriba
13. a) 364 kg · m/s hacia arriba b) 438 N hacia arriba
15. a) 8.0 N · s b) 5.3 m/s c) 3.3 m/s
17. a) 12 N · s b) 8.0 N · s c) 8.0 m/s d) 5.3 m/s
19. a) 9.60×10^{-2} s b) 3.65×10^5 N c) $26.6g$
21. 65 m/s

23. a) 1.15 m/s b) 0.346 m/s en dirección opuesta al movimiento de la niña
25. a) 154 m b) Según la tercera ley de Newton, cuando el astronauta ejerce una fuerza sobre el tanque, este ejerce una fuerza de reacción sobre el astronauta. Esta fuerza de reacción acelera al astronauta hacia la nave espacial.
27. $v_{\text{lanzador}} = 2.48$ m/s, $v_{\text{receptor}} = 2.25 \times 10^{-2}$ m/s
29. a)



b) El choque se describe mejor como perfectamente inelástico ya que los patinadores permanecen en contacto después del choque.
c) $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_f$
d) $v_f = (m_1v_1 + m_2v_2)/(m_1 + m_2)$ e) 6.33 m/s
31. 15.6 m/s
33. a) 1.80 m/s b) 2.16×10^4 J
35. a) 1
37. 1.32 m
39. 57 m
41. 273 m/s
43. a) Él se mueve a una velocidad de $\left(\frac{m_g}{m_b}\right)v_g$ hacia el oeste.

b) $EC_g = \frac{1}{2}m_g v_g^2$; $EC_b = \left(\frac{m_g^2}{2m_b}\right)v_g^2$ La razón $\frac{EP_g}{EC_b} = \frac{m_b}{m_g}$ es mayor que 1 dado $m_b > m_g$. De aquí que la niña tiene más energía cinética. c) Se realiza trabajo por el niño y la niña ya que se empujan uno a la otra y el origen de este trabajo es la energía química en sus cuerpos.
45. 17.1 cm/s (el objeto de 25.0 g), 22.1 cm/s (el objeto de 10.0 g)
47. a) Sobre un intervalo de tiempo muy breve, las fuerzas externas no tienen tiempo para impartir un impulso significativo a los jugadores durante el choque. Los dos jugadores se mueven juntos después de la tacleada, por lo que el choque es completamente inelástico. b) 2.88 m/s a 32.3° c) 785 J. d) La energía cinética perdida se transforma en otras formas de energía como en energía térmica y sonido.
49. 5.59 m/s al norte
51. a) 2.50 m/s a −60° b) choque elástico
53. 1.78×10^3 N sobre el conductor del camión, 8.89×10^3 N sobre el conductor del automóvil
55. a) 8/3 m/s (partícula incidente), 32/3 m/s (partícula objetivo) b) −16/3 m/s (partícula incidente), 8/3 m/s (partícula objetivo) c) 7.1×10^{-2} J en el caso a) y 2.8×10^{-3} J en el caso b). La partícula incidente pierde más energía cinética en el caso a), en el cual la masa del objeto es 1.0 g
57. a) $v_1 = -1.7$ m/s (hacia la derecha); $v_2 = 1.1$ m/s (hacia la derecha)
59. 62 s
61. a) 3 b) 2
63. a) −2.33 m/s, 4.67 m/s b) 0.277 m c) 2.98 m d) 1.49 m
65. a) −0.667 m/s b) 0.952 m
67. a) 3.54 m/s b) 1.77 m c) 3.54×10^4 N d) No, la fuerza normal ejercida por el riel contribuye una cantidad de movimiento hacia arriba para el sistema
69. a) 0.28 o 28% b) 1.1×10^{-13} J para el neutrón, 4.5×10^{-14} J para el carbono
71. a) No. Después de chocar, los automóviles, que se mueven como una unidad, viajarían hacia el noreste, por lo que no podrían dañar la propiedad en la esquina sureste. b) Componente x: 16.3 km/h, componente y: 9.17 km/h, ángulo: la velocidad final del automóvil es 18.7 km/h a 29.4° al noreste, consistente con el inciso a).
73. a) 4.85 m/s b) 8.41 m
75. $v_0 = \left(\frac{M + m}{m}\right)\sqrt{2\mu g d}$
77. a) 1.1 m/s a 30° debajo del eje x positivo b) 0.32 o 32%
79. a) La cantidad de movimiento del sistema bala-bloque se conserva en el choque, por lo que se puede relacionar la rapidez del bloque y la bala inmediatamente después del choque con la rapidez inicial de la bala. Luego, se puede utilizar la conservación de la energía mecánica en el sistema bala-bloque-Tierra para relacionar la rapidez después del choque con la altura máxima. b) 521 m/s hacia arriba.

CAPÍTULO 7

Cuestionarios rápidos

1. c)
2. b)
3. b)
4. b)
5. a)
6. 1. e) 2. a) 3. b)
7. c)
8. b), c)
9. e)
10. d)

Preguntas de ejemplo

1. Sí. El factor de conversión es (180°/π rad) o 57.3° s^{-1}.
2. Todas las cantidades dadas y las respuestas están en unidades angulares, por lo que modificar el radio de la rueda no tiene un efecto en las respuestas.
3. En este caso, al duplicar la aceleración angular se duplica el desplazamiento angular. Eso es cierto en este caso dado que la rapidez angular inicial es cero.
4. La aceleración angular de un tocadiscos en modo de reproducción es cero. Un reproductor de CD debe tener una aceleración diferente de cero debido a que la rapidez angular debe cambiar.
5. b)
6. Aumentaría.
7. El ángulo del peralte, el coeficiente de fricción y el radio del círculo determinan las rapideces seguras mínima y máxima.
8. La fuerza normal aún es cero.
9. Sí. La fuerza de gravedad que actúa sobre cada bola de billar las mantiene contra la mesa y ayuda a crear fuerzas de fricción que les permiten rodar. Sin embargo, las fuerzas de gravedad entre las bolas son insignificantes.
10. Primero, la mayoría de los asteroides tienen una forma irregular, por lo que la ecuación 1) no se puede aplicar debido a que la aceleración quizá no sea uniforme. Segundo, el asteroide tal vez sea tan pequeño que no habrá una región significativa o útil donde la aceleración sea uniforme. En ese caso, se requeriría la ley de la gravitación más general de Newton.
11. b)
12. La energía mecánica se conserva en este sistema. Debido a que la energía potencial en el perigeo es menor, la energía cinética debe ser mayor.
13. 5 días

Ejercicios de preparación

1. a) 785 m b) 2.20 radianes
3. a) 1.26 rad/s b) 24.5 rev/min
5. 1.99×10^{-7} rad/s
7. a) 0.608 m/s^2 b) 28.9 rad/s c) 261 rad d) 99.2 m
9. a) 4.44 N b) 8.36 N
11. $0.5g$
13. 1.34×10^4 m/s
15. a) 18.0 UA b) 35.4 UA

Preguntas conceptuales

1. a) La cabeza tenderá a inclinarse hacia el hombro derecho (es decir, hacia afuera de la curva). b) Cuando no hay una correa, la tensión en los músculos del cuello produce la ace-

leración centrípeta. c) Con un cinturón, la tensión en este realiza esta función, lo que permite que los músculos del cuello permanezcan relajados.

3. El velocímetro será impreciso. El velocímetro mide el número de revoluciones por segundo del neumático, por lo que sus lecturas serán demasiado bajas.

5. a) El punto *C*. En este caso la aceleración total es centrípeta, directa hacia arriba. b) El punto *A*. La rapidez en *A* es cero donde la lenteja invierte su dirección. En este caso la aceleración es tangencial, hacia la derecha y hacia abajo perpendicular a la cuerda. c) El punto *B*. En este caso la aceleración total va hacia la derecha y señalando en una dirección en un punto entre las direcciones tangencial y radial, dependiendo de sus magnitudes relativas.

7. Considere un individuo de pie contra el interior de la pared del cilindro con su cabeza apuntando hacia el eje del mismo. Conforme el cilindro gira, la persona tiende a moverse en una trayectoria en línea recta tangente a la trayectoria circular seguida por la pared del cilindro. Como resultado, la persona presiona contra la pared y la fuerza normal ejercida sobre ella proporciona la fuerza radial requerida para mantenerla moviéndose en una trayectoria circular. Si la rapidez rotacional se ajusta de modo que esta fuerza normal sea igual en magnitud a su peso en la Tierra, ella no podrá distinguir entre la gravedad artificial de la colonia y la gravedad ordinaria.

9. La tendencia del agua es moverse en una trayectoria en línea recta tangente a la trayectoria circular seguida por el recipiente. Como resultado, en la parte superior de la trayectoria circular, el agua presiona contra el fondo de la cubeta y la fuerza normal ejercida por esta sobre el agua proporciona la fuerza radial requerida para mantener al agua moviéndose en su trayectoria circular.

11. Cualquier objeto que se mueve de manera que la *dirección* de su velocidad cambia tiene una aceleración. Un automóvil que se mueve en una trayectoria circular siempre tendrá una aceleración centrípeta.

13. La rapidez cambia. La componente de la fuerza tangencial a la trayectoria ocasiona una aceleración tangencial.

Problemas

1. a) 7.27×10^{-5} rad/s b) Debido a su rotación alrededor de su eje, la Tierra se abulta en el ecuador.

3. a) 3.2×10^{8} rad b) 5.0×10^{7} rev

5. a) 821 rad/s^2 b) 4.21×10^{3} rad

7. a) 3.5 rad b) El desplazamiento angular aumenta en un factor de 4 dado que la ecuación 7.9 es cuadrática en las velocidades angulares.

9. Rotor principal: 179 m/s = $0.522v_{\text{sonido}}$
Rotor de cola: 221 m/s = $0.644v_{\text{sonido}}$

11. a) 116 rev b) 62.1 rad/s

13. 13.7 rad/s^2

15. a) 6.53 m/s b) 0.285 m/s^2 dirigida hacia el centro del arco circular

17. a) 0.346 m/s^2 b) 1.04 m/s c) 0.346 m/s^2 d) 0.943 m/s^2 e) 1.00 m/s^2 a 20.1° hacia adelante respecto a la dirección de $\vec{\mathbf{a}}_c$

19. a) 20.6 N b) 3.35 m/s^2 hacia abajo tangente al círculo; 32.0 m/s^2 radialmente hacia adentro c) 32.2 m/s^2 a 5.98° respecto a la cuerda, apuntando hacia una ubicación debajo del centro del círculo. d) No cambia. e) Si el objeto oscila hacia abajo gana rapidez. Si oscila hacia arriba pierde rapidez, pero su aceleración tiene la misma magnitud y su dirección se puede describir en los mismos términos.

21. a) 1.10 kN b) 2.04 veces su peso

23. 22.6 m/s

25. a) 18.0 m/s^2 b) 900 N c) 1.84; este coeficiente grande no es realista y ella no podrá permanecer en el carrusel.

27. a) 9.8 N b) 9.8 N c) 6.3 m/s

29. a) La fuerza de fricción estática que actúa hacia el centro de la curvatura del camino ocasiona la aceleración centrípeta del maletín. Cuando la fuerza centrípeta necesaria excede el valor máximo de la fuerza de fricción estática, $\mu_s n$, el maletín comienza a deslizarse. b) 0.370

31. a) 1.58 m/s^2 b) 455 N hacia arriba c) 329 N hacia arriba d) 397 N dirigida hacia adentro y a 80.8° arriba de la horizontal

33. 321 N hacia la Tierra

35. 1.1×10^{-10} N a 72° arriba del eje $x+$

37. a) 2.50×10^{-5} N hacia el objeto de 500 kg b) entre los dos objetos y a 0.245 m del objeto de 500 kg

39. a) $r = \frac{9}{8}R_E = 7.18 \times 10^{6}$ m b) 7.98×10^{5} m

41. a) 2.43 h b) 6.59 km/s c) 4.73 m/s^2 hacia la Tierra

43. 6.3×10^{23} kg

45. $\frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{27}{8}} = 1.84$

47. a) 1.90×10^{27} kg b) 1.89×10^{27} kg c) sí

49. a) 9.40 rev/s b) 44.2 rev/s^2; $a_r = 2\,590$ m/s^2; $a_t = 206$ m/s^2 c) $F_r = 515$ N; $F_t = 40.7$ N

51. a) 2.51 m/s b) 7.90 m/s^2 c) 4.00 m/s

53. a) 7.76×10^{3} m/s b) 89.3 min

55. a) $n = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right)$ b) 17.1 m/s

57. a) $F_{g,\,\text{Verdadera}} = F_{g,\,\text{aparente}} + mR_E\omega^2$ b) 732 N (ecuador), 735 N (cualquier polo)

59. 11.8 km/s

61. 0.835 rev/s

65. a) 10.6 kN b) 14.1 m/s

67. a) 0.71 años b) La salida se debe sincronizar de modo que la nave especial llegue al afelio cuando el planeta objetivo esté allí.

69. a) $t = \frac{2R\omega}{g}$ b) $\omega = \sqrt{\frac{\pi g}{R}}$

71. a) 109 N b) 56.4 N

73. a) 106 N b) 0.396

75. 0.131

CAPÍTULO 8

Cuestionarios rápidos

1. d)

2. b)

3. b)

4. a)

5. c)

6. a)

Preguntas de ejemplo

1. La puerta giratoria comienza a moverse en sentido contrario al de las manecillas del reloj y no en sentido de las manecillas del reloj.

2. Al colocar la cuña más cerca de la perilla de la puerta aumenta su efectividad.

3. Si la mujer se inclina hacia atrás, el par de torsión que ejerce sobre el sube y baja aumenta y comienza a descender.

4. b)

5. El sistema comenzaría a girar en el sentido de las manecillas del reloj.

6. El ángulo que forma la fuerza del bíceps aún no variaría mucho de 90° pero la longitud del brazo de momento se duplicaría, por lo que la fuerza requerida del bíceps se reduciría casi a la mitad.

7. c)

8. La tensión en el cable aumentaría.

9. Al aumentar la barra entre las bolas 2 y 4 ocasionaría un cambio mayor en el momento de inercia.

10. Al dar un paso hacia adelante se transfiere la cantidad de movimiento del cuerpo del lanzador hacia la pelota. Sin una sincronización apropiada, la transferencia no tendrá lugar o tendrá menos efecto.

11. La magnitud de la aceleración disminuiría; la de la tensión aumentaría.
12 Bloque, bola, cilindro
13. La respuesta final no cambiaría.
14. Su rapidez angular permanece igual.
15. No se viola la conservación de la energía. El cambio positivo neto ocurre debido a que el estudiante realiza trabajo sobre el sistema.

Ejercicios de preparación

1. a) 36.0 N y b) 24.0 N
3. a) -0.942 rad/s^2 b) 78.6 rad
5. a) 25.0 N · m b) 50.0 N · m
7. (1.33 m, 2.00 m)
9. a) 8.57 rad/s b) 0 N · m
11. a) 0.331 kg · m^2 b) 0.248 N · m c) 0.709 N
13. a) 1.04 J b) 0.110 kg · m^2/s

Preguntas conceptuales

1. A fin de que usted permanezca en equilibrio, su centro de gravedad siempre debe estar sobre su punto de soporte, los pies. Si sus talones están contra una pared, su centro de gravedad no puede permanecer arriba de sus pies cuando se dobla hacia adelante, por lo que pierde el equilibrio.
2. No, solo si su velocidad angular cambia.
3. La barra larga tiene un momento de inercia grande respecto a un eje a lo largo de la cuerda. El par de torsión desequilibrado entonces producirá solo una aceleración angular pequeña del sistema artista-barra, para extender el tiempo disponible para regresar al equilibrio. Para mantener el centro de masa arriba de la cuerda, el artista puede mover la barra a la izquierda o a la derecha, en lugar de tener que flexionar su cuerpo a los lados. La barra se flexiona hacia abajo en los extremos para bajar el centro de gravedad del sistema, aumentando la estabilidad relativa del sistema.
7. Cuando el motociclista deja el suelo, la fricción entre el neumático y el suelo desaparece de repente. Si el motociclista mantiene oprimido el acelerador mientras deja el suelo, el neumático posterior aumentará su rapidez angular y, por tanto, su cantidad de movimiento angular. La motocicleta en el aire ahora es un sistema aislado y su cantidad de movimiento angular debe conservarse. El aumento en la cantidad de movimiento angular del neumático dirigido, digamos, en sentido de las manecillas del reloj se debe compensar con un incremento en la cantidad de movimiento angular de toda la motocicleta en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Esta rotación resulta en que la nariz de la motocicleta suba y que la cola baje.
9. La cantidad de movimiento angular de la nube de gas se conserva. Por lo tanto, el producto $I\omega$ permanece constante. Cuando el tamaño de la nube se encoge, su momento de inercia disminuye, por lo que su rapidez angular ω debe aumentar.
11. Se puede suponer de forma muy precisa que el motor de impulsión funcionará con una rapidez angular y un par de torsión constantes. a) Conforme el radio del carrete de captación aumenta, la tensión en la cinta disminuirá, de acuerdo con la ecuación

$$T = \tau_{\text{const}}/R_{\text{captación}} \qquad 1)$$

Conforme el radio del carrete fuente disminuye, dada una reducción en la tensión, el par de torsión en el carrete fuente disminuirá aún más rápido, como se muestra en la ecuación siguiente:

$$\tau_{\text{fuente}} = TR_{\text{fuente}} = \tau_{\text{const}}R_{\text{fuente}}/R_{\text{captación}} \qquad 2)$$

b) En el caso de un jalón repentino sobre la cinta, la rapidez angular variable del carrete fuente se vuelve importante. Si el carrete fuente está lleno, entonces el momento de inercia será grande y la tensión en la cinta también lo será. Si el carrete fuente está casi vacío, entonces la aceleración angular será grande. Por lo tanto, es más probable que la cinta se rompa cuando el carrete fuente esté casi lleno. Se puede ver el mismo efecto en el caso de un rollo de toallas de papel: es más fácil tomar y sacar una toalla de papel cuando el rollo está lleno que cuando está casi vacío.
13. a) Cuando una escalera está recargada contra una pared, la pared y el piso ejercen fuerzas de fricción sobre la escalera. Si el piso es perfectamente liso, no puede ejercer una fuerza de fricción en la dirección horizontal para contrarrestar la fuerza normal de la pared. Por lo tanto, la escalera sobre un piso liso no puede mantener el equilibrio. Sin embargo, una pared lisa aún puede ejercer una fuerza normal para mantener a la escalera en equilibrio contra el movimiento horizontal. El par de torsión en sentido contrario al de las manecillas del reloj de esta fuerza evita la rotación respecto a la base de la escalera. Así, se debe elegir un piso rugoso.
15. d)
17. e)

Problemas

1. 168 N · m
3. a) 30 N · m (sentido contrario al de las manecillas del reloj) b) 36 N · m ((sentido contrario al de las manecillas del reloj)
5. a) 5.1 N · m b) El par de torsión aumenta, debido a que es proporcional al brazo de momento, L sen θ y este factor aumenta cuando θ aumenta.
7. $F_t = 724$ N, $F_s = 716$ N
9. 312 N
11. $x_{cg} = 3.33$ pies, $y_{cg} = 1.67$ pies
13. (-1.5 m, -1.5 m)
15. 1.01 m en la figura P8.15b; 0.015 m hacia la cabeza en la figura P8.15c.
17. a) $T = 2.71$ kN b) $R_x = 2.65$ kN
19. a) 443 N, b) 222 N (hacia la derecha), 216 N (hacia arriba)
21. $T_1 = 501$ N, $T_2 = 672$ N, $T_3 = 384$ N
23. a) $d = \dfrac{mg}{2k \tan\theta}$ b) $R_x = \dfrac{mg}{2 \tan\theta}$; $R_y = mg$
25. $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{w}{h}\right)$
27. $R = 107$ N, $T = 157$ N
29. 209 N
31. a) 99.0 kg · m^2 b) 44.0 kg · m^2 c) 143 kg · m^2
33. a) 87.8 kg · m^2 b) 1.61×10^3 kg c) 4.70 rad/s
35. a) 3.92 m/s^2 b) 9.80 rad/s^2 c) Cuando la cuerda sale del cilindro, la masa del cilindro disminuye, con lo que también disminuye el momento de inercia del cilindro. Al mismo tiempo, la masa de la cuerda que sale del cilindro aumentaría el par de torsión ejercido sobre el cilindro. Por lo tanto, la aceleración del sistema aumentaría en magnitud con el tiempo. (El aumento sería ligero en este caso, dada la gran masa del cilindro).
37. a) 24.0 N · m b) 0.035 6 rad/s^2 c) 1.07 m/s^2
39. 177 N
41. 0.524
43. 276 J
45. a) 5.47 J b) 5.99 J
47. a) 3.90 m/s b) 15.6 rad/s
49. 149 rad/s
51. a) 500 J b) 250 J c) 750 J
53. a) 5.00 m b) 2.31×10^4 J c) 1.79×10^4 J d) 9.27 m/s
55. a) 7.08×10^{33} J · s b) 2.66×10^{40} J · s
57. 17.5 J · s en sentido contrario al de las mancillas del reloj
59. a) $7md^2/3$ b) mgd en sentido contrario al de las mancillas del reloj c) $3g/7d$ en sentido contrario al de las mancillas del reloj d) $2g/7$ hacia arriba e) mgd f) $\sqrt{6g/7d}$ g) $m\sqrt{14gd^3/3}$ h) $\sqrt{2gd/21}$
61. 6.73 rad/s
63. 5.99×10^{-2} J
65. a) $\omega = \left(\dfrac{I_1}{I_1 + I_2}\right)\omega_0$ b) $\dfrac{EC_f}{EC_i} = \dfrac{I_1}{I_1 + I_2} < 1$

67. a) 2.6 rad/s b) $5.1 \times 10^5\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$ c) $1.7 \times 10^6\ \text{J}$
69. a) Cuando el niño camina hacia el extremo derecho del bote, este se mueve hacia la izquierda (hacia el muelle). b) El bote se mueve 1.45 m más cerca del muelle, por lo que el niño estará a 5.55 m del muelle. c) No. A él le faltarán 0.45 m para alcanzar a la tortuga.
71. 36.9°
73. a) Mvd b) Mv^2 c) Mvd d) $2v$ e) $4Mv^2$ f) $3Mv^2$
75. a) 6.73 N hacia arriba b) $x = 0.389$ m
77. a) 0 b) 0; debido a que el mono y los plátanos se mueven hacia arriba con la misma rapidez, la cantidad de movimiento angular del sistema es cero. c) El mono no alcanzará los plátanos sino hasta que se atoren en la polea.
79. 1.09 m
81. a) $T = \dfrac{Mmg}{M + 4m}$ b) $a_t = \dfrac{4mg}{M + 4m}$
83. 24.5 m/s
85. 9.3 kN
87. a) $3.12\ \text{m/s}^2$ b) $T_1 = 26.7$ N, $T_2 = 9.36$ N
89. a) 0.73 m b) 1.6 m/s

CAPÍTULO 9

Cuestionarios rápidos

1. c)
2. a)
3. c)
4. b)
5. c)
6. b)
7. a)

Preguntas de ejemplo

1. Debido a que el agua es más densa que el aceite, la presión ejercida por una columna de agua es mayor que la presión ejercida por una columna de aceite.
2. Tungsteno, acero, aluminio, caucho
3. El cráneo y el cuello del liniero experimentarían un esfuerzo de compresión.
4. Acero, cobre, mercurio, agua
5. A una altitud mayor, la columna de aire arriba de un área dada es progresivamente más corta y menos densa, por lo que el peso de la columna de aire se reduce. La presión la ocasiona el peso de la columna de aire, por lo que la presión también disminuye.
6. Conforme el fluido sale a través de una sola abertura, el aire dentro de la lata arriba del fluido se expande en un volumen mayor, reduciendo la presión a un valor menor que el de la presión atmosférica. Luego el aire debe entrar por la misma abertura en dirección opuesta, lo que resulta en un flujo de fluido interrumpido. Una abertura separada para la entrada de aire mantiene presión del aire dentro de la lata sin interrumpir el flujo del fluido.
7. Cierto
8. Falso
9. a)
10. La cubeta de aluminio flotaría libre del fondo.
11. La rapidez de la sangre en la región estrechada aumenta.
12. Un factor de 2
13. La rapidez disminuye con el tiempo.
14. El límite es $v_1 = \sqrt{2gh}$ y se denomina ley de Toricelli. (Consulte el ejemplo 9.13).
15 La diferencia de presión a través de las alas depende linealmente de la densidad del aire. A una altitud mayor, la densidad del aire disminuye, por lo que la fuerza de sustentación también disminuye.
16. Falso
17. No. Hay muchas plantas más altas que 0.3 m, por lo que debe haber alguna explicación adicional.
18 Un factor de 16
19. Falso

Ejercicios de preparación

1. 1.96×10^{-3} N
3. 5.35×10^5 Pa
5. 8.9×10^{-6} m
7. 2.35×10^6 Pa
9. a) $1.77 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$ b) 17.3 N c) 196 N d) 179 N
11. 6.57 m/s

Preguntas conceptuales

1. Ella ejerce suficiente presión sobre el piso para hacer una mella o un agujero en la cobertura del piso. La gran presión se debe al hecho de que su peso se distribuye sobre un área transversal muy pequeña de sus zapatos de tacón. Si usted fuera el propietario, podría sugerir que se quite los zapatos y se ponga pantuflas.
3. La densidad del aire es menor en la ciudad de Denver, que está a una milla de altura, de lo que es en altitudes menores, por lo tanto, el efecto de la resistencia del aire al avance es menor en Denver que en una ciudad como Nueva York. La resistencia reducida al avance del aire significa que un buen bateo de una pelota viajará más lejos, lo cual beneficia a los bateadores de cuadrangulares. Por otro lado, los lanzadores de bolas curvas prefieren lanzar a altitudes menores donde la densidad más alta del aire produce fuerzas desviadoras mayores en una pelota que gira.
5. Si considera a los granos almacenados en un silo como un fluido, la presión que estos ejercen sobre las paredes del silo aumenta al incrementarse la profundidad, al igual que la presión en un lago crece al aumentar la profundidad. Por lo tanto, el espaciamiento entre las bandas se hace menor en las partes inferiores para contrarrestar las fuerzas más grandes hacia afuera sobre las paredes en estas regiones.
7. En el océano el barco flota debido a la fuerza de flotación del *agua salada*, que es más densa que el agua dulce. Cuando el barco es remolcado por el río, la fuerza de flotación del agua dulce en el río no es suficiente para soportar el peso del barco y este se hunde.
9. A una elevación menor la presión del agua es mayor debido a que la presión se incrementa al aumentar la profundidad debajo de la superficie del agua en el depósito (o la torre de agua). El departamento en el último piso no está muy alejado de la superficie del agua. La presión detrás de una llave cerrada es más débil allí y por lo tanto el flujo es más débil que el de una llave abierta. Es probable que el departamento de bomberos tenga un registro de la elevación precisa de cada hidrante contraincendios.
11. Las dos latas desplazan el mismo volumen de agua y de aquí que estén sometidas a fuerzas de flotación de igual magnitud. El peso total de la lata de refresco dietético debe ser menor que esta fuerza de flotación, en tanto que el peso total de la lata de refresco regular es mayor que la fuerza de flotación. Esto es posible, aunque los dos recipientes son idénticos y contienen el mismo volumen de líquido. Debido a la diferencia en las cantidades y densidades de los edulcorantes utilizados, el volumen V de la mezcla dietética tendrá menos masa que un volumen igual a la mezcla regular.
13. Abrir la ventana resulta en una diferencia de presión menor entre el exterior y el interior de la casa y, por lo tanto, menos tendencia de un daño severo a la estructura debido al efecto de Bernoulli.
15. b)

Problemas

1. $4.74\rho_0$
3. a) 2 550 N b) 3.00×10^4 Pa c) No. La presión será la misma solo si todos los acróbatas usan zapatos del mismo tamaño.

5. a) $\sim 4 \times 10^{17}$ kg/m^3 b) La densidad de un átomo es de unas 10^{14} veces mayor que la densidad del hierro y de otros sólidos y líquidos comunes. Esto demuestra que un átomo es en gran parte espacio vacío. Los líquidos y sólidos, así como los gases, en gran parte son espacio vacío.
7. a) 1.01×10^6 N b) 3.88×10^5 N c) 1.11×10^5 Pa
9. 4.90 mm
11. 1.05×10^7 Pa
13. 3.5×10^8 Pa
15. 4.4 mm
17. 8.6×10^{-4} m
19. 1.9 cm
21. a) 3.71×10^5 Pa b) 3.57×10^4 N
23. 0.133 m
25. 1.05×10^5 Pa
27. 27 N · m
29. 0.258 N hacia abajo
31. 9.41 kN
33. a) 408 kg/m^3 b) Si la masa del objeto de acero es apenas ligeramente mayor que 0.310 kg, entonces el bloque está sumergido pero el objeto de acero y el bloque no se hunden hasta el fondo, ya que el objeto de acero empieza a desplazar agua y la fuerza de flotación aumenta. Si el objeto de acero es sólido, desplazará un poco más que 0.039 kg de agua cuando esté completamente sumergido. El objeto de acero y el bloque se hundirán hasta el fondo cuando la masa del objeto de acero sobrepase unos 0.350 kg. Para los valores menores que este, pero mayores que 0.310 kg, el bloque estará sumergido y el objeto de acero parcialmente sumergido.
35. a) 1.43 kN hacia arriba b) 1.28 kN hacia arriba c) El globo se expande debido a que la presión externa disminuye al aumentar la altitud.
37. a) 4.0 kN b) 2.2 kN c) La presión del aire a esta gran altitud es mucho menor que la presión atmosférica en la superficie de la Tierra, por lo que los globos se expanden y al paso del tiempo estallan.
39. a) 7.00 cm b) 2.80 kg
41. a) 1.46×10^{-2} m^3 b) 2.10×10^3 kg/m^3
43. 17.3 N (báscula superior), 31.7 N (báscula inferior)
45. a) 80 g/s b) 0.27 mm/s
47. 12.6 m/s
49. a) 9.43×10^3 Pa b) 255 m/s c) La densidad del aire disminuye al aumentar la altura, lo que resulta en una diferencia en presión menor. Más allá de la altitud operacional máxima, la diferencia en presión ya no puede soportar la aeronave.
51. a) 0.553 s b) 14.5 m/s c) 0.145 m/s d) 1.013×10^5 Pa e) 2.06×10^5 Pa; los términos de la gravedad se pueden ignorar. f) 33.0 N
53. 9.00 cm
55. 1.47 cm
57. a) 28.0 m/s b) 28.0 m/s c) 2.11 MPa
59. 8.3×10^{-2} N/m
61. 5.6×10^{-2} N/m
63. 8.6 N
65. 2.1 MPa
67. 2.8 μm
69. 0.21 mm
71. $RN = 4.3 \times 10^3$; flujo turbulento
73. 1.8×10^{-3} kg/m^3
75. 1.4×10^{-5} N · s/m^2
77. a) Las fuerzas de flotación son las mismas debido a que los dos bloques desplazan cantidades iguales de agua. b) En la báscula de resorte se lee el valor mayor del bloque de hierro. c) $B = 2.0 \times 10^3$ N para los dos bloques, $T_{\text{hierro}} = 13 \times 10^3$ N, $T_{\text{aluminio}} = 3.3 \times 10^3$ N.
79. b) 5.9 km
81. 2.5×10^7 vasos capilares
83. a) 1.57 kPa, 1.55×10^{-2} atm, 11.8 mm de Hg b) El nivel de fluido en la toma debe subir. c) Obstrucción del flujo en el fluido cerebroespinal.
85. 2.25 m arriba del nivel del punto B
87. 0.605 m
89. $F = \pi R^2(P_0 - P)$
91. 17.0 cm arriba del piso

CAPÍTULO 10

Cuestionarios rápidos

1. c)
2. b)
3. c)
4. c)
5. A diferencia del hielo en la tierra, el hielo en el océano ya desplaza agua, por lo que cuando se derrita los niveles del océano no cambian mucho.
6. b)

Preguntas de ejemplo

1. Un grado Celsius
2. Cierto.
3. Cuando la temperatura disminuye, la tensión en el alambre aumenta.
4. La magnitud del cambio en la temperatura sería mayor debido a que el coeficiente de dilatación lineal del acero es menor que el del cobre.
5. Vidrio, aluminio, alcohol etílico, mercurio
6. El globo se expande.
7. La presión se reduce ligeramente.
8. El volumen de aire disminuye.
9. La presión aumentaría, hasta el doble si todas las reflexiones fueran elásticas.
10. Cierto.

Ejercicios de preparación

1. 15.6
3. a) −13.0°F b) 248 K
5. a) 3.4×10^{-5} (°C)$^{-1}$ b) 1.2×10^{-4} m^2
7. a) 298 K b) 191 K
9. a) 425 K b) 1.29 mol c) 6 830 J

Preguntas conceptuales

1. a) Es común que un plato de vidrio ordinario se rompa debido a los esfuerzos que se acumulan cuando el vidrio se dilata al calentarse. b) El coeficiente de dilatación del vidrio Pyrex es mucho menor que el del vidrio ordinario. Por lo tanto, el plato de Pyrex se dilatará mucho menos que el de vidrio ordinario y normalmente no desarrolla un esfuerzo suficiente para ocasionar su ruptura.
3. El mercurio debe tener el coeficiente de dilatación mayor. Conforme la temperatura de un termómetro sube, el mercurio y el vidrio se dilatan. Si los dos tuvieran el mismo coeficiente de dilatación lineal, el mercurio y la cavidad en el vidrio se dilatarían la misma cantidad y no habría un movimiento aparente del extremo de la columna de mercurio en relación con la escala de calibración en el vidrio. ¡Si el vidrio se dilata más que el mercurio, la lectura bajaría cuando se elevara la temperatura! Ahora que se ha discutido esto de manera conceptual, se puede consultar una tabla y encontrar que el coeficiente para el mercurio es de unas 20 veces mayor que el del vidrio, por lo que la dilatación del vidrio en ocasiones se puede ignorar.
5. Se puede considerar a cada bacteria como si fuera una bolsa pequeña de líquido que contiene burbujas de gas a una temperatura muy elevada. La ley de los gases ideales establece que, si la bacteria sube rápidamente a la superficie, entonces su volumen debe aumentar drásticamente. De hecho, el aumento en volumen es suficiente para destruir la bacteria.
7. El agua adicional se vaporiza en la burbuja, de manera que el número de moles n aumenta.

9. Las bolsas de frituras de papa contienen una muestra de aire sellada. Cuando las bolsas se llevan arriba de la montaña, la presión atmosférica externa en ellas se reduce. Como resultado, la diferencia entre la presión del aire dentro de las bolsas y la presión externa reducida resulta en una fuerza neta que empuja hacia afuera el plástico de las bolsas.
11. El coeficiente de dilatación para el metal por lo general es mayor que el del vidrio; de aquí que la tapa metálica se afloja dado que se dilata más que el vidrio.
13. Cuando la temperatura del agua aumenta, esta se dilata o su presión aumenta, o las dos cosas. El exceso de volumen se derramará del sistema de refrigeración, o de lo contrario la presión aumentaría muy alto. La dilatación del propio radiador proporciona solo un poco de alivio, debido a que en general los sólidos se dilatan mucho menos que los líquidos para un cambio positivo dado en temperatura.

Problemas

1. a) −460°C b) 37.0°C c) −280°C
3. a) −253°C b) −423°F
9. a) 107°F b) Sí; la temperatura normal del cuerpo es de 98.6°F, por lo que el paciente tiene una fiebre alta que necesita atención inmediata.
11. 31 cm
13. 55.0°C
15. a) −179°C (alcanzable) b) −376°C (bajo 0 K, inalcanzable))
17. a) 11.2×10^3 kg/m^3 b) No. Aunque la densidad del oro sería menor en un día cálido, la masa de la barra sería la misma sin importar su temperatura y eso es lo que usted paga. (Observe que el volumen de la barra aumenta al elevarse la temperatura, en tanto que su densidad disminuye. Sin embargo, su masa permanece constante.)
19. 1.02×10^3 galones
21. a) 0.10 L b) 2.009 L c) 1.0 cm
23. 2.7×10^2 N
25. 0.548 gal
27. a) Aumenta b) 1.603 cm
29. a) 627°C b) 927°C
31. a) 2.5×10^{19} moléculas b) 4.1×10^{-21} moles
33. 4.28 atm
35. 7.1 m
37. 16.0 cm^3
39. 6.21×10^{-21} J
41. 6.64×10^{-27} kg
43. a) 2.01×10^4 K b) 901 K
45. 16 N
47. 0.66 mm a la derecha a 78° debajo de la horizontal
49. 3.55 L
51. 35.016 m
53. 6.57 MPa
55. a) 99.8 mL. b) El cambio en el volumen del matraz es mucho menor debido a que el vidrio Pyrex tiene un coeficiente de dilatación volumétrico mucho menor que la acetona. De aquí que el cambio en el volumen del matraz tiene un efecto insignificante en la respuesta.
57. b) La dilatación del mercurio es casi de 20 veces mayor que la del matraz (suponiendo que se trata de vidrio Pyrex).
59. 2.7 m
61. a) $\theta = \dfrac{(\alpha_2 - \alpha_1)L_0(\Delta T)}{\Delta r}$
c) La tira se dobla en la dirección opuesta.
63. a) Ningún par de torsión actúa sobre el disco por lo que su cantidad de movimiento angular es constante. Sí, la rapidez angular aumenta. Conforme el disco se enfría, su radio, y de aquí, su momento de inercia, disminuye. Entonces la conservación de la cantidad de movimiento angular requiere que su rapidez angular aumente. b) 25.7 rad/s

CAPÍTULO 11

Cuestionarios rápidos

1. a) Agua, vidrio, hierro. b) Hierro, vidrio, agua.
2. b) Las pendientes son proporcionales al recíproco del calor específico, por lo que un calor específico mayor resulta en una pendiente menor, lo que significa que se requiere más energía para lograr un cambio en temperatura dado.
3. c)
4. b)
5. a) 4 b) 16 c) 64

Preguntas de ejemplo

1. Desde el punto de vista de la física, las repeticiones rápidas no afectan la respuesta final; sin embargo, de manera fisiológica el índice metabólico del fisicoculturista aumentaría.
2. c)
3. No
4. c)
5. No
6. La masa del hielo derretido se duplicaría.
7. Los asteroides de níquel-hierro tienen una densidad mayor y, por lo tanto, mayor masa, lo que significa que pueden proporcionar más energía en el momento de un impacto para una rapidez dada.
8. El metabolismo de un corredor es mucho mayor cuando corre que cuando está en reposo, y debido a que los músculos solo son 20% eficientes, una gran cantidad de energía térmica aleatoria se genera a través de un esfuerzo muscular. En consecuencia, el corredor necesita eliminar mucho más energía térmica al correr que al descansar. Una vez que termina su carrera, los esfuerzos musculares concluyen y el metabolismo regresa a su estado normal, por lo que el corredor sentirá frío.
9. a)
10. a)
11. Si el planeta irradia toda la energía que absorbe de su estrella, aumentará su temperatura. Conforme aumenta su temperatura, el planeta irradiará a una razón cada vez más grande hasta que alcanza un equilibrio térmico, cuando emite tanto como lo que absorbe.

Ejercicios de preparación

1. 8.09°C
3. 6.8×10^{-4} m
5. 14.1 J
7. 29.4°C
9. a) 408 K b) 50.3 m^2 c) 2.54×10^4 W

Preguntas conceptuales

1. Cuando usted frota la superficie, aumenta la temperatura de la región que ha frotado. Con la superficie metálica, parte de esta energía se transfiere del sitio frotado por conducción. En consecuencia, la temperatura en el área frotada no está tan alta para el metal como lo está para la madera y el metal se siente relativamente más frío que la madera.
3. La fruta pierde energía hacia el aire por radiación y convección de su superficie. Antes de que se puedan formar cristales de hielo dentro de la fruta y que rompan las paredes de las células, toda el agua líquida sobre la cáscara se tendrá que congelar. El retardo de tiempo resultante puede evitar que la fruta se dañe en su interior durante una noche escarchada. Además, una película de hielo superficial proporciona un aislamiento para detener una pérdida de energía subsiguiente por conducción desde dentro de la fruta.
5. Una de las maneras en que el objeto transfiere energía es la radiación. La parte superior del buzón está orientada hacia

el cielo despejado. La radiación emitida por la parte superior del buzón va hacia arriba y hacia el espacio. Hay poca radiación descendiendo del espacio hacia la parte superior del buzón. La radiación que sale de los lados del buzón es absorbida por el entorno. Sin embargo, la radiación del entorno (árbol, casas, automóviles, etc.) puede entrar por los costados del buzón, manteniéndolos más calientes que la parte superior. Como resultado, la parte superior es la zona más fría y primero se forma escarcha allí.

7. a) La operación de una bobina de inmersión depende de la convección de agua para mantener una temperatura segura. Conforme el agua cerca de una bobina se calienta, el agua calentada flota hasta la superficie debido al principio de Arquímedes. La temperatura de la bobina no puede subir más alto que la temperatura de ebullición del agua, 100°C. Si la bobina se opera en aire, la convección se reduce, y el límite superior de 100°C se elimina. Como resultado, la bobina se puede calentar demasiado como para dañarse. b) Si la bobina se utiliza para calentar un líquido viscoso como un estofado, la convección no puede ocurrir suficientemente rápido para transportar energía lejos de la bobina, de modo que de nuevo se vuelve tan caliente como para dañarse.

9. Una baldosa es mejor conductor de energía que la alfombra, por lo que la baldosa conduce energía lejos de sus pies más rápidamente que el piso alfombrado.

11. La gran cantidad de energía almacenada en el concreto durante el día por la radiación incidente del Sol sobre él se libera en la noche, lo que resulta en una temperatura promedio mayor global en la ciudad que en el campo. El aire caliente en una ciudad sube cuando se desplaza por el aire más frío que se mueve del campo, por lo que las brisas de la tarde tienden a soplar del campo a la ciudad.

13. d)

15. d)

Problemas

1. 16.9°C

3. a) 1.67×10^{18} J b) 52.9 años

5. a) 25.8°C b) No. La energía potencial gravitacional es proporcional a la masa, justo como el cambio en temperatura.

7. a) 4.5×10^{3} J b) 910 W c) 0.87 Cal/s d) El exceso de energía térmica se transporta por conducción y convección a la superficie de la piel y se desecha a través de evaporación de sudor.

9. 176°C

11. 88 W

13. 4.2×10^{6} J

15. 0.845 kg

17. 80 g

19. a) 1.82×10^{3} J/kg · °C b) No se puede hacer una identificación definitiva. Podría ser berilio. c) El material podría ser una aleación desconocida o un material que no aparece en la tabla.

21. 0.26 kg

23. a) 21.3°C b) 178 J/kg · K c) $N_{Sn} = 2.03 \times 10^{24}$ átomos; $N_{Pb} = 1.16 \times 10^{24}$ átomos d) $N_{Sn}/N_{Pb} = 1.75$; $c_{Sn}/c_{Pb} = 1.77$. El calor específico de un elemento es proporcional al número de átomos por masa unitaria de ese elemento.

25. 16°C

27. 65°C

29. 2.3 km

31. 16°C

33. a) $t_{ebullición} = 2.8$ min b) $t_{evaporación} = 18$ min

35. a) Todo el hielo se derrite, $T_f = 40$°C b) 8.0 g se derriten, $T_f = 0$°C

37. a) La bala pierde toda su energía cinética cuando la detiene el hielo. Además, la energía térmica se debe remover de la bala para enfriarla de 30.0°C a 0°C. La suma de estas dos energías es igual a la energía que se requiere para derretir parte del hielo. La temperatura final de la bala es de 0°C ya que no todo el hielo se derrite. b) 0.294 g

39. 3×10^{3} W

41. 402 MW

43. 709 s

45. 9.0 cm

47. 2.7×10^{7} J

49. 16:1

51. 12 kW

53. 2.3 kg

55. 29°C

57. 8.00×10^{2} J/kg · °C. Este valor difiere del valor tabulado en 11%, por lo que concuerdan dentro de 15%.

59. 66.7 min

61. 51.2°C

63. a) Siete veces b) cuando el automóvil se detiene, transforma parte de su energía cinética en energía interna debido a la resistencia del aire. Tan pronto como la temperatura del freno sube por encima de la temperatura del aire, transfiere energía por calor hacia el aire. Si alcanza una temperatura elevada, transfiere energía rápidamente.

65. b) 2.7×10^{3} J/kg · °C

67. 12 h

69. 3.85×10^{26} J

71. 1.4 kg

73. a) 75.0°C b) 36 kJ

CAPÍTULO 12

Cuestionarios rápidos

1. b)

2. A es isovolumétrico, B es adiabático, C es isotérmico, D es isobárico.

3. c)

4. b)

5. El número 7 es el resultado más probable. Los números 2 y 12 son los resultados menos probables.

Preguntas de ejemplo

1. No

2. No

3. Cierto

4. Cierto

5. El cambio en temperatura siempre debe ser negativo ya que el sistema realiza trabajo sobre el entorno a expensas de su energía interna y no se puede suministrar energía térmica al sistema para compensar la pérdida.

6. Un gas diatómico realiza más trabajo bajo estas suposiciones.

7. El gas dióxido de carbono tendría una temperatura final menor que 380 K.

8. Falso

9. a)

10. No. La eficiencia solo mejora si la razón $|Q_c/Q_h|$ se vuelve menor. Además, un aumento demasiado grande en Q_h dañará el motor, por lo que existe un límite incluso si Q_c permanece fijo.

11. Si la trayectoria de B a C fuera una línea recta, se realizaría más trabajo por ciclo.

12 No. El compresor realiza trabajo y calienta la cocina. Con la puerta del refrigerador abierta, el compresor funcionaría de manera continua.

13. Falso

14. Plata, plomo, hielo

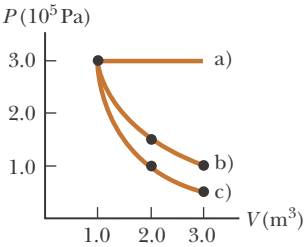
15. Falso

16. La energía térmica creada por su cuerpo durante el ejercicio se disiparía hacia el entorno, lo que aumenta la entropía del Universo.

17. Omitir comer puede disminuir el metabolismo basal, lo que reduce la rapidez a la cual se utiliza energía. Cuando se

ingiere un alimento abundante más tarde, el metabolismo más bajo significa que se almacena más energía alimentaria y se ganará peso incluso si se consume el mismo número de calorías en un día.

Ejercicios de preparación

1. 

3. 7.54×10^4 J
5. a) 9.19×10^3 J b) 5.12×10^3 J
7. a) 0 J b) 1.00×10^2 J c) 4.01 K d) 2.41 K
9. a) 1.40 b) 1.73×10^4 Pa
11. a) 0.200 b) 60.0 kJ
13. a) 0.333 b) 15.0 kJ

Preguntas conceptuales

1. Primero, la eficiencia del motor del automóvil no puede sobrepasar la eficiencia del ciclo Carnot: está limitada por la temperatura del combustible que se quema y por la temperatura del entorno hacia donde se descargan los gases de la combustión. Segundo, no se permite que el bloque del motor sobrepase cierta temperatura. Tercero, cualquier motor práctico tiene fricción, quemado incompleto del combustible y límites impuestos por la sincronización y la transferencia de energía por calor.

3. La energía que sale del cuerpo por trabajo y calor se reemplaza por medio de procesos biológicos que transforman la energía química en los alimentos que el individuo consume en energía interna. Por lo tanto, se puede mantener la temperatura del cuerpo.

5. Si no hay un cambio en la energía interna, entonces, de acuerdo con la primera ley de la termodinámica, el calor es igual al negativo del trabajo realizado sobre el gas (y de aquí que sea igual al trabajo realizado *por* el gas). Por lo tanto, $Q = -W = W_{\text{por gas}}$.

7. En la práctica, es imposible crear una máquina térmica que no genere contaminación térmica, ya que debe haber tanto una fuente de calor caliente (diatómico de energía) como un sumidero de calor frío (el diatómico de energía a baja temperatura). La máquina térmica calentará el sumidero de calor frío y enfriará la fuente de calor. Si no se desea tener alguno de estos eventos, entonces habrá contaminación térmica.

En ciertas circunstancias, la contaminación térmica sería insignificante. Por ejemplo, suponga que un satélite en el espacio operara una bomba de calor entre su lado soleado y su lado oscuro. El satélite interceptaría parte de la energía que recolectó en un lado y la "vertería" en el lado oscuro. Como ninguno de estos efectos sería particularmente indeseable, se podría decir que esa bomba de calor no produciría contaminación térmica.

9. Aunque la energía no se transfiere hacia o desde el sistema por calor, se realiza trabajo sobre el sistema como resultado de la agitación. En consecuencia, tanto la temperatura como la energía interna del café aumentan.

11. La primera ley es un enunciado de conservación de energía que establece que no se puede ingeniar un proceso cíclico que produzca más energía de la que se consume. Si el proceso cíclico admite energía por calor y produce trabajo, a este dispositivo se le denomina máquina térmica. Además de la limitación de la primera ley, la segunda ley establece que, durante la operación de una máquina térmica, parte de la energía se debe expulsar hacia el entorno por calor. Como resultado, en teoría es imposible construir una máquina térmica que trabaje con una eficiencia de 100 por ciento.

13. Si el sistema está aislado, la energía no entra ni sale del sistema por calor, trabajo u otro proceso de transferencia. Dentro del sistema la energía puede cambiar de una forma a otra, pero como la energía se conserva estas transformaciones no pueden afectar su cantidad total. La energía total es constante.

15. b)
17. a)

Problemas

1. a) −465 J b) El signo negativo para el trabajo realizado sobre el gas indica que el gas en expansión realiza trabajo positivo sobre el entorno.
3. a) -6.1×10^5 J b) 4.6×10^5 J
5. a) −810 J b) −507 J c) −203 J
7. 96.3 mg
9. a) 1.09×10^3 K b) −6.81 kJ
13. a) −88.5 J b) 722 J
15. a) 567 J b) 167 J
17. a) −180 J b) +188 J
19. a) 3.25 kJ b) 0 c) −3.25 kJ d) La energía térmica aumentaría, lo que resultaría en un aumento en temperatura del gas.
21. a) -4.58×10^4 J b) 4.58×10^4 J c) 0
23. a) 40.6 moles b) 506 J/K c) $W = 0$ d) 16.0 kJ e) 31.6 K f) 332 K g) 5.53 atm
25. a) 0.95 J b) 3.2×10^5 J c) 3.2×10^5 J
27. b) 1.3×10^{56} K
29. 405 kJ
31. 0.540 (o 54.0%)
33. a) 0.25 (o 25%) b) 3/4
35. a) 0.672 (o 67.2%) b) 58.8 kW
37. a) 0.294 (o 29.4%) b) 5.00×10^2 J c) 1.67 kW
39. a) 4.50×10^6 J b) 2.84×10^7 J c) 68.2 kg
41. 1/3
43. a) 30.6% b) 985 MW
45. 143 J/K
47. a) −1.2 kJ/K b) 1.2 kJ/K
49. 57.2 J/K
51. 3.27 J/K
53. a)

Resultado final	Lanzamientos posibles	Número total del mismo resultado
Todas H	HHHH	1
1T, 3H	HHHT, HHTH, HTHH, THHH	4
2T, 2H	HHTT, HTHT, THHT, HTTH, THTH, TTHH	6
3T, 1H	TTTH, TTHT, THTT, HTTT	4
Todas T	TTTT	1

b) Todas H o todas T c) 2H y 2T
55. −6.5 MJ
57. 1 300 W
59. 18°C
61. a) 12.2 kJ b) 4.05 kJ c) 8.15 kJ
63. a) 26 J b) 9.0×10^5 J c) 9.0×10^5 J
65. a) 2.49 kJ b) 1.50 kJ c) −990 J
67. a) $T_{Ⓐ} = 1.20 \times 10^2$ K; $T_{Ⓑ} = 722$ K
b) 1.10×10^5 J c) 7.50×10^4 J d) 1.85×10^5 J
69. 0.146; 486 kcal
71. a) 2.6×10^3 ton métricas/día b) $\$7.6 \times 10^6$/año
c) 4.1×10^4 kg/s

CAPÍTULO 13

Cuestionarios rápidos

1. b)
2. b)
3. c)
4. a)
5. c) y d)
6. a)
7. c)
8. b)
9. d)
10. b) y d)

Preguntas de ejemplo

1. $\frac{1}{4}$
2. a)
3. Cuarto cuadrante
4. La gota suspendida aceleraría hacia abajo dos veces la aceleración de la gravedad.
5. El ángulo ϕ aumentaría.
6. c)
7. La carga en la superficie interna sería negativa.
8. Cero

Ejercicios de preparación

1. a) 8.32 N b) 147°
3. a) 7.50 N b) −16.0 N c) 17.7 N d) −64.9°
5. a) 2.97 N b) 34.3°
7. a) 2.85 N b) 5.70 m/s^2
9. a) 5.00 m b) 53.1° c) 5.75 N/C d) 3.45 N/C e) 4.60 N/C
11. a) -1.47×10^{-14} N b) 1.44×10^{-14} N c) −0.200 m/s^2
13. 198 N · m^2/C

Preguntas conceptuales

1. Se han eliminado electrones del objeto de vidrio. Se ha eliminado carga negativa de la varilla inicialmente neutra, dando como resultado una carga positiva neta de la varilla. Los protones no se pueden sacar de la varilla; los protones no son móviles porque están dentro de los núcleos de los átomos de la varilla.
3. No. La carga en la esfera metálica reside en su superficie externa, por lo que la persona puede tocar la superficie sin causar cualquier transferencia de carga.
5. No. La vida no sería diferente si los electrones estuvieran cargados + y los protones fueran cargados −. Las cargas opuestas aún se podrían atraer y las cargas iguales se repelerían. El nombre de carga + y −es simplemente una convención.
7. Mover un objeto *A* con una carga positiva neta cerca de, pero sin tocar, un objeto metálico neutro *B* que está aislado de la tierra. La presencia de *A* polarizará a *B*, causando que exista un exceso de carga negativa en el lado más cercano y un exceso de carga positiva de igual magnitud en el lado más alejado de *A*. Cuando *A* está aún cerca de B, toque a *B* con la mano. Entonces más electrones fluirán de la tierra, a través de su cuerpo y sobre *B*. Mientras *A* continua cerca pero no en contacto con *B*, retire su mano de *B*, atrapando así los electrones en exceso de *B*. Cuando se quita *A*, *B* se queda con exceso de electrones y una carga negativa neta. Por medio de la repulsión mutua, esta carga negativa ahora se extenderá uniformemente sobre toda la superficie de *B*.
9. Ella no recibe la descarga. Se convierte en parte del domo de van de Graaff y la carga fluye en su cuerpo. Sin embargo, no saltan a su cuerpo a través de una chispa, por lo que ella no recibe la descarga.
11. El papel es inicialmente neutro. El peine atrae el papel porque su campo eléctrico hace que las moléculas de este se polaricen, el papel en conjunto no está polarizado debido a que es un aislante. Cada molécula está polarizada ya que su lado con carga diferente está más cerca del peine cargado que su lado con carga del mismo signo, por lo que la molécula experimenta una fuerza atractiva neta hacia el peine. Una vez que el papel entra en contacto con el peine, se puede transferir carga del mismo signo del peine al papel, y si se transfiere suficiente cantidad de esta carga el papel con la carga del mismo signo entonces es repelido por el peine con carga del mismo tipo.
13. El efecto de blindaje eléctrico de los conductores depende del hecho de que hay dos tipos de carga: positiva y negativa. Como resultado, las cargas se pueden mover dentro del conductor para que la combinación de cargas positivas y negativas establezcan un campo eléctrico que elimina exactamente el campo externo dentro del conductor y cualquier cavidad dentro del conductor. Sin embargo, hay solo un tipo de carga gravitacional, ya que no hay ninguna masa negativa. Como resultado, no es posible el blindaje gravitacional. Una habitación no se puede blindar gravitacionalmente porque la masa es siempre positiva o cero, nunca negativa.
15. Usted solo puede concluir que la carga neta dentro de la superficie gaussiana es positiva.
17. b)

Problemas

1. a) 8.74×10^{-8} N b) repulsiva
3. a) 2.36×10^{-5} C b) Las cargas inducen cargas opuestas en los mamparos, pero la carga inducida en la pared junto a la bola *B* es mayor debido a una mayor carga en la bola *B*. El sistema por lo tanto se mueve lentamente hacia la pared más cercana a la bola *B*.
5. a) 36.8 N b) 5.54×10^{27} m/s^2
7. 49.3 N/m
9. a) 2.2×10^{-5} N (de atracción) b) 9.0×10^{-7} N (de repulsión)
11. 1.38×10^{-5} N a 77.5° debajo del eje *x* negativo
13. 0.437 N a −85.3° del eje *x*.
15. 7.2 nC
17. 2.07×10^{3} N/C hacia abajo
19. 3.15 N hacia el norte
21. a) $\frac{mg}{|Q|}\operatorname{sen}\theta$ b) 3.19×10^{3} N/C hacia abajo del plano inclinado
23. a) 6.12×10^{10} m/s^2 b) 19.6 μs c) 11.8 m d) 1.20×10^{-15} J
25. $E_x = (1 - \sqrt{2})k_e\frac{Q}{d^2}$, $E_y = \sqrt{2}k_e\frac{Q}{d^2}$
27. 1.8 m a la izquierda de la carga de −2.5 μC
29. cero
35. a) 0 b) 5 μC interior, −5 μC exterior c) 0 interior, −5 μC exterior d) 0 interior, −5 μC exterior
37. 1.3×10^{-3} C
39. a) 2.54×10^{-15} N b) 1.59×10^{4} N/C radialmente hacia
41. a) 858 N · m^2/C b) 0 c) 657 N · m^2/C
43. $-Q/\epsilon_0$ para S_1; 0 para S_2; $-2Q/\epsilon_0$ para S_3; 0 para S_4
45. a) 0 b) $k_e q/r^2$ hacia afuera
47. a) −7.99 N/C b) 0 c) 1.44 N/C d) 2.00 nC sobre la superficie interior; 1.00 nC sobre la superficie exterior
49. 115 N
51. 24 N/C en la dirección *x* positiva
53. a) $E = 2k_e qb\,(a^2 + b^2)^{-3/2}$ en la dirección *x* positiva b) $E = k_e Qb(a^2 + b^2)^{-3/2}$ en la dirección *x* positiva
55. $F_x = (0.354)k_e\frac{Q^2}{d^2}$; $F_y = (1.65)k_e\frac{Q^2}{d^2}$
57. 4.4×10^{5} N/C
59. 1.14×10^{-7} C sobre una esfera y 5.69×10^{-8} C sobre la otra
61. a) 0 b) 7.99×10^{7} N/C (hacia afuera) c) 0 d) 7.34×10^{6} N/C (hacia afuera)

63. a) 1.00×10^3 N/C b) 3.37×10^{-8} s c) aceleran a 1.76×10^{14} m/s^2 en dirección opuesta a la del campo eléctrico

CAPÍTULO 14

Cuestionarios rápidos

1. b)
2. a)
3. b)
4. d)
5. d)
6. c)
7. a)
8. c)
9. a) C disminuye. b) Q permanece igual. c) E permanece igual. d) ΔV aumenta. e) La energía almacenada aumenta.
10. a) C aumenta. b) Q aumenta. c) E permanece igual. d) ΔV permanece igual. e) La energía almacenada aumenta.
11. a)

Preguntas de ejemplo

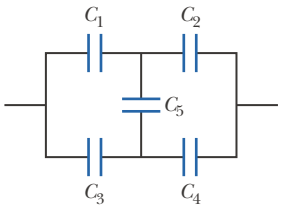
1. Cierto
2. Cierto
3. Falso
4. a)
5. Tres
6. Cada respuesta se reducirá a la mitad.
7. Un cuarto
8. La caída de voltaje es más pequeña en el capacitor de 24μF y más grande en el capacitor de 3.0 μF
9. El capacitor de 3.0 μF
10. c)
11. b)
12. $C = \dfrac{\epsilon_0 A}{d}$

Ejercicios de preparación

1. 1.96 Ω
3. a) 9.00×10^{-6} J b) -9.00×10^{-6} J c) -4.50 V
5. a) 2.40×10^{-9} V b) 3.84×10^{-28} J
7. a) 2.70×10^{-5} C b) 24.0 V
9. a) 5.00 μF b) 1.20 μF
11. a) 8.11 μF b) 9.73×10^{-5} C c) 8.11 V d) 3.89 V

Preguntas conceptuales

1. a) El protón se mueve en línea recta con aceleración constante en la dirección del campo eléctrico. b) cuando su velocidad aumenta, su energía cinética aumenta y la energía potencial eléctrica asociada con el protón disminuye.
3. El trabajo realizado al alejar las placas del capacitor se convierte en energía eléctrica almacenada adicional en el capacitor. La carga es constante y la capacitancia disminuye, pero la diferencia de potencial entre las placas aumenta, lo que se traduce en un incremento de la energía eléctrica almacenada.
5. Si la línea de alimentación hace contacto eléctrico con el metal del auto, aumentará 20 kV el potencial de este. También elevará el potencial de su cuerpo a 20 kV, porque usted está en contacto con el auto. En sí mismo, esto no es un problema. Sin embargo, si usted sale del auto, su cuerpo a 20 kV hará contacto con el suelo, que está a cero volts. Como resultado, pasará una corriente a través de su cuerpo y es probable que se lesione. Por lo tanto, es mejor quedarse en el auto hasta que llegue ayuda.
7. Si dos puntos de un objeto conductor estuvieran a diferentes potenciales, entonces las cargas libres en el objeto se moverían, y no tendríamos las condiciones estáticas, en contradicción con la suposición inicial. (Las cargas positivas libres migrarían de lugares de mayor potencial a lugares de menor potencial. Los electrones libres rápidamente se moverían de las ubicaciones de menor potencial a los lugares de mayor potencial.) Todas las cargas continuarían moviéndose hasta que el potencial fuera el mismo en todas partes en el conductor.
9. a) El capacitor a menudo permanece cargado durante mucho tiempo después de que se desconecta la fuente de voltaje. Esta carga residual puede ser letal. b) El capacitor se puede manejar con seguridad después de descargar las placas cortocircuitando el dispositivo con un conductor, como un desarmador con mango aislante.
11. $D > C > B > A$
13. No todas las conexiones son simples combinaciones de serie y circuitos paralelos. Como un ejemplo de este circuito complejo, considere la red de cinco capacitores, C_1, C_2, C_3, C_4 y C_5 que se muestra a continuación



Esta combinación no se puede reducir a una simple equivalente mediante las técnicas de combinar capacitores en serie y paralelo.

Problemas

1. a) 1.92×10^{-18} J b) -1.92×10^{-18} J c) 2.05×10^6 m/s en la dirección x negativa.
3. 1.4×10^{-20} J
5. 1.7×10^6 N/C
7. a) 1.13×10^5 N/C b) 1.80×10^{-14} N c) 4.37×10^{-17} J
9. a) El resorte se estira 4.36 cm.
b) Equilibrio: $x = 2.18$ cm; $A = 2.18$ cm c) $\Delta V = -\dfrac{2kA^2}{Q}$
11. a) -5.75×10^{-7} V b) -1.92×10^{-7} V, $\Delta V = 3.84 \times 10^{-7}$ V c) No. A menos que se fije en un lugar, el electrón se movería en dirección opuesta, aumentando su distancia de los puntos A y B y reduciendo la diferencia de potencial entre ellos.
13. a) 2.67×10^6 V b) 2.13×10^6 V
15. a) 103 V b) -3.85×10^{-7} J; se debe hacer trabajo para separar las cargas positivas.
17. -11.0 kV
19. a) 3.84×10^{-14} J b) 2.55×10^{-13} J c) -2.17×10^{-13} J d) 8.08×10^6 m/s e) 1.24×10^7 m/s
21. a) 0.294 J b) 271 m/s
23. 2.74×10^{-14} m
25. a) 1.1×10^{-8} F b) 27 C
27. a) 1.36 pF b) 16.3 pC c) 8.00×10^3 V/m
29. a) 11.1 kV/m hacia la placa negativa b) 3.74 pF c) 74.8 pC y -74.8 pC
31. a) 5.90×10^{-10} F b) 3.54×10^{-9} C c) 2.00×10^3 N/C d) 1.77×10^{-8} C/m^2 e) Todas las respuestas se reducen.
33. a) 10.7 μC en cada capacitor b) 15.0 μC en el capacitor de 2.50 μF y 37.5 μC en el capacitor de 6.25 μC.
35. a) 2.67 μF b) 24.0 µC en cada capacitor de 8.00 μF, 18.0 μC en el capacitor de 6.00 μF, 6.00 μC en el capacitor de 2.00 μF c) 3.00 V a través de cada capacitor
37. a) 3.33 μF b) 180 μC en los capacitores de 3 μF y 6 μF, 120 µC en los capacitores de 2.00 μF y 4.00 μF c) 60.0 V a través de los capacitores de 3 μF y 2 μF, 30.0 V a través de los capacitores de 6 μF y 4 μF
39. $Q_1 = 16.0$ μC, $Q_5 = 80.0$ μC, $Q_8 = 64.0$ μC, $Q_4 = 32.0$ μC
41. a) $Q_{25} = 1.25$ mC, $Q_{40} = 2.00$ mC b) $Q'_{25} = 288$ μC, $Q'_{40} = 462$ μC c) $\Delta V = 11.5$ V

43. $Q'_1 = 3.33\ \mu C$, $Q'_2 = 6.67\ \mu C$
45. 3.24×10^{-4} J
47. a) 54.0 μJ b) 108 μJ c) 27.0 μJ
49. a) $\kappa = 3.4$. El material es probablemente nylon (véase la tabla 14.1). b) el voltaje se encuentra en algún lugar entre 25.0 V y 85.0 V.
51. a) 8.1 nF b) 2.4 kV
53. a) volumen 9.09×10^{-16} m^3, área 4.54×10^{-10} m^2 b) 2.01×10^{-13} F c) 2.01×10^{-14} C, 1.26×10^5 cargas electrónicas
59. 0.188 m^2
61. 6.25 μF
63. 4.47 kV
65. 0.75 mC sobre C_1, 0.25 mC sobre C_2
67. Esfera A: 0.800 μC; esfera B: 1.20 μC

CAPÍTULO 15

Cuestionarios rápidos

1. d)
2. b)
3. c), d)
4. b)
5. b)
6. b)
7. a)
8. b)
9. a)
10. c)

Preguntas de ejemplo

1. No. Esta corriente corresponde al paso de un electrón cada 2 segundos. Sin embargo, la corriente puede tener cualquier valor.
2. Cierto
3. Más alta
4. b)
5. a)
6. c)

Ejercicios de preparación

1. 10.4 W
3. a) 3.39×10^4 m/s b) 3.59×10^4 m/s
5. a) 3.30×10^{-6} m^2 b) 2.24×10^{-4} m/s
7. 3.9×10^2 m
9. a) 1.20×10^{-2} A b) 0.144 W c) 518 J

Preguntas conceptuales

1. En el caso electrostático en el que las cargas están fijas, el campo eléctrico dentro de un conductor debe ser cero. Un campo distinto de cero produciría una corriente (interactuando con los electrones libres en el conductor), lo que violaría la condición de equilibrio estático. En este capítulo nos ocupamos de los conductores que transportan corriente, una situación no electrostática. La corriente se presenta debido a una diferencia de potencial aplicada entre los extremos del conductor, que produce un campo eléctrico interno.
3. Debido a que hay tantos electrones en un conductor (aproximadamente 10^{28} electrones/m^3), la velocidad promedio de las cargas es muy lenta. Cuando usted conecta un alambre a una diferencia de potencial, se establece un campo eléctrico en todas partes en el alambre casi instantáneamente, haciendo que los electrones comiencen a amontonarse en todas partes a la vez.
5. Concluiríamos que el conductor es no óhmico.
7. Un voltaje no es algo que "surge a través" de todo un circuito. Un voltaje es una diferencia de potencial que se aplica a través de un dispositivo o de un circuito. Sería más correcto decir "1 ampere de electricidad apareció a través del cuerpo de la víctima". Aunque esta cantidad de corriente tendría resultados desastrosos en el cuerpo humano, un valor de 1 (ampere) no suena tan emocionante para un artículo de prensa como 10 000 (volts). Otra posibilidad es escribir "se aplicaron 10 000 volts de electricidad a través del cuerpo de la víctima", que aún no suena muy emocionante.
9. La velocidad de arrastre podría aumentar constantemente conforme pasa el tiempo, porque las colisiones entre los electrones y los átomos en el alambre serían en esencia inexistentes y los electrones de conducción se mueven con aceleración constante. La corriente aumentaría constantemente sin límite, ya que I es proporcional a la velocidad de arrastre.
11. Una vez que el interruptor está cerrado, el voltaje de la línea se aplica a través del foco. El voltaje se aplica a través del filamento frío cuando se enciende primero, la resistencia del filamento es baja, la corriente es alta y se entrega una cantidad relativamente grande de potencia al foco. Conforme el filamento se calienta, su resistencia aumenta y la corriente disminuye. Como resultado, la potencia entregada al foco disminuye. La gran subida de corriente al principio de operación del foco es la razón de que los focos se fundan con frecuencia justo después de que se encienden.

Problemas

1. a) 3.00×10^{20} electrones b) en dirección opuesta a la corriente
3. 1.05 mA
5. 0.678 mm
7. 27 años
9. a) 55.85×10^{-3} kg/mol b) 1.41×10^5 mol/m^3 c) 8.49×10^{28} átomos de hierro/m^3 d) 1.70×10^{29} electrones de conducción/m^3 e) 2.21×10^{-4} m/s
11. 32 V es 200 veces mayor que 0.16 V
13. a) 13.0 Ω b) 17.0 m
15. a) 30 Ω b) $4.7 \times 10^{-4}\ \Omega \cdot$ m
17. plata ($\rho = 1.59 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m)
19. 256 Ω
23. 2.0 A
25. 2.71 MΩ
27. 26 mA
29. a) 3.0 A b) 2.9 A
31. a) 1.2 Ω b) 8.0×10^{-4} (0.080% de aumento)
33. a) 8.33 A b) 14.4 Ω
35. a) 2.1 W b) 3.42 W c) El alambre de aluminio no sería tan seguro. Si está rodeado por aislante térmico, sería mucho más caliente que un alambre de cobre.
37. 11.2 min
39. a) $R_A = 576\ \Omega$; $R_B = 144\ \Omega$ b) 4.80 s. c) La carga es la misma. Está en una ubicación de menor potencial. d) 0.040 0 s e) La energía entra en el foco de transmisión eléctrica y sale por calor y radiación electromagnética. f) \$1.98
41. 1.6 cm
43. 15.0 μW
45. a) 116 V b) 12.8 kW
47. $\frac{d_A}{d_B} = \sqrt{3}$
49. 2.16×10^5 C
51. a) 1.50 Ω b) 6.00 A
53. 1.1 km
55. $1.47 \times 10^{-6}\ \Omega \cdot$ m; difiere por 2.0% del valor en la tabla 15.1
57. a) \$3.06 b) No. El circuito debe poder manejar por lo menos 26 A.
59. a) 17.3 A b) 22.4 MJ c) \$0.684
61. 3.77×10^{28}/m^3
63. 37 MΩ
65. 0.48 kg/s

CAPÍTULO 16

Cuestionarios rápidos

1. Cierto
2. Debido a la resistencia interna de la batería, la potencia se entrega al material de la batería, aumentando su temperatura.
3. b)
4. a)
5. a)
6. b)
7. *Paralelo:* a) no cambia b) no cambia c) aumenta d) disminuye
8. *En serie:* a) disminuye b) disminuye c) disminuye d) aumenta
9. c)

Preguntas de ejemplo

1. Conforme se calientan las resistencias, su resistencia aumenta, reduciendo la corriente.
2. b)
3. La resistencia de 8.00 Ω
4. La respuesta sería negativa, pero tienen la misma magnitud que antes.
5. Sí
6. a)
7. a)

Ejercicios de preparación

1. a) 9.00 A b) 18.0 A
3. a) 2.46 C b) 0.183 s
5. a) 2.50 μF b) 0.400 μF
7. a) 2.71 A b) 8.12 V c) 24.9 W
9. a) 1.56 Ω b) 37.0 Ω
11. a) 1.94 Ω b) 3.94 Ω c) 3.05 A d) 6.10 V e) 5.90 V f) 0.590 A
13. a) 9.90×10^{-3} s b) 4.32×10^{-4} C c) 1.71×10^{-4} C

Preguntas conceptuales

1. No. Cuando una batería sirve como fuente y suministra corriente a un circuito, la dirección de la corriente va de la terminal negativa de la batería a la positiva. Sin embargo, cuando una fuente que tiene una fem más grande que la batería se utiliza para cargar la batería, la dirección de la corriente va de la terminal positiva de la batería a la negativa.
3. La cantidad total de energía suministrada por la batería será menor que W. Recuerde que una batería se puede considerar una batería ideal sin resistencia en serie con la resistencia interna. Cuando la batería se carga, la energía suministrada incluye la energía necesaria para cargar la batería ideal, más la energía que va en el aumento de la temperatura de la batería debido a la calefacción I^2r en la resistencia interna. Esta última energía no está disponible durante la descarga de la batería, cuando una parte de la energía disponible reducida otra vez se transforma en energía en la resistencia interna, reduciendo aún más la energía disponible por debajo de W.
5. Al conectar las baterías en paralelo no aumenta la fem. Un dispositivo de alta corriente conectado a dos pilas en paralelo puede tomar corriente de ambas. Por lo tanto, la conexión de las baterías en paralelo incrementa la corriente posible de salida y, por lo tanto, la potencia posible de salida.
7. El motor de arranque en el automóvil toma una corriente relativamente grande de la batería. Esta gran corriente causa una caída de voltaje significativa a través de la resistencia interna de la batería. Como resultado, se reduce el voltaje terminal de la batería, y por lo tanto en los faros.
9. El pájaro descansa sobre un alambre de potencial fijo. Para que se electrocute, se requiere una gran diferencia de potencial entre sus patas. La diferencia de potencial entre las patas del ave es demasiado pequeña para dañarla.
11. Ella no se electrocutará si se sostiene de un solo alambre de alto voltaje porque no completa un circuito. No hay ninguna diferencia de potencial a través de su cuerpo mientras se sostiene de un solo alambre. Sin embargo, debe soltar el cable de inmediato una vez que se rompe, porque se convertirá en parte de un circuito cerrado cuando llegue al suelo o entre en contacto con otro objeto.
13. La regla de los nodos es un enunciado de conservación de la carga. Se dice que la cantidad de carga que entra en un nodo en algún intervalo de tiempo debe ser igual a la carga que sale del nodo en ese intervalo. La regla de las mallas es un enunciado de conservación de la energía. Dice que los aumentos y las disminuciones en el potencial alrededor de una malla cerrada en un circuito deben sumar cero.

Problemas

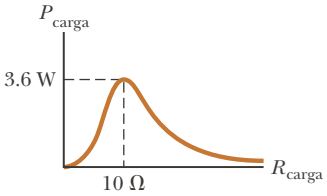
1. 4.92 Ω
3. a) Su diagrama del circuito constará de dos resistencias de 0.800 Ω en serie con la resistencia de 192 Ω del foco. b) 73.8 W
5. a) 17.1 Ω b) 1.99 A para 4.00 Ω y 9.00 Ω, 1.17 A para 7.00 Ω, 0.820 A para 10.0 Ω
7. 470 Ω y 220 Ω
9. a) 5.68 V b) 0.227 A
11. 55 Ω
13. 0.43 A
15. a) Conecte dos resistencias de 50 Ω en paralelo y luego conecte esta combinación en serie con una resistencia de 20 Ω.
    b) Conecte dos resistencias de 50 Ω en paralelo, dos resistencias de 20 Ω en paralelo y luego conecte estas dos combinaciones en serie.
17. 0.714 A, 1.29 A, 12.6 V
19. 50.0 mA de a a e
21. a) $I_1 = 1.00$ A hacia arriba en 200 Ω; $I_4 = 4.00$ A hacia arriba en 70.0 Ω; $I_2 = 3.00$ A hacia arriba en 80.0 Ω; $I_3 = 8.00$ A hacia abajo en 20.0 Ω; b) 200 V
23. a) 0.385 mA, 3.08 mA, 2.69 mA b) 69.2 V, con c en el potencial más alto
25. a) No. La única simplificación solo es observar que las resistencias de 2.0 Ω y 4.0 Ω están en serie y agregar una resistencia de 6.0 Ω. Asimismo, las resistencias de 5.0 Ω y 1.0 Ω están en serie y se suman a una resistencia de 6.0 Ω. El circuito no se puede simplificar más. Se utilizarán las reglas de Kirchhoff para analizar el circuito. b) $I_1 = 3.5$ A, $I_2 = 2.5$ A, $I_3 = 1.0$ A
27. a) No. El circuito multimallas no se puede simplificar más. Se utilizarán las reglas de Kirchhoff para analizar el circuito. b) $I_{30} = 0.353$ A dirigida a la derecha, $I_5 = 0.118$ A dirigida a la derecha, $I_{20} = 0.471$ dirigida a la izquierda
29. $\Delta V_2 = 3.05$ V, $\Delta V_3 = 4.57$ V, $\Delta V_4 = 7.38$ V, $\Delta V_5 = 1.62$ V
31. a) 1.88 s b) 1.90×10^{-4} C
33. a) 5.00 s b) 150 μC c) 4.06 μA
35. a) 0.432 s b) 6.00 μF
37. 48 focos
39. a) 6.25 A b) 750 W
41. a) 1.2×10^{-9} C, 7.3×10^{9} iones de K^+. No muchos, solo $1e/(290\ \text{Å})^2$. b) 1.7×10^{-9} C, 1.0×10^{10} Na^+ iones de c) 0.83 mA d) 7.5×10^{-12} J
43. 11 nW
45. a) 4.00 V b) El punto a está al potencial más alto.
47. a) 15 Ω b) $I_1 = 1.0$ A, $I_2 = I_3 = 0.50$ A, $I_4 = 0.30$ A, y $I_5 = 0.20$ A c) $(\Delta V)_{ac} = 6.0$ V, $(\Delta V)_{ce} = 1.2$ V, $(\Delta V)_{ed} = (\Delta V)_{fd} = 1.8$ V, $(\Delta V)_{cd} = 3.0$ V, $(\Delta V)_{db} = 6.0$ V d) $P_{ac} = 6.0$ W, $P_{ce} = 0.60$ W, $P_{ed} = 0.54$ W, $P_{fd} = 0.36$ W, $P_{cd} = 1.5$ W, $P_{db} = 6.0$ W
49. 6.00 Ω, 3.00 Ω

51. a) $R_{eq}^{abierto} = 3R$, $R_{eq}^{cerrado} = 2R$ b) $P = \dfrac{\mathcal{E}^2}{3R}$, $P = \dfrac{\mathcal{E}^2}{2R}$ c) El brillo de las lámparas A y B aumenta, la lámpara C se apaga.

53. a) 1.02 A hacia abajo b) 0.364 A hacia abajo c) 1.38 A hacia arriba d) 0 e) 66.0 μC

55. a) $R_x = R_2 - \frac{1}{4}R_1$ b) $R_x = 2.8\ \Omega$ (la conexión a tierra es inadecuada)

59. $P = \dfrac{(144\ \text{V}^2)R}{(R + 10.0\ \Omega)^2}$



61. a) 6.0×10^2 W b) 1.2 J c) 37 m

63. 0.395 A; 1.50 V

65. a) 2.41×10^{-5} C b) 1.61×10^{-5} C c) 1.61×10^{-2} A

CAPÍTULO 17

Cuestionarios rápidos

1. b)
2. c)
3. c)
4. a)
5. a), c)
6. b)

Preguntas de ejemplo

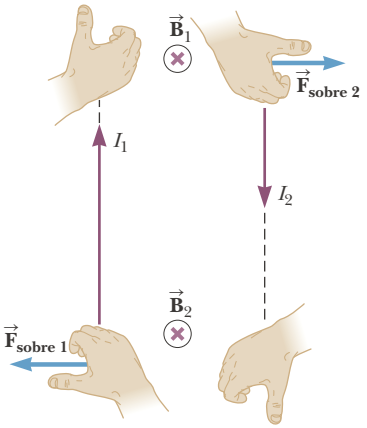
1. La fuerza sobre el electrón es opuesta a la dirección de la fuerza sobre el protón, y la aceleración del electrón es mucho mayor que la aceleración del protón debido a la masa menor del electrón.
2. Un campo magnético ejerce siempre una fuerza perpendicular a la velocidad de una partícula cargada, así que puede cambiar la dirección de la partícula, pero no su velocidad.
3. Cero
4. Conforme el ángulo se aproxima a 90°, la magnitud de la fuerza aumenta. Después de ir más allá de 90°, disminuye.
5. La magnitud de la cantidad de movimiento se mantiene constante. Cambia la dirección de la cantidad de movimiento, a menos que la velocidad de la partícula sea paralela o antiparalela al campo magnético.
6. 20 m
7. a) a la izquierda b) a la derecha
8. El campo magnético de la Tierra es muy débil, por lo que la corriente para el auto tendría que ser muy grande desde el punto de vista proporcional. Sería poco práctico generar esta corriente y si se generara, calentaría y derretiría los alambres que la transportasen.
9. El protón se acelera hacia abajo debido a la gravedad mientras orbita.

Ejercicios de preparación

1. a) 1.19×10^3 N · m b) 1.37×10^3 N · m
3. 0.200 T
5. 6.00×10^{-3} N · m
7. 4.79×10^3 m/s
9. 6.03×10^{-4} T

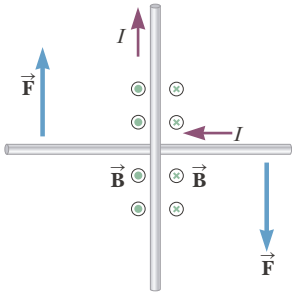
Preguntas conceptuales

1. El conjunto debe orientarse de modo que la viga se mueva hacia el este o hacia el oeste.
3. La fuerza magnética sobre una partícula cargada móvil siempre es perpendicular a la dirección de la partícula en movimiento. No hay ninguna fuerza magnética sobre la carga cuando se mueve de manera paralela a la dirección del campo magnético. Sin embargo, la fuerza sobre una partícula cargada que se mueve en un campo eléctrico nunca es cero y siempre es paralela a la dirección del campo. Por lo tanto, mediante la proyección de la partícula cargada en diferentes direcciones, es posible determinar la naturaleza del campo.
5. En la figura, el campo magnético creado por el alambre 1 en la posición del alambre 2 entra a la página. Por lo tanto, la fuerza magnética sobre el alambre 2 va en la dirección (corriente hacia abajo) × (campo que entra a la página) = (fuerza hacia la derecha), alejándose del alambre 1. Ahora el alambre 2 crea un campo magnético en la página en la posición del alambre 1, por lo que el alambre 1 siente la fuerza (corriente hacia arriba) × (campo que entra a la página) = (fuerza hacia la izquierda), alejándose del alambre 2.



7. Nunca podría ocurrir tal levitación. En el Polo Norte, donde el campo magnético de la Tierra se dirige hacia abajo, hacia el equivalente de un polo sur enterrado, un ataúd sería repelido si su polo magnético sur estuviera dirigido hacia abajo. Sin embargo, el equilibrio sería solo transitorio, cualquier disturbio leve alteraría el equilibrio entre la fuerza magnética y la fuerza gravitacional.
9. Una brújula no detecta las corrientes en los alambres cerca de los interruptores de luz, por dos razones. La primera es que, debido a que el cable del interruptor de la luz contiene dos alambres, uno que lleva corriente al interruptor y el otro que la aleja de él, el campo magnético neto sería muy pequeño y disminuiría rápidamente al aumentar la distancia. La segunda razón es que la corriente es alterna en 60 Hz. Como resultado, el campo magnético es oscilante en 60 Hz también. Esta frecuencia sería demasiado rápida para que la brújula la siguiera, por lo que el efecto sobre la brújula sería leer un promedio de cero.
11. Si usted se moviera junto con los electrones, mediría una corriente cero para estos, por lo que no producirían un campo magnético de acuerdo con sus observaciones. Sin embargo, la carga positiva fija en el metal podría moverse hacia atrás respecto a usted, creando una corriente equivalente para el movimiento hacia adelante de los electrones cuando usted estuviera en reposo. Así, mediría el mismo campo magnético que cuando estuviera en reposo, pero se debería a que presumiblemente las cargas positivas estarían moviéndose desde su punto de vista.
13. Cada bobina del Slinky® se convertirá en un imán, debido a que actúa como una espira de corriente. El sentido de rotación de la corriente es el mismo en todas las bobina y cada bobina se convertirá en un imán con la misma orientación de los polos. Por lo que, todas las bobinas se atraerán y el Slinky® se comprimirá.
15. No hay ninguna fuerza neta sobre los alambres, pero hay un par de torsión. Para entender esta distinción, imagine un alambre vertical fijo y uno horizontal libre (véase la figura que se muestra a continuación). El alambre vertical lleva una corriente ascendente y crea un campo magnético que lo

rodea. A la derecha, el campo magnético del alambre vertical apunta hacia el interior de la página mientras que en el lado izquierdo apunta hacia el exterior de la página, como se indica. Cada segmento del alambre horizontal (de longitud), lleva una corriente que interactúa con el campo magnético de acuerdo con la ecuación $F = BI\ell$ sen θ. Aplique la regla de la mano derecha hacia la derecha: apunte los dedos de la mano derecha en la dirección de la corriente horizontal y dóblelos hacia el interior de la página en la dirección del campo magnético. El pulgar apunta hacia abajo, la dirección de la fuerza en el lado derecho del alambre. Repita el proceso en el lado izquierdo dando una fuerza hacia arriba en el lado izquierdo del alambre. Las dos fuerzas son iguales en magnitud y opuestas en dirección; por lo tanto, la fuerza neta es cero, pero crean un par de torsión neto alrededor del punto donde se cruzan los alambres.



17. Si se proyectan en la misma dirección en el mismo campo magnético, las cargas son de signo contrario.
19. b)

Problemas

1. a) oeste b) deflexión cero c) hacia arriba d) hacia abajo
3. a) hacia el interior de la página b) hacia la derecha c) hacia la parte inferior de la página
5. a) 1.44×10^{-12} N b) 8.62×10^{14} m/s^2 c) Ejerce una fuerza sobre el electrón que tenía la misma magnitud que la fuerza sobre un protón, pero en sentido contrario debido a su carga negativa. d) La magnitud de la aceleración del electrón sería mucho mayor que la del protón porque la masa del electrón es mucho menor. La aceleración del electrón también estaría en la dirección opuesta.
7. 2.83×10^7 m/s oeste
9. 48.9° o 131°
11. $F_g = 8.93 \times 10^{-30}$ N (hacia abajo), $F_e = 1.60 \times 10^{-17}$ N (hacia arriba), $F_m = 4.80 \times 10^{-17}$ N (hacia abajo)
13. 8.0×10^{-3} T en la dirección $+z$
15. a) hacia el interior de la página b) hacia la derecha c) hacia la parte inferior de la página
17. 7.50 N
19. 0.131 T (hacia abajo)
21. a) La fuerza magnética y la fuerza de gravedad actúan en el alambre. Cuando la fuerza magnética va hacia arriba y equilibra a la fuerza hacia abajo de la gravedad, la fuerza neta sobre el alambre es cero y este se puede mover hacia arriba con velocidad constante. b) 0.20 T hacia el exterior de la página c) Si el campo excede los 0.20 T, la fuerza magnética hacia arriba excede la fuerza hacia abajo de la gravedad, por lo que el alambre acelera hacia arriba.
23. *ab*: 0, *bc*: 0.040 0 N en la dirección $-x$, *cd*: 0.040 0 N en la dirección $-z$, *da*: 0.056 6 N paralela al plano xz y a 45°en ambas direcciones $+x$ y $+z$
25. 118 μN · m
27. 9.05×10^{-4} N · m, tiende a hacer que el lado izquierdo de la espira se mueva hacia usted y se aleje del lado derecho.
29. a) 0.56 A b) 0.064 N · m
31. a) 3.97° b) 3.39×10^{-3} N·m
33. a) 8.51×10^5 m/s b) 2.06×10^{-5} m
37. 1.77 cm
39. $r = 3R/4$
41. a) 2.08×10^{-7} kg/C b) 6.66×10^{-26} kg c) Calcio
43. 20.0 μT
45. 2.0×10^{-10} A
47. 2.4 mm
49. 20.0 μT hacia la parte inferior de la página
51. 0.167 mT saliendo de la página
53. a) 4.00 m b) 7.50 nT c) 1.26 m d) cero
55. a) 3.50×10^{-5} N/m b) repulsiva
57. 4.5 mm
59. 31.8 mA
61. a) 920 vueltas b) 12 cm
63. a) 2.8 μT b) 0.89 mA
65. a) 5.24 μT b)hacia el interior de la página c) 7.20 cm
67. a) 0.500 μT saliendo de la página b) 3.88 μT paralelo al plano xy y a 59.0° en sentido contrario a las manecillas del reloj de la dirección $+x$
69. a) 1.33 m/s b) El signo de la fem es independiente de la carga.
71. 53 μT hacia la parte inferior de la página, 20 μT hacia la parte inferior de la página, y 0
73. a) -8.00×10^{-21} kg·m/s b) 8.90°
75. 1.41×10^{-6} N

CAPÍTULO 18

Cuestionarios rápidos

1. *b*, *c*, *a*
2. c)
3. b)
4. a)
5. b)
6. b)

Preguntas de ejemplo

1. Falso
2. 5.06×10^{-3} V; la corriente estaría en sentido contrario.
3. a), e)
4. Se ejercerá una fuerza magnética sobre la barra dirigida hacia la derecha.
5. Al duplicar la frecuencia se duplica la fem máxima inducida.
6. b)
7. a)
8. 72.6 A
9. b)
10. Falso

Ejercicios de preparación

1. a) 0.233 Hz b) 1.46 rad/s
3. 2.78×10^{-2} s
5. a) 6.40×10^{-4} V b) 0.533 A
7. a) 135 V b) 13.5 A
9. 1.60×10^{-6} s

Preguntas conceptuales

1. Como la nave espacial se mueve por el espacio, al parecer pasa de una región de una intensidad de campo magnético a otra región con un campo magnético de diferente intensidad. El cambio en el campo magnético a través de la bobina induce una fem y una corriente correspondiente en la bobina.
3. De acuerdo con la ley de Faraday, se induce una fem en una espira de alambre si el flujo magnético a través de la espira cambia con el tiempo. En esta situación, se puede inducir una fem ya sea girando la espira sobre un eje de rotación arbitrario o cambiando la forma de la espira.
5. Si la barra se moviera hacia la izquierda, la fuerza magnética sobre las cargas negativas en la barra iría hacia arriba, causando una acumulación de cargas negativas sobre la

parte superior y de cargas positivas en la parte inferior. Por lo tanto, el campo eléctrico en la barra también iría hacia arriba.

7. Si, por cualquier razón, el campo magnético cambia rápidamente, se podía inducir una gran fem en la pulsera. Si la pulsera no fuera una banda continua, esta fem provocaría arcos de alto voltaje que generarían alguna ruptura en la banda. Si la pulsera fuera una banda continua, la fem inducida produciría una gran corriente y resultaría en el calentamiento de la resistencia de la pulsera.

11. Como la placa de aluminio se mueve en el campo, se inducen corrientes parásitas en el metal por el campo magnético cambiante en la placa. El campo magnético del electroimán interactúa con esta corriente, produciendo una fuerza que desacelera la placa. De manera similar, conforme la placa sale del campo magnético, se induce una corriente, y una vez más hay una fuerza hacia arriba que ralentiza la placa.

13. La corriente oscilante en el solenoide produce un campo magnético que siempre cambia. El flujo vertical a través del anillo, que alternativamente aumenta y disminuye, produce en este una corriente con una dirección que se alterna hacia la derecha y hacia la izquierda. La corriente a través la resistencia del anillo convierte la energía eléctrica transmitida en energía interna a razón de I^2R.

Problemas

1. $4.8 \times 10^{-3}\ \text{T} \cdot \text{m}^2$
3. a) 0.177 T b) 0
5. a) $\Phi_{B,\text{neto}} = 0$ b) 0
7. a) $3.1 \times 10^{-3}\ \text{T} \cdot \text{m}^2$ b) $\Phi_{B,\text{neto}} = 0$
9. a) cero, ya que el flujo a través del espacio A no cambia b) en sentido contrario a las manecillas del reloj para la espira B c) hacia la derecha para la espira C
11. 94 mV
13. 33 mV
15. a) de izquierda a derecha b) de derecha a izquierda
17. a) La corriente es cero, porque el flujo magnético debido a la corriente a través del lado derecho de la espira (hacia el interior de la página) es opuesto al flujo a través del lado izquierdo de la espira (hacia el exterior de la página), por lo que el flujo neto a través de la espira siempre es cero. b) En sentido de las manecillas del reloj, porque el flujo debido al alambre largo a través de la espira sale de la página y la corriente inducida en la espira debe estar en sentido de las manecillas del reloj para compensar el creciente flujo externo.
19. a) 3.77×10^{-3} T b) 9.42×10^{-3} T c) $7.07 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$ d) 3.99×10^{-6} Wb e) 1.77×10^{-5} V; en este caso ya que la corriente aumenta constantemente, la fem promedio inducida es igual a la instantánea. f) la fem inducida es pequeña, ya que la corriente en la bobina de 4 vueltas y su campo magnético también son pequeños.
21. 10.2 μV
23. 13.1 mV
25. 2.6 mV
27. a) Hacia el este b) 4.58×10^{-4} V
29. 2.80 m/s
31. a) 81.9 mV b) 105 mA
33. 1.9×10^{-11} V
35. a) 60 V b) 57 V c) 0.13 s
37. a) 18.1 μV b) 0
39. 4.0 mH
41. a) 2.0 mH b) 38 A/s
43. a) 5.33 A b) 2.67 s c) 8.00 s
45. a) 2.4 V b) 75 mH c) 5.1 A d) $\Delta V_R = -1.5$ V e) $\Delta V_L = -0.9$ V
47. 1.92 Ω
49. a) 0.208 mH b) 0.936 mJ
51. a) 18 J b) 7.2 J
53. En sentido contrario a las manecillas del reloj
55. a) $F = N^2B^2w^2v/R$ hacia la izquierda b) 0 c) $F = N^2B^2w^2v/R$ hacia la izquierda
57. a) 20.0 ms b) 37.9 V c) 1.52 mV d) 51.8 mA
59. a) 0.500 A b) 2.00 W c) 2.00 W
61. 115 kV
63. a) 0.157 mV (terminal *B* es positiva) b) 5.89 mV (terminal *A* es positiva)
65. a) 9.00 A b) 10.8 N c) *b* está en el potencial alto d) No
67. b) Una resistencia más grande daría una corriente más pequeña, por lo que la espira debe alcanzar mayor velocidad antes de que la magnitud de la fuerza magnética sea igual a la fuerza gravitacional. c) la fuerza magnética es proporcional al producto del campo por la corriente, mientras que la corriente misma es proporcional al campo. Si *B* se hace la mitad, la velocidad debe ser cuatro veces mayor para compensar y producir una fuerza magnética con magnitud igual a la de la fuerza gravitacional.

CAPÍTULO 19

Preguntas de ejemplo

1. 1 g/año
2. 1.77×10^{12} J

Ejercicios de preparación

1. a) 7.11×10^{13} J b) 7.90×10^{-4} kg
3. a) 3.33×10^{-11} J b) 3.70×10^{-28} kg
5. $6.67 \times 10^{15}\ \text{cm}^{-3}$

Problemas

1. 1.1×10^{16} fisiones
3. 126 MeV
5. a) 16.2 kg b) 117 g
7. a) $3/a$ b) $3.72/a$ c) El cociente superficie entre volumen es más bajo en la esfera; por lo tanto, la esfera tiene la mejor forma de fuga mínima.
9. 1.01 g
11. a) ${}^{8}_{4}\text{Be}$ b) ${}^{12}_{6}\text{C}$ c) 7.27 MeV
13. 4.03 MeV
17. 18.8 MeV
19. (b) 12 días

Nota: Los números de página seguidos de *f* y *t* se refieren a figuras y tablas, respectivamente

A

Absorbedor ideal, 388
AC. *Véase entradas en* Corriente alterna
Aceite para motores, viscosidad de, 319*t*
Aceite silicónico, constante dieléctrica y fuerza dieléctrica de, 507*t*
Aceleración (*a*)
  angular, 205-205, 206*f*
  aceleración tangencial relación con, 209
  constante, movimiento rotacional con, 206-208
  instantánea, 206
  par de torsión, 241, 252-259
  promedio, 205-206
  rotacional análoga de la segunda ley de Newton, 254,
  256-259
  caída libre, 45, 220, 220*t*, A.19*t*
  centrípeta, 7, 211-219, 333
  como cantidad vectorial, 35
  constante
    angular, movimiento rotacional con, 206-208
    ecuaciones para, 40t
    en dos dimensiones, 72-73, 72f
    en una dimensión, 38-44, 38f, 40t
    estrategia para solución de problemas, 40
  de la gravedad, 95
  deceleración, 35
  definición, 34
  dimensiones de, 5-6, 5*t*
  en diagramas de movimiento, 37-38, 37*f*
  en dos dimensiones, 63-65
  en una dimensión, 34-37, 34*f*, 36*f*
  instantánea,
    definición, 64
    de la gráfica velocidad-tiempo, 36-37, 36f
    en dos dimensiones, 63
    en una dimensión, 35-37, 36f
  masa relación con, 92
  movimiento de proyectiles y, 65-68, 65*f*
    unidades SI (Sistema Internacional), 35, 64
  negativa, 35, 38
  pico, 43-44, 43*f*
  positiva, 38
  promedio ($\bar{a}$)
    definición, 64
    en dos dimensiones, 64
    en una dimensión, 34-35, 34f
    unidades SI (Sistema Internacional), 34, 64
  segunda ley del movimiento de Newton y, 92, 66, 102-107
  tangencial, 209, 213
  total 213
  traslacional, 215
  uniforme, 36
  velocidad vs, 34-35, 34*f*
Aceleración angular, 205-206, 205*f*
  aceleración tangencial relación con, 209
  constante, movimiento rotacional con, 206-208
  instantánea (α), 206
  par de torsión y, 241, 252-259
  promedio (α_{prom}), 205-206
  rotacional análoga de la segunda ley de Newton, 254, 256-259
Aceleración angular instantánea (α), 206
Aceleración angular promedio (α_{prom}), 205-206
Aceleración centrípeta (a_c), 7, 211-219
  definición, 212
  estrategias para resolver problemas, 215-216
  fuerza magnética y, 333
  fuerzas que causan, 214-219, 215*f*
Aceleración constante
  en dos dimensiones, 72-73, 72*f*
  en una dimensión, 38-44, 38*f*, 44*t*
  estrategia para resolver problemas, 40
  movimiento rotacional con aceleración angular constante, 206-208
Aceleración instantánea (*a*)
  a partir de la gráfica velocidad-tiempo, 36-37, 36*f*
  definición, 35, 64
  en dos dimensiones, 63
  en una dimensión, 35-37, 36*f*
  unidades SI (Sistema Internacional), 35, 64
Aceleración negativa, 35, 38
Aceleración promedio
  definición, 34, 64
  en dos dimensiones, 64
  en una dimensión, 34-35, 34*f*
  unidades SI (Sistema Internacional), 34, 64
Aceleración tangencial, 209, 213
Aceleración total, 213
Aceleración traslacional, 245
Aceleradores de partículas, 605, 605*f*
Aceleradores lineales, 494
Acero
  carga máxima de vigas de acero, 290
  coeficiente de expansión lineal, 344*t*
  módulo elástico, 288*t*
  resistencia última, 290*t*
Acetona, coeficiente de dilatación volumétrica para, 344*t*
Acrobacia, 146-147, 146*f*, 264
Actividad
  adición, ley conmutativa de la, 58
  cifras significativas y, 9
  de escalares, 58
  de forma algebraica, 62-63, 62*f*
    geométrica, 58, 58*f*, 59, 59*f*
  de fracciones, A.5
  de vectores
  método del triángulo de la, 58
Aditamento de flash, cámara, 496
Agentes humectantes, 317
Agentes impermeabilizantes, 317
Agua
  brotes de algas en estanques y lagos, 386-387, 386*f*
  calor específico, 375*t*
  calor específico molar, 409*t*
  calor latente de fusión, 375, 375*t*
  calor latente de vaporización, 375, 375*t*
  cambio de fase en, 375-378, 376*f*, 428-429
  conductividad térmica, 381*t*
  constante dieléctrica, 507*t*
  convección en ebullición, 385
  densidad, 284*t*, 348, 348*t*, A.19*t*
  expansión térmica de, 347, 348-349
  fuerzas adhesivas, 316-317, 316*f*-317*f*
  fuerzas cohesivas, 316-317, 316*f*-317*f*
  módulo elástico, 288*t*
  pesada como moderador en un reactor nuclear, 658
  polarización de moléculas, 511, 511*f*
  presión y peso de, 286-287, 286*f*
  punto de congelación (punto de hielo) de, 339
  punto de ebullición (punto de vapor) de, 339, 375*t*
  punto de fusión, 375*t*
  punto triple de, 340
  tensión superficial de, 314, 314*f*, 314*t*, 315-316, 315*f*
  velocidad eficaz (rms), 358*t*
  viscosidad de, 319*f*
Agujeros negros, 88
Aire acondicionado, 421
Aire. *Véase también* Flujo de aire; Resistencia del aire;
Aislamiento (valor *R*), casa, 383-385, 383*f*
Aislamiento con fibra de vidrio, 383, 383*f*
Aislantes, 447-448
  carga inducida en, 448, 449*f*
  definición, 447
Alambre "vivo", 598, 598*f*
Alcohol etílico
  calor específico, 370*t*
  calor latente de fusión, 375*t*
  coeficiente de expansión volumétrica, 344*t*
  densidad, 284*t*
  punto de ebullición, 375*t*
  punto de fusión, 375*t*
  tensión superficial de, 314*t*
Alfabeto, griego, A.19*t*
Álgebra
  ecuaciones cuadráticas, A.7-A.8
  ecuaciones lineales, A.8-A.9
  factorización, A.7
  logaritmos y exponenciales, A.10 – A.12
  orden de cálculos, 10
  potencias, A.6
  reglas básicas, A.4-A.6
  solución de ecuaciones simultaneas, A.9-A10
Alimentos
  dieta vs. ejercicio en programas de pérdida de peso, 154-155
  energía química en, 154-155
Altavoces, 590-591, 590*f*
Altoparlantes
  efecto Doppler y, 416
  fuerza magnética y, 590-591, 590*f*
  interferencia y, 419-420, 419*f*
Altura de un edificio, medición, 17, 17*f*
Aluminio
  calor específico, 370*t*
  calor latente de fusión, 375*t*
  calor latente de vaporización, 375*t*
  coeficiente de dilatación lineal, 344*t*
  coeficiente de temperatura de la resistividad, 530*t*
  conductividad térmica, 381*t*
  densidad, 284*t*
  módulo de elasticidad, 288*t*
  punto de ebullición, 375*t*
  punto de fusión, 375*t*
  resistencia máxima, 290*t*
  resistividad, 530*t*
  superconductor, 537, 537*t*
Amortiguadores, 385, 385*f*
Ampère, André-Marie, 599, 600
Amperímetro, 528, 537*f*, 622, 622*f*
Ampere (A), 523, 602
Amplitud
  de ondas, 389, 389*f*
  en movimiento periódico, 368
  interferencia de ondas y, 392, 392*f*, 393*f*
Análisis dimensional, 5-7, 5*t*
Aneurismas, 311

Ángulo(s)
de contacto, 317, 317*f*
funciones trigonométricas de, en un triángulo rectángulo,15-16
medida en radianes de,
conversión de grados a/de, 203, 204
definición, 203, 203*f*
Ángulo de contacto, 317, 317*f*
Ángulo de proyección, 65*f*, 66
Ángulo plano, unidades SI, A.21
Anticongelante, 301, 301*f*
Antilogaritmo, A.10, A.11
Año, intervalo de tiempo para un, 3*t*
Año luz, 3*t*
Aptitud física, 434-435, 434*t*
Aptitud física y, 434-435
calor específico molar, 408, 409*f*
calor latente de fusión, 375*t*
calor latente de vaporización, 375*t*
coeficiente de difusión, 322*t*
conductividad térmica, 381*t*
densidad, 284*t*
punto de fusión, 375*t*
rapidez eficaz (rms), 358*t*
Aproximadamente igual (≅), A.1, A.19*t*
Arco ojival (Gótico), 293, 293*f*
Arco semicircular, 292-293, 293*f*
Arcos, 292-293, 293*f*
Área
dimensión de, 5*t*
expansión (γ), 345, 346
Argón (Ar)
calor especifico molar de, 409*t*
Aristarco, 26
Aristóteles, 26, 45
Arquería, 177-179, 179*f*
Arquímedes, 299
Arquitectura
arcos, 292-293, 293*f*
carga máxima en vigas de acero, 290
construcción con poste y viga, 292, 293*f*
pirámides, nivel de construcción de, 297
resistencia máxima de materiales de construcción, 290*f*
Arteria braquial 298
Arteriosclerosis, 311, 311*f*
Asbestos, conductividad térmica de, 381, 381*t*
Asteroides
Ceres, 221-222
impacto de, 150
mapa del sistema solar interno, 150*f*
trabajo realizado por un asteroide cayendo cerca de la Tierra, 223-224
Astronomía y astrofísica. *Véase también* Cosmología; Luna; Planetas; Sol; Universo; planetas específicos
agujeros negros, 88
asteroides, 150, 150*f*, 221-222, 223-224
energía oscura, 284,
estrellas
de neutrones, 264, 264*f*
fusión en, 660-661
oscuras, 88
radiación y, 390-391, 390*f*
supernova, 264, 264*f*
galaxias, número estimado en el universo, 14
leyes de Kepler, 226-229
materia oscura, 283-284,
pulsares, 264, 264*f*
sistema solar
mapa de asteroides del sistema solar interno, 150*f*
modelo geocéntrico del, 26, 45, 266
velocidad de escape, 225-226, 225*t*, 358
Atmósfera. *Véase también* Aire
concentración de bióxido de carbono en, 392-393, 392*f*
efecto invernadero, 392
gases invernadero, 392-393, 392*f*
Atmósfera
coeficiente de expansión de volumen, 344*t*
constante dieléctrica y fuerza dieléctrica del, 507*t*
conductividad térmica, 381*t*
densidad del, 284*t*, A.19*t*
valor *R* de estancamiento, 383*t*, 384
Atmósfera (atm), 298
Atomizadores, 311, 311*f*
Átomo(s). *Véase también* Núcleo atómico
estructura del, 4-5, 5
origen del término, 4
vibrando, 283
Átomo(s) de hidrógeno
almacenamiento de energía como movimiento, 408
calor específico molar, 409*t*
conductividad térmica, 381*t*
densidad, 284*t*
diámetro de, 3*t*
masa del, 3*t*
masa molecular, 349-350
tamaño de, 3*t*, 4
velocidad eficaz (rms), 358*t*
Aumento de peso, en humanos, 433
Autoinductancia, 638-640, 638*f*
Automóvil(es)
anticongelante, 301, 301*f*
batería
carga, verificación, 301, 301*f*
diferencia de potencial en, 482
bolsas de aire, 175
cinturones de seguridad, 91, 91*f*, 175
constantes de resorte de, 148
choques
análisis de, 134
choque inelástico en dos dimensiones, 187-188, 187*f*
fuerza sobre un automóvil versus tiempo, 175, 175*f*
lesión en, 148, 174-175
perfectamente inelásticos, 180-181
prueba de impacto, 174, 174*f*
reconstrucción de accidentes, 148
tercera ley de Newton y, 99
flujo aerodinámico alrededor de, 305*f*
fricción y, 114
limpiaparabrisas, 563
marcas de derrape, 133
motores
como máquina térmica, 418
conversión de movimiento armónico simple a circular en, 376
dinámica de fluidos en, 311
refrigeración, 386
trabajo realizado en expansión adiabática, 412
movimiento y
aceleración, 34-36, 34*f*, 36*f*
desplazamiento, 27-28, 28*f*
diagramas de movimiento, 37-38, 37*f*
en pista peraltada, curva, 217-218, 217*f*
fricción, 114
problema de persecución de un automóvil, 41-42, 41*f*
rapidez promedio, 29-30
velocidad instantánea, 32, 32t, 33t, 33*f*, 64
velocidad promedio ($\overline{v}$), 30-31
parachoques, 174
prueba de impacto, 174, 174*f*
reconstrucción de accidentes, 148
resistencia del aire en movimiento, 114, 114*f*
sustentación de un automóvil, 296, 296*f*
Aviones
diferencia de potencial inducida a través del ala, 632-634
distancias de planeo y frenado para, 42-43, 42*f*
fuerza ascensional sobre el ala de un avión, 311-312, 311*f*
pistas aeroportuarias, designación, 585
problema de la longitud de pista, 42-43, 42*f*
rizo vertical, 218, 218*f*
Aviones de reacción
distancias de planeo y frenado para,42-43, 42*f*
problema de longitud de pista, 42-43, 42*f*
Axones, 569-570, 569*f*-571*f*
Azufre (S)
calor latente de fusión, 375*t*
calor latente de vaporización, 375*t*
punto de ebullición, 375*t*
punto de fusión, 375*t*
resistividad, 530*t*

B

Bacterias
anaeróbicas, 585
bioluminiscencia en, 149
crecimiento de, 563
magnéticas, 585
masa de, 3*t*
Bakelita, constante dieléctrica y fuerza dieléctrica de, 507t
Balasto, plomo, 291-292
Balsa, flotación de, 303, 303*f*
Ballena asesina, potencia generada por, 152
Barómetro, 297, 297*f*
Barras de control, de un reactor nuclear, 658, 658*f*
Barras pararrayos, 462-463
Base de logaritmos naturales, A.10
Batería
automóvil
carga, verificación, 301, 301*f*
diferencia de potencial en, 486
en desfibriladores, 505
fuente de fem, 548-549, 548*f*
invención de, 522
litio, 540
símbolo de circuito eléctrico para, 498
Batido(s), 430-432, 430*f*
Bednorz, J. Georg, 537
Benceno
coeficiente de dilatación volumétrica, 344*t*
densidad 284*t*
Berilio (Be)
calor específico del, 370*t*
Bernoulli, Daniel, 307, 308*f*
Biología. *Véase* Medicina y biología
Bióxido de azufre (SO_2)
calor específico molar, 409*t*
como gas invernadero, 392
velocidad eficaz (rms) de, 358*t*
Bióxido de carbono (CO_2)
concentración atmosférica de, 392-393, 392*f*
hielo seco, 355, 375
rapidez eficaz (rms), 358*t*
Bobina
de detección, 628, 628*f*
escobilla, 629, 629*f*
momento magnético de, 593
primaria, 621-622, 622*f*
secundaria, 622
Bohr, Niels, 4
Bolígrafos, bola metálica, 298
Bolsas de aire, automóvil, 175
Bomba
de calor, 421-423, 421*f*
de carga, 549
de fusión, 661

de hidrógeno, 661
electromagnética, 591, 591*f*
nuclear, 659
Bombas de calor, 421-423, 421*f*
Bombilla
de tres vías, 556, 556*f*
falla de, 535
pérdida de intensidad en viejos, 530
símbolo en diagrama en circuito para, 498, 498*f*
vía óctuple, 556, 556*f*
Botarel con arbotante, 293, 293*f*
Boxeo y lesiones en el cerebro, 172-173
Brache, Tycho, 226
Brazo de palanca, 243
Bronce, coeficiente de dilatación lineal de, 344*t*
Brotes de algas en estanques y lagos, 386-387, 386*f*
Brújula, 584, 585, 598-599, 598*f*

C

Caballos de potencia (hp), 151
Cable coaxial, campo magnético de, 600-601, 600*f*
Cadmio (Cd),
calor específico de, 370*t*
en barras de control de un reactor nuclear, 658
Caída libre, 44-49
aceleración, 45, 383-384, A.19*t*
variación con la altura, 220, 220t
definición, 45
Galileo Galilei y, 45
problemas de ejemplo, 46-49, 46*f*, 48*f*
Calentamiento global, 347, 391-393, 392*f*, 393*f*
Calcio, configuración electrónica de, 620*t*
Cálculo, invención del, 88
Cálculos. *Véase también* Medición
del orden de magnitud, 12-14
Calculadoras
cifras significativas en, 7, 8
función tangente inversa en, 60
Calentador eléctrico, potencia convertida por, 536-537
Calidad (timbre) del sonido, 432-433, 433*f*
Calor (*Q*)
absorbedor ideal, 388
calor específico molar, 408, 409*t*
conducción térmica, 380-385, 380*f*-381*f*
aislamiento de casas y, 383-385, 383t
conductividad de algunas seleccionadas, 381t
definición, 380
pérdidas del cuerpo humano, 382
convección, 385-387, 385*f*-386*f*
definición, 337, 368, 406
en la primera ley de la termodinámica, 406-407
energía interna distinta de, 367-368
equivalente mecánico de, 368
específico (*c*), 370-372
circulación/flujo de aire y, 370-371, 370*f*
definición, 370
determinación con calorimetría, 372
valores para algunas seleccionadas, 381t
latente (*L*)
definición, 374
de fusión, 375-377, 375t
de sublimación, 375
de vaporización, 375-377, 375t
unidades de, 375
radiación, 387-391, 387*f*-390*f*
reflector ideal, 388
transferencia de energía a/de un sistema, 149
unidades de, 368
Calor específico (*c*), 370-372
calor específico molar, 408
circulación/flujo de aire y, 370-371, 370*f*
definición, 370
determinación con calorimetría, 372
valores para algunas sustancias, 370*t*
Calor específico molar, 408, 409*f*
Calor latente (*L*)
de fusión, 375-377, 375*t*
de sublimación, 375
de vaporización, 375-377, 375*t*
definición, 374
unidades de, 375
Caloría (C), 155, 368
Caloría (cal), 368
Calorimetría, 372-374
estrategia para solución de problemas, 377
Calorímetros, 372
Cama de clavos, 286, 286*f*
Cámara de niebla, 665
Cámara, aditamento de flash, capacitor en, 496
Cámaras toroidales con bobinas magnéticas, 605, 605*f*, 662, 662*f*
Cambio de carga, 673
Cambio de fase, 374-380
calor latente de fusión, 375-377, 375*t*
calor latente de sublimación, 375
calor latente de vaporización, 375-377, 375*t*
cambio de entropía con, 427-429
definición, 374
en agua, 375-378, 376*f*
estrategia para la solución de problemas, 377
incompleto, 378
Cambio en, símbolo para (Δ), A.2, A.19*t*
Campo eléctrico, 454-458
atmosférico, 460, 460*f*
de capacitores de placas paralelas, 496, 496*f*
de superficie esférica cargada, 468-469, 468*f*
definición, 454
diferencias en energía potencial en, 483
dirección de, 454-455, 454*f*, 455*f*
en precipitador electrostático, 493
estrategia para resolver problemas, 457
flujo eléctrico y, 465-466
ley de Gauss y, 455, 467-468
magnitud, 455
principio de superposición y, 455, 455-456
unidad SI de, 454
Campo eléctrico atmosférico, medición, 460, 460*f*
Campo(s) magnético(s) ($\vec{\mathbf{B}}$), 585-589
a nivel atómico, 607
brújulas y, 584, 585, 598-599, 598*f*
corriente producida al cambiar, 622
de antinodos de la corriente, 603-604, 603*f*-604*f*
de un cable coaxial, 600-601, 600*f*
de un imán de barra, 583
dirección de la corriente inducida, 627-630, 627*f*-629*f*
dirección de la fuerza magnética, 586-587, 587*f*, 590-591, 591*f*, 595-596, 596*f*, 598-599, 598*f*-599*f*
ley circuital de Ampère y, 599-601, 600*f*
partícula cargada moviéndose a través, 585-589, 587*f*, 595-598, 596*f*
Tierra
alambre portador de corriente en la, 591-592
deflexión de relámpagos por la, 591
fuerza magnética de un protón moviéndose a través de la, 587-588
inmersión de la, 584-585
Campo, introducción del concepto, 89
Cantidad de movimiento angular (*L*), 262-267
conservación de la, 227, 263-267
definición, 263
par de torsión y, 262-263, 262*f*
Cantidad de movimiento lineal ($\vec{\mathbf{p}}$), 170-179
conservación de, 170, 176-179, 176*f*-177*f*
definición, 176
en choques, 79-188, 176, 176*f*
en propulsión de cohetes, 189
propulsión de un calamar y, 177, 177*f*
retroceso y, 177-179
definición, 177
en propulsión de cohetes, 188-191
energía cinética y, 171
impulso y, 172-174
segunda ley de Newton y, 171
unidades SI (Sistema Internacional), 171
Cantidad de movimiento, 170-179
angular (*L*), 262-267
conservación de, 227, 263-267
definición, 263
par de torsión y, 262-263, 262*f*
conservación de, 170, 176-179, 176*f*, 177*f*
definición, 176
en choques, 79-188, 176, 176*f*
en propulsión de cohetes, 189
propulsión de un calamar y, 177, 177*f*
retroceso y, 177-179
definición, 177
energía cinética y, 171
en propulsión de cohetes, 188-191
impulso, 172-174
lineal (*Véase* Cantidad de movimiento lineal)
segunda ley de Newton y, 171
unidades SI (Sistema Internacional), 171
Cantidad de sustancia, unidades SI para, A.21*t*
Cantidad escalar
cantidad escalar comparada con, 28, 57
velocidad como, 28
velocidad instantánea, 33
Cantidad vectorial
cantidad escalar comparada con, 28, 57
definición, 27
ejemplos de, 58
notación para, 58
Cantidades angulares
como vectores, 214, 214*f*
relación con cantidades lineales, 208-211
Cantidades físicas
análisis dimensional de 5-7, 5*t*
conservación de, 138
conversión de unidades, 11-12
estimaciones, 12-14
incertidumbre en la medición, 7-11
Cantidades lineales, relación con cantidades angulares, 208-211
Cañones de riel, 581, 582*f*
Capacitancia (*C*)
cambio en teclados de computadoras, 496
definición, 495
equivalente
para capacitores en paralelo, 498*f*, 499-500
para capacitores en serie, 501-502, 501*f*
de capacitores de placa paralela, 496, 498*f*, 499
en un par de conductores, 495
unidades SI de, 495
Capacitancia equivalente
para capacitores en paralelo, 420*f*, 421-422
para capacitores en serie, 501-502, 501*f*
Capacitor(es)
aplicaciones
aditamentos de flash de cámaras, 496
confinamiento electrostático, 497
desfibriladores, 505
diseño de energía máxima, 506
localizador de travesaños, 508, 508*f*
teclados de computadoras, 496
circuitos *RC*, 562-566, 562*f*, 563*f*
cargando el capacitor en, 564-565
descargando el capacitor en, 565-566
combinaciones de
en paralelo, 498-500, 498*f*, 499*f*
en serie, 500-502, 501*f*
estrategia para solución de problemas, 502
definición, 495
de placa paralela, 470, 470*f*, 495-500, 495*f*, 496*f* 498*f*, 499*f*
dieléctrico en, 506-508, 507*f*

dieléctricos, 506-510, 507*f*, 508*f*
disponibles comercialmente, 507-508, 508*f*
electrolíticos, 508, 508*f*
en marcapasos cardiaco, 540
en paralelo, 598-500, 498*f*, 499*f*
en serie, 500-502, 501*f*
energía almacenada en, 504-506, 504*f*, 644
potencia y, 505
símbolo, 497
Capacitor(es) de placas paralelas, 470, 470*f*, 495-500, 595*f*, 496*f*, 498*f*, 499*f*
dieléctrico en, 506-507, 507*f*
Capa de hielo, explosión sobre una, 408
Caracol, 434-435, 434*f*
Carbón, 660
Carbono (C)
coeficiente de resistividad por temperatura, 530*t*
desintegración beta del carbono, 14
masa atómica del, 349, 350
resistividad, 530*t*
Carburador, 311
Carga eléctrica
atracción de opuestos, 446, 448*f*
carga por conducción, 446, 448*f*
carga por inducción, 446, 449*f*
conservación de, 445, 558
cuantificación de, 447, 464
de electrones, 324, 447, 448, 448*t*, 463-464
de protones, 446-447, 450, 450*t*
experimento de gotas de aceite de Millikan, 463-464, 463*f*-464*f*
negativa, 446-447, 446*f*, 447*f*
polarización de, 448
positiva, 446-448, 446*f*-447*f*
propiedades de, 446-447, 446*f*-447*f*
repulsión de similares, 446, 446*f*
transferencia de, 447, 447*f*
generador de Van de Graaff y, 462, 646-465, 464*f*
unidad fundamental de, 447
unidades SI, 447, 450, 602, A.21*t*
Carga elemental, 463-464, A.20
Carga máxima, 290
Carga puntual, potencial eléctrico debido a, 487-490, 487*f*, 490*f*
Carga. *Véase también* Carga eléctrica
bariónica, 667
de quarks, 671, 671*f*
Carlson, Chester, 498
Carnot, Jadi, 424, 425*f*
Carrusel, 219, 219*f*, 241, 265-267, 266*f*
Casas
aislamiento, 383- 385, 383*t*
Catapulta, espacial, 631-632
Cataratas del Niágara, 306
Caucho
conductividad térmica, 381*t*
constante dieléctrica y fuerza dieléctrica de, 507t
módulo elástico, 288*t*
resistividad, 530*t*
Caucho de neopreno, constante dieléctrica y resistencia dieléctrica de, 507t
Cavendish, Henri, 220
CD. *Véase anotaciones en* Corriente directa
CD. *Véase* Discos compactos
Celda voltaica, invención de, 522
Células
osmosis y, 322-323
tamaño de, 3, 322
Centímetro (cm), 4
Centipoise (cp), 319
Centrifugación, 324-325, 324*f*
Centro de gravedad, 246-249, 246*f*-248*f*
Centro de masa (CM), 154
Cerebro
fluido cerebroespinal, 301
lesión en el cerebro por, 172-173
número estimado de células, 13
Ceres (asteroide), 221-222
Cero absoluto, 339-340
Ceros, como cifras significativas, 8
Cgs. *Véase* Sistema de unidades gausiano (cgs)
Cheney, Dick, 618
Chispas en circuitos, 639-640
Choque, eléctrico, 567-568, 568*f*
Choques perfectamente inelásticos
definición, 179, 180
en una dimensión, 180-183, 180*f*, 182*f*
inelásticos comparados con, 179
Choques. *Véase también* Automóvil(es), choques
cometa impactando la Tierra, 378-380
conservación de la cantidad de movimiento y, 176, 176*f*, 179-188
elásticos
definición, 179, 180, 183-185, 183*f*
en dos dimensiones, 187-188
vistazo, 186-188, 186*f*
energía cinética en, 179-181, 183, 378-379
en una dimensión
elásticos, 183-185, 183*f*
estrategia para resolver problemas, 184
perfectamente inelásticos, 180-183, 180*f*, 182*f*
inelásticos
definición, 179, 180
en dos dimensiones, 186-188, 187*f*
perfectamente inelásticos comparados con, 179
pruebas de glaucoma, 179-180
perfectamente inelásticos
definición, 179, 180
en una dimensión, 180-183, 180*f*, 182*f*
inelásticos comparados con, 179
en dos dimensiones, 186-188, 186*f*
elásticos, 187-188
estrategia para resolver problemas, 187
inelásticos, 186-188, 187*f*
Choques elásticos
definición, 179, 180
en dos dimensiones, 187-188
en una dimensión, 183-185, 183*f*
Choques inelásticos
definición, 179, 180
en dos dimensiones, 186-188, 187*f*
prueba del glaucoma, 179-180
perfectamente inelásticos
definición, 179, 180
en una dimensión, 180-183, 180*f*, 182*f*
inelásticos comparados con, 179
Ciclo Carnot, 424-425
Ciclotrones, 486, 581
Cifras significativas, 7-11
Cinemática, 26. *Véase también* Movimiento
Cinturones de seguridad, automóvil, 91, 91*f*, 175
Circuito secundario, 622, 622*f*
Circuitos caseros, 556-557, 566-567, 567*f*
Circuitos de corriente directa (DC), 548-571
circuitos domésticos, 556-557, 566-567, 567*f*
circuitos *RC*, 562-566, 562*f*-563*f*
circuitos *RL*, 640-643, 641*f*, 642*f*
estrategias para resolver problemas
reglas de Kirchhoff, 559-560
resistencias, 557
fuentes de emf, 548-549, 549*f*
reglas de Kirchhoff, 558-562, 558*f*-559*f*
resistencias en paralelo, 553-558, 553*f*
resistencias en serie, 550-552, 550*f*-552*f*
seguridad eléctrica, 567-568, 568*f*
Circuitos eléctricos. *Véase también* Circuitos de corriente alterna (CA); Circuitos de corriente directa (CD)
alambres trenzados en, 604
chispas en, 639-640
circuitos domésticos, 556-557, 566-567, 567*f*
corriente directa, 548-651
cortocircuito, 629, 629*f*
definición, 527
fuentes de emf, 548-549, 549*f*
medición de corriente y voltaje en, 449-450, 449*f*
regla de la unión, 558-561, 558*f*
regla de los nodos, 558-561, 559*f*
regla de las mallas, 558-562, 558*f*-559*f*
resistencia en, 529
secundarios, 622, 622*f*
símbolos, 497-498
batería, 498
capacitor, 497
inductor, 641
resistencia, 498, 529
tierra, 534
transferencia de energía en, 533-534
Circuitos *LC*, 410-411, 410*f*
Circuitos *RC*, 562-566, 562*f*-563*f*
carga de capacitor en, 560-564
descarga de capacitor en, 565-566
Circuitos *RL*, 640-643, 641*f*, 642*f*
energía almacenada en, 644
Circuitos. *Véase* Circuitos de corriente alterna; Circuitos de corriente directa; Circuitos eléctricos
Circulación del aire en la playa, 370, 370*f*, 385
Clausius, Rudolf, 427
Clavados, 135, 135*f*, 140, 140*f*
Cloro (Cl),
calor especifico molar del, 409*t*
Cloruro de sodio (NaCl),283, 283*f*
Cobre (Cu)
calor específico, 370*t*
calor latente de fusión, 375*t*
calor latente de vaporización, 375*t*
coeficiente de expansión lineal, 344*t*
coeficiente de resistividad por temperatura, 530*t*
como metal dúctil, 288
conductividad térmica, 381*t*
densidad, 284*t*
módulo elástico, 288*t*
punto de ebullición, 375*t*
punto de fusión, 375*t*
resistividad, 530*t*
Coche. *Véase* Automóvil
Coeficiente de expansión de área (γ), 345, 346
Coeficiente de expansión lineal (α), 343, 344*t*, 347
Coeficiente de expansión volumétrica (β), 344*t*, 346-347
Coeficiente de fricción cinética (μ_k), 109, 109*t*
Coeficiente de fricción estática (μ_s), 109, 109*t*
Coeficiente de performance (COP)
bombas de calor, 421-422
refrigeradores, 421-422
Coeficiente de resistividad por temperatura (α), 530*t*, 532, 533
Coeficiente de viscosidad (η), 319, 319*t*
Cohetes
con aceleración en dos dimensiones, 72-73, 72*f*
de etapas múltiples, 190
empuje instantáneo, 189
etapa individual a órbita (SSTO), 190-191
motores, 323
propulsión, 188-191, 188*f*, 189*f*
sitio de lanzamiento de la European Space Agency, 209
velocidad de escape, 189
vuelo, análisis de, 48-49, 48*f*
Color, quarks, 672, 672*f*
Combustibles fósiles, quema de, 392

Cometa impactando la Tierra, 378-380
Componente *X*, de un vector, 60-63, 60*f*-62*f*
Componente *Y*, de un vector, 60-63, 60*f*-62*f*
Componentes, vector, 60-63, 60*f*-62*f*
Compresibilidad de materiales, 290
Compresión
  debida a esfuerzo de tensión y carga máxima, cálculo, 290
  módulo de Young y, 288, 290
Concentración
  difusión y, 321-322, 321*f*
  gradiente, 322
Concreto
  coeficiente de expansión lineal, 344*t*
  conductividad térmica, 381*t*
  resistencia máxima del, 290*t*
Condición crítica, de un reactor nuclear, 658
Condición subcrítica, de reactor nuclear, 658
Conducción. *Véase también* Conducción térmica
  carga por, 448, 448*f*
  eléctrica
    carga por, 448, 448*f*
    en el corazón, 538-539, 538*f*
    por neuronas, 569-570, 569*f*-571*f*
Conducción eléctrica
  carga por, 448, 448*f*
  en el corazón, 538-539, 538*f*
  por neuronas, 569-570, 569*f*-571*f*
Conducción térmica, 380-385, 380*f*-381*f*
  aislamiento de casas y, 383-385, 383*t*
  conductividad de sustancias seleccionadas, 381*t*
  definición, 380
  pérdidas del cuerpo humano, 382
Conductividad térmica (*k*), 381, 381*t*
Conductores. *Véase* Conductores eléctricos
Conductores eléctricos
  capacitancia en un par de, 495
  definición, 447
  en equilibrio electrostático, 461-463, 461*f*, 462*f*
  fuerza magnética
    en portador de corriente, 589-590, 589*f*-590*f*
    entre dos conductores paralelos, 601-603, 601*f*
  portadores de corriente
    fuerza magnética en, 589-592, 589*f*-591*f*
    potencial eléctrico en, 523
    velocidad de barrido, 447-527, 447*f*
  potencial eléctrico en conductor cargado en equilibrio electrostático, 491, 491*f*
  resistencia, 528-530, 528*f*
  resistividad de, 530, 530*f*
  superconductores, 537-538, 537*f*, 537*t*, 538*f*
Confinamiento electrostático, capacitores para, 497
Conservación
  de carga eléctrica, 447, 558
  definición, 138
  de energía, 149-150, 158
    aplicada a un fluido ideal, 307
    calorimetría y, 372
    definición, 149
    en problemas de energía potencial eléctrica, 484, 490
    en sistemas biológicos, 149
    formación del Sol y, 224
    regla de las mallas y, 559
    transferencia de energía a/de un sistema y, 148-149
    velocidad de escape de la Tierra y, 225
  de energía mecánica,
    en movimiento rotacional, 260-261
    en resortes, 145-148
    en salto vertical, 154
    estrategia para resolver problemas, 139
    gravedad y, 138-141
  problemas de ejemplo, 140-141, 140*f*, 145-148, 145*f*-147*f*
  de la cantidad de movimiento, 170, 176-179, 176*f*, 177*f*
    definición, 176
    en choques, 79-188, 176, 176*f*
    en propulsión de cohetes, 189
    propulsión de un calamar y, 177, 177*f*
    retroceso y, 177-179
  de la cantidad de movimiento angular, 227, 263-267
  en un sistema aislado, 176-177, 176*f*
Constante de Boltzmann (k_B), 354, 430, A.20
Constante de Coulomb (k_e), 449, 450, A.20
Constante de Euler (*e*), 562
Constante de gravitación (*G*), 95, 219, 220, 220*f*, A.20
Constante de gravitación universal (*G*), 95, 219, 229, 220*f*
Constante de los gases perfectos (*R*), 350, A.20
Constante de Planck (*h*), A.20
Constante de Rydberg (R_H), A.20
Constante de Stefan-Boltzmann, 387
Constante de tiempo (τ), 563, 641, 642
Constante del resorte (*k*), 143, 148, 368, 370
Constante dieléctrica del vacío, 507*t*
Constante dieléctrica, 506, 507*f*
Constante universal de los gases (*R*), 350
Constantes, tabla de fundamentales, A.20
Construcción con poste y viga, 292, 293*f*
Contacto térmico, 337
Contaminación por ruido, 410
Continuidad, ecuación de, 305-307
Convección, 385-387, 385*f*-386*f*
Convección forzada, 385
Conversión
  calorías a joules, 369
  de coordenadas cartesianas a/de coordenadas polares, 16-17, 16*f*
  de escalas de temperatura, 341-342
  de unidades de fuerza, 92
  radianes a/de grados, 203, 204
  unidades SI (Sistema Internacional) a/de unidades acostumbradas en Estados Unidos, 11-12
Coordenadas polares planas, (*r*, *θ*), 15, 15*f*
  conversión a/de coordenadas cartesianas, 16-17, 16*f*
COP (coeficiente de desempeño)
  bombas de calor, 343-344
  refrigeradores, 343-344
Copérnico, Nicolás, 27, 45, 226
Corazón
  actividad eléctrica en, 538-539, 538*f*, 539*f*
  artificial, 591, 591*f*
  desfibrilador cardioversor implantado (CDI), 540, 540*f*, 541*t*
  desfibriladores, 505
  fibrilación, 505, 539, 539*f*
  marcapasos cardiacos para, 539-540
Corazón artificial, 591, 591*f*
Corriente eléctrica, 523-525
  campos magnéticos de espiras de corriente y solenoides, 603-607, 603*f*-605*f*, 607*f*
  definición, 523
  dirección de, 523, 523*f*
  electrochoque, 567-568, 568*f*
  en la ley de Ohm, 539
  en superconductor, 557
  imprecisiones respecto, 534
  instantánea (*I*), 523
  medición en circuito eléctrico, 527-528, 527*f*
  motores y fuerza contraelectromotriz, 637-638
  por campo magnético cambiante, 622
  promedio (I_{prom}), 523
  regla del nodo, 558-559, 558*f*
  trayectoria de menor resistencia, 561
  unidades SI, 523, 602, A.21*t*
  vista microscópica de, 447-527, 447*f*
Corriente instantánea (*I*), 523
Corriente promedio (I_{prom}), 523
Corriente. *Véase también* Corriente inducida
  dirección de, 627-629, 627*f*-629*f*
  par de torsión en espira de corriente en campo magnético, 592-595, 592*f*, 594*f*
Corrientes parásitas, 305
Corrimiento al rojo, 677
Cortacircuitos, 556, 566-567, 567*f*
Cortocircuito, 629, 629*f*
Coseno (cos), 15*f*, 16
Coulomb (C), 447, 450, 602
Coulomb por segundo, 523
Coulomb por volt (C/V), 495
Coulomb, Charles, 449, 450
Criptón (Kr)
  calor específico molar de, 409*t*
Criterio de Lawson, 662
Cuantificación de carga eléctrica, 447, 464
Cuarzo, 283*f*
  constante dieléctrica y fuerza dieléctrica de, 585*t*
  módulo elástico,288*t*
  resistividad, 530*t*
Cuerpo humano. *Véase* Medicina y biología
Curva esfuerzo-deformación unitaria, 288, 288*f*

D

Daytona International Speedway, curvas peraltadas en, 214
Deceleración, 35
Declinación magnética, 584
Deformación
  de objetos, por fuerza, 90
  de sólidos, 287-293
Deformación de la masa, 291-292
Deformación por compresión, 290
Deformación unitaria
  de compresión, 290
  de la masa, 291-292
  definición, 287
  por esfuerzo cortante, 289
  por esfuerzo de tensión, 288
  volumétrica, 289
Deformación unitaria del volumen, 289
Deformación unitaria por esfuerzo cortante, 289
Deformación unitaria por tensión, 288
Delta (Δ), A.2, A.19*t*
Demócrito, 4
Dendritas, 569, 569*f*
Densidad (ρ), 284, 286-287
  de sustancias comunes, 284*t*
  definición, 284
  gravedad especifica y, 284
  unidades de, 284
Densidad lineal, 469
Deportes
  arquería, 177-179, 177*f*, 450, 450*f*
  boxeo, 172-173
  buceo, 135, 135*f*, 140, 140*f*, 263*f*, 264
  ciclismo, 254, 254*f*
  equilibrismo, 146-147
  esquí, 137-138, 137*f*, 142-143, 142*f*
  futbol americano, 291
  golf, 173, 311
  hockey, 111, 111*f*
  paracaidismo de caída libre, 114-115, 114*f*
  patinaje artístico, 263-264, 263*f*
  pool/billar, 179, 184-185, 220-221
  salto de longitud, 69-70, 69*f*
  tenis, 240, 311
Depurador de aire, electrostático, 494
Desastre del *Challenger*, 336
Descarga, 567-568, 568*f*
Descompresión, lesión por, 298
Desfibrilador cardioversor implantado (CDI), 540

Desfibriladores, 505
Desigualdades, A.1, A.19*t*
Desorden y entropía, 351-353
Desplazamiento angular (Δθ), 203-204, 203*f*
Desplazamiento lineal (Δ*x*)
como cantidad vectorial, 28
como función del tiempo, 39, 40*t*
definición, 27, 64
distancia distinta de, 28
en dos dimensiones, 63-64, 63*f*
en una dimensión, 27-28, 27*f*, 39, 40*t*
ley de Hooke y, 368, 368*f*
problema de la longitud de pista, 42-43, 42*f*
resultante, 59, 59*f*
trabajo realizado por una fuerza variable y, 155-156, 155*f*
trabajo y, 128-130, 128*f*-130*f*
unidades SI (Sistema Internacional), 27, 64
velocidad como función de, 39, 40*t*
Desplazamiento. *Véase también* Desplazamiento lineal; Posición
angular (Δ*θ*), 203-204, 203*f*
como cantidad vectorial, 28
como función del tiempo, 39, 40*t*
definición, 27, 64
distancia distinta del, 28
en dos dimensiones, 63-64, 63*f*
en una dimensión, 27-28, 28*f*, 39, 40*t*
problema de la longitud de pista, 42-43, 42*f*
resultante, 59, 59*f*
trabajo realizado por una fuerza variable y, 155-156, 155*f*
trabajo y, 128-130, 128*f*-130*f*
unidades SI (Sistema Internacional), 27, 64
velocidad como función de, 39, 40*t*
Detergentes, 317
Deuterio, 4
fusión nuclear y, 661
masa (m_d), A.20
Día solar, 2
Día, intervalo de tiempo para un, 3*t*
Diagrama de cuerpo libre, 66*f*, 67, 216, 216*f*
Diagrama de movimiento
descripción, 37-38, 37*f*
movimiento de proyectiles en, 67-68, 67*f*
Diagrama *PV*, 404-405, 404*f*-405*f*
para expansión adiabática, 412-413, 412*f*
para expansión isotérmica, 414-415, 415*f*
para máquina Carnot, 425, 425*f*
para máquina de calor, 418, 418*f*
para proceso termodinámico general, 416, 416*f*
Diagramas de circuitos, 498, 498*f*, 527, 527*f*
Diálisis, riñón, 323, 323*f*
Dieléctricos
capacitores, 506-510, 507*f*, 508*f*
de materiales de ejemplo, 507*t*
definición, 506
descripción atómica de, 511-512, 511*f*
Dieta vs. ejercicio en programas de pérdida de peso, 154-155
Diferencia de potencial. *Véase también* Voltaje
en circuitos domésticos, 566
equivalente a voltaje, 499
inducida a través del ala de un avión, 632-633
regla de las mallas, 558-561, 559*f*
Diferencia en, símbolo para (Δ), A.2
Difusión, 321-322, 321*f*, 322*f*
coeficiente, 322, 322*f*
concentración, 321-322, 321*f*
Ley de Fick, 322
osmosis, 322-323, 323*f*
Dimensiones como cantidades algebraicas, 5
Dinámica de fluidos, aplicaciones de, 311-313. *Véase también* Fluidos en movimiento
aneurismas, 311
atomizadores, 311, 311*f*
fluctuación vascular, 311, 311*f*
motores cohete, 313
navegación a vela contraviento, 312
plomería doméstica, 313
sustentación sobre el ala de un avión, 311-312, 311*f*
vuelo de una pelota de golf, 311
Dinámica rotacional, aplicaciones de, 240
Dinámica. *Véase también* Termodinámica
cinemática, 26
definición, 26
fluidos, aplicaciones de, 311-313
rotacional, 240
Diodo, como dispositivo no óhmico, 529, 530*f*
Dipolo
moléculas de agua y, 511
potencial eléctrico, 488, 488*f*
Dipolo eléctrico,
líneas de campo eléctrico y, 459, 459*f*
potencial eléctrico, 488, 488*f*
Disco fonográfico, velocidades angular y tangencial, 210
Discos compactos (CDs)
velocidades angular y tangencial de, 210-211
Distancia (*d*)
desplazamiento distinto de la, 28
dimensión de, 5-6
Distribución de velocidad de Maxwell, 358, 358*f*
División
cifras significativas y, 8
de fracciones, A.5
de potencias, A.6
de un vector entre un escalar, 59
y notación científica, A.4
Dominios, magnéticos, 608, 608*f*

E

e (unidad fundamental de carga eléctrica), 447
ECG (electrocardiograma), 538-539, 538*f*
Ecuación de Bernoulli, 307-313
aneurismas, 311
aplicaciones de, 309-313
atomizadores, 311, 311*f*
determinación de la velocidad de un fluido, 309-310
fluctuación vascular, 311, 311*f*
motores cohete, 313
navegación a vela contra el viento, 313
plomería casera, 313
sustentación sobre el ala de un avión, 311-312, 311*f*
tubo Venturi y, 308, 309*f*
Ecuación de continuidad, 305-307
Ecuación de equilibrio hidrostático, 294, 352-353
Ecuación de estado, 349
para un gas ideal, 350
Ecuación del ciclotrón
aplicación, 597-598
descripción 596
vuelo de una pelota de golf, 311
Ecuaciones cuadráticas, A.7-A.8
Ecuaciones lineales, A.8-A.9
Ecuaciones lineales simultáneas, solución, A.9-A.10
Ecuaciones, 5-7
cuadráticas, A.7-A.8
factorización, A.7
lineales, A.8-A.9
resolución de simultáneas, A.9-A.10
Edificios
aislamiento de casas, 383-385, 383*f*
arcos en, 292-293, 293*f*
calefacción con radiador de, 385-386, 386*f*
juntas de expansión térmica, 343, 343*f*
rotura de tuberías de agua en invierno, 348-349
valores *R*de materiales de construcción comunes, 383*t*
Efecto invernadero, 392
Efecto Meissner, 538*f*
Efecto piezoeléctrico, 405, 405*f*
Eficiencia térmica (*e*)
de máquina térmica, 340-341, 345, 346-347
definición, 340
del cuerpo humano, 456-457, 456*t*
Eficiencia. *Véase también* Eficiencia térmica
de máquina térmica, 340-341, 345, 346-347
del cuerpo humano, 434-435, 434*t*
Eje de rotación
par de torsión, 243-244, 253
selección para solución de problemas, 247
Eje de simetría, 247
Ejercicio
calorías quemadas en,154-155
dieta vs. ejercicio en programas de pérdida de peso, 154-155
fisiología de, 369
potencia de salida, 154-155, 155*t*
Elasticidad de sólidos, 283, 283*f*
Elasticidad de la longitud en sólidos, 287-288, 287*f*, 288*f*, 288*t*
Elasticidad del volumen de sólidos, 288*t*, 289-290, 289*f*
Electricidad
generación por máquina térmica, 418
primeros estudios de, 445, 446
Electrocardiógrafo, 538
Electrocardiograma (ECG), 538-539, 538*f*
Electrodomésticos
circuitos para electrodomésticos caseros, 567
tercer alambre en electrodomésticos para el consumidor, 568
Electrodomésticos, tercer alambre en, 568
Electroimán, 530, 604-605, 604*f*. *Véase también* Solenoide
Electrómetro, 462
Electrón(es),
cantidad de movimiento relativista de, 324
carga de, 324, 369, 450, 450*t*
experimento de las gotas de aceite de Millikan y, 463-464, 463*f*-464*f*
deflexión por electroimanes, 605, 605*f*
en campo eléctrico, 527
en estructura atómica, 4
espín de, 607, 607*f*, 530, 616-617, 616*f*
masa de, 3*t*, 450*t*, A.20
velocidad de arrastre, 525-527, 525*f*
Electrón-volt (eV), 491-492, A.20
Elementos
tabla de isótopos, A.14-A.18
tabla periódica de, 349
Elementos combustibles, de reactor nuclear, 659, 659*f*
Elevador, potencia suministrada por el motor, 151-152, 151*f*
Émbolos, movimiento armónico simple y, 454
Emisividad, 387
Empuje instantáneo, 189
Empuje, 139
Energía cinética (*EC*), 157-158
cantidad de movimiento y, 171
conservación de energía mecánica y, 138-141
definición, 133
en choques, 179-181, 183, 378-379
en ecuación de Bernoulli, 308
en fisión nuclear de uranio, 657
en salto vertical, 154-155
flujo de fluidos y, 308
rotacional (EC_r), 259-262
temperatura del Sol y, 224
traslacional, 357, 368
Energía cinética traslacional (KE_t), 357, 368
Energía de punto cero, 340
Energía de unión, 368
Energía eléctrica, 504-506, 504*f*, 533-537
Energía interna (*U*)

cambio en
primera ley de la termodinámica, 406-407
procesos adiabáticos, 411-413, 417t
procesos isobáricos, 409-411, 417t
procesos isotérmicos, 414-416, 417t
procesos isovolumétricos, 413-414, 417t
procesos termodinámicos generales, 416-417
calor distinto de, 367-368
conservación de energía y, 149
de un gas ideal, 408
de un sistema, cálculo, 359
definición, 368
en el cuerpo humano, 432
energía cinética traslacional total como, 357, 368
para gas monoatómico, 357
Energía mecánica (*E*), 127
cambio en un sistema, 148, 158
conservación de, 138-141
en movimiento rotacional, 260-261
energía calórica relacionada con, 369
entropía y, 429
Energía oscura, 284
Energía potencial del resorte, 143-148, 158
estrategia para solución de problemas para, 145
problemas de ejemplo, 145-148
teorema trabajo-energía, 144-145, 158
Energía potencial elástica (EP_s)
definición, 144
energía potencial de un resorte, 143-148
teorema trabajo-energía, 144-145
trabajo realizado por, 144
Energía potencial eléctrica (EP_{el})
cambio en, 482
diferencias en energía potencial en campo eléctrico, 483
en problemas de conservación de energía, 484
energía potencial gravitatoria comparada con, 482, 482*f*
relación con el potencial eléctrico, 481
trabajo y, 481-482, 481*f*
Energía potencial gravitacional (EC_g), 135-143, 158
como propiedad del sistema, 222-223
conservación de la energía mecánica y, 138-141
definición, 136
en movimiento rotacional, 260-262
energía potencial eléctrica comparada, 482, 482*f*
flujo de fluidos y, 308
formación del Sol y, 224
fuerzas no conservativas y,141-143
niveles de referencia para, 137-138, 137*f*
para objetos elevados, 222-224, 222*f*
relacionada con *mgh*, 224, 224*f*
teorema trabajo-energía y, 136-137, 158
con componente de energía potencial elástica (resorte), 144-148
trabajo gravitacional y, 136-137, 136*f*, 158, 223-224
unidades SI (Sistema Internacional), 136, 222
Energía rotacional cinética (KE_r), 259-262, 260*f*
Energía térmica
calentamiento global y gases invernadero, 391-393, 392*f*, 393*f*
creada por fricción, 149
transferencia, 380-391. (*Véase también* Calor)
calorimetría y, 372-374
conducción, 380-385, 380*f*-381*f*
convección, 385-387, 385*f*-386*f*
en el diseño de reactores nucleares, 66
minimización, 391, 391*f*
radiación, 387-391, 387*f*, 390*f*
Energía, 127-157. *Véase también* Energía potencial eléctrica; Energía potencial gravitatoria; Calor; Energía interna; energía cinética; Energía mecánica; Energía potencial
adhesión, 368
almacenada en capacitores, 504-506, 504*f*
almacenada en un campo magnético ($\vec{\mathbf{B}}$), 644-645
conservación de, 149-150, 158
aplicada a un fluido ideal, 307
calorimetría y, 372
definición, 149
en problemas de energía potencial eléctrica, 484, 490
en sistemas biológicos, 149
formación del Sol y, 224
regla de las mallas y, 559
transferencia de energía a/de un sistema y, 148-149
velocidad de escape de la Tierra y, 225
de fusión nuclear, 583-585
degradación de, 431
eléctrica, 504-506, 504*f*, 533-537
electrón volt unidad de, 491-492
en alimentos, 154-155
en procesos térmicos, 367-393
energía potencial de un resorte, 143-148
energía potencial elástica, 144, 371-375, 371*f*-374*f*
formas de 127-157
oscura, 284
química, 154-155*f*
transferencia
a/de un sistema, 148-149, 368, 406-407
al cero absoluto, 340
en circuitos eléctricos, 533-534
en salto vertical, 153-155, 154*f*
energía térmica, 372-374, 380-391, 582
máquina térmica, 417-426
minimización con frasco Dewar (botella Thermos), 391
potencia, 150-155, 158
unidades SI, A.21*t*
Entorno
trabajo realizado por un gas en, 403, 404, 407, 409, 410
transferencia de energía a/de un sistema, 148-149
Entropía (*S*), 426-431
cambio
cálculo, 427-429
con cambio de fase, 427-429
de un sistema, 427
definición, 426-427
del Universo, 427, 431
desorden y, 429-431
Equilibrio
ecuación del equilibrio hidrostático, 294, 352-353
electrostático
conductores en, 461-462, 461*f*-462*f*
definición, 461
estrategia para resolver problemas, 249
mecánico
condiciones para, 245-246, 249
ejemplos de objetos en, 249-252, 250*f*
estático en fluidos, 293, 293*f*
posición del resorte, 143-145
potencial eléctrico en un conductor cargado en, 491, 491*f*
segunda ley de Newton y, 67-104
temperatura, 373-374
térmico, 337-338, 337*f*
ley cero de la termodinámica, 337*f*, 338
Equilibrio electrostático
conductores en
potencial eléctrico en conductor cargado, 491, 491*f*
propiedades de, 461-463, 461*f*, 462*f*
definición, 461
Equilibrio estático en fluidos, 293, 293*f*
Equilibrio hidrostático, ecuación de, 294, 352-353
Equilibrio mecánico
condiciones para, 245-246
cuerpos rígidos en, 249-252, 250*f*
ejemplos de objetos en, 249-252, 250*f*
Equilibrio rotacional
aplicaciones de, 240
condiciones para, 245-246
Equilibrio térmico, 337-338, 337*f*
Equilibrio traslacional, 245
Equipotenciales, 492-493, 492*f*
Equivalente mecánico del calor, 368
Escala de temperatura Celsius, 338-339, 340-342, 341*f*, 373
Escala centígrada. *Véase* Escala de temperatura Celsius
Escala de temperatura Fahrenheit, 340-342, 341*f*
Escala de temperatura Kelvin, 340-342, 341*f*, 350, 373
Escala Rankine, 341
Escobillas, de motores eléctricos, 595, 595*f*
Esfuerzo del volumen (masa), 289
Esfigmomanómetro, 298, 298*f*
Esfuerzo
como proporcional a la deformación, 287
cortante, 289, 289*f*, 291
de compresión, 290, 371
de masa, 289, 289*f*, 291-292
definición, 287
tensión, 288
térmico, 343
unidades SI, 288
volumétrico, 289
Esfuerzo cortante, 289, 289*f*, 291
Esfuerzo de compresión, 290, 371
Esfuerzo de tensión, 288
Esfuerzo sobre la masa, 289, 289*f*, 291-292
Esfuerzo térmico, 343
Energía potencial (*EP*). *Véase también* Energía potencial
elástica; Energía potencial eléctrica; Energía potencial gravitacional
como cantidad escalar, 136
de resortes, 143-148
definición, 135
elástica, 371-374, 372*f*-373*f*
fuerzas conservadoras y, 135
Enfoque del sistema, 111-113
Espectrómetro
masa
identificación de partículas, 597
separación de isótopos, 597-598, 597*f*
Espectrómetro de masa
identificación de partículas, 597
separación de isótopos, 597-598, 597*f*
Esquí, 137-138, 137*f*, 142-143, 142*f*
Estación Espacial Internacional, 202
Estaño
calor específico del, 370*t*
superconductor, 537, 537*t*
Estetoscopio, 298, 298*f*
Estimaciones, 12-14
Estiramiento, módulo de Young y, 288
Estrategias para resolver problemas
aceleración centrípeta, fuerzas que causan, 215-216
aceleración constante en una dimensión, 40
calorimetría con cambio de fase, 377
choques en dos dimensiones, 187
choques en una dimensión, 184
circuitos de corriente directa
reglas de Kirchhoff, 559-560
resistencias, 557
combinaciones de capacitores, 502
conservación de energía mecánica, 139
conversión de unidades, 11-12
energía potencial de un resorte, 145

estrategia general, 18-19
fuerzas y campo eléctrico, 457
métodos de energía y rotación, 260
movimiento de proyectiles, 68
movimiento rotacional, 260
objetos en equilibrio, 249
orden algebraico de cálculos, 10
potencial eléctrico, 489
redondeo, 8, 10-11
segunda ley de Newton, 67
teorema trabajo-energía, 157-158
uso de símbolos, 19
velocidad relativa, 74
Estrella de neutrones, 264, 264*f*
Estrellas
de neutrones, 264, 264*f*
fusión en, 582-583
oscuras, 88
radiación y, 390-391, 390*f*
supernova, 264, 264*f*, 599
velocidad de, 598-599, 598*f*
Expansión lineal, 343-344, 344*t*, 347, 371
Expansión térmica, 343-349
coeficiente de expansión del área (γ), 345-346
coeficiente de expansión lineal (α), 343, 344*t*
coeficiente de expansión volumétrica (β), 344*t*, 346-347
definición, 343
del agua, 347, 348-349
expansión del área, 345, 346
expansión lineal, 343-344, 344*t*, 347, 371
expansión volumétrica, 344*t*, 346-347
juntas, 343, 343*f*
tiras bimetálicas, 345, 345*f*
Expansión del volumen (β), 344*t*, 346-347, 348-349
Expansión, térmica. *Véase* Expansión térmica
Experimento de la cubeta con hielo de Faraday, 462, 462*f*
Experimento de las gotas de aceite de Millikan, 463-464, 463*f*-464*f*
Exponenciales, A.10-A.12
Exponentes, reglas de los, A.6, A.6*t*

F

Factorización, A.7
Faraday, Michael, 89, 454, 458, 462, 622, 625
Farad (F), 495
Farnsworth, Philo, 584
Fem de movimiento, 630-634, 630*f*-631*f*
Fem
autoinducida, 638-640, 638*f*
inducida, 621-624
cálculo, 626
de movimiento a través de un campo eléctrico ($\vec{\mathbf{E}}$), 632-633
fuerza contraelectromotriz, 637-638, 637*f*, 661
dirección de corriente inducida, 627-630, 627*f*-629*f*
en generadores, 634-638, 634*f*-635*f*
experimento de Faraday, 622, 622*f*
flujo magnético y, 622-624
fuentes de, 548-549, 548*f*
ley de la inducción de Faraday, 625, 626, 629, 631,
638, 640
ley de Lenz, 625-631, 627*f*-628*f*, 638
mocional, 630-634, 630*f*-631*f*
fem inducida, 621-624
cálculo, 626
dirección de la corriente inducida, 627-630, 627*f*-629*f*
en generadores, 634-638, 634*f*-635*f*
experimento de Faraday, 622, 622*f*
flujo magnético y, 622-624
ley de la inducción de Faraday, 625, 626, 629, 631, 638
ley de Lenz, 625-631, 627*f*-628*f*, 638
unidades SI, 622, A.21t
valor de, 623
fem inducida por movimiento a través de, 632-633
almacenamiento de partículas cargadas, 596
de un alambre largo, recto, 598-601, 598*f*, 600*f*
de un inductor, 643
dominios magnéticos, 530, 530*f*
en cámara toroidal, 584, 584*f*
energía almacenada en, 644-645
par de torsión en antinodo de la corriente en, 592-595,
592*f*, 594*f*
solenoides, 604-607, 604*f*, 605*f*, 607*f*, 627-628, 627*f*-628*f*
unidades de medición, 586
Fenómeno de transporte en fluidos, 321-325
difusión,321-322, 321*f*, 322*f*
movimiento a través de un medio viscoso, 323-324, 3234*f*
osmosis, 322-323, 323*f*
sedimentación y centrifugación, 324-325
Fermi, Enrico, 659
Fermiones, 592
Ferrocarriles
efecto Doppler y, 294
mecanismo de rueda motriz de locomotoras, 376, 376*f*
Tren Acela, 43-44, 44*f*
vía, expansión de, 344, 344*f*
Feto, obtención de imágenes ultrasónicas de, 405, 405*f*
Feynman, Richard P., 585*f*, 586
Fibras de Purkinje, 538*f*, 539
Fibrilación, corazón, 539, 539*f*
Física de partículas
Modelo Estándar, 595-596, 595*f*
preguntas sin responder en, 601
Física térmica, 336-359. *Véase también* Temperatura; Termodinámica
Fisiología del ejercicio, 369
Fisión, nuclear, 142*f*, 148
Flagelos, 149
Flashes, carretera, 564
Fluido(s). *Véase también* Fluidos en movimiento; Líquidos
equilibrio estático, 293, 293*f*
fenómeno de transporte, 321-325
difusión, 321-322, 321*f*, 322t
movimiento a través de un medio viscoso, 323-324, 324*f*
osmosis, 322-323, 323*f*
sedimentación y centrifugación, 324-325
fuerzas de flotación, 299-304, 299*f*-304*f*
ideal, 305
presión y, 285, 285*f*, 286-287
ecuación de Bernoulli, 307-310
ley de Poiseuille, 319-320, 319
variación con la profundidad, 293-297, 293*f*, 294*f*
viscosidad de, 318-320, 319*f*, 319*t*
Fluido cerebroespinal, 301
Fluidos en movimiento, 304-310
ecuación de Bernoulli, 307-313
aplicaciones de, 309-313
tubo Venturi y, 308, 309*f*
ecuación de continuidad, 305-307
fluido ideal, características de, 305
flujo aerodinámico (laminar), 305, 305*f*
flujo turbulento, 305, 305*f*
flujo viscoso, 318-320, 319*f*, 319*t*
gasto, 306, 307
ley de Poiseuille, 319-320, 319*f*
número de Reynolds, 320-321
Flujo aerodinámico (laminar), 305, 305*f*
Flujo de aire
alrededor de una pelota de golf o de tenis, 311
alrededor del ala de un avión, 311-312, 311*f*
Flujo eléctrico (Φ_E), 465-466
cálculo a través de una superficie cerrada, 466-467, 467*f*
definición, 465
expresión para, 466
ley de Gauss y, 465-468, 470
Flujo hacia arriba, 348
Flujo laminar, 305, 305*f*
Flujo magnético (Φ_B)
cálculo, 623-624
cambio del, 622
definición, 622
del campo magnético de la Tierra, 623
Flujo turbulento, 305, 305*f*
de la sangre, 321
número de Reynolds, 320-321
Forma
deformación de objetos por fuerza, 90
elasticidad en sólidos, 288*t*, 289, 289*f*
Fotoconductor, 494, 494*f*
Fotocopiadoras, 494-495, 494*f*
Fracciones
operaciones matemáticas con, A.5
potencias como, A.6
Fracturas, en choques automotrices, 174-175
Franklin, Benjamín, 446, 463
Frasco Dewar, 391, 391*f*
Frecuencia (*f*)
unidades SI, A.21*t*
Frenado de simetría, 596
Fricción 108-115
cinética ($\vec{\mathbf{f}}_k$), 108*f*, 109, 111
coeficiente de fricción cinética (μ_k), 109, 109*t*
coeficiente de fricción estática (μ_s), 109, 109*t* 250-251
como fuerza no conservativa, 135, 135*f*
definición, 108
energía térmica creada por, 149
enfoque al sistema, 111-113
estática ($\vec{\mathbf{f}}_s$), 108-109, 108*f*, 110, 113
resistencia al avance del aire, 114-115, 114*f*
trabajo realizado por, 131-32, 142-143, 142*f*
viscosidad y 318
Fricción cinética ($\vec{\mathbf{f}}_k$), 108*f*, 109, 111
coeficiente de (μ_k), 109, 109*t*
Fricción estática, ($\vec{\mathbf{f}}_s$), 108-109, 108*f*, 110, 113
coeficiente de (μ_s), 109, 109*t*, 250-251
Fuerza centrifuga, como fuerza ficticia, 219
definición, 212
Fuerza centrípeta (F_c), 214-219, 215*f*
Fuerza de Coulomb, 450-451, 481
Fuerza contraelectromotriz, 637-638, 637*f*
Fuerza débil, 89, 90, 585-586, 586*t*, 595-596, 595*f*, 597, 597*f*
Fuerza de reacción
propulsión de cohetes y, 188, 188*f*
tercera ley de Newton y, 98-66, 98*f*, 99*f*
Fuerza de restauración
de resortes, 143
Fuerza del color, 594, 596
Fuerza del resorte, 143-148
Fuerza eléctrica (F_e)
como campo de fuerzas, 89
estrategia para resolver problemas, 457
fuerza gravitacional comparada con, 451
fuerza magnética comparada con, 586
ley de Coulomb, 449-454, 450*f*
principio de superposición, 451-454
propiedades de, 449
Fuerza electrodébil, 596-597, 597*f*
Fuerza electromagnética
campo de fuerzas, 89

Fuerza fuerte, 4, 89, 90,
Fuerza gravitacional (F_g)
como campo de fuerzas, 89, 158
constante gravitacional, 95, 219, 220, 220*f*, A.20
medición de, 220, 220*f*
descrita, 95, 95*f*
fuerza eléctrica comparada con, 451
ley de Gauss y, 200
ley de gravitación universal (Newton), 88, 89, 95, 96-97, 219-226, 227
movimiento de proyectiles y, 65
par de torsión y, 245-249, 246*f*
peso y, 95, 95*f*, 97
problemas de ejemplo, 220-222, 220*f*, 223-224, 225-226
trabajo realizado por, 136-137, 136*f*, 158, 223-224
variación con la altitud, 220, 220*f*
velocidad de escape y, 225-226, 225*t*
Fuerza magnética
aceleración centrípeta y, 595
cañones electromagnéticos y, 581, 582*f*
de un protón viajando a través de un campo magnético, 588-589
dirección de, 586-587, 587*f*, 588-589, 588*f*-589*f*, 590-591,
591*f*, 595-596, 596*f*,
entre dos conductores paralelos, 601-603, 601*f*
fuerza eléctrica comparada con, 586
partícula cargada moviéndose a través de un campo
magnético, 585-589, 587*f*, 595-598, 596*f*
regla de la mano derecha, 586-587, 587*f*, 590-591, 591*f*,
595, 599, 599*f*
sobre un conductor portador de corriente, 589-592,
589*f*-591*f*
Fuerza no conservativa, 135, 135*f*, 158
trabajo realizado por, 131-132, 141-143, 141*f*,
Fuerza normal ($\vec{\mathbf{n}}$), 99
Fuerza promedio ($\vec{\mathbf{F}}_{\text{prom}}$), 172, 173, 174
Fuerza propulsiva, como fuerza no conservativa, 135
de calor, 421-423, 421*f*
electromagnética, 591, 591*f*
Fuerzas cohesivas, 316-319, 316*f*-318*f*
Fuerza(s) conservativa(s), 134-135, 134*f*, 148, 158
Fuerza(s). *Véase también* Resistencia; Fuerzas de flotación;
Fuerzas disipativas; Fuerza eléctrica; Fricción; Fuerza gravitatoria; Leyes de Newton
acción, 98-100
adhesiva, 316-319, 316*f*-318*f*
campo, 89-90, 89*f*
centrifuga, como fuerza ficticia, 219
centrípeta, 214-219, 215*f*
cohesiva, 316-318, 316*f*-318*f*
como cantidad vectorial, 285
conservativa, 134-135, 135*f*, 148, 158
contacto, 89, 89*f*
Coulomb, 450-451, 481
definición, 89
deformación de objetos por, 90
electromagnética, 89,
electrostática, 450
en choques automotrices, 174-175, 175*f*
ficticia, 219
fuerza débil, 89, 90,
fuerza de restauración de un resorte, 143
fuerza fuerte, 4, 89, 90,
fundamental, 89, 95,
intervalo de, 89-90
no conservativa, 135, 135*f*
normal ($\vec{\mathbf{n}}$), 99
par de torsión y, 241-246, 241*f*-244*f*
promedio ($\vec{\mathbf{F}}_{\text{prom}}$), 172, 173, 174
reacción
propulsión de cohetes y, 188, 188*f*
tercera ley de Newton y, 98-66, 98*f*, 99*f*
resorte, 143-148
segunda ley del movimiento de Newton y, 88, 91-94, 92*f*, 595
trabajo realizado por, 131-132, 141-143, 141*f*, 142*f*, 148
unidades SI, A.21*t*
trabajo realizado por
fuerza constante
a un ángulo respecto al desplazamiento, 129, 129*f*, 130-131
en desplazamiento lineal, 128-129, 129*f*, 130-131
fuerzas disipativas, 131-132
fuerza de resorte, 144
fuerza variable, 155-157, 155*f*-157*f*
fricción, 131-132, 142-143, 142*f*
gravedad, 136-137, 136*f*
no conservativas, 131-132, 141-143, 141*f*, 142*f*, 148
Fuerza(s) ficticias, 219
Fuerzas adhesivas, 316-319, 316*f*-318*f*
Fuerzas de campo, 89-90, 89*f*. *Véase también* Fuerza eléctrica;
Fuerza gravitación; Fuerza magnética
Fuerzas de flotación (B), 299-304, 299*f*, 304*f*
aplicaciones de, 301
definición, 299
en un objeto flotando, 300-301, 301*f*, 303-304, 304*f*
en un objeto sumergido, 300, 300*f*, 302-303, 302*f*, 352-353
Fuerzas disipativas
fuerza no conservativa como, 135
trabajo y, 131-132
Fuerzas electrostáticas, 450, 454, 494
Fuerzas fundamentales, 89, 95,
Función de energía potencial, 136
Función inverso de la tangente, 16, 60
Función inverso del seno, 16
Funciones trigonométricas inversas, 16
Fusibles, 556, 566-567
Fusión con confinamiento inercial, 662
Fusión nuclear, 660-663
Fusión, calor latente de, 375-377, 375*t*

G

Galaxia
número estimado en el universo, 14
Vía Láctea,
masa de, 3t
Galaxia Vía Láctea
masa de, 3*t*
Galileo Galilei, 27, 45, 90
Gas ideal, 336
calor específico molar a volumen constante para, 408
definición, 349
descripción macroscópica de, 349-354
ecuación de estado para, 350
energía interna de, 408
modelos moleculares para, 354-359
presión de, 354-357
primera ley y procesos termodinámicos, 417*t*
teoría cinética de los gases, 354-359
Gas monoatómico
calor específico molar de, 408, 409*f*
energía interna de, 357
Gas(es). *Véase también* Gas ideal
almacenamiento de energía como movimiento, 48
calor específico molar, 408, 409*f*
cambio de fase 374-380
características de, 282-283
conductividad térmica, 381, 381*t*
constante universal de los gases, 350
densidad, 284
descarga eléctrica en, 571
energía interna para monoatómico, 357
índice adiabático de, 411
invernadero, 392-392, 392*f*
ley de Boyle, 350
ley de Charles, 350
ley de Gauss-Lussac, 350
principio de Bernoulli para, 308
teoría cinética de los gases, 336, 354,-359
trabajo realizado por un gas en su entorno, 403, 404, 407, 409, 410
trabajo realizado en
cálculo a partir del diagrama PV, 404, 405
procesos adiabáticos, 411-413, 417t
procesos isobáricos, 409-411, 417t
procesos isotérmicos, 414-416, 417t
procesos isovolumétricos, 413-414, 417t
procesos termodinámicos generales, 416-417
trabajo realizado por un gas comparado, 403
velocidad eficaz (rms), 358, 358*t*
Gases diatómicos, calor especifico molar de, 408, 409*f*
Gases invernadero, 392-393, 392*f*
Gases poliatómicos, calor específico molar de, 409*t*
Gasolina, coeficiente de expansión volumétrica para, 344*t*
Gasto, 306, 307
Gauss (G), 586
Gauss, Karl Fredrich, 200, 543
Generador de corriente alterna (CA), 634-635, 634*f*, 636-637
Generador de corriente directa (CC), 635-636, 635*f*
Generador de van de Graaff, 462, 464-465, 464*f*
Generador eléctrico, 622
Generador electrostático, 464-465, 464*f*
Generador, 622, 634-638
corriente alterna (CA), 634-635, 636-637
corriente directa (CD), 635-636, 635*f*
electrostático, 464-465, 464*f*
motores y fuerza electromotriz inversa, 637-638, 637*f*
Van de Graaff, 462, 464-465, 464*f*
Geometría, A.12, A.12*t*
Germanio (Ge)
coeficiente de resistividad por temperatura, 530*t*
resistividad, 530*t*
GFI (Interruptores de falla a tierra), 568, 628-629, 628*f*-629*f*
Glaciares, 392-393
Glicerina
coeficiente de expansión volumétrica, 344*t*
densidad 284*t*
viscosidad de, 319*t*
Globos, aire caliente, 282, 300
Glomérulo, 323, 323*f*
Goddard, Robert, 188, 313
Golf, 173, 311
Grado de libertad, 408
Grados
ajustar una calculadora en, 16
conversión de radianes a/de, 203, 204
Gráfica aceleración-tiempo, 36, 36*f*
para movimiento con aceleración constante, 38, 38*f*
Gráfica posición-tiempo, 38
para movimiento con aceleración constante, 38*f*, 39
pendiente, 31
velocidad instantánea a partir de, 32-34, 33*f*
velocidad promedio a partir de, 31, 31*f*
Gráfica velocidad-tiempo
aceleración instantánea a partir de, 36-37, 37*f*
para el tren Acela, 43-44, 44*f*

para movimiento con aceleración constante, 38*f*, 39
Grafito, como moderador en un reactor nuclear, 659
Gramo (gm), 4
Gravedad
artificial, 215
centro de, 246-249, 246*f*-248*f*
como fuerza conservativa, 134-135, 135*f*, 136
conservación de energía mecánica y, 138-141
fuerzas no conservativas y, 141-143
trabajo realizado por, 136-137, 136*f*
Gravedad artificial, 215
Gravedad específica, 284
Gravitación, ley de Newton de, 88, 89, 95, 96-97, 219-226, 227
Gravitación universal, ley de Newton de, 88, 89, 95, 96-97, 219-226, 227
Green, Andy, 26
Guitarra eléctrica, 629, 629*f*

H

Hacer girar un bastón, 254-256, 254*f*, 256*f*
Haz de partículas de electrones, presión de, 356-357
Helicóptero, 204-205
vuelo y tercera ley de Newton, 98, 99
Helio (He)
almacenamiento de energía como movimiento, 408
calor específico molar, 409*t*
calor latente de fusión, 375*t*
calor latente de vaporización, 375*t*
coeficiente de expansión volumétrica, 344*t*
conductividad térmica, 381*t*
densidad, 284*t*
fusión y, 660
líquido, 391
punto de ebullición, 375*t*
punto de fusión, 375*t*
velocidad eficaz (rms), 358*t*
Hemoglobina, coeficiente de difusión de, 322*t*
Henry (H), 639
Henry, Joseph, 639
Hielo
calor específico, 370*t*
cambio de fase, 375-379, 376*f*, 428-429
como capa aislante sobre agua, 348
conductividad térmica, 381*t*
densidad, 284
Hielo seco, 355, 375
Hierro (Fe)
calor específico, 370*t*
coeficiente de resistividad por temperatura, 530*t*
conductividad térmica, 381*t*
densidad, 284*t*
resistencia última, 290*t*
resistividad, 530*t*
Hierro, magnetización, 582
Hockey, 111, 111*f*
Hoja de carga plana no conductora, 469-470, 470*f*
Hojas de afeitar, 131
Hooke, Robert, 143
Hueso
fracturas, en choques en automóviles, 174-175
módulo de elasticidad de, 288*t*
resistencia máxima, 290*t*

I

ICD (desfibrilador cardiovesor implantado), 540, 540*f*, 541*t*
Imanes
campo magnético de un imán de barra, 583
magnetización de hierro con, 582
materiales duros y suaves, 582
permanente, 582, 530, 530*f*
polos de, 582
superconductores, 538, 538*f*, 581, 586
Imanes superconductores, 538, 538*f*, 581, 586
Impulso ($\vec{\mathbf{I}}$), 172-174
Impresoras láser, 494-495, 494*f*
Incertidumbre en medición, 7-11
Incógnita, algebraica, A.4
Índice adiabático de un gas (γ), 411
Índice metabólico, 369
actividades físicas y, 434*t*
basal, 433
consumo de oxígeno y, 432-433, 432*f*, 433*t*
ecuación, 432
medición, 432-433, 432*f*, 433*t*
Indio, como superconductor, 537, 537*t*
Inducción
electromagnética, 505
ley de Faraday de la inductancia magnética, 625, 626, 629, 631, 638
Inducción electromagnética, 505
Inducción, carga por, 448, 449*f*
Inductancia (L)
definición, 639
en circuitos *RL*, 640-643, 641*f*
inductancia propia, 638-640, 638*f*
unidades SI, 639, A.21*t*
Inductor
definición, 641
en circuitos *RL*, 641-643, 641*f*
energía almacenada en, 644
símbolo en circuito para, 641
Insectos, caminando sobre agua por, 315-316
Inercia, 91
Intensidad de campo magnético, unidades SI de, A.21*t*
Intensidad luminosa, unidades SI de, A.21*t*
solución de simultaneas, A.9-A.10
International Bureau of Weights and Measures, 2
Interneuronas, 569
Interruptores de falla a tierra (GFI), 568, 628-629, 628*f*-629*f*
Inundación costera, 347
Invar, coeficiente de expansión lineal de, 344*t*
Investigación, uso de un péndulo en, 384
Isótopos
de hidrógeno, 4
separación con espectrómetro de masa, 597-598, 597*f*
tabla de, A.14-A.18

J

Joule (J), 128, 129
Joule por kilogramo, 375
Joule, James Prescott, 367, 368
Júpiter
campo magnético de, 583
datos planetarios, 228*t*
velocidad de escape, 225*t*

K

Kelvin (K), 340
Kelvin, Lord (William Thompson), 423
Kepler, Johannes, 226
Kilogramo (kg), 2, 2*f*, 3, 91-93*t*
Kilogramo por metro al cubo, 284
Kilogramo-metro por segundo, 171
Kilowatt-hora (kWh), 151, 534
Kirchhoff, Gustav, 559
Knievel, Evel, 73

L

Ladrillo, resistencia máxima de, 290*t*
Latidos del corazón, tiempo entre, 3*t*
Latón
coeficiente de dilatación lineal, 344*t*
módulo de elasticidad, 288*t*
Lesiones en futbol americano, 291
Leucipo, 4
Ley cero de la termodinámica, 337*f*, 338
Ley circuital de Ampère, 599-601, 600*f*
aplicada a solenoides, 605, 606-607, 607*f*
Ley conmutativa de la adición, 58
Ley de Boyle, 350
Ley de Charles, 350
Ley de Coulomb, 449-454, 450*f*
Ley de Stefan, 387, 389-391
Ley de Fick, 322
Ley de Gauss
flujo eléctrico y, 465, 467-470
para fuerza gravitacional, 200
Ley de Gay-Lussac, 350
Ley de gravitación universal de Newton, 88, 89, 95, 96-97, 219-216, 227
Ley de Hooke,
resortes y, 143
Ley de la inducción magnética de Faraday, 625, 626, 629, 631, 638
Ley de Lenz, 625-631, 627*f*-628*f*, 638
Ley de los gases ideales
aplicación en problemas de ejemplo, 351-353
constante de Boltzmann, 354
definición, 350
teoría cinética de los gases, 354-359
Ley de Ohm, 529, 531
Ley de Poiseuille, 319-320, 319*f*
Ley de Stokes, 324
Ley del inverso de los cuadrados, 219-220
Leyes de Kepler, 226-229
primera, 227, 227*f*
segunda, 227, 227*f*
tercera, 227-229
Leyes del movimiento (de Newton)
aplicaciones de, 66-107, 66*f*, 102*f*-107*f*
primera, 88, 90-91, 90*f*-91*f*
aplicación de, 91, 91*f*
masa e inercia, 91
segunda, 88, 91-94, 92*f*
análogo rotacional de, 254, 256-259
aplicaciones de, 66-107, 66*f*, 102*f*-107*f*
cantidad de movimiento y, 171
como ecuación vectorial, 92, 93
descripción, 88, 91-94, 92*f*
diagrama de cuerpo libre y, 66*f*, 67
estrategia para resolver problemas, 67
objetos acelerando, 104-107
objetos en equilibrio, 67-104
problemas de ejemplo, 93-94, 93*f*-94*f*, 102-107, 102*f*-107*f*
tercera, 88, 97-66, 98*f*-99*f*, 176
aplicaciones de, 98-99
fuerza gravitacional y, 219-220, 219*f*
raquetas para nieve y, 285
Libra (lb), 92, 93*t*
Libra por pulgada cuadrada, 285
Libra-pie, 129
Límite elástico, 288, 288*f*
Limpiaparabrisas, 563
Líneas de campo magnético, 583, 583*f*
para solenoides
apretadamente bobinados, 604, 605*f*
holgadamente bobinados, 604, 604*f*
Líquidos. *Véase también* Fluido(s); Fluidos en movimiento
acción capilar de, 317-318
cambio de fase, 374-380
características de, 282-283
densidad, 284
dinámica de fluidos, aplicaciones de, 311-313
expansión volumétrica de, 344*t*, 347, 348-349
fuerzas adhesivas, 316-319, 316*f*-318*f*
fuerzas cohesivas, 316-318, 316*f*-318*f*
superficie de, 316-317, 316*f*-317*f*
tensión superficial de (γ), 314-316, 314*f*-315*f*, 314*t*
Localizadores de travesaños, 508, 508*f*
Logaritmos de base común, A.10

Logaritmos, A.10-A.12
Longitud de onda (λ)
  Compton, A.20
Longitud de onda de Compton ($h/m_e c$), A.20
Longitud (L)
  dimensiones, 5-6, 5*t*
  unidades de, 1, 2, 3-4, A.21*t*
  valores aproximados de ejemplos, 3, 3*t*
Luces intermitentes en caminos, 564
Luces navideñas en serie, 551, 551*f*
Luna
  distancia desde la Tierra, 3*t*, A.19*t*
  masa de, 3*t*, 228*t*, A.19*t*
  velocidad de escape, 225*t*
Luz visible
  espectro visible, 72
Luz y ondas de luz
  luz, velocidad de (*c*), 2, A.20
  velocidad de (*c*), 2

M

Madera, conductividad térmica de, 381*t*
Magnetismo, 581-609
  imanes, 581-583
    campo magnético de un imán de barra, 583
    permanente, 530, 530*f*, 582
    polos de, 582
    superconductores, 538, 538*f*, 581, 586
  materiales magnéticos duros, 582
  materiales magnéticos suaves, 582
  par de torsión en un antinodo de corriente, 592-594, 592*f*-593*f*
  tipos de materiales magnéticos, 608
Magnetómetros, 530
Magnetón de Bohr (μ_B), A.20
Magnetón nuclear (μ_η), A.20
Manómetro
  de tubo abierto, 297, 297*f*
  esfigmomanómetro, 298, 298*f*
Manométro de tubo abierto, 297, 297*f*
Manos de póquer, 431
Máquina de Atwood, 107, 107*f*
Máquina de Carnot, 424-426, 424*f*, 425*f*
Máquina térmica, 417-426
  aplicaciones de, 418
  definición, 418
  diagrama *PV* para, 418, 418*f*
  eficiencia térmica de, 418-419, 423, 424-425
  máquina Carnot, 424-426, 424*f*, 425*f*
  proceso cíclico en, 418, 419-421
  refrigeradores y bombas de calor como 421-423, 421*f*-422*f*
  segunda ley de la termodinámica y, 423
  trabajo realizado por, 418-419, 423
Máquinas de movimiento perpetuo, 427
Marcapasos cardiaco, 539-540
Marcas de derrape, automóvil, 133
Marco de referencia estacionario, 73
Marco de referencia móvil, 73
Marco de referencia, 27, 27*f*, 73
  en movimiento, 73
  estacionario, 73
Mármol, resistencia última de, 290*t*
Marte
  datos planetarios, 228*t*
  órbita de, 226
  velocidad de escape, 225*t*
Masa (*m*)
  aceleración relación con, 92
  centro de (CM), 154
  densidad lineal, 391
  fuerza gravitacional, 451, 454, 587-588,
  inercial, 91
  momento de inercia vs., 256
  unidades de, 1, 2, 2*f*, 3-4, 92, 93*t*, A.21*t*
  valores aproximados de ejemplos, 3, 3*t*
Masa atómica, 349,
Masa molecular, 349-350
Materia
  cambio de fase, 374-380
  estados, 282-284
  niveles de organización, 4-5, 5*f*
  vibraciones en, 283
Materia oscura, 283-284,
Materiales diamagnéticos, 569, 569*f*
Materiales ferromagnéticos, 530-609
Materiales magnéticos, 530-609
  diamagnéticos, 609, 609*f*
  ferromagnéticos, 607, 610
  paramagnéticos, 530-609
Materiales no óhmicos, 609, 530*f*
Materiales óhmicos, 609, 609*f*
Materiales paramagnéticos, 530-609
Mecanismo de la rueda motriz de locomotoras, 376, 376*f*
Medicina y biología
  acción capilar en, 318
  alimento
    dieta vs. ejercicio en programas de pérdida de peso, 154-155
    energía química en, 154-155
  aneurismas, 311
  arterioesclerosis, 311, 311*f*
  bacterias
    anaeróbicas, 585
    crecimiento de, 533
    magnéticas, 585
  ballena, potencia generada por, 152
  bioluminiscencia, 149
  boxeo y lesiones al cerebro, 172-173
  brotes de algas en estanques y lagos, 386-387, 386*f*
  calentamiento global, 347
  centrifugación, 325, 325*f*
  cerebro
    fluido cerebroespinal, 301
    lesión, 172-173,174
    número estimado de células, 13
  condiciones de equilibrio mecánico aplicadas al cuerpo humano, 249-250, 259*f*
  conducción eléctrica por neuronas, 569-570, 569*f*-571
  control de flotación en peces, 301
  corazón
    actividad eléctrica en, 538-540, 538*f*-540*f*
    artificial, 591, 591*f*
    desfibriladores, 505
    desfibrilador cardioversor implantado (CDI), 540, 540*f*, 541t
    fibrilación, 505, 539, 539*f*
    marcapasos cardiacos para, 539-540
  desfibriladores
    desfibrilador cardioversor implantado (CDI), 540, 540*f*, 541*f*
    dieta vs. ejercicio en programas de pérdida de peso, 154-155
    externos, 505
  electrochoque, 567-568
  electrocardiograma (ECG), 538-539, 539*f*
  ejercicio
    calorías quemadas en, 154-155
    dieta vs. ejercicio en programas de pérdida de peso,
    154-155
    fisiología de, 369
    potencia de salida, 154-155, 155t
  energía por calorías relacionada con energía mecánica, 369
  fluido cerebroespinal, 301
  fracturas, en choques automotrices, 174-175
  gases invernadero y, 391-393, 392*f*-393*f*
  insectos, caminando sobre agua por, 315-316
  inundación costera y, 347
  latidos del corazón, tiempo entre, 3*t*
  lesión
    a pulmones con descompresión, 298
    boxeo y lesión del cerebro, 172-173
    en choques automotrices, 148, 174-175
    futbol americano, 291
  medición de la presión sanguínea, 298, 298*f*
  metabolismo, humano, 432-435
    actividad física y consumo de oxígeno, 434-435, 434t
    aumento de peso y, 433
    trabajo realizado por el cuerpo en sus alrededores, 432
    consumo de oxigeno e índice metabólico, 432-433, 432*f*, 433*f*
    estimación del uso energético diario de energía, 433-434
    índice metabólico basal, 433
    primera ley de la termodinámica y, 432
    medición del índice metabólico, 432-433, 432*f*, 433t
  monitor de apnea, 629-630, 630*f*
  movimiento flagelar, 149
  neuronas, conducción eléctrica por, 569-570, 569*f*-571*f*
  oscilaciones vasculares, 311, 311*f*
  osmosis, 322-323, 323*f*
    prueba de glaucoma de, 179-180
  pérdidas conductivas del cuerpo humano, 382
  pez
    bioluminiscencia, 149
    control de flotación en, 301
  potencia, salida de un humano de, 154-155, 155*t*
  propulsión de calamares, 177, 177*f*
  protección térmica de hielo sobre agua, 348
  prueba de glaucoma, 179-180
  riñones
    diálisis, 323, 323*f*
    estructura y función, 323, 323*f*
    tensión superficial en bolsas de aire, 315
  salto vertical, energía y potencia en, 153-155
  sangre
    diálisis, 323, 323*f*
    flujo, 320, 321
    temperatura de la piel y, 341
    viscosidad, 319, 320t
  síndrome de muerte repentina de infantes (SIDS), 629-630, 630*f*
  tamaño de células, 322
  temperatura corporal, manteniendo, 387
  tensión superficial en sacos de aire, 315
  termograma, 388, 388*f*
  termómetro radiante, 389, 389*f*
  tímpano, presión sobre al nadar, 295
Medición de la presión de la sangre, 298, 298*f*
Medición. *Véase también* Sistema de unidades gausiano (cgs);
  Unidades SI (Sistema Internacional);
  Unidades acostumbradas en Estados Unidos
  análisis dimensional, 5-7, 5*t*
  cifras significativas, 7-11
  incertidumbre en, 7-11
Membrana, selectivamente permeable, 322
Mercurio (hg)
  calor específico, 370*t*
  coeficiente de expansión volumétrica, 344*t*
  como superconductor, 537, 537*f*, 537
  densidad, 284*t*
  en dispositivos de medición de presión, 297, 297*f*
  módulo elástico, 288*t*
  superficie de, en recipiente de vidrio, 316, 316*f*
  tensión superficial de, 314*t*
Mercurio (planeta)
  datos planetarios, 228*t*
  velocidad de escape, 225, 225*t*
Metabolismo humano, 432-435
  aumento de peso y, 433
  consumo de oxígeno

capacidad física y, 434-435
índice metabólico y, 432-433, 432*f*, 433t
estimación del uso diario de energía, 433-434
ganancia de peso y, 433
índice metabólico basal, 443
medición del índice metabólico, 432-433, 432*f*, 433*t*
primera ley de la termodinámica y, 432
trabajo realizado por el cuerpo en sus alrededores, 432
Metal(es)
conductividad térmica de, 381, 381*t*
Metano (CH_4)
calor específico molar, 409*t*
como gas invernadero, 392
Método triangular de la adición, 58
Metro (m), 2, 3, 27
Millikan, Robert, 324, 447, 463-464
Modelo geocéntrico del universo, 26, 226
Modelo heliocéntrico del Sistema Solar, 26, 45, 226
Moderador, de reactor nuclear, 659, 659*f*
Módulo de corte (*S*), 288*t*, 289
Módulo elástico, 287-288, 288*t*
Módulo de la masa (*B*), 289-290, 484
Módulo de Young (*Y*), 287-288, 288*t*
Molino de campo, 460
Moles, 349-350
Momento de inercia (*I*), 253-258, 254*f*
de un objeto compuesto, 254-256, 255*f*
de un sistema, 255
definición, 253
masa vs., 256
para objetos extendidos, 256-259, 256*f*, 257*f*
rotacional análogo de la segunda ley de Newton, 254, 256-259
unidades SI, 254
velocidad angular y, 263-266, 263*f*, 265*f*, 266*f*
Momento magnético ($\vec{\boldsymbol{\mu}}$), 593
Monitor de apnea, 629-630, 630*f*
Monopolos magnéticos, 600
Monóxido de carbono, calor especifico molar del, 409*t*
Montaña rusa, rizo circular en, 218, 218*f*
Motor de corriente alterna (CA), 595
Motor de corriente directa (CD), 595, 595*f*
Motores, eléctricos
corriente inducida en, 637-638
estructura y funcionamiento de, 595, 595*f*
fuerza electromotriz inversa, 637-638, 637*f*
Motor(es)
automóvil
como máquina térmica, 418
dinámica de fluidos en, 311
refrigeración, 386
trabajo realizado en expansión adiabática, 412
cohete, 313
máquina térmica, 417-426
aplicaciones de, 418
definición, 418
diagrama PV para, 418, 418*f*
eficiencia térmica de, 418-419, 423, 424-425
motor de Carnot, 424-426, 424*f*, 425*f*
proceso cíclico en, 418, 419-421
refrigeradores y bombas de calor como, 421-423, 421*f*-422*f*
segunda ley de la termodinámica y, 423
trabajo realizado por, 418-419, 423
Motores eléctricos. *Véase* Motores, eléctricos
frecuencia angular de, 45-457
Movimiento de proyectiles, 65-72
altura máxima, 47-48
ángulo de proyección, 65*f*, 66
ascenso impulsado seguido de caída libre, 48-49, 48*f*
descripción, 65-67, 65*f*, 66*f*
en diagrama de movimiento, 67-68, 67*f*
estrategia para solución de problemas, 68
independencia de movimientos horizontal y vertical, 65
intervalo, 70-71
problemas de ejemplo, 47-49, 67-72
resumen de hechos importantes, 67
trayectoria parabólica de, 65, 65*f*
Movimiento rotacional, 202-219. *Véase también* Aceleración centrípeta; Par de torsión
bajo aceleración angular constante, 206-208
bajo par de torsión cero, 249
conceptos básicos, 203-206
conservación de energía mecánica, 260-261
ecuaciones cinemáticas para, 206-207
estrategia para solución de problemas, 260
relaciones entre cantidades lineales y angulares, 208-211
teorema trabajo-energía y, 260, 261-262
Movimiento. *Véase también* Aceleración; Desplazamiento; Leyes del movimiento; Movimiento de proyectiles; Movimiento rotacional; Movimiento armónico simple; Rapidez; Velocidad
a través de un medio viscoso, 323-324, 324*f*
en dos dimensiones, 63-77
aceleración constante, 72-73, 72*f*
movimiento de proyectiles, 65-72, 65*f*-69*f*, 71*f*
velocidad relativa, 73-77, 74*f*-76*f*
en una dimensión, 36-49
aceleración, 34-37, 34*f*, 36*f*
caída libre, 44-49
con aceleración constante, 38-44, 38*f*, 40t
desplazamiento, 27-28, 27*f*-28*f*, 39, 40t
diagramas de movimiento, 37-38, 37*f*
velocidad, 28-34, 30*f*-31*f*, 30t, 32t, 33*f*
energía almacenada como, en gases, 408
historia del estudio, 26-27
inminente, 109
Müller, K. Alex, 537
Multímetro, 527*f*, 528
Multiplicación
cifras significativas y, 8
de fracciones, A.5
de potencias, A.6
de un vector por un escalar, 59

N

Natación, 225
Navegación a vela, contra el viento, 312
Neón (Ne)
calor específico molar, 409*t*
rapidez eficaz (rms), 358*t*
Neptuno
datos planetarios, 228*t*
velocidad de escape, 225*t*
Neuronas, conducción eléctrica por, 569-570, 569*f*-571*f*
Neutrón(es)
en estructura atómica, 4, 5*f*
en fisión nuclear de uranio, 656-659, 657*f*, 659*f*
en isótopos, 4
masa de, 450*t*, 632, A.20
quarks en, 5, 5*t*
Newton (N), 92, 93*t*, 95
Newton por coulomb (N/C), 454
Newton, Isaac, 92
Newton-metro, 128, 129, 241, 243, 314
Nicromo
resistencia de un alambre, 531
resistividad, 530*t*
coeficiente de resistividad por temperatura, 530*t*
Nitrógeno (N),
calor específico molar, 409*t*
calor latente de fusión, 375*t*
calor latente de vaporización, 375*t*
conductividad térmica, 381*t*
distribución de la velocidad de Maxwell para, 358*f*
punto de ebullición, 375*t*
punto de fusión, 375*t*
rapidez eficaz (rms), 358*t*
Niveles de referencia para energía potencial gravitacional, 137-138, 138*f*
Niveles del océano, aumentando, 347
No metales, conductividad térmica de, 381, 381*f*
Nódulo atrioventricular (AV), 538*f*, 539
Nódulo sinoauricular (SA), 538-539, 538*f*
Notación
científica, 8-9, A.3-A.4
cifras significativas, 7-11
matemática, A.1-A.3, A.19*t*
para aceleración instantánea, 35
para números de muchos dígitos, 2
para vectores, 28, 58
para velocidad instantánea, 32
potencias de 10, 3, 4, 10*t*
Notación científica, 8-9, A.3-A.4
Notación matemática, A.1-A-3, A.19*t*
Núcleo atómico
fisión nuclear, 656-660, 657*f*, 659*f*
fusión nuclear, 660
núcleo producto de desintegración, 657
Núcleo producto de desintegración, 657
Nucleones. *Véase también* Neutrón(es); Protón(es)
Número base, A.10
Número de Avogadro, (N_A), 349-350, A.20
Número de Reynolds (RN), 320-321
Nylon, constante dieléctrica y resistencia dieléctrica de, 507*f*

O

Objeto flotante, fuerzas de flotación sobre, 300-301, 301*f*, 303-304, 304*f*
Objeto sumergido, fuerzas de flotación sobre, 300, 300*f*, 302-303, 302*f*, 352-353
Oersted, Hans Christian, 598, 599
Ohm (Ω), 529
Ohm, Georg Simon, 529
Ojo,
prueba de glaucoma del, 179-180
Onda de despolarización, en el corazón, 538-539, 538*f*
Ondas mecánicas
transferencia de energía a/de un sistema, 149
Onnes, H. Kamerlingh, 615
Órbitas
geosincrónicas, 229
leyes de Kepler y, 226-229
Órbitas elípticas, 227-228, 227*f*
Oro (Au)
calor específico, 370*t*
calor latente de fusión 375*t*
calor latente de vaporización, 375*t*
coeficiente de resistividad por temperatura, 530*t*
como material dúctil, 288
conductividad térmica, 381*t*
densidad, 284*t*
punto de ebullición, 375*t*
punto de fusión, 375*t*
resistividad, 530*t*
Oscilación vascular, 311, 311*f*
Osmosis, 322-323, 323*f*
Óxido nitroso, como gas invernadero, 392
Oxigeno (O)
consumo y metabolismo humano
índice metabólico y, 432-433, 432*f*, 433t
masa atómica del, 349
punto de ebullición, 375*t*

P

Paneles solares, 582
Papel, constante dieléctrica y resistencia dieléctrica de, 507t
Par de torsión ($\vec{\tau}$), 241-246, 241*f*
  aceleración angular y, 241, 252-259
  cantidad de movimiento angular y, 262-263, 262*f*
  centro de gravedad y, 246-249
  condiciones de equilibrio, 245-246
  definición
    básica, 241, 242
    general, 243, 244
  dirección
    positiva y negativa, 241-242
    regla de la mano derecha para, 243-244, 243*f*
  eje de rotación y, 243-244, 253
  en un objeto girando, 253-254, 253*f*-254*f*
  fuerza y, 241-246, 241*f*-244*f*
  momento de inercia, 254-258, 254*f*
  movimiento rotacional bajo par de torsión cero, 249
  objetos en equilibrio, 249-252, 250*f*
  piñones de bicicleta y, 254, 254*f*
  punto de aplicación, 241
  rotacional análogo de la segunda ley de Newton, 254, 256-259
  unidades SI, 241, 243
Par de torsión en en una espira con corriente en campo magnético, 592-595, 592*f*, 594*f*
Paracaidismo de caída libre, 114-115, 114*f*
Partículas alfa (α),
  formación en ciclo protón-protón, 583
Partículas cargadas
  almacenamiento (captura), 596
  en movimiento a través de un campo magnético, 585-589, 585*f*
    595-598, 596*f*
Partícula(s).
  cargadas
    almacenamiento (captura), 596
    moviéndose a través de un campo magnético,585-589, 587*f*, 595-598, 596*f*
Pascal (Pa), 285, 288
Pascal, Blaise, 295
Patinaje artístico, 263-264, 263*f*
Patrón de campo magnético, de un imán de barra, 583, 583*f*
Pendiente
  a partir de la gráfica posición vs. tiempo, 31
  definición, 31
Péndulo balístico, 181-182, 182*f*
Periodo (T) del planeta, 227, 228*t*
Permeabilidad del espacio libre, (μ_0), 599, A.20
Permitividad del espacio libre ϵ_0), 467
Peso, 89
  del agua, 286-287, 286*f*
  fuerza gravitacional y, 95, 95*f*, 97
Pez
  bioluminiscente, 149
  control de flotación en, 301
Pie (ft), 4
Pirámides, nivel de construcción de, 297
Pista, peraltada, 217-218, 217*f*
Placa, arterial, 311, 311*f*
Planetas. *Véase también* Planetas específicos
  campos magnéticos de, 583
  datos planetarios, 228*t*
  órbitas de,227-228, 227*f*
  períodos de, 227, 228*t*
  velocidades de escape, 225, 225*t*
Planta hidroeléctrica, 634
Plantas, acción capilar en, 318
Plasma, 282, 283, 584
Plata (Ag)
  calor específico, 370*t*
  calor latente de fusión, 375*t*
  calor latente de vaporización, 375*t*
  coeficiente de resistividad por temperatura, 530*t*
  conductividad térmica, 381*t*
  densidad, 284*t*
  punto de ebullición, 375*t*
  punto de fusión, 375*t*
  resistividad, 530*t*
Platino
  coeficiente de resistividad por temperatura, 530*t*
  resistividad, 530*t*
  termómetro de resistencia, 532-533
Platino (Pt), densidad de, 284*t*
Playa, circulación del aire en, 370, 370*f*, 385
Plomada, 247
Plomería doméstica, uso de ventilación en, 313
Plomo (Pb)
  balasto, 291-292
  calor específico, 370*t*
  calor latente de fusión, 375*t*
  calor latente de vaporización, 375*t*
  coeficiente de expansión lineal, 344*t*
  coeficiente de resistividad por temperatura, 530*t*
  conductividad térmica, 381*t*
  densidad, 284*t*
  fusión y cambio de entropía, 427-428
  punto de ebullición, 375*t*
  punto de fusión, 375*t*
  resistividad, 608*t*
  superconductor, 537, 537*t*
Plutón
  datos planetarios, 228*t*
  velocidad de escape, 225*t*
Poise (unidad), 319
Poiseuille, J. L., 319
Polarización
  de carga eléctrica, 448
  de moléculas en un dieléctrico, 511-512, 511*f*
  inducida, 511
Poliestireno
  constante dieléctrica y fuerza dieléctrica de, 507*t*
Polo norte de la Tierra, geográfico, 583-584, 584*f*
Polo norte magnético, 582, 584, 584*f*
Polo sur en la Tierra, geográfico, 583-584, 583*f*
Polo sur magnético, 583-584, 584*f*
Polo sur, magnético, 582
Polos magnéticos, 582
Polos, campo magnético, 582
Pool/Billar, 179, 184-185, 220-221
Portadores de carga, 601
Posición angular (θ), 203, 203*f*
Posición. *Véase también* Desplazamiento
  angular, 203, 203*f*
  posición de equilibrio de resortes, 143-145
  velocidad como función de, 374, 376
Potasio (K)
  iones, conducción de una señal eléctrica en neuronas y, 570
Potencia (P), 150-155, 158
  consumo en kilowatt-hora, 534, 535-536
  convertida por un calentador eléctrico, 536-537
  definición, 150
  en salto vertical, 153-155, 154*f*
  energía y potencia eléctrica, 533-537
  instantánea (P), 150
  problemas de ejemplo, 151-153
  promedio ($\overline{P}$), 150-151, 152
  salida del cuerpo humano, 434-435, 434*t*
  salida humana de, 154-155, 155*t*
  suministrada por un motor eléctrico, 151-152
  unidades comerciales de (kilowatt-hora), 151
  unidades SI (Sistema internacional), 150-151, A.21*t*
Potencia mecánica. *Véase* Potencia
Potencia promedio ($\overline{P}$), 150-151, 152
Potencial de acción, 569-571, 571*f*
Potencial eléctrico (voltaje; V), 484-487
  como cantidad escalar, 485
  corriente y, 523-524
  debido a carga puntual, 487-490, 487*f*, 488*f*
  diferencia (ΔV), 485-486
  dipolo eléctrico asociado, 488, 488*f*
  en conductor cargado, 491, 491*f*
  estrategia para resolver problemas, 489
  principio de superposición, 487-488
  relación con la energía potencial eléctrica, 481
  superficies equipotenciales, 492-493, 492*f*
  unidades SI, A.21*t*
Potencias de diez
  reglas para, A.6
Potencias, reglas de, A.6, A.6*t*
Precipitador electrostático, 493, 493*f*
Precisión en medición, 7-11
Prensa hidráulica, 295-296, 296*f*
Presión (P)
  absoluta, 297
  atmosférica, 285, 294, 297-298
  como cantidad escalar, 285
  de fluidos
    del agua, 286-287, 286*f*
    ecuación de Bernoulli, 307-313
    ley de Poiseuille, 319-320, 319*f*
    principio de Pascal, 295, 297
    variación con la profundidad, 293-297, 293*f*, 294*f*
  de un gas
    ley de Boyle, 350
    ley de Gay-Lussac, 350
    ley de los gases ideales, 350
    modelo molecular para gas ideal, 354-357
  definición, 225
  fuerza y, 285
  manométrica, 297
  medición de, 297-298
    con barómetro, 297, 297*f*
    con manómetro de tubo abierto, 297, 297*f*
    presión sanguínea, 298, 298*f*
  proceso isobárico (presión constante), 403-404, 407-408, 409-411, 417t
  temperatura y presión estándar (STP), 350
  una atmosfera, definición de, 298
  unidades de, 285, A.21*t*
Presión absoluta, 297
Presión atmosférica, 285, 294, 297-298
  estándar, A.19*t*
Presión atmosférica estándar, A.19*t*
Presión manométrica, 297
Primera ley del movimiento (de Newton), 88, 90-91, 90*f*-91*f*,
  aplicación de, 91, 91*f*
  masa e inercia, 91
Primera ley de la termodinámica, 402, 406-408, 406*f*
  en procesos adiabáticos, 411-413, 417*t*
  en procesos generales, 416-417
  en procesos isobáricos, 409-411, 417*t*
  en procesos isotérmicos, 414-416, 417*t*
  en procesos isovolumétricos, 413-414, 417*t*
  metabolismo humano y, 432
Principio de Arquímedes, 299-304, 324
Principio de Pascal, 295-297
Principio de superposición
  campo eléctrico y, 455, 457-458
  potencial eléctrico y, 487-488
Problema de la longitud de pista, 42-43, 43*f*
Proceso irreversible, 423
Proceso isobárico (presión constante), 403-404, 407-408, 409-411, 417t
Proceso reversible, 423-424, 424*f*
Procesos adiabáticos, 411-413, 417*t*
Procesos isocóricos (isovolumétricos), 413-414, 417*t*
Procesos isotérmicos, 414-416, 417*t*, 424, 424*f*
Procesos isovolumétricos, 413-414, 417*t*
Procesos térmicos, 408-417
  procesos adiabáticos, 411-413, 417*t*

procesos generales, 416-417
procesos isobáricos, 404, 409-411, 417*t*
procesos isotérmicos, 414-416, 417*t*
procesos isovolumétricos, 413-414, 417*t*
Procesos térmicos, energía en, 367-393
Profundidad, variación de la presión con, 293-297, 293*f*, 294*f*
Programas de pérdida de peso, dieta vs. ejercicio en, 154-155
Proporcionalidad (μ), A.1, A.19*t*
Propulsión de un calamar, 177, 177*f*
Protón(es)
carga de, 446-447, 450, 450*t*
ciclo protón-protón, 659
diámetro de, 3*t*
en estructura atómica, 4, 5*f*
en generador electrostático, 465
fuerza magnética de un protón viajando a través de un campo magnético, 587-589
masa de, 450*t*, A.20
quarks en, 5, 5*t*
vida media de, 589
Prueba de impacto, automóvil, 174, 174*f*
Prueba del glaucoma, 179-180
Puentes, juntas de expansión térmica, 343, 343*f*
Puerta giratoria, par de torsión y, 242, 242*f*
Pulmones
lesión por descompresión, 298
tensión superficial en bolsas de aire, 315
Pulsares, 264, 264*f*
Pulso QRS, 539, 539*f*
Punto de congelación del agua, 339
Punto de ebullición del agua, 339
Punto de frenado, 288
Punto de vapor del agua, 339
Punto triple del agua, 340
Puntos focales (focos), elipses y, 227, 227*f*
Pyrex®, 343, 344*f*, 391
constante dieléctrica y fuerza dieléctrica de, 507*t*

Q

Quantum de flujo magnético (Φ_0), A.20

R

Radiación electromagnética, 337
transferencia de energía a/de un sistema, 149
Radiación térmica, 387-391, 387*f*-390*f*
Radiación y, 390-391, 390*f*
Radiación. *Véase también* Radioactividad
electromagnética, 149, 387
formación en proceso ciclo protón-protón, 659
rayos gamma (γ), 665
fusión nuclear y, 661
térmica, 387-391, 387*f*-390*f*
Radianes
como unidad de desplazamiento angular, 204
conversión de grados a/de, 203, 204
definición, 203, 203*f*
establecer la calculadora a, 16
Radiador
automóvil, 386
calefacción doméstica, 385-386, 386*f*
Radio de Bohr (a_0), A.20
de elementos seleccionados, A.14-A.18
Rapidez de difusión, 322
Rapidez de sedimentación, 325
Rapidez promedio, 29-30
velocidad promedio ($\overline{v}$) vs., 31
Raquetas para la nieve, 285, 285*f*
Rayo catódico
televisores, 605
tubos, 605*f*
fusión nuclear y, 661
Reacción en cadena autosostenida, 659
Reacción en cadena, nuclear, 658-659, 659*f*
Reacciones de fusión termonuclear, 661
Reacciones nucleares
fisión, 656-660, 657*f*, 659*f*
fusión, 660
Reactores de fusión, 661
Reactores nucleares, 658-660, 659*f*
Reactores regeneradores, 660
Redondeo, 8, 10-11
Reflector, ideal, 388
Refrigeradores, 421-423, 422*f*
Regla de la mano derecha
de fuerza magnética
regla número 1, 1, 586-587, 587*f*, 590-592, 592*f*, 595
regla número 2, 589, 589*f*
para par de torsión, 243-244, 243*f*
para velocidad angular ($\vec{\boldsymbol{\omega}}$), 214, 214*f*
Regla de las mallas, 558-561, 559*f*
Regla de los nodos, 558-561, 558*f*
Reglas de Kirchhoff, 558-562, 558*f*-559*f*
Relámpagos
desvío de por el campo magnético de la Tierra, 591
Reloj
atómico, 2*f*, 3
Reloj atómico de cesio, 2*f*, 3
Reloj atómico, 2*f*, 3, 4
Resistencia
a la compresión, 290*t*
a la tensión, 290*t*
al avance del aire. *Véase* Resistencia del aire
como fuerza no conservativa, 135
de carga, 549
del aire (resistencia al avance del aire), 114-115, 114*f*
dieléctrica, 507, 507*f*
en el ala de un avión, 311, 311*f*
en un automóvil en movimiento, 114, 114*f*
máxima, 288, 290*t*
paracaidismo de caída libre y, 114-115, 114*f*
velocidad terminal, 114
Resistencia(R)
carga, 549
de alambre de nicromo, 531
de conductores,528, 528*f*
definición, 529
en circuitos *RL*, 641
equivalente
para resistencias en paralelo, 553-558, 553*f*
para resistencias en serie, 550-552, 550*f*
ley de Ohm, 529, 531
materiales óhmicos y no óhmicos, 529, 530*f*
superconductores y, 537-538, 537*f*, 538*f*
unidades SI, 529, A.21*t*
variación de la con temperatura, 532-533, 532*f*
Resistencias, 619*f*
circuitos de corriente directa
en paralelo, 553-558, 575*f*
en serie, 550-552, 550*f*-552*f*
estrategias para resolver problemas, 557
definición 529
potencia suministrada a, 534
símbolo para, 498, 529
Resistividad (ρ), 529-530, 530*t*, 531
coeficiente de por temperatura, 530*t*, 532
Resorte(s)
fuerza de restauración de, 143, 446
ley de Hooke y, 143
posición de equilibrio, 143-145
trabajo para estirar un resorte, 156-157, 156*f*
Retroceso, 177-179
Riñones
diálisis, 323, 323*f*
estructura y función, 323, 323*f*
rizo vertical, 218, 218*f*
Ropa, color de, 388
Rotura de tuberías de agua en invierno, 348-349
Ruedas dentadas de bicicleta, 254, 254*f*
Ruedas dentadas, bicicleta, 254, 254*f*, 600

S

Sacarosa, coeficiente de difusión de, 322*t*
Saltador, 127
Salto de longitud, 69-70, 69*f*
Salto vertical, energía y potencia en, 153-155, 154*f*
Salto, potencia y energía en vertical, 153-155, 154*f*
Sangre
diálisis, 323, 323*f*
flujo
ley de Poiseuille y, 320
turbulento, 321
temperatura de la piel y, 341
viscosidad de, 319*t*, 320
Satélites
altitud en órbita, 3*t*
órbita geosíncrona, 229
sitio de lanzamiento de la European Space Agency, 209
Satélites de telecomunicaciones, órbitas geosíncronas de, 229
Saturno
datos planetarios, 228*t*
velocidad de escape, 225*t*
Schmitt, Harrison, 95
Scott, David, 45
Segunda ley del movimiento (de Newton), 88, 91-94, 92*f*
análogo rotacional de, 254, 256-259
aplicaciones de, 66-107, 66*f*, 102*f*-107*f*
cantidad de movimiento y, 171
como ecuación vectorial, 92, 93
descripción, 88, 91-94, 92*f*
diagrama de cuerpo libre y, 66*f*, 67
estrategia para solución de problemas, 67
objetos acelerando, 104-107
objetos en equilibrio, 67-104
problemas de ejemplo, 93-94, 93*f*-94*f*, 102-107, 102*f*-107*f*
Segunda ley de la termodinámica, 402
como enunciado de lo más probable, 430-431
dirección del tiempo y, 430-431
entropía y, 426, 427, 430
Lord Kelvin y, 423
máquinas térmicas y, 423
Segundo(s), 3, 4
Seguridad eléctrica, 567-568, 568*f*
Selenio (Se)
en impresoras láser, 495
Semiconductores
definición, 448
Seno (sen), 15-16, 15*f*
Signo igual (=), A.1, A.19*t*
Silicio (Si)
calor específico de, 370*t*
coeficiente de resistividad por temperatura, 530*t*
resistividad, 530*t*
Símbolo equivalencia (≡), A.1-A.2, A.19*t*
Símbolo mayor que (>), A.1, A.19*t*
Símbolo menor que (<), A.1, A.19*t*
Símbolos
de constantes fundamentales, A.20
notación matemática, A.1-A.3, A.19*t*
para unidades, A.19*t*
unidades SI base, A.21
unidades SI derivadas, A.21
uso en solución de problemas, 19
Síndrome de muerte repentina de infantes (SIDS), 629-630, 630*f*
Sistema
definición, 135-136
energía cinética traslacional de, 357
energía interna de, cálculo, 357
entropía de, 427
momento de inercia de, 255
transferencia de energía a/de, 148-149, 368
(Véase también Calor)

Sistema coordenado
cartesiano, 15, 15*f*
componentes de, 15
componentes vectoriales en, 60-61
conversión entre, 16-17, 16*f*
marco de referencia, 27
polar plano, 15, 15*f*
Sistema coordenado cartesiano, 15, 15*f*. *Véase también*
Sistema coordenado cartesiano
Sistema coordenado rectangular, 15, 15*f*
componentes vectoriales en, 60-61
conversión a/de coordenadas polares, 16-17, 16*f*
Sistema de unidades gausiano (cgs)
aceleración, 5*t*
área, 5*t*
campo magnético ($\vec{\mathbf{B}}$),586
densidad, 284
longitud, 4
masa, 4
prefijos para, 4, 4*t*
tiempo, 4
velocidad promedio ($\overline{v}$), 30
velocidad, 5*t*
volumen, 5*t*
Sistema Internacional. *Véase* Unidades SI (Sistema Internacional)
Sistema solar. *Véase también* Planetas específicos
leyes de Keppler y, 226-229
mapa de asteroides del, interno, 150*f*
modelo geocéntrico del, 26, 226
modelo heliocéntrico del, 26, 45, 226
Sitio de lanzamiento de la European Space Agency, 209
Slug (unidad de masa), 4, 93*t*
Smith, Dave, 57
Sodio (Na)
en reactores nucleares, 660
iones, conducción de una señal eléctrica en neuronas y, 570
Sol
distancia desde la Tierra, A.19*t*
energía radiante del, 387
formación del, 224
fuerza gravitacional, 89, 96-97
fusión en, 660-661
leyes de Kepler y órbitas alrededor del, 226-228, 227*f*
masa de, 3*t*, 228, 228*t*, A.19*t*
modelo geocéntrico del sistema solar, 26, 226
modelo heliocéntrico del sistema solar, 26, 45, 226
temperatura del, 224
Solenoide
cálculo de la inductancia y de la emfautoinducida en, 640
campo magnético de, 604-607, 604*f*, 605*f*, 607*f*
dirección de la corriente inducida, 627, 628, 627*f*-628*f*
ley de Ampere aplicada a, 605, 606-607, 607*f*
Sólido amorfo, 283, 283*f*
Sólido(s)
amorfos, 283, 283*f*
cambio de fase, 374-380
características de, 282-283, 283*f*
conductividad térmica, 381, 381*t*
cristalinos, 283, 283*f*
deformación de, 287-293
densidad, 284
elasticidad de, 283, 283*f*, 287-290
de forma, 288t, 289, 289*f*
en longitud, 287-288, 287*f*, 288*f*, 288t
volumen, 288t, 289-290, 289*f*
Sólidos cristalinos, 283, 283*f*
Stokes, George, 323
Sube y baja, 245-246
Sublimación, 375
Sumatoria (Σ), símbolo para, A.2
Superconductores, 537-538, 537*f*, 537*t*, 538*f*
fuerza eléctrica y, 451-454
Superficie gausiana, 468, 470*f*
Superficies equipotenciales, 492-493, 492*f*
Supernova, 264, 264*f*, 677
Surfactantes, 315
Sustentación sobre el ala de un avión, 31-312, 311*f*
Sustracción
cifras significativas y, 9
vectorial, 59, 59*f*

T

Tabla periódica de los elementos, 349, 960-961
Tangente (tan), 15*f*, 16
Teclado de computadora, capacitores en, 496
Teflón, constante dieléctrica y fuerza dieléctrica de, 507t
Tejido humano
calor específico del, 370*t*
conductividad térmica, 382
Tímpano, 300
Temperatura (*T*)
crítica, 513, 513*f*, 513*t*
de equilibrio, 373- 374
de gas
ley de Charles, 350
ley de Gay-Lussac, 350
interpretación molecular de, 357-359
definición de, 337-338
del Sol, 224
densidad del agua y, 348, 348*f*
energía interna y, 149
escala Celsius, 338-339, 340-342, 341*f*, 373
escala Fahrenheit, 340-342, 341*f*
escala Kelvin, 340-342, 341*f*, 350, 373
expansión y, 359. (*Véase también* Expansión térmica)
expansión volumétrica en líquidos y, 348-349
interpretación molecular de, 357-359
medición de, 337-340, 338*f*, 339*f*
procesos isotérmicos, 414-416, 417*t*, 424, 424*f*
resistencia, variación de, 532-533, 532*f*
temperatura corporal, manteniendo, 387
temperatura y presión estándar (STP), 350
tensión superficial de, 315
unidades SI, A.21*t*
Temperatura absoluta, 339-340
Temperatura cero, absoluta, 339-340
Temperatura corporal, manteniendo, 387
Temperatura crítica, 537, 537*f*, 537*t*
Temperatura de la piel, 341
Temperatura y presión estándar (STP), 350
Tendón, módulo elástico de, 288*t*
Tenis, 240, 311
Tensión (*T*), 66-67, 66*f*
Tensión superficial (γ), 314-316, 314*f*-315*f*, 314*t*
definición, 314
efecto surfactante y, 315
en sacos de aire, 315
insectos caminando sobre agua y, 315-316
temperatura y, 315
unidades SI,314
valores para líquidos comunes, 314*t*
Teorema de Carnot, 424
Teorema del impulso-cantidad de movimiento, 172-174, 176
Teorema trabajo-energía, 157-158
aplicación, 134
con componente de energía potencial gravitacional, 136-137, 158
con componentes de energía potencial gravitacional y energía potencial elástica (resorte), 144-148, 158
descripción, 133
estrategia para solución de problemas para, 157-158
flujo de fluidos y, 308*f*
fuerzas conservativas y no conservativas, 135, 148, 158
movimiento rotacional y, 260, 261-262
Teorema pitagórico, 16-17, 60, 213, 355, A.12-A.13
Teoría cinética de los gases, 336, 354-359
Tercera ley del movimiento (de Newton), 88, 97-66, 98*f*-99*f*, 176
aplicaciones de, 98-99
fuerza gravitacional y, 219-220, 219*f*
raquetas para nieve y, 285
Tercera ley de la termodinámica, 425
Tercer alambre en electrodomésticos para el consumidor, 568
Termales, 370-371
Termo, 391, 391*f*
Termoclinas, 386-387, 386*f*
Termodinámica, 402-435
Carnot como fundador de la ciencia de, 425
ley cero de la termodinámica, 337*f*, 338
primera ley de, 402, 406-408, 406*f*
en procesos adiabáticos, 411-413, 417*f*
en procesos generales, 416-417
en procesos isobáricos, 409-411, 417t
en procesos isotérmicos, 414-416, 417t
en procesos isovolumétricos, 413-414, 417t
metabolismo humano y, 432
segunda ley de, 402
como enunciado de lo más probable, 430-431
dirección del tiempo y, 430-431
entropía y, 426, 427, 430
Lord Kelvin y, 423
máquinas térmicas y, 423
tercera ley de, 425
trabajo en procesos termodinámicos, 402-405
Termografía, 388
Termograma, 388, 388*f*
Termómetro de alcohol, 338, 339
Termómetro de gas de volumen constante, 339-340, 339*f*, 340*f*
Termómetro de gas, 339-340, 339*f*, 340*f*
Termómetro de resistencia, 532-5331
Termómetro radiante, 389, 389*f*
Termómetros, 337-340, 337*f*-340*f*
alcohol, 338, 339
calibración de, 338, 339
definición, 337
gas de volumen constante, 339-340, 339*f*, 340*f*
mercurio, 338-339, 338*f*
radiantes, 389, 389*f*
resistencia, 532, 533
Termostatos, 345, 345*f*
Tesla, 586, 623
Tiempo (*t*)
dimensiones, 5-6, 5*t*
dirección de, 430-431
posición, velocidad, y aceleración como funciones de
en movimiento armónico simple, 457-459, 458*f*
unidades de, 2-4, A,21*t*
valores aproximados de ejemplos, 3, 3*t*
Tierra
alambre portador de corriente en, 591-592
calentamiento global, 391-393, 392*f*, 393*f*
gases invernadero, 392-393, 392*f*
inundación costera, 347
campo magnético de la, 583-584, 583*f*, 623
desviación de caída de un rayo por, 591
fuerza magnética sobre un protón moviéndose a través, 587-588
inversión del, 584-585
cometa impactando, 378-380
datos planetarios, 228*t*
distancia a la Luna, A.19*t*
distancia al Sol, A.19*t*

edad de, 3*t*
masa de la, 3*t*, 228*t*, A.19*t*
modelo geocéntrico del universo, 26, 226
modelo heliocéntrico del sistema solar, 26, 45
orbitas geosincrónicas de satélites de comunicación, 29
presión atmosférica, 285, 294, 297-298
radio ecuatorial de, A.19*t*
velocidad de escape, 225, 225*t*, 358
velocidad rotacional de la superficie girando, 209
Tierra en la carcasa, 568
Tierra, eléctrica, 487
carcasa, 568
definición, 448
para prevención de electrochoques, 567-568, 568*f*
símbolo para, 534
presión sobre al nadar, 295
Tiras bimetálicas, 345, 345*f*
Titanato de estroncio, constante dieléctrica y fuerza dieléctrica de, 507t
Toboganes acuáticos, 141-142, 141*f*
Tolomeo, Claudio, 26, 226
Tóner, fotocopiadora, 494-495, 194*f*
Tonometro, 179-180
Torio (Th)
en reactores generadores, 660
Torricelli, Evangelista, 297
Trabajo (*W*), 128-132, 157
cálculo a partir del diagrama *PV*, 404, 405
coeficiente de desempeño (COP), 421-422
definición, 128-129
en la primera ley de la termodinámica, 406-407
en procesos termodinámicos, 402-405
en un gas
cálculo a partir del diagrama PV, 404, 405
en procesos adiabáticos, 411-413, 417*f*
en procesos isobáricos, 409-411, 417t
en procesos isotérmicos, 411-416, 417t
en procesos isovolumétricos, 413-414, 417t
en procesos termodinámicos generales, 416-417
trabajo realizado por un gas comparado, 403
estimación contando cajas en método gráfico, 157
flujo de fluidos y, 308, 308*f*
fuerzas conservativas y no conservativas, 134-135, 135*f*, 148, 158
fuerzas disipativas y, 131-132
gravitacional, 136-137, 136*f*, 158
para estirar un resorte, 156-157, 156*f*
por el cuerpo en sus alrededores, 432
por energía potencial elástica, 144
por fricción, 131-132, 142-143, 142*f*
por la fuerza de un resorte, 144
por un gas en su entorno (W_{ent}), 403, 404, 407, 409, 410
por una cantidad escalar, 128, 129
por una fuerza constante
en ángulo respecto al desplazamiento, 129, 129*f*, 130-131
en desplazamiento lineal, 128-129, 129*f*, 130-131
por una fuerza variable, 155-157, 155*f*-157*f*
por una máquina térmica, 418-419, 423
realizado por la gravedad y energía potencial gravitacional, 136, 144
realizado por resortes y energía potencial de resortes, 144
transferencia de energía a/de un sistema, 149
unidades SI (Sistema Internacional), 128, 129, 136, A.21*t*
Trabajo gravitacional (W_g), 136-137, 136*f*, 158, 223-224
Trampa de Penning, 596
Transistor, como dispositivo no óhmico, 529
Transmisión eléctrica y transferencia de energía a/de un sistema, 149
Traslacional, 245
Trementina, coeficiente de expansión volumétrica para, 344*t*
Trenes
Acela, 43-44, 44*f*
vía del tren, expansión de, 344, 344*f*
Triángulo rectángulo, funciones trigonométricas de, 15-16, 15*f*
Triángulo, funciones trigonométricas de, 15-16, 15*f*
Trigonometría, 15-17, 15*f*, 17*f*, A.12-A.13
Tritio, 4
fusión nuclear y, 661
Tuberías de agua, rompimiento en invierno, 348-349
Tubo Venturi, 308, 309*f*
Tungsteno
coeficiente de resistividad por temperatura, 5*t*
resistividad, 530*t*
Tungsteno, módulo elástico de, 288*t*
Turbina de viento, 240

U

Unidad de masa atómica (u), 349-350, 632, 632*t*, A.20
Unidad térmica británica (Btu), 368
Unidades acostumbradas en USA
aceleración, 5*t*, 35, 92, 93*t*
área, 5*t*
calor, 368
conversión de unidades, 11-12
fuerza, 92, 93*t*
longitud, 4
masa, 4, 92, 93*t*
potencia, 151
presión, 285
tiempo, 4
trabajo, 129
velocidad promedio, 30
velocidad, 5*t*
volumen, 5*t*
Unidades SI (Sistema Internacional),
aceleración angular instantánea, 206
aceleración angular promedio, 205
aceleración angular, 34, 64
aceleración instantánea, 35, 64
aceleración, 5t, 92, 93*t*
ángulo plano, A.21*t*
área, 5*t*
calor específico, 370
calor latente, 375
calor, 368
campo eléctrico, 454
campo magnético, 586
cantidad de movimiento, 171
cantidad de sustancia, A.21*t*
capacitancia, 495, A.21*t*
carga eléctrica, 369, 450, 602, A.21*t*
conversión de unidades, 11-12
corriente, 602
densidad, 284
desplazamiento angular, 204
desplazamiento, 27, 64
dimensiones en, 5*t*
energía potencial gravitacional, 136, 222
energía, A.21*t*
esfuerzo, 288
frecuencia, A.21*t*
fuerza, 92, 92*t*, 95, A.21*t*
impulso, 172
inductancia, 639, A.21*t*
intensidad de campo magnético, A.21*t*
intensidad luminosa, A.21*t*
longitud, 2, 3-4, A.21*t*
momento de inercia, 254
par de torsión, 241, 243
potencia, 150-151, A.21*t*
potencial eléctrico (emf), A.21*t*
prefijos para, 4, 4*t*
presión, 285, A.21*t*
rapidez angular instantánea, 204
rapidez promedio, 30, 64
resistencia eléctrica, A.21*t*
resistencia, 529
temperatura, A.21*t*
tensión superficial, 314
tiempo, 2-4, A.21*t*
trabajo, 128, 129, 136, A.21*t*
unidades base, A.21*t*
unidades derivadas, A.21*t*
velocidad angular promedio, 204
velocidad instantánea, 32, 64
velocidad promedio, 29
velocidad, 5*t*
viscosidad, 319
volumen, 5*t*
Unidades. *Véase también* Sistema de unidades gausiano (cgs); Unidades SI (Sistema Internacional); Unidades Acostumbradas en EUA
conversión de, 11-12
dimensional, 5-7, 5*t*
prefijos para, 4, 4*t*
símbolos estándar para, A.19*t*
Universo
composición del, 677, 677*f*
distancias, muestra, 3*t*
edad del, 3*t*, 667
energía oscura en, 284
entropía de, 427, 431
masa de, 3*t*
materia oscura en, 283-284
modelo geocéntrico de, 26, 226
modelo heliocéntrico, 26, 45, 226
número estimado de galaxias en, 14
Uranio (U)
densidad de, 284*t*
fisión de, 656-659, 657*f*, 659*f*
fuentes de, 660
Urano
datos planetarios, 228*t*
velocidad de escape, 225t

V

Valor absoluto(| |), A.2-A.3
Valores *R*, para materiales de aislamiento, 383-385, 383*t*
Vapor
calor específico de, 370*t*
cambio de fase en el agua, 375-376, 375*f*
supercalentado, 379
Vaporización, calor latente de, 375-377, 375*t*
Vector resultante, 58, 58*f*, 59, 59*f*, 62-63, 62*f*
Vector(es)
cantidades angulares como, 214, 214*f*
componentes de, 60-63, 60*f*-62*f*
definición, 28
desplazamiento, velocidad, y aceleración, en dos dimensiones, 63-65
igualdad de dos, 58
negativo de, 59
notación para, 28, 58
propiedades de, 57-59
resultante, 58, 58*f*, 59, 59*f*, 62-63, 62*f*
suma de
algebraicamente, 62-63, 62*f*
geométricamente, 58, 58*f*, 59, 59*f*
sustracción de, 59, 59*f*
Vejiga natatoria, en pez, 301
Velocidad
aceleración vs., 34-35, 35*f*

angular ($\vec{\omega}$)
como cantidad vectorial, 214
regla de la mano derecha para, 214, 214*f*
como función del desplazamiento en aceleración constante, 39, 40t
como función del tiempo en aceleración constante, 38*f*, 39, 40t
como vector, 28-29
dimensiones de, 5-6, 5*t*
distribución de la velocidad de Maxwell, 358, 358*f*
en diagramas de movimiento, 37-38, 37*f*
en dos dimensiones, 63-64
en una dimensión, 28-34, 30*f*-31*f*, 30*t*, 32*t*, 33*f*
interpretación gráfica de, 31, 31*f*
instantánea
a partir de la gráfica posición-tiempo, 32-34, 33*f*
definición, 32, 64
en dos dimensiones ($\vec{\mathbf{v}}$), 64
en una dimensión (V), 32-34, 32t, 33*f*
unidades SI (Sistema Internacional), 32, 64
movimiento de proyectiles y, 65*f*, 66-69, 66*f*
primera ley del movimiento de Newton y, 90-91, 90*f*-91*f*
promedio ($\overline{v}$)
a partir de la gráfica posición-tiempo, 31, 31*f*
definición, 64
en aceleración constante, 39, 40t
en dos dimensiones ($\vec{\mathbf{V}}_{prom}$), 64
en una dimensión, 30-31, 30*f*-31*f*
unidades SI (Sistema Internacional), 30, 64
rapidez contra 28-30
relativa, 73-77, 74*f*-76*f*
solución de problemas, 74-77
retroceso, 177-179
Velocidad
angular
de discos fonográficos y discos compactos, 210-211
energía cinética rotacional y, 259-260, 259*f*
helicóptero, 204-205
instantánea, 205
momento de inercia y, 263-266, 263*f*, 265*f*, 266*f*
promedio, 204
velocidad tangencial relación con, 208
cambios en, 35
de escape, 225-226, 225*t*, 358
de un fluido, determinación con ecuación de Bernoulli, 309-310
distribución de la velocidad de Maxwell, 358, 358*f*
eficaz (rms), 358, 358*t*
instantánea, 33
promedio, 29-30
velocidad de arrastre, 525-527, 525*f*
velocidad de escape de cohetes, 189, 313
tangencial
aceleración centrípeta y, 212, 213
de discos fonográficos y discos compactos, 210-211
de la superficie de la Tierra rotando, 209
definición, 208
velocidad angular relación con, 208
terminal (v_t), 114, 324, 325
velocidad versus, 28-30
Velocidad angular
de discos de fonográficos y discos compactos, 210-211
energía cinética rotacional y, 259-260, 260*f*
helicóptero, 204-205
instantánea (ω), 204
momento de inercia y, 263-266, 263*f*, 265*f*, 266*f*
promedio (ω_{prom}), 204
velocidad tangencial relación con, 208
Velocidad angular ($\vec{\omega}$)
como cantidad vectorial, 214
regla de la mano derecha para, 214, 214*f*
Velocidad angular instantánea (ω), 204
Velocidad angular promedio (ω_{prom}), 204
Velocidad de arrastre, 525-527, 525*f*
Velocidad de escape, 189, 313
Velocidad de escape, 225-226, 225*t*, 358
Velocidad de la luz (c), 2
en el vacío, A.20
Velocidad eficaz (rms), 358, 358*f*
Velocidad instantánea (υ), 33
Velocidad instantánea
a partir de la gráfica posición-tiempo, 32-34, 33*f*
definición, 32, 64
en dos dimensiones ($\vec{\mathbf{V}}$), 64
en una dimensión (υ), 32-34, 32*t*, 33*f*
unidades SI 8Sistema Internacional), 32, 64
Velocidad promedio ($\overline{v}$)
a partir de la gráfica posición vs. tiempo, 31, 31*f*
definición, 30, 64
en aceleración constante, 39, 40*t*
en dos dimensiones, 64
en una dimensión, 30-31, 30*f*, 31*f*
rapidez promedio vs., 31
unidades SI (Sistema Internacional), 30, 64
Velocidad relativa, 73-77, 74*f*-76*f*
estrategia para solución de problemas, 74
Velocidad rms, 358, 358*t*
Velocidad tangencial
aceleración centrípeta y, 212, 213
de discos fonográficos y discos compactos, 210-211
de la superficie de la Tierra en rotación, 209
definición, 208
relación de la velocidad angular con, 208
Velocidad terminal (v_t), 114, 324, 325
Venus
campo magnético de, 583
datos planetarios, 228*t*
velocidad de escape, 225, 225*t*
Viaje espacial
Estación Internacional Espacial, 202
gravedad artificial, 215
primera ley del movimiento de Newton y, 91
Vibración
capacidad térmica y, 408
en la materia, 283
de elementos seleccionados,A.14-A.18
Vidrio
calor específico, 370*t*
conductividad térmica, 381*t*
expansión térmica, 343, 344*f*
módulo elástico, 288*t*
resistividad, 530*t*
Viraje, de botes de vela, 312, 312*f*
Viscosidad, 318-320, 319*f*, 319*t*
coeficiente de (η), 319, 319*t*
ley de Poiseuille y, 319-320, 319*f*
unidades SI, 319
Visión nocturna, radiación térmica y, 389
Vistazos de choques, 186, 188, 186*f*
Volta, Alessandro, 522
Voltaje
circuito abierto, 549
en circuitos domésticos, 566-567, 567*f*
en el corazón, 538-540, 538*f*
en la ley de Ohm, 529
equivalente a la diferencia de potencial, 499
medición en un circuito eléctrico, 527-528, 527*f*
terminal, 549
Voltaje en circuito abierto, 549
Voltaje terminal, 549
Voltímetro, 527*f*, 528
Volumen (V)
de gas
ley de Boyle, 350
ley de Charles, 350
ley de un gas ideal, 350
dimensión de, 5*t*
procesos isovolumétricos, 413-414, 417*f*

W

Watt (W), 150-151
Watt, James, 151
Weber (Wb), 586, 622

X

Xerografía, 494-495, 494*f*

Z

Zinc (Zn)
como superconductor, 537, 537*t*

CONSTANTES FÍSICAS

Cantidad	Símbolo	Valor	Unidades SI
Número de Avogadro	N_A	6.02×10^{23}	partículas/mol
Radio de Bohr	a_0	5.29×10^{-11}	m
Constante de Boltzmann	k_B	1.38×10^{-23}	J/K
Constante de Coulomb, $1/4\pi\epsilon_0$	k_e	8.99×10^{9}	$N \cdot m^2/C^2$
Longitud de onda del electrón de Compton	$h/m_e c$	2.43×10^{-12}	m
Masa del electrón	m_e	9.11×10^{-31}	kg
		5.49×10^{-4}	u
		0.511 MeV/c^2	
Carga elemental	e	1.60×10^{-19}	C
Constante gravitacional	G	6.67×10^{-11}	$N \cdot m^2/kg^2$
Masa de la Tierra	M_T	5.98×10^{24}	kg
Masa de la Luna	M_L	7.36×10^{22}	kg
Volumen molar de gas ideal a presión y temperatura estándar	V	22.4	L/mol
		2.24×10^{-2}	m^3/mol
Masa del neutrón	m_n	$1.674\,93 \times 10^{-27}$	kg
		1.008 665	u
		939.565 MeV/c^2	
Permeabilidad del espacio libre	μ_0	1.26×10^{-6}	$T \cdot m/A$
		($4\pi \times 10^{-7}$ exactly)	
Permitividad del espacio libre	ϵ_0	8.85×10^{-12}	$C^2/N \cdot m^2$
Constante de Planck	h	6.63×10^{-34}	$J \cdot s$
	$\hbar = h/2\pi$	1.05×10^{-34}	$J \cdot s$
Masa del protón	m_p	$1.672\,62 \times 10^{-27}$	kg
		1.007 276	u
		938.272 MeV/c^2	
Radio de la Tierra (en el ecuador)	R_T	6.38×10^{6}	m
Radio de la Luna	R_L	1.74×10^{6}	m
Constante de Rydberg	R_H	1.10×10^{7}	m^{-1}
Rapidez de la luz en el vacío	c	3.00×10^{8}	m/s
Aceleración de caída libre estándar	g	9.80	m/s^2
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	5.67×10^{-8}	$W/m^2 \cdot K^4$
Constante universal de los gases	R	8.31	$J/mol \cdot K$

Los valores presentados en esta tabla son los utilizados en los cálculos en este libro. En general, las constantes físicas son conocidas con mucha mejor precisión.

Grupo I	Grupo II	Elementos de transición										Grupo III	Grupo IV	Grupo V	Grupo VI	Grupo VII	Grupo 0
																H 1 1.007 9 $1s^1$	He 2 4.002 6 $1s^2$
Li 3 6.941 $2s^1$	Be 4 9.012 2 $2s^2$											B 5 10.811 $2p^1$	C 6 12.011 $2p^2$	N 7 14.007 $2p^3$	O 8 15.999 $2p^4$	F 9 18.998 $2p^5$	Ne 10 20.180 $2p^6$
Na 11 22.990 $3s^1$	Mg 12 24.305 $3s^2$											Al 13 26.982 $3p^1$	Si 14 28.086 $3p^2$	P 15 30.974 $3p^3$	S 16 32.066 $3p^4$	Cl 17 35.453 $3p^5$	Ar 18 39.948 $3p^6$
K 19 39.098 $4s^1$	Ca 20 40.078 $4s^2$	Sc 21 44.956 $3d^14s^2$	Ti 22 47.867 $3d^24s^2$	V 23 50.942 $3d^34s^2$	Cr 24 51.996 $3d^54s^1$	Mn 25 54.938 $3d^54s^2$	Fe 26 55.845 $3d^64s^2$	Co 27 58.933 $3d^74s^2$	Ni 28 58.693 $3d^84s^2$	Cu 29 63.546 $3d^{10}4s^1$	Zn 30 65.41 $3d^{10}4s^2$	Ga 31 69.723 $4p^1$	Ge 32 72.64 $4p^2$	As 33 74.922 $4p^3$	Se 34 78.96 $4p^4$	Br 35 79.904 $4p^5$	Kr 36 83.80 $4p^6$
Rb 37 85.468 $5s^1$	Sr 38 87.62 $5s^2$	Y 39 88.906 $4d^15s^2$	Zr 40 91.224 $4d^25s^2$	Nb 41 92.906 $4d^45s^1$	Mo 42 95.94 $4d^55s^1$	Tc 43 (98) $4d^55s^2$	Ru 44 101.07 $4d^75s^1$	Rh 45 102.91 $4d^85s^1$	Pd 46 106.42 $4d^{10}$	Ag 47 107.87 $4d^{10}5s^1$	Cd 48 112.41 $4d^{10}5s^2$	In 49 114.82 $5p^1$	Sn 50 118.71 $5p^2$	Sb 51 121.76 $5p^3$	Te 52 127.60 $5p^4$	I 53 126.90 $5p^5$	Xe 54 131.29 $5p^6$
Cs 55 132.91 $6s^1$	Ba 56 137.33 $6s^2$	57–71*	Hf 72 178.49 $5d^26s^2$	Ta 73 180.95 $5d^36s^2$	W 74 183.84 $5d^46s^2$	Re 75 186.21 $5d^56s^2$	Os 76 190.23 $5d^66s^2$	Ir 77 192.2 $5d^76s^2$	Pt 78 195.08 $5d^96s^1$	Au 79 196.97 $5d^{10}6s^1$	Hg 80 200.59 $5d^{10}6s^2$	Tl 81 204.38 $6p^1$	Pb 82 207.2 $6p^2$	Bi 83 208.98 $6p^3$	Po 84 (209) $6p^4$	At 85 (210) $6p^5$	Rn 86 (222) $6p^6$
Fr 87 (223) $7s^1$	Ra 88 (226) $7s^2$	89–103**	Rf 104 (261) $6d^27s^2$	Db 105 (262) $6d^37s^2$	Sg 106 (266)	Bh 107 (264)	Hs 108 (277)	Mt 109 (268)	Ds 110 (271)	Rg 111 (272)	Cp 112 (285)	113†† (284)	Fl 114 (289)	115†† (288)	Lv 116 (293)	117†† (294)	118†† (294)

Símbolo — Ca 20 — Número atómico
Masa atómica† — 40.078
$4s^2$ — Configuración electrónica

*Serie de lantánidos	La 57 138.91 $5d^16s^2$	Ce 58 140.12 $5d^14f^16s^2$	Pr 59 140.91 $4f^36s^2$	Nd 60 144.24 $4f^46s^2$	Pm 61 (145) $4f^56s^2$	Sm 62 150.36 $4f^66s^2$	Eu 63 151.96 $4f^76s^2$	Gd 64 157.25 $4f^75d^16s^2$	Tb 65 158.93 $4f^85d^16s^2$	Dy 66 162.50 $4f^{10}6s^2$	Ho 67 164.93 $4f^{11}6s^2$	Er 68 167.26 $4f^{12}6s^2$	Tm 69 168.93 $4f^{13}6s^2$	Yb 70 173.04 $4f^{14}6s^2$	Lu 71 174.97 $4f^{14}5d^16s^2$
**Serie de actínidos	Ac 89 (227) $6d^17s^2$	Th 90 232.04 $6d^27s^2$	Pa 91 231.04 $5f^26d^17s^2$	U 92 238.03 $5f^36d^17s^2$	Np 93 (237) $5f^46d^17s^2$	Pu 94 (244) $5f^67s^2$	Am 95 (243) $5f^77s^2$	Cm 96 (247) $5f^76d^17s^2$	Bk 97 (247) $5f^86d^17s^2$	Cf 98 (251) $5f^{10}7s^2$	Es 99 (252) $5f^{11}7s^2$	Fm 100 (257) $5f^{12}7s^2$	Md 101 (258) $5f^{13}7s^2$	No 102 (259) $5f^{14}7s^2$	Lr 103 (262) $5f^{14}6d^17s^2$

Nota: Los valores de masa atómica dados se promedian sobre los isótopos en los porcentajes en que existen en la naturaleza.

† Para un elemento inestable, el número de masa del isótopo conocido más estable se indica entre paréntesis.

†† Los elementos 113, 115, 117 y 118 no han sido aun oficialmente nombrados. Solo se ha observado una pequeña cantidad de átomos de estos elementos.

††† Para una descripción de los datos atómicos, visite *physics.nist.gov/PhysRefData/Elements/per_text.html*

El objetivo de este libro es proporcionar al estudiante de manera clara y lógica, los conceptos y principios básicos de la física, así como reforzar la comprensión de los mismos mediante una gran variedad de aplicaciones interesantes del mundo real

Principales características:

- En cada sección se agregaron objetivos de aprendizaje, para identificar los conceptos principales, las habilidades y los resultados que los estudiantes deben demostrar.
- Nuevos ejercicios de preparación en cada capítulo, fueron inspirados en una de las experiencias en clase del autor (Vuille), donde se repasan conceptos matemáticos y físicos antes de resolver distintos tipos de problemas; simbólicos, cuantitativos, cualitativos o guiados.
- Se ha hecho un esfuerzo para asegurar que el conjunto de ejemplos, como un todo, sea exhaustivo al cubrir todos los conceptos físicos.
- Cuestionarios rápidos a través de todo el libro proporcionan a los estudiantes la oportunidad de poner a prueba el conocimiento adquirido.
- Aplicaciones reales para distintas áreas, entre ellas la biomédica, así como ejemplos que demuestran la conexión con otras disciplinas científicas.

Su estructura y diseño tienen objetivos pedagógicos perfectamente definidos, de igual forma ofrece a los usuarios una integración con herramientas tecnológicas de vanguardia, para facilitar el entorno de aprendizaje en línea.

ISBN-13: 978-607-526-563-6
ISBN-10: 607-526-563-5
9 786075 265636

CENGAGE

Visite nuestro sitio en http://latinoamerica.cengage.com